

S. 804. B.



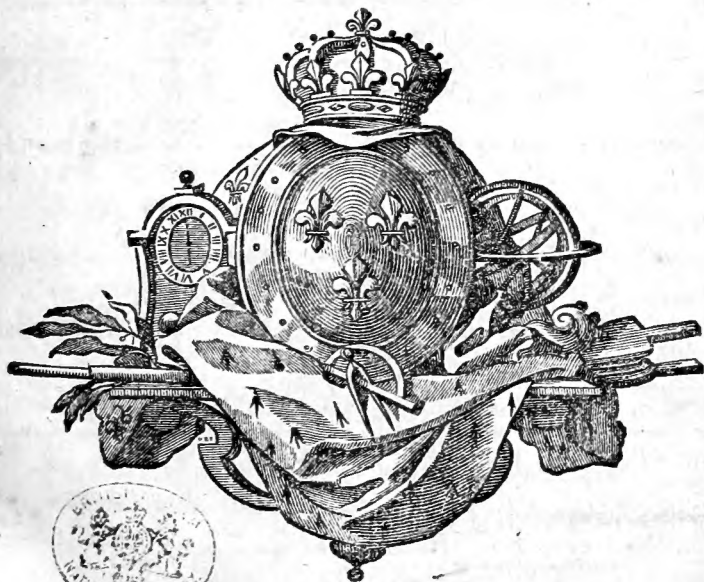


HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXVII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXX.

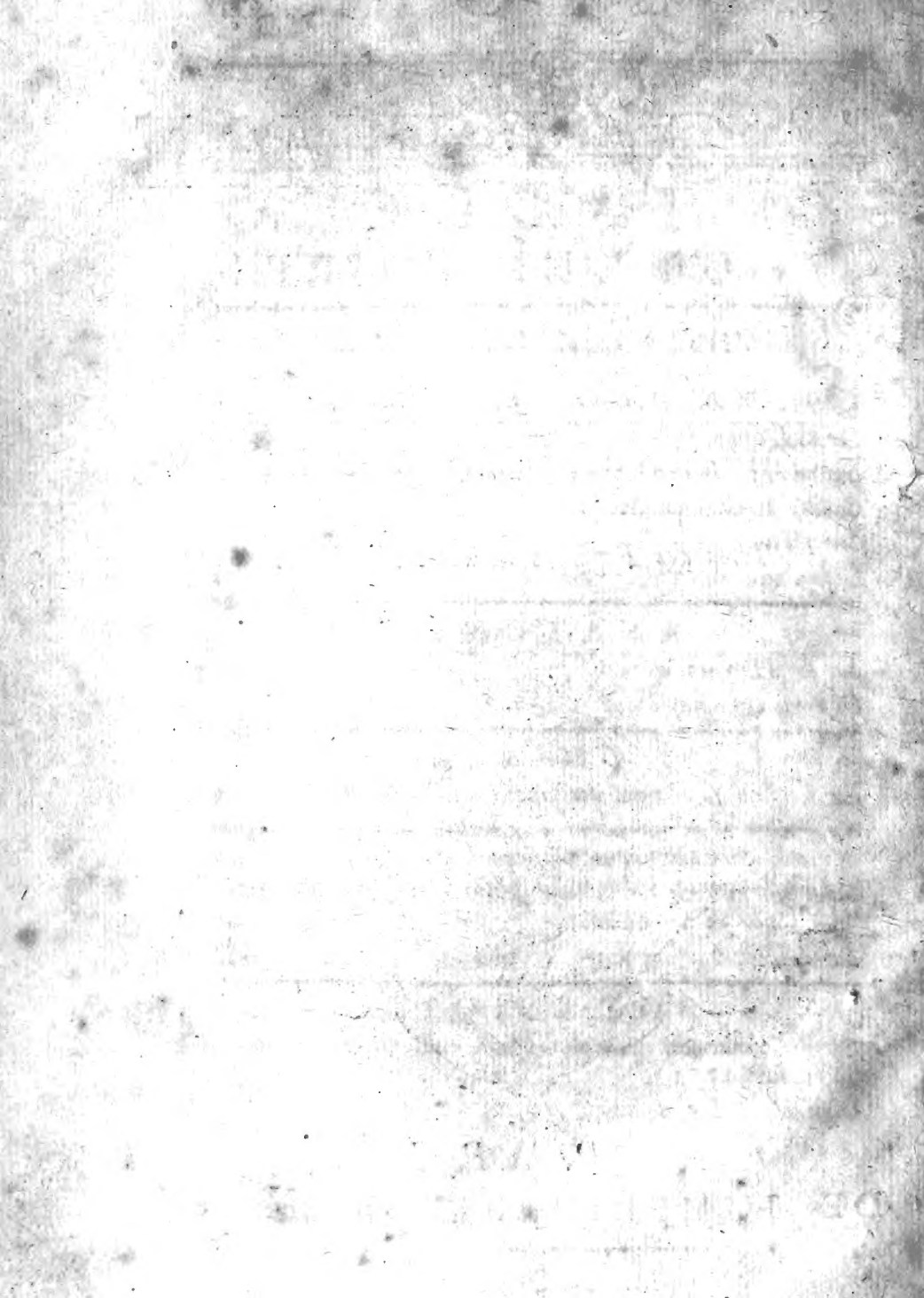




TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

<i>Sur la Poudre à canon employée dans ses différens états.</i>	Page 1
<i>Sur la Lumière de l'eau de la mer dans les lagunes de Venise.</i>	6
<i>Sur un moyen de se garantir de la mauvaise odeur des Puisards.</i>	9
<i>Sur les Trombes de mer.</i>	11
<i>Sur l'Eau.</i>	14
<i>Observations de Physique générale.</i>	22

ANATOMIE.

<i>Sur les Hermaphrodites.</i>	42
<i>Observations Anatomiques.</i>	44

CHIMIE.

<i>Sur les Sels qu'on retire des cendres des Végétaux.</i>	51
<i>Sur l'action d'un feu violent de Charbon, appliqué à plusieurs terres, pierres & chaux métalliques.</i>	57
<i>Sur l'Eau minérale de l'abbaye de Fontenelles en Poitou, & sur la nature de la Sélénite.</i>	62
<i>Sur la Bile de l'homme & des animaux.</i>	68

BOTANIQUE.

<i>Sur un mouvement spontané observé dans la Plante appelée Tremella.</i>	75
<i>Observations Botaniques.</i>	78

T A B L E.

G É O M É T R I E.

<i>Sur les Méthodes de maximis & minimis.</i>	90
---	----

A S T R O N O M I E.

<i>Sur le retour des Comètes.</i>	96
<i>Sur les hauteurs solsticiales du Soleil.</i>	99
<i>Sur la théorie de Mercure.</i>	102

G É O G R A P H I E.

<i>Sur les différens bassins des rivières de France.</i>	110
<i>Sur la longitude & la latitude de Foulpointe dans l'île de Madagascar.</i>	112

H Y D R O G R A P H I E.

<i>Précis des Observations continuées en 1768, dans la Méditerranée.</i>	114
--	-----

H Y D R A U L I Q U E.

<i>Sur le projet d'amener les eaux de l'Yvette à Paris.</i>	137
<i>Sur la résistance des Fluides.</i>	145
<i>Sur les Roues hydrauliques.</i>	149

D I O P T R I Q U E.

<i>Sur les Lunettes achromatiques.</i>	153
<i>Sur quelques Expériences relatives à la Dioptrique.</i>	162

M É C A N I Q U E.

<i>Sur le rapport des poids étrangers au poids de marc.</i>	175
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1767.</i>	184





T A B L E

POUR LES MÉMOIRES.

<i>T</i> ROISIÈME Mémoire sur l'Yvette. Par M. DEPARCIEUX.	Page 1
<i>Suite des Recherches sur les Verres optiques. Troisième Mémoire.</i> Par M. D'ALEMBERT.	43
<i>Expériences sur la poudre à Canon employée en différens états.</i> Par M. l'Abbé NOLLET.	109
<i>Mémoire sur le mouvement des apsides de la Lune.</i> Par M. FONTAINE.	119
<i>Mémoire sur la lumière que donne l'eau de la mer, principalement dans les lagunes de Venise.</i> Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.	120
<i>Examen de la latitude & de la longitude de Foulpointe dans l'île de Madagascar, par les observations de M. LE GENTIL, discutées & calculées sur les meilleures Tables.</i> Par M. DE LA LANDE.	127
<i>Observation de la Hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil, au solstice d'hiver de l'année 1766.</i> Par M. CASSINI DE THURY.	130
<i>Mémoire sur un moyen de se garantir de la puanteur des Puitsards, quand on est contraint d'en faire dans le voisinage des maisons.</i> Par M. DEPARCIEUX.	133
<i>Nouvelles Méthodes analytiques pour calculer les Éclipses de Soleil, &c. Cinquième Mémoire, dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Equations démontrées dans les Mémoires précédens.</i> Par M. DU SÉJOUR.	137
<i>Observations sur les Sels qu'on retire des cendres des végétaux.</i> Par M. DU HAMEL.	233

T A B L E.

<i>Suite des Expériences sur les Sels qu'on peut retirer des lessives du kali.</i> Par M. DU HAMEL.	239
<i>Observations de la Comète de 1759, & Réflexions sur le retour des Comètes.</i> Par M. CASSINI DE THURY.	241
<i>Observation de l'opposition de Saturne du 23 Novembre 1765; & de celle de Jupiter du 5 Février 1766, faites à l'Ecole Royale Militaire.</i> Par M. JEAURAT.	252
<i>Examen chimique de l'Eau minérale de l'abbaye des Fontenelles en Poitou près la Roche-sur-Yon; avec des observations intéressantes sur la Sélénite.</i> Par M. CADET.	256
<i>Observations de l'opposition de Saturne de l'année 1766.</i> Par M. JEAURAT.	266
<i>Observations du passage de la Lune par les Pléiades, le 22 Septembre 1766.</i> Par M. l'Abbé CHAPPE D'AUTEROCHÉ.	268
<i>Mémoire sur les Roues hydrauliques.</i> Par M. le Chevalier DE BORDA.	270
<i>Précis des opérations continuées en 1766 dans la Méditerranée.</i> Par M. DE CHABERT.	288
<i>Mémoire sur l'action d'un feu violent de Charbon, appliqué à plusieurs terres, pierres & chaux métalliques.</i> Par M. MACQUER.	298
<i>Observations de la première Comète qui a paru dans le mois de Mars de l'année 1767.</i> Par M. CASSINI DE THURY.	315
<i>Observations de la seconde Comète qui a paru au mois d'Avril 1766.</i> Par M. CASSINI DE THURY.	322
<i>Addition aux Mémoires précédens.</i>	328
<i>Mémoire sur le véritable sexe de ceux qu'on appelle Hermaphrodites.</i> Par M. FERREIN.	330
<i>Observations de l'opposition de Jupiter avec le Soleil, du 8 Mars 1767, faites à l'Ecole Royale Militaire.</i> Par M. JEAURAT.	340
<i>Observation de l'éclipse de Soleil du 5 Août 1766, faite à</i>	

T A B L E.

<i>Versailles, à l'hôtel de Luynes. Par M. le Cardinal DE LUYNES.</i>	343
<i>Observations sur l'orage du 6 Août 1767, & d'un coup de foudre qui s'est élevé de la terrasse de l'Observatoire. Par M. l'Abbé CHAPPE D'AUTEROCHE.</i>	344
<i>Essai sur le rapport des poids étrangers avec le marc de France. Par M. TILLET.</i>	350
<i>Mémoire sur une espèce de Météore connu sous le nom de Trombe. Par M. BRISSON.</i>	409
<i>Solstice d'été de 1767, observé au foyer d'un Verre objectif de 80 pieds, en l'église de Saint-Sulpice; avec d'autres observations du Soleil & d'Arcturus, faites aux quarts-de-cercles mobiles. Par M. LE MONNIER.</i>	417
<i>Mémoire sur quelques Expériences relatives à la Dioptrique. Par M. le Duc DE CHAULNES.</i>	423
<i>Expériences chimiques sur la bile de l'Homme & des Animaux. Par M. CADET.</i>	471
<i>Observation de la Hauteur solsticielle, faite à l'Observatoire royal au mois de Juin 1767. Par M. CASSINI DE THURY.</i>	484
<i>Observations & calculs de l'opposition de Saturne avec le Soleil, du 22 Décembre 1767. Par M. JEATURAT.</i>	485
<i>Analyse de la Soude de varech. Par M. CADET.</i>	487
<i>Expériences sur la résistance des Fluides. Par M. le Chevalier DE BORDA.</i>	495
<i>Exposé de divers objets de la Géographie physique, concernant les bassins terrestres des fleuves & rivières qui arrosent la France, dont on donne quelques détails, & en particulier celui de la Seine. Par M. BUACHE.</i>	504
<i>Observations Botanico-météorologiques, faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1766. Par M. DU HAMEL.</i>	510
<i>Sur la théorie de Mercure, où l'on détermine l'excentricité & le lieu moyen de cette Planète. Troisième Mémoire. Par M. DE LA LANDE.</i>	539

T A B L E.

<i>Eclaircissement sur les méthodes de trouver les Courbes qui jouissent de quelque propriété du maximum ou du minimum. Par M. le Chevalier DE BORDA.</i>	551
<i>Mémoire sur un mouvement particulier découvert dans une plante appelée Tremella. Par M. ADANSON.</i>	564
<i>Recherches sur le Calcul intégral. Par M. D'ALEMBERT.</i>	573
<i>Addition à la méthode pour la solution des Problèmes de maximis & minimis. Par M. FONTAINE.</i>	588
<i>Mémoire sur les Contre-coups. Par M. LAFOSSE, de la Société royale de Montpellier.</i>	614

F A U T E S À C O R R I G E R

dans les Mémoires de 1766.

- Page 85, ligne 21, Agricola croit le ciment, lisez Agricola croit ce ciment fait avec la pozzolane.*
- Page 342, ligne 26, après philosophiques, ajoutez le théâtre des Insectes de Mouslet & l'histoire abrégée des Insectes de M. Geoffroy, tome I, page 167.*

M.^{rs} DE MONTIGNY & MACQUER ont dit à l'Académie, qu'ayant fait exécuter à la Manufacture royale de porcelaine établie à Sève, le *giallino* d'après le procédé qu'a donné M. Fougereux dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1766, & l'ayant fait employer dans les couleurs; les Ouvriers ont déclaré que ce jaune donnoit une couleur plus dorée que celui reçu de Naples, & qu'il étoit plus aisé à employer. L'échantillon de cette couleur sur la porcelaine, a été déposé dans les Cabinets de l'Académie.

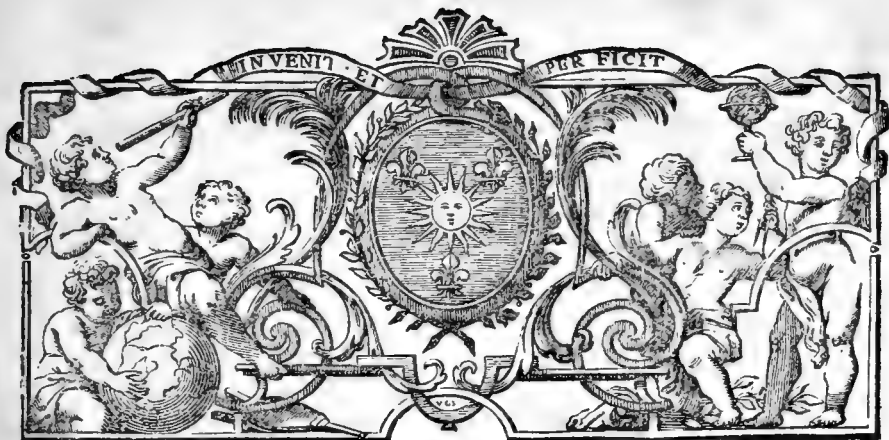
dans l'Histoire de 1767.

- Page 33, ligne 5, placées, lisez placés.*
- Page 38, ligne 1, faites, lisez fait.*
- Ibidem, ligne 11, vaec, lisez avec.*
- Page 53, ligne 3, maritines, lisez maritimes.*
- Page 67, ligne 20, unie à l'eau, lisez unie à l'un.*
- Page 113, ligne 36, Vaugoudy, lisez Vaugondy.*
- Page 122, ligne 4, ont pu, lisez a pu.*
- Page 129, ligne 10, nos relâches, lisez les relâches.*
- Page 135, ligne 18, hauteurs, lisez distances.*

dans les Mémoires de la même année.

- Page 251, lignes 17 & 26, toises, lisez parties.*
- Pages 275 & 276, à la marge, Fig. 2, lisez Fig. 3.*





HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCLXVII.



PHYSIQUE GÉNÉRALE.

*SUR LA POUDRE À CANON
EMPLOYÉE DANS SES DIFFÉRENS ÉTATS.*



L seroit peut-être difficile de décider si l'invention de la Poudre doit être mise au rang des découvertes utiles au genre humain, ou si l'on doit la regarder comme nuisible ; mais il est au moins certain que cette composition étant entre les mains de tout le monde, il est très-important d'en tirer tout le parti possible, & de corriger le plus qu'il se pourra, les abus qui se sont introduits

V. les Mém.
page 109.

Hist. 1767.

. A

dans son usage. C'est à en détruire un des plus considérables qu'est de l'incinération le Mémoire de M. l'abbé Nollet, duquel nous avons à parler; mais il ne sera peut-être pas inutile à l'intelligence de ce que nous avons à dire sur cette matière, de donner ici une idée de la manière dont on fabrique la poudre.

La poudre à canon est un composé de salpêtre, de soufre & de charbon de bois; ces matières sont unies par une longue trituration dans des mortiers de bois; on a soin pendant cette opération d'humecter ces matières avec de l'eau, tant pour empêcher qu'il ne s'en dissipe une partie en poussière, que pour prévenir l'inflammation qu'une longue trituration à sec ne manqueroit pas d'occasionner en échauffant ces matières.

L'eau dont on les imbibe a encore un autre usage; les molécules de la poudre, quelque bien mêlées qu'elles soient en sortant des mortiers, ne seroient pas susceptibles d'une inflammation assez prompte; elles sont trop serrées les unes contre les autres, & n'ouvrent pas au feu des passages assez considérables pour faciliter la promptitude de l'inflammation; c'est pour cette raison qu'on la retire des mortiers sous la forme d'une pâte presque sèche, mais conservant encore assez d'humidité pour se réduire en petits grains en passant à travers un crible où on la met, & par les trous duquel on l'oblige de passer, au moyen d'un plateau de bois pesant dont on la charge, & qu'on agite avec le crible dans le sens horizontal.

Ces grains une fois formés laissent entr'eux des vides & des intervalles qui favorisent la promptitude de l'inflammation: la matière de la poudre qui reste dans le crible sans se grainer, ou qu'on sépare des grains par le tamis, se nomme *pulverin verd*.

Une partie de la poudre qui se conserve dans les magasins; perd à la longue sa forme grenée & rentre dans l'état de pulverin; souvent même le salpêtre fleurit & s'en sépare; la poudre dans cet état se nomme *poudre décomposée*.

Le pulverin & la poudre décomposée avoient toujours été regardés dans le service de l'Artillerie comme des matières inutiles, ou du moins incapables de l'explosion nécessaire au canon & aux mortiers: on envoyoit même la poudre décomposée aux

moulins pour la rebattre lorsqu'il y en avoit une certaine quantité dans les magasins.

Cette opinion étoit tellement accréditée, que les plus habiles Officiers d'artillerie, que consulta sur ce point M. l'abbé Nollet, l'assurèrent que ni le pulverin ni la poudre décomposée n'étoient susceptibles d'explosion, & qu'ils ne feroient que fuser comme fait le salpêtre sur les charbons ardens.

Quelque confiance que M. l'abbé Nollet eût en leurs lumières, bien des raisons le persuadoient du contraire. On sait que la propriété de la poudre fut découverte par une explosion subite, & à laquelle le Chimiste ne s'attendoit pas, ce qui ne peut certainement convenir à une matière qui fuse, & d'ailleurs il est bien sûr que cette matière n'étoit pas grenée. Il arrive en second lieu, plus souvent qu'on ne voudroit, que la matière contenue dans les piles des moulins, & qui sûrement n'est pas grenée, s'enflamme & fait sauter le moulin avec un bruit très-considérable.

L'expérience seule pouvoit décider en pareille circonstance & on la fit d'abord en petit; un mortier d'épreuve qui jetoit un boulet de cuivre pesant vingt livres & qui étoit toujours pointé à 45 degrés d'élévation, fut choisi pour cette expérience, il fut chargé avec une once de pulverin neuf, qu'on mit dans la chambre du mortier sans le fouler, & on amorça avec du pulverin semblable; l'inflammation fut prompte & très-peu différente de celle de la poudre grenée, & le boulet fut chassé à 45 toises.

Dans une seconde expérience le pulverin ayant été légèrement foulé, la portée du boulet diminua de 10 toises & ne fut plus que de 35.

On soupçonna que cette diminution de portée venoit moins de ce que le pulverin avoit été foulé, que de ce que la charge n'emplissoit pas la chambre & laissoit un vide entr'elle & le boulet; on remplit ce vide avec un tampon de bois; les coups furent plus forts & le boulet chassé à 46 toises.

En composant la charge de parties égales de pulverin & de poudre grenée, l'effet fut moins grand qu'avec le pulverin seul, & le boulet ne fut chassé qu'à 39 ou 40 toises.

La portée fut de 45 toises & de 53 dans deux expériences qui furent faites avec une once de poudre grenée.

Il résulloit de tous ces faits que le pulverin neuf s'enflammoit subitement dans une arme à feu; qu'il pouvoit, même en petite quantité, jeter au loin des corps très-graves, soit qu'on ne le foulât point dans la pièce, soit qu'on le foulât médiocrement, & qu'enfin il ne paroïssoit différer en force que très-peu de la poudre grenée.

Ces conclusions, & sur-tout la dernière, quoique dictées par l'expérience, ne parurent pas assez certaines à M. l'abbé Nollet pour s'y tenir absolument, & il fut résolu entre lui & M.^{rs} les Officiers d'artillerie de la Fère, de répéter les expériences plus en grand, avec plus de soin, & en variant davantage les procédés.

On se servit pour cela d'un autre mortier d'épreuve, qui étoit fixé sous le même angle constant de 45 degrés, qu'on chargeoit de 19 onces, & dont la bombe vide pesoit 130 liv.

Avec 19 onces de poudre grenée la bombe fut chassée à 180 toises.

Avec pareille charge de pulverin, légèrement pressée avec le bouchon de foin, la portée ne fut que de 103 toises; mais on avoit remarqué qu'il étoit sorti par la lumière environ une once de pulverin, dont on ne put faire rentrer qu'une partie: on recommença donc l'expérience en empêchant le pulverin de sortir par la lumière, & les portées furent alors de 135 toises; & en employant 18 onces de pulverin & une once de poudre grenée, elles allèrent à 149 & 150 toises. La portée de la bombe, chassée par le pulverin, fut donc à celle de la même bombe, chassée par la poudre grenée; pour le premier cas, dans le rapport de 3 à 4; & pour le second dans celui de 5 à 6.

Il y a donc une différence marquée entre l'esfet du pulverin & celui de la poudre, lorsqu'on s'en sert pour le jet des bombes: il étoit question de voir si la même différence subsisteroit dans le service du canon.

On se servit pour les expériences d'une pièce de douze livres qui fut chargée alternativement de trois livres de poudre grenée & de trois livres de pulverin, & on tira sur le but du polygone, qui étoit

à 172 toises; quelques-uns des Officiers se tinrent près de la pièce, & d'autres près du but, à portée de voir sans risque le boulet y arriver: voici le résultat des expériences.

Les coups tirés avec le pulverin parurent un peu plus mous que ceux qui avoient été tirés avec la poudre grenée; cependant il falloit que la différence de vitesse fut bien petite, puisqu'on n'aperçut aucune différence dans la hauteur du boulet à son arrivée au but; ce qui seroit infailliblement arrivé si la vitesse avoit été sensiblement moindre avec le pulverin qu'avec la poudre. On remarqua aussi qu'en employant quatre livres de pulverin, au lieu de trois livres de poudre grenée, les coups étoient pour le moins aussi vifs que ceux qu'on tiroit avec la poudre.

Il demeurait donc certain, par des expériences incontestables, que le pulverin verd ou neuf pouvoit être employé aux mêmes usages que la poudre, en augmentant un peu la charge; mais un objet plus intéressant animoit la curiosité de M. l'abbé Nollet, c'étoit de savoir, si la poudre qu'on nomme *décomposée* seroit dans le même cas. Le temps qu'il avoit encore à rester à la Fère ne lui permettoit pas d'entreprendre la suite d'expériences nécessaire pour cet objet; il les remit à l'année suivante, en ayant cependant fait à la hâte quelques-unes qui lui donnèrent lieu d'avancer qu'il croyoit avoir au moins les mêmes effets avec la poudre décomposée qu'avec le pulverin neuf.

L'Officier qui avoit la direction du parc d'artillerie, ne paroissoit nullement persuadé que la poudre décomposée pût être employée avec succès: ce fut lui que M. l'abbé Nollet pria de présider à la préparation des matières qui devoient servir aux expériences, & on y en employa cinq différentes; 1.^o de la poudre grenée; 2.^o du pulverin neuf passé au tamis; 3.^o du poussier frais tiré du fond d'un baril nouvellement vidé; 4.^o de la poudre écrasée, mouillée & ensuite séchée; 5.^o enfin, de cette poudre qui a demeuré long-temps en poussier dans les magasins, & qu'on nomme *poudre décomposée*.

Les expériences furent répétées deux fois avec deux mortiers d'épreuves différens, fixés à l'angle de 45 degrés, & avec le même boulet de cuivre pesant soixante livres, & on tira chaque fois

quatre coups avec chacune de ces poudres, la charge étant toujours constamment de trois onces : voici quelles furent les portées moyennes, avec la poudre grenée, 96 toises $\frac{1}{2}$; avec le pulverin neuf passé au tamis, 82 toises; avec le poussier frais, 81 toises; avec la poudre écrasée, mouillée & séchée, 91 toises $\frac{1}{2}$; & enfin avec la poudre dite *décomposée*, 86 toises.

Ces résultats font voir évidemment que l'effet du pulverin & celui de la poudre décomposée, n'est que peu différent de celui de la poudre grenée; que ces matières ne doivent pas être regardées comme inutiles, & qu'elles peuvent être employées utilement dans les occasions de fêtes & de réjouissances, dans les écoles, & même dans le cas où une place assiégée manqueroit de poudre grenée, en augmentant seulement un peu les charges: ils font voir en outre que dans ces expériences, il ne faut pas tabler sur celles qui sont faites en petit, puisqu'elles ont donné des différences beaucoup moindres que celles qui ont été faites en grand, entre l'effet de ces matières & la poudre grenée. Il est donc nécessaire dans une recherche de cette espèce, de ne s'assurer que sur des expériences faites en grand & avec toutes les précautions nécessaires. Quoiqu'il en soit, ces poudres inutiles que M. l'abbé Nollet donne le moyen d'employer, sont un véritable présent qu'il fait à ceux qui seroient dans le cas de s'en servir, & dont il est aisé de sentir toute l'utilité.

SUR LA

LUMIÈRE DE L'EAU DE LA MER

DANS LES LAGUNES DE VENISE.

V. les Mém. page 120. **L'**ACADÉMIE s'est déjà, depuis long-temps, occupée de la recherche de la cause qui rend la Mer lumineuse. Plusieurs poissons qui ont la propriété d'être luisans dans l'obscurité, & sur-tout les daïls, dont M. de Reaumur a donné l'histoire en * *Voy. Hist. 1723* *, avoient donné lieu de soupçonner que la lumière de de 1723, p. 8. la Mer pouvoit bien n'être dûe qu'à une multitude de poissons

ou d'insectes plus petits, qui la rendoient lumineuse par eux-mêmes ou par leurs émanations.

Ce sentiment se trouve confirmé par les observations de M. l'abbé Nollet, dans les mers d'Italie, par celles que M. le Commandeur Godeheu fit en 1754^a dans les mers de l'Inde, & par celles de M.^{rs} Vianelli, Griselini, Von-Linné, Adler, Donati & plusieurs autres. ^{a Voy. Sav. Étrang. t. III, page 269.}

D'autres ont prétendu que la lumière de la mer étoit dûe à une matière phosphorique contenue dans la mer, qui se rassemblait à la surface en petits grains qui, en se crevant par le choc des vagues ou des corps solides, s'y étendoient & la rendoient lumineuse. Les observations de M. le Roi, rapportées dans le *III.^e Volume des Savans Étrangers* ^b, semblent appuyer ce sentiment. ^{b Ibid. p. 143.}

À quelque cause qu'on veuille attribuer la lumière de la mer, il est certain qu'on ne peut trop multiplier les observations sur ce sujet; & M. Fougeroux n'avoit garde, étant à Venise, de négliger d'observer les insectes lumineux que M. l'abbé Nollet avoit vus dans les lagunes.

Il eut d'abord quelque peine à les trouver, mais M. Griselini, avec lequel il eut occasion de conférer sur ce sujet, l'ayant instruit de leurs retraites, il se fit apporter une brassée de ces herbes marines qu'on connoît en Bretagne sous le nom de *Goëmon*, & en Normandie sous celui de *Varech*.

Ces herbes étant mises dans une chambre sans lumière, parurent parsemées d'une infinité d'étincelles très-brillantes, en prenant une des feuilles, sur lesquelles on voyoit briller une de ces étincelles, & l'examinant avec attention, on voyoit cette lumière changer de place & se promener sur la feuille; elle paroissoit comme un point un peu allongé, gros comme la tête d'une petite épingle, & ce point paroissoit s'allonger quand l'animal se dispoisoit à ramper.

M. Fougeroux examina ces points, ou plutôt ces animaux, à la loupe, & n'eut pas de peine à les reconnoître pour les Scolopendres, dont M. Griselini avoit donné la description & la figure, & qui n'a pas été moins exactement dessinée par M. Von-Linné dans ses *Amœnitates*; & voici ce qu'il remarqua en

examinant cet insecte; il brille comme les animaux terrestres lumineux quand il lui plaît, & il est le maître de rendre sa lumière plus ou moins vive; quelquefois son corps n'est que transparent, & quelquefois aussi il en sort des jets de lumière qui forment une étoile, & éclairent à quelque distance autour de lui: c'est par toute la partie postérieure qu'il brille; la tête seule demeure opaque, & si on écrase l'insecte sur du papier, il y laisse une longue traînée de lumière bleuâtre & transparente.

Il ne luit que tant qu'il a l'humidité nécessaire, & il périt en se desséchant; mais en conservant le goëmon chargé de ses insectes dans l'eau de mer, & ayant soin de la renouveler, ils conservent long-temps leur lumière; & lorsqu'on agitoit le goëmon dans l'eau, elle donnoit des étincelles qui produisoient quelquefois une traînée de lumière.

La lumière de ces animaux est un peu bleuâtre, & assez semblable à celles que rendent les animaux terrestres lumineux. M. Fougereux a cru en voir de deux différentes grandeurs, mais il ignore si cette différence de grandeur vient de la différence d'espèce ou de la différence de sexe.

Quoique les expériences que nous venons de rapporter, prouvent que la mer contient des animaux lumineux, cependant M. Fougereux incline fort à penser qu'ils ne sont pas la seule cause de la lumière de la mer, & il est persuadé que ceux qui ont pensé que les insectes en question en étoient l'unique cause, ont trop étendu leur idée, de même que ceux qui l'ont uniquement attribuée aux feux électriques. Selon lui les deux causes peuvent avoir lieu, & peut-être s'y en joint il une troisième; savoir une matière phosphorique, provenue de la pourriture des corps marins des plantes, &c. Dans l'une & dans l'autre hypothèse, & même en les adoptant toutes deux, il sera toujours facile d'expliquer pourquoi la mer n'est lumineuse que dans certains temps, puisque les animaux, d'une part, & l'électricité ou la matière phosphorique de l'autre, ont besoin de circonstances favorables, qui n'existent pas toujours pour produire de la lumière. Les matériaux de cette matière phosphorique existent dans la mer; mais M. Fougereux pense que le concours de l'air est nécessaire pour la faire briller; l'effort

l'effort des rames ou le choc du corps du bâtiment, feront crever les bulles chargées de cette matière, que leur légèreté aura fait monter à la surface, & elles donneront en s'ouvrant cette étincelle ou cette lueur que nous apercevons; peut-être cette matière est-elle trop volatile ou en trop petite quantité, pour qu'on la puise avec une petite quantité d'eau de mer, & M. Fougeroux regarde comme très-probable que la lumière de l'eau de la mer est également dûe aux Insectes lumineux & à la matière phosphorique ou électrique. Ce n'est pas le premier exemple de deux, ou même de plusieurs causes, qui concourent à produire le même effet.

SUR UN

MOYEN DE SE GARANTIR DE LA MAUVAISE ODEUR

DES PUISARDS.

IL arrive souvent que les cuisines, les offices, &c. des grandes V. les Mém. maisons, sont placées au-dessous du niveau du terrain, & page 133. qu'on ne peut faire écouler les eaux qui en proviennent que dans des puisards qu'on creuse pour cet usage; mais les graisses & les autres immondices que ces eaux y entraînent, fermentent en peu de temps & en font des cloaques qui infectent les cuisines & les autres souterrains, dans lesquels l'odeur rentre par le conduit même qui donne passage aux eaux, & les rend souvent inhabitables.

M. de Parcieux a imaginé un moyen très-simple de faire disparaître cet inconvénient; pour cela il place, dans l'épaisseur du mur qui sépare la cuisine ou le lavoir du puisard, à l'endroit par où se fait l'écoulement, une cuvette de pierre, à peu près de la figure d'un bac à passer l'eau, dont l'extrémité qui donne dans le puisard, a son rebord un pouce plus bas que le rebord du bout opposé qui est à niveau du pavé, & le milieu de cette cuvette est creux d'environ 6 pouces; c'est par cette cuvette que l'eau doit nécessairement passer dans le puisard, & jusque-là rien n'empêcheroit la mauvaise odeur du puisard de rentrer dans la cuisine: voici comment M. de Parcieux lui intercepte le passage;

vers le milieu de la cuvette il place transversalement une dalle de pierre dure qui entre dans deux entailles faites aux côtés de la cuvette, & qui descend d'environ un pouce plus bas que le bout de la cuvette le moins élevé. Il résulte de cette construction, que l'eau pourra toujours passer sous la pierre pour se rendre dans le puits, mais que cette pierre trempant toujours dans l'eau de la cuvette, interceptera absolument tout passage à l'air du puits pour rentrer dans la cuisine ou le lavoir, & qu'il ne s'agira, pour éviter toute odeur, que d'avoir soin de renouveler la petite quantité d'eau contenue dans la cuvette, pour l'empêcher de se corrompre; & en effet M. de Parcieux ayant fait sceller un pareil équipement à l'entrée d'un puits qui rendoit tous les souterrains d'une maison inhabitables, on n'en a plus senti la moindre incommodité.

Cette même invention a encore été employée par M. de Parcieux avec un égal succès dans une circonstance différente; M. le Comte de Maurepas avoit fait construire une glacière à Pontchartrain, dans un endroit où le fond glaiseux ne permettoit pas de former un puits, comme on le fait ordinairement, pour absorber l'écoulement de la glace: on avoit cru parer à cet inconvénient en formant une pierrée qui portoit les eaux de la glacière par-dessous terre, à un endroit plus bas de la colline où elle étoit creusée, & l'eau s'écouloit en effet par-là. Mais on n'avoit pas prévu que l'air y entreroit par le même endroit, & que cette colonne, plus longue que celle qui se présentait à la porte de la glacière, s'y porteroit avec vitesse, & charieroit continuellement un air chaud qui fondroit la glace: c'étoit en effet ce qui étoit arrivé, il s'établissoit par cette issue un courant d'eau & la glacière se vidoit d'elle-même, de manière que, sans qu'on y eût pris de la glace, elle étoit absolument vide dès le mois d'Août, quoiqu'elle contint près de 36 toises cubes de glace. La cuvette de M. de Parcieux, placée à l'entrée de la pierrée dans le mur de la glacière, a fait absolument disparaître cet inconvénient, & la glacière est au rang de celles qui conservent le mieux la glace. On ne pouvoit pas apporter de remède plus simple que celui-ci à des inconvénients aussi incommodes que ceux dont nous

venons de parler, mais il n'étoit cependant ni simple, ni aisé de le trouver; & on n'en doit pas moins de reconnoissance à M. Deparcieux pour avoir imaginé cette ingénieuse méthode.

SUR LES TROMBES DE MER.

IL arrive rarement sur terre, mais très-souvent en mer, qu'on aperçoit un amas de vapeurs semblable à une grosse nuée, qui s'allonge de haut en bas en partant d'une nuée, ou qui s'élève de bas en haut en allant joindre la nuée qui est au-dessus, & qui forme une colonne plus large par le haut que par le bas; cette colonne fait entendre autour d'elle un bruit semblable à celui d'une mer agitée, elle jette souvent autour d'elle beaucoup de pluie & de grêle; quelquefois même il en sort des éclairs & des coups de tonnerre, & ce terrible phénomène est capable de renverser les vaisseaux, les maisons, les arbres, & tout ce qui se trouve sur son passage. Les Marins le connoissent sous les noms de *Trombe*, *Puchot* ou *Typhon*; ils font leur possible pour s'en éloigner, mais s'ils ne peuvent éviter de s'en approcher, ils tâchent de rompre la colonne à coups de canon, & quelquefois ils y réussissent.

V. les Mém.
page 409.

Un phénomène si singulier méritoit bien qu'on en recherchât les causes, aussi en a-t-on donné plusieurs explications.

Une des plus ingénieuses est celle qui fut donnée en 1727; par M. Andoque, de l'Académie de Béziers, & que l'Académie a publiée dans son Histoire *. Il admet pour cause des trombes, tant de mer que de terre, deux courans parallèles, de direction opposée, établis dans l'air à une médiocre distance l'un de l'autre, & qui forcent la partie immobile de l'atmosphère qui est entre deux, à prendre le mouvement de tourbillon; de-là il déduit la figure conique du tourbillon, dont la partie supérieure doit prendre plus aisément le mouvement circulaire, parce qu'elle est moins chargée, la grande condensation des nuages, l'espèce de fumée & le bruit qui accompagne souvent le phénomène; mais quelque ingénieuse que soit cette explication, il s'en faut bien qu'elle

* Voy. Hist
de l'Acad. d
1727, page 56

explique tout ce qu'on observe dans ce phénomène, elle le suppose toujours accompagné de deux vents violens, & souvent il arrive en calme; de plus la trombe devoit, selon M. Andoque, toujours venir du nuage, & souvent c'est la mer qui s'élève la première vers le nuagé.

D'autres ont attribué les trombes à des exhalaisons souterraines dont on fait que le fond de la mer & celui des lacs ne sont pas toujours exempts, mais une seule observation suffit pour rendre suspect tout ce système; les trombes ont souvent un mouvement qui leur fait suivre le nuage auquel elles semblent tenir, & on ne peut raisonnablement supposer ce mouvement, ni aux volcans, ni aux exhalaisons souterraines qu'on leur donne pour cause, & moins encore expliquer par ce moyen la formation des trombes qui paroissent partir du nuage, & que M. Briffon nomme *trombes descendantes*, comme il nomme *ascendantes* celles qui paroissent commencer par s'élever de la mer; il est, selon lui, une explication plus simple, plus naturelle & qui répond mieux à tout ce qui s'observe dans ce phénomène.

Il la tire de l'Électricité, il n'est pas douteux aujourd'hui que l'air & les nuées ne soient souvent très-électriques, & qu'on ne doive leur attribuer les phénomènes du tonnerre & des orages: rien n'empêche donc de leur attribuer aussi ceux des trombes qui paroissent y avoir beaucoup de rapport.

On fait que deux corps, dont l'un est électrique & l'autre ne l'est pas, étant placés à une certaine distance, ils ont l'un vers l'autre une espèce de tendance qui les porte à s'approcher s'ils sont libres: si donc une nuée orageuse, & par conséquent fortement électrique, se présente à une distance convenable de la terre, il est certain que la partie de la nuée la plus voisine de la terre, sera attirée & s'allongera en descendant vers la terre, & voilà une trombe descendante, il ne peut y en avoir d'autres sur terre; mais si la nuée se trouve sur la mer ou sur une grande quantité d'eau, une partie de cette eau sera attirée vers le nuage & formera une trombe montante. On voit bien que le plus ou moins de force électrique du nuage doit introduire de grandes variations dans le phénomène, & que dans ce cas la trombe sera ascendante

si le courant de matière électrique qui sort de la mer est le plus fort; descendante, si c'est celui de la nuée qui l'emporte; & participant de l'une & de l'autre, si les deux courans sont égaux en force: que cet effet n'aura lieu que dans le point du nuage le plus voisin de la mer; mais que dans les environs de ce point il y aura une infinité de particules d'eau très-menues, attirées, qui formeront une espèce d'atmosphère à la trombe, & que la collision des deux courans électriques fera entendre le bruit qui accompagne presque toujours ce phénomène.

Quelque naturelle que parût cette explication, M. Briffon a voulu s'en assurer par une expérience, faite en petit, à la vérité, mais dans les circonstances les plus semblables qu'il a été possible. Il a donc approché un tube électrisé à quelques pouces de distance de la surface de l'eau contenue dans un vase de métal; aussitôt l'eau s'est élevée en forme de monticule, jusqu'à ce qu'il en soit parti une étincelle; après quoi elle est retombée, & le côté du tube qui regardoit l'eau, s'est trouvé couvert de très-petites parcelles d'eau: cette expérience représente d'autant plus parfaitement ce qui se passe dans la trombe de mer, qu'effectivement celles qui donnent des coups de tonnerre, ne manquent pas de se dissiper aussitôt. On voit bien que si le tube avoit été composé de parties mobiles, il auroit pu arriver qu'il se seroit formé une trombe descendante.

La figure de cône renversé que prend presque toujours la colonne, est encore une suite naturelle de cette explication; les rayons partant d'un corps électrique sont d'abord divergens, mais à l'approche d'un corps non-électrique, ils deviennent convergens, & la même chose doit arriver à ceux de la nuée: il peut même arriver que deux trombes, l'une ascendante & l'autre descendante, se joignent par leur pointe ou s'approchent seulement l'une vis-à-vis de l'autre, sans être absolument contiguës; en un mot, l'analogie entre les phénomènes des trombes & ceux de l'électricité, se soutient si constamment, qu'il est bien difficile de se refuser à regarder l'idée qu'a donnée M. Briffon, comme fondée sur la Nature & sur l'expérience, & comme une des plus ingénieuses explications qui ait été donnée de ce phénomène.

SUR L'EAU.

LES Anciens admettoient quatre élémens, c'est à-dire quatre matières primitives & inaltérables, qui entroient plus ou moins dans la composition de tous les corps; ces matières primitives étoient l'air, l'eau, la terre & le feu : cette idée a été adoptée par presque tous les Physiciens, nous disons presque tous, parce qu'il s'est effectivement trouvé quelques Modernes qui l'ont rejetée, & ont prétendu que ces substances qu'on donnoit pour élémens primitifs & inaltérables, étoient eux-mêmes composés d'autres substances & pouvoient changer de forme. On s'est sur-tout attaché à faire voir que l'eau que nous avons, pour ainsi dire, sous la main plus qu'aucune autre substance élémentaire, pouvoit être convertie en terre, & par conséquent n'étoit ni simple ni inaltérable. On conçoit assez que cette assertion, si elle étoit vraie, renverseroit toutes les idées reçues, & détruiroit sans retour toute la certitude qu'on peut attendre des analyses chimiques, puisqu'on ne seroit jamais sûr que les substances venues de la décomposition d'un mixte, ne fussent pas le produit de l'opération plutôt que les matières qui les composoient.

Ceux cependant qui ont attaqué l'*inaltérabilité* de l'eau, si on peut employer ce terme, ne l'ont pas fait sans y être autorisés par des raisons assez fortes. Ce point ayant été discuté dans l'Académie à l'occasion du projet formé par M. Deparcieux, d'amener à Paris les eaux de l'Yvette, M. le Roi a cru qu'il méritoit d'être examiné avec la plus grande attention, & cela d'autant plus qu'il est extrêmement important de savoir à quoi s'en tenir sur un sentiment qui tend à renverser l'idée si ancienne de l'inaltérabilité de l'eau, & c'est de la dissertation que M. le Roi lût à ce sujet, que nous allons rendre compte, en présentant, autant qu'il nous sera possible, dans toute leur force, les faits allégués par les partisans de la transformation de l'eau, & les raisons & les preuves par lesquelles cet Académicien fait voir qu'on n'en peut rien conclure contre le sentiment de ceux qui regardent l'eau comme inaltérable.

La plus ancienne de ces expériences est celle de Vanhelmont, il planta une branche de saule dans de la terre de jardin desséchée au four, & cette branche crut & acquit un poids & un volume considérable en l'arrosant simplement avec de l'eau pure, & sans que la terre parût avoir perdu la plus petite quantité de son poids; l'eau étoit donc capable de se corporifier, pour ainsi dire, & de se changer en la substance du bois; elle n'étoit donc pas inaltérable.

Boyle, dans son *Traité de l'origine des formes*, rapporte qu'un de ses amis ayant distillé jusqu'à deux cents fois de l'eau de pluie, avoit trouvé que cette eau donnoit toujours un résidu terreux, tellement que, selon cette relation, une once d'eau produisit à la fin les trois quarts de son poids en terre, sur quoi il est à remarquer que Boyle n'avoit pas fait lui-même cette expérience, mais qu'il la tenoit d'un autre qui vraisemblablement avoit été trompé par quelque circonstance; ce résultat étant hors des bornes de toute possibilité, revenons à des expériences plus certaines.

Nous pouvons mettre en ce rang la belle expérience par laquelle M. du Hamel a si fort enchéri sur celle de Vanhelmont, & qui est rapportée dans les *Mémoires de l'Académie de 1748* *, où il en donne tout le détail. Indépendamment de plusieurs autres tentatives, il avoit élevé un chêne sans autre aliment que de l'eau filtrée ou distillée; ce chêne avoit crû pendant tout le temps de l'expérience qui a duré plus de huit années, d'abord plus vivement que s'il eût été en terre, ensuite beaucoup plus faiblement; mais enfin il avoit toujours crû, & n'a péri que parce qu'on le laissa manquer d'eau pendant un voyage que M. du Hamel fut obligé de faire. On ne pouvoit pas soupçonner ici, comme dans l'expérience de Vanhelmont, que la terre lui eût fourni quelque chose, & il est très-certain que toute la substance solide de ce chêne lui avoit été fournie par de l'eau filtrée, & par conséquent exempte de molécules grossières.

M. Margraff, de l'Académie royale des Sciences de Berlin, a entrepris une nouvelle analyse de l'eau, dont le résultat semble donner du poids à l'opinion de la mutabilité de l'eau, & dans

* *Voy. Hist. de*
1748, p. 71,
& les *Mémoires*,
page 272,

laquelle il a pris toutes les précautions que son génie & son savoir lui ont pu suggérer. Il n'a employé dans ses expériences que de l'eau de pluie ramassée dans les mois d'hiver où l'air est le moins chargé de matières étrangères; toujours recueillie dans des grands vases de verre & avec l'attention de ne recevoir que celle qui tomboit après plusieurs heures de pluie pour laisser le temps à la première pluie d'abattre tous les petits corps étrangers qui auroient pu être suspendus dans l'air.

M. Margraff ayant amassé environ trois mille six cents onces d'eau de pluie, recueillie avec toutes les précautions que nous venons d'exposer, il la mit en distillation dans des vaisseaux de verre qu'il avoit eu soin de tenir extrêmement propres, & la distillation se fit à une chaleur assez modérée pour ne pas faire bouillir l'eau : lorsque l'eau contenue dans chaque vaisseau distillatoire, étoit réduite au quart, il mettoit à part ce quart qui restoit, & remettoit de nouvelle eau jusqu'à ce qu'il eût distillé à peu-près les vingt-quatre vingt-cinquièmes de son eau; & par ce moyen il eut toutes les parties hétérogènes qui ne s'étoient pas pu élever avec l'eau, concentrées & rassemblées dans ce vingt-cinquième d'eau non distillée. Il n'est pas nécessaire d'ajouter que cette eau, ainsi surchargée de parties étrangères, étoit trouble. M. Margraff la concentra encore en continuant de la distiller dans de plus petites cornues; cette eau ayant ensuite été évaporée jusqu'à un certain point & filtrée par le papier gris, laissa sur le filtre une terre calcaire blanchâtre tirant sur le jaune, très-fine & pesant cent grains ou un gros vingt-huit grains : la liqueur filtrée n'étoit pas claire, elle avoit un ceil d'opale qui faisoit voir que la matière non dissoute qui étoit restée sur le filtre, n'étoit pas la seule qu'elle contint; mais qu'outre cette terre, il y avoit encore dans l'eau des parties salines dissoutes qui avoient passé avec elle par les pores du filtre : pour s'en éclaircir, M. Margraff y versa une solution de sel de tartre très-pur, & ayant fait les opérations nécessaires, il obtint des cristaux en aiguilles qui étoient de véritable salpêtre & quelques autres cristaux cubiques qu'il reconnut pour du vrai sel marin, les uns & les autres étoient bruns; preuve évidente que malgré
les

les précautions qu'avoit prises M. Margraff pour avoir son eau de pluie bien pure, elle tenoit cependant des particules huileuses & visqueuses.

L'eau distillée cette première fois, fut soumise à douze nouvelles distillations, dans lesquelles elle donna toujours quelques particules de terre, tellement qu'en ramassant les produits des treize distillations, il se trouva que les 3600 onces d'eau avoient produit 1 gros 60 grains ou la 14400.^e partie de son poids, d'une terre calcaire très-fine & quelques grains d'acide nitreux & d'acide marin; l'eau de neige recueillie avec les mêmes précautions que l'eau de pluie, a donné les mêmes résultats, il s'y est trouvé seulement un peu plus d'acide marin.

Cette opiniâtreté de l'eau à toujours donner de la terre dans les distillations, engagea M. Margraff à continuer de la distiller, pour voir si elle en donneroit encore; mais il introduisit quelques différences dans le procédé, l'eau n'avoit point bouilli dans les treize premières distillations; dans les suivantes qui furent au nombre de trente, cette eau déjà distillée treize fois, fut toujours tenue bouillante, & il observa de plus de se servir d'un vaisseau qui étoit d'une même pièce avec le récipient: on y introduisit l'eau par un trou qui fut exactement bouché, & quand toute l'eau avoit passé par la distillation dans le récipient, on la faisoit repasser dans le vaisseau pour la distiller de nouveau; par ce moyen, M. Margraff étoit sûr qu'aucun atome de la poussière extérieure ne pouvoit s'y mêler.

À mesure que les distillations se multiplioient, l'eau devenoit de plus trouble en plus trouble, la terre se manifestoit davantage, & cette terre paroïssoit semblable à celle que les premières distillations avoient donnée.

M. Margraff voyant que l'eau donnoit constamment de la terre à toutes les distillations, voulut voir ce que produiroit sur elle l'agitation: dans cette vue, il attacha à une aîle de moulin une bouteille d'eau distillée, & l'y laissa tourner long-temps; cette eau resta toujours limpide, mais celle à qui on fit éprouver long-temps des secousses qui l'agitoient alternativement en sens contraire, donna de la terre calcaire & des sels.

La même chose, ou presque la même chose, arriva à de l'eau de pluie très-pure, que M. Margraff avoit bien enfermée dans un vase exposé au soleil; il s'excita au bout d'un mois un mouvement intestin dans la liqueur; il s'y éleva des petites bulles, & il s'y forma un limon verdâtre qui s'attacha aux parois & au fond du vaisseau.

L'eau de pluie distillée dix ou douze fois, & exposée au soleil dans un vase, de manière qu'elle puisse s'évaporer sans que la poussière puisse s'y mêler, laisse après son évaporation une terre toute semblable à celle que donne la distillation.

Les expériences de M. Margraff, que M. le Roi s'est fait un devoir de rapporter avec toutes leurs circonstances, prouvent donc incontestablement que l'eau de pluie, quoique très-pure, contient cependant une terre calcaire, une substance visqueuse ou mucilagineuse, un peu d'acide nitreux & un peu d'acide marin.

Nous disons, les expériences de M. Margraff, car celles que rapporte Boyle, n'ayant point été faites par lui-même, & s'écartant si fort du résultat de celles de M. Margraff, ne paroissent mériter aucune attention, on a quelque lieu de s'étonner qu'un Physicien aussi éclairé que M. Newton ait pu, sur un pareil fondement, adopter l'opinion de la transformation de l'eau en terre.

Mais peut-on conclure des expériences que nous venons de rapporter, que cette transformation soit possible; c'est ce que M. le Roi ne pense nullement, & nous allons rapporter les raisons qui l'engagent à croire que les expériences ne fournissent aucune preuve solide de ce prétendu phénomène; mais avant que de les rapporter, il ne sera peut-être pas inutile de rappeler ici le principe sur lequel elles sont fondées.

La distillation élève les matières en raison de leur volatilité; on sait que tous les corps n'ont pas la propriété d'être enlevés par l'action du feu, & que parmi ceux qui l'ont, il y en a qui s'enlèvent bien plus facilement que les autres, ou qui, pour parler le langage de la Chimie, sont plus volatils que les autres; les sels en général ne s'élèvent qu'en se décomposant, & par une extrême violence du feu, encore n'est-ce que leur partie acide, l'alkaline demeurant obstinément au fond de la cornue.

Les parties des corps réellement dissous dans l'eau, passent avec elle par les pores du filtre, & ce moyen seroit insuffisant pour les en séparer.

Plus les corps mêlés avec l'eau lui sont adhérens, plus leurs molécules sont fines, & plus aussi ils peuvent s'élever facilement avec elle, & par conséquent être portés à une plus grande hauteur que d'autres molécules plus grossières & moins adhérentes; l'eau réduite en vapeurs auroit abandonné ces dernières beaucoup plus tôt: appliquons maintenant ces principes.

La partie de la terre mêlée avec l'eau, & qui lui est très-peu adhérente, en est aisément séparée par le filtre, & on dépouille l'eau qui a passé par ses pores, des acides qu'elle contient, en les obligeant de se cristalliser.

Mais que fera-ce si nous pouvons prouver, qu'une partie de la terre & des acides, joints à l'eau de pluie, a été élevée jusqu'à la hauteur des nuées avec les vapeurs qui ont formé la pluie en se condensant. Pouvons-nous espérer que des substances, réduites en parties assez fines & assez adhérentes aux parties de l'eau, pour être élevées avec cette eau réduite en vapeurs à la hauteur des nuées, en puissent être séparées par les distillations qu'on fait dans les laboratoires, où on n'élève les vapeurs qu'à quelques pieds. Il ne doit donc s'en séparer à chaque distillation, qu'une partie qui ira toujours en diminuant, sans qu'il soit peut-être au pouvoir des hommes de parvenir à en dépouiller l'eau parfaitement; les dernières parties de terre & d'acide, étant vraisemblablement assez fines & assez adhérentes aux molécules d'eau pour s'élever avec elles au même degré de chaleur qui suffit pour réduire l'eau en vapeurs, & ne s'en séparant qu'à mesure que la diminution de l'eau, inévitable dans ces occasions, où une forte ébullition oblige les moins tenues à se séparer.

Or il n'est pas difficile de prouver que la terre contenue dans l'eau de pluie, employée par M. Margraff, s'étoit élevée avec les vapeurs; si on veut bien se rappeler les précautions avec lesquelles elle avoit été recueillie, & que nous avons rapportées. M. Margraff ne prenoit que celle qui tomboit après qu'il avoit déjà plu deux ou trois heures, & dans les mois où l'air est le

moins chargé de corps étrangers; le peu qui pouvoit s'y trouver de ces corps avoit été sûrement précipité par deux ou trois heures de pluie précédente, & cependant l'eau en contenoit une quantité considérable, & il n'est pas probable que parmi ces molécules de terre & des acides nitreux & marin, il ne s'en soit pas trouvé de plus déliées & de plus adhérentes aux parties de l'eau; les plus grossières en ont été séparées par le filtre & par les premières distillations; mais il en sera demeuré d'autres, dont quelques-unes auront été séparées par les distillations suivantes, par le trémouffement donné à l'eau, & sur-tout par l'ébullition forte & continue qu'on lui a fait subir. Il doit seulement être arrivé, que la quantité de ces résidus ait toujours été en diminuant, sans que cependant on puisse s'assurer de la possibilité de dépouiller entièrement l'eau de ces matières qui étoient mêlées avec elle lorsqu'elle s'élevoit en vapeurs pour former les nuages: que si l'on doutoit que ces matières fussent mêlées avec l'eau lorsqu'elle s'élevoit en vapeurs, & si l'on croyoit qu'elles n'eussent été que ramassées par la pluie en tombant, malgré les précautions dont nous avons parlé, la neige qui se forme à une très-grande hauteur, & qui cependant donne les mêmes résidus, prouveroit combien ce doute seroit mal fondé.

D'ailleurs, toutes les terres résultantes des différentes distillations, sont de même nature que celle qui est séparée de l'eau par le filtre dans les premières opérations, & celle-ci n'a jamais été regardée comme le produit de l'eau, mais comme une matière étrangère qui y étoit jointe. Pourquoi mettre les autres dans une classe différente? On ne doit admettre un principe extraordinaire que lorsque ceux qui sont connus sont absolument insuffisans pour expliquer un fait proposé: nous venons de faire voir que le fait en question s'explique, & même assez facilement, sans supposer d'autres principes que ceux qui sont admis de tous les Physiciens.

L'accroissement du saule de Vanhelmont, & celui du chêne de M. du Hamel, ne sont pas plus difficiles à expliquer, sans admettre la transformation de l'eau en terre; ils ne le doivent l'un & l'autre qu'aux parties terreuses & salines que contient toujours l'eau, selon M. le Roi, lors même qu'elle a été filtrée

ou distillée; aussi cet accroissement étoit-il beaucoup plus lent que celui d'arbres semblables élevés à l'ordinaire & dans la terre.

Puisque l'eau de pluie, exposée à un battement continu & alternatif, donne constamment de la terre calcaire & des acides absolument semblables à ceux qu'elle donne par la distillation, on ne peut certainement regarder ces derniers comme le produit d'une transformation de l'eau en terre; il seroit plus qu'extraordinaire que la simple agitation pût produire cet effet; d'ailleurs la simple évaporation le produit; & l'eau de pluie, distillée & enfermée dans des vaisseaux où la poussière ne pouvoit pénétrer, s'est totalement évaporée, & a laissé une terre calcaire absolument semblable à celle qui reste après les distillations les plus répétées: il est d'ailleurs constant, par une infinité d'expériences, & surtout par celles de M. Cadet, que le verre réduit en poudre ou porphyrisé, se mêle tellement avec l'eau, qu'il n'en altère pas même la transparence.

Il y a plus, non-seulement l'eau laissée après la distillation une terre calcaire, mais elle laisse encore une quantité, petite à la vérité, mais très-perceptible d'acide nitreux & d'acide marin, & d'une matière mucilagineuse. Il faudroit donc dire aussi que l'eau se convertit en acide & en mucilage, ce qui est si absurde que personne n'a jamais osé l'avancer.

L'opinion de ceux qui soutiennent que l'eau peut être transformée en terre, n'est donc établie que sur ce qu'ils regardent comme inexplicable, sans cela, qu'après un grand nombre de distillations, l'eau donne encore de la terre, & qu'ils regardent cet effet comme une preuve de la transformation de l'eau en terre; mais la difficulté qu'ils trouvent dans l'explication de ce phénomène, ne vient que de ce qu'ils supposent, qu'après un certain nombre de distillations, toute la terre qui pouvoit être jointe à l'eau doit en être dégagée: or rien n'est plus gratuit que cette supposition; il est souverainement difficile d'obtenir des êtres simples, & les Chimistes éprouvent cette difficulté tous les jours.

Nous avons fait voir d'ailleurs, que des parties de terre, & même de verre, peuvent être assez fines pour s'enlever avec les molécules d'eau, auxquelles elles sont adhérentes, & que par

conséquent il étoit impossible que la distillation l'en dépouillât parfaitement.

Il est donc bien constant que les expériences, rapportées par les défenseurs de la transformation de l'eau en terre, ne concluent rien en faveur de cette opinion, & qu'on peut regarder cette substance comme inaltérable, du moins jusqu'à ce qu'ils aient allégué en faveur de leur sentiment des preuves plus décisives.

O B S E R V A T I O N S

D E P H Y S I Q U E G É N É R A L E.

I.

ON fait que la Cigale est extrêmement commune dans l'Italie, la Provence, le Languedoc, & en général dans les pays chauds ; mais on ne croyoit pas possible qu'elle vécût dans la partie septentrionale du royaume. M.^{rs} du Hamel avoient autrefois envoyé à M. de Reaumur, dans le temps qu'il travailloit à son histoire des Insectes, des dépouilles d'insectes que ce Physicien reconnut pour être celles des nymphes des cigales ; mais il ne put se persuader que la cigale qui les avoit produites fût originaire de Denainvilliers, qui n'est qu'à vingt-une lieues de Paris. M. Fougeroux a levé sur ce point toute difficulté ; il a fait voir à l'Académie une cigale, qu'il avoit prise vivante à Denainvilliers, & en dernier lieu une nymphe de cet insecte, qu'il avoit aussi trouvée vivante : les habitans du lieu les connoissent & tirent même un bon augure pour leurs récoltes, lorsqu'ils en entendent beaucoup. Peut-être avec des recherches plus exactes en trouvera-t-on encore plus près de Paris ; du moins les observations de M. Fougeroux prouvent-elles, qu'à vingt-une lieues au sud de cette capitale, elles peuvent vivre & se multiplier.

I I.

Voici encore une espèce d'animal qu'on croit communément étranger, non-seulement à la France, mais même à l'Europe ;

c'est le castor qu'on regarde comme habitant naturel de la partie septentrionale de l'Amérique; il est cependant vrai qu'on en voit dans la France, & même dans la partie la plus méridionale de ce royaume; on en trouve sur les bords du Rhône, dans la partie de ce fleuve voisine de *Saint-Andeol*, sur le *Gardon d'Alais* & sur celui d'*Anduze*, & dans la rivière du *Vistre*; on ne le connoît point dans ce pays sous le nom de *Castor*, mais sous celui de *Bièvre*, ou en langage du pays, *Biure*. Il n'y a guère plus de dix-huit ans qu'on s'est avisé d'en tirer parti, avant ce temps on n'en faisoit pas plus de cas que d'un chien mort: un Chartreux s'avisa le premier d'en faire mettre un à l'étuvée; on sait que ces Religieux, qui sont maigre toute l'année, mangent des animaux aquatiques, & sur-tout des loutres très-analogues au castor; il n'eut pas lieu de s'en repentir, la chair en fut trouvée excellente, & sur-tout celle de la queue, qui est le morceau le plus délicat: depuis ce temps on mange du castor, on en met en pâte & on en conserve même les cuisses toutes cuites dans l'huile. La plupart de ceux qui en tuent, les portent aux Chartreux qui les achètent assez cher. On se sert de leur peau pour les mêmes usages auxquels on emploie celle des castors de Canada; les castors de France ont, comme ces derniers, les deux poches qui contiennent cette matière connue sous le nom de *castoreum*, elle est sous différente forme dans les deux poches: la supérieure contient du *castoreum* presque fluide, il est plus épais dans la poche inférieure; en conservant cette matière dans un vaisseau de verre bien bouché, elle conserve sa liquidité & une odeur plus vive que n'a le *castoreum* desséché; elle perd seulement un peu de sa fluidité dans les grands froids. Ces animaux étoient autrefois beaucoup plus communs en Languedoc qu'ils ne le sont aujourd'hui; on prétend que les inondations en ont fait périr un grand nombre; leur rareté pourroit aussi venir de ce que les riverains du Rhône les détruisent autant qu'ils peuvent, parce que ces animaux coupent & rongent les plantations de saules qu'ils font sur les bords de ce fleuve, & qui sont pour eux d'un grand revenu: il ne seroit peut-être pas inutile d'examiner s'il ne seroit pas plus avantageux de sacrifier les saules aux castors que de sacrifier les castors aux saules. Tout

ce détail est tiré d'une lettre de M. Montet, de la Société royale des Sciences de Montpellier, qui a déjà enrichi l'Histoire de l'Académie d'un grand nombre d'observations intéressantes.

I I I.

M. Fourcroy de Ramecourt, Brigadier des Armées du Roi, Ingénieur en chef à Calais, & Correspondant de l'Académie, a mandé à M. du Hamel que le 2 Janvier 1767, la mer s'étoit élevée à Calais d'une manière extraordinaire. Le baromètre qui s'étoit soutenu les jours précédens à 28 pouces 9 lignes, étoit tombé assez promptement à 27 pouces 7 lignes, & il souffloit un vent de nord-nord-ouest très-fort, mais sans bouffées: le plein de la mer devança d'environ une demi-heure le temps auquel il devoit arriver, & elle s'éleva de 39 pouces au-dessus du terme réduit des vives eaux ou grandes marées: excepté une seule marée de 1736, qui excéda ce terme, on ne se souvenoit point à Calais d'y avoir vu la mer si haute; cent trente-trois travées des jetées en bois, qui, à la vérité, étoient vieilles & en mauvais état, ont été renversées par ce flot extraordinaire.

M. de Fienne, Ingénieur en chef à Gravelines, a mandé à M. Fourcroy, que la mer qui avoit déjà été plus élevée qu'à l'ordinaire la nuit du 1 au 2 Décembre, parut pleine le 2 dès midi & demi; qu'elle eut alors trois alternatives de décroissement & d'accroissement jusqu'à une heure & demie, & qu'à cette dernière vibration elle monta de vingt-cinq pouces au-dessus du terme des plus grandes vives eaux. M. Poisson, Ingénieur en chef à Dunkerque, a aussi informé M. Fourcroy, que la marée étoit montée de cinquante-deux pouces au-delà du repaire des grandes vives eaux, & que quelques personnes l'avoient assuré qu'on avoit entendu un coup de tonnerre vers les sept heures du matin; M. Fourcroy présume que la cause physique de ces marées extraordinaires, quelle qu'elle pût être, avoit son foyer ou centre d'effort au nord de Calais, puisqu'elles ont été d'autant plus hautes qu'on étoit plus au nord-est de cette ville.

I V.

Le 13 Août 1766, la chaleur fut extrême à la Guadeloupe :
sur

sur les cinq heures du soir, le ciel parut au couchant comme enflammé, & le vent qui étoit à l'est sauta au nord-ouest, & souffla avec violence; tous les habitans étoient dans la consternation & attendoient quelque fâcheux événement; cependant ils n'eurent à essuyer qu'un grand vent avec quelques coups de tonnerre, & leur frayeur se dissipa; ce ne fut pas pour long-temps: dès le 18 Septembre, les mêmes apparences s'observèrent, excepté qu'il régnoit alors un calme plat, ce qui présage ordinairement en ces quartiers un ouragan & un tremblement de terre; on ressentit effectivement dans l'île quatre secousses pendant la nuit; la première à minuit, & les trois autres vers quatre heures & demie du matin; mais le jour étant venu on vit la souffrière jeter de la fumée plus qu'à l'ordinaire, ce qui rassura les habitans.

Pour comprendre la raison de ce dernier a-ticle, il est nécessaire de savoir, qu'il y a dans l'île de la Guadeloupe une montagne qui jette de temps en temps de la fumée & des flammes, par deux bouches placées à son sommet; cette montagne est extrêmement haute; les nuages passent à peu près à la moitié de sa hauteur; on emploie deux heures à y monter, ou plutôt à y gravir en se cramponnant aux pierres, & on doit se pourvoir de liqueurs fortes pour parer au froid excessif qu'on éprouve au sommet; près des bouches qui sont à ce sommet, il y a un étang dont on ne connoît pas le fond, & qui contient du poisson de mauvaise qualité. Avant 1738, l'île étoit sujette à beaucoup de tremblemens de terre; vers cette année les deux bouches s'aggrandirent, & la matière brûlante du volcan trouvant une plus facile issue, causa moins de secousses dans l'île. Depuis 1745, les bouches se sont fermées, & on trouve en leur place une multitude de petites crevasses par où il sort de la fumée, & où l'on ramasse facilement à la main la plus belle fleur de soufre. Il est aisé de voir, par tout ce que nous venons de dire, pourquoi la grande quantité de fumée qui sort de la montagne, rassure les habitans sur les tremblemens de terre.

Le 6 Octobre, le vent étant au nord & assez modéré, il devint tout-à-coup extrêmement modéré; la mer paroissoit au loin très-mauvaise, & le temps très-chargé; sur les cinq heures du

soir, la pluie qui avoit duré toute la journée, fit déborder l'étang qui est au-dessous de la soufrière; les rivières sortirent de leur lit; presque toutes même s'en sont fait de nouveaux : la plus grande partie des vivres de ces quartiers, & plus de cent maisons ont été emportées par les torrens; le vent & la marée ont fait aussi les plus grands ravages, & tous les bâtimens qui étoient dans ces parages ont péri, les uns à la côte & les autres à la mer. Ce détail est tiré d'une lettre écrite à M. Fougereux, par un habitant de cette isle.

V.

La soufrière de la Guadeloupe n'est pas le seul volcan qui ait donné cette année des sujets de crainte à son voisinage; M.^{re} Ardinghelli a mandé à M. l'abbé Nollet, que le 23 Octobre, le mont Vésuve s'étoit ouvert avec un bruit horrible, & avoit poussé, par cette ouverture, un torrent de matières enflammées, qui s'étoit divisé en plusieurs branches; la plus grande couloit avec une vitesse effrayante, & elle augmenta tellement, en se dirigeant toujours vers *Portici*, que le Roi qui y étoit, & tous les habitans, s'en retirèrent à deux heures après minuit: le lendemain ce torrent de feu étoit arrêté, ou du moins ne couloit plus que lentement; jamais le Vésuve n'avoit fait, dans aucune éruption, autant de fracas qu'il en a fait dans celle-ci; il faisoit entendre le même bruit que celui d'une furieuse tempête, pendant laquelle le tonnerre ne cesseroit de gronder, & les secousses fréquentes qu'il donnoit faisoient trembler tous les édifices à plus de six à sept lieues à la ronde; preuve certaine que les matières qui s'enflamment sont à une très-grande profondeur; la fumée que jetoit la montagne étoit si épaisse, & en si grande quantité, qu'elle obscurcissoit le soleil qui, pendant trois jours, n'a paru que de couleur de fer rouge, & sans rayons. Il est tombé dans les environs du Vésuve, la hauteur de trois doigts de cendre; ou plutôt de sable calciné, & cette espèce de pluie s'est étendue jusqu'à Naples: la lave qui en est sortie avoit, selon la mesure qui en a été faite, environ soixante toises de large & à peu près vingt pieds d'épaisseur.

On peut juger quel effroi ont dû causer les mugissemens

effroyables de la montagne, & les secousses qui se succédoient l'une à l'autre sans interruption : le dommage qu'a causé cette éruption est évalué à plusieurs centaines de mille livres. Au départ de la lettre de M.^{le} Ardinghelli, l'éruption étoit arrêtée, ou du moins extrêmement diminuée.

V I.

La nuit du 24 au 25 Novembre 1767, une partie du rocher, sur lequel est bâtie la ville de Pontoise, se détacha d'elle-même du reste de la montagne avec un fracas horrible, & tomba sur la partie basse de la ville; tous les apprentis adossés à cette masse de rocher ont été fracassés par la chute, de même que trois maisons qui se trouvoient au-dessous; heureusement l'éroulement s'est fait en trois temps différens, & dans l'espace de quatre à cinq minutes, ce qui a donné le temps aux habitans de ces maisons, avertis par le premier éboulement, de se sauver; un seul homme s'est trouvé pris sous les décombres qui soutenoient une masse énorme de rocher; son lit a été brisé, mais on l'a retiré, & il en a été quitte pour quelques blessures aux jambes: voici ce qu'un Physicien, ami de M. Guettard, & qui se transporta sur le champ sur le lieu, lui en avoit mandé.

La partie du rocher qui s'est détachée étoit saillante, & la séparation s'en est faite au-dessous de la terrasse du Doyenné; cette partie avoit cinquante pieds de face, dix-huit pieds d'épaisseur, & trente de hauteur; le rocher, au moyen de cette chute, se trouve coupé presque à pic, excepté cependant la partie supérieure qui est demeurée en saillie, étant composée de pierres plus dures, engagées profondément sous la montagne, & cette partie, quoiqu'en l'air, est solide, & ne paroît menacer d'aucun accident; une autre partie, aussi en saillie, & voisine de celle qui est tombée, auroit probablement eu le même sort sans un fort jambage de pierre de taille, construit en 1727, pour l'appuyer: cette partie de rocher commence à se détacher de la montagne, & ne porte presque plus que sur ce pilier qui paroît fatigué, soit du poids qu'il porte, soit de la chute de la partie voisine; le reste de la montagne semble être en son état naturel, & rien ne

semble menacer ruine qu'une partie du rocher, sur laquelle porte un des bouts de l'église de Saint-Pierre, & qui porte absolument à faux; les humidités & l'action de l'air ayant peu à peu détruit le bouzin & le tuf qui portoient les bancs de pierre calcaire qui sont au-dessus; car on ne peut attribuer cette destruction à aucune autre cause, n'y ayant aucunes eaux qui coulent entre les bancs qui composent la montagne, dont tout le reste paroît extrêmement solide & ne menacer d'aucun danger, du moins jusqu'à ce que les mêmes causes aient miné le dessous de ce qui reste ferme, ce qui exige un temps très-considérable.

V I I.

M. Cotte, Prêtre de l'Oratoire, a envoyé à M. Macquer quelques os fossiles trouvés en pleine masse à Montmorenci, dans une carrière à plâtre: la principale de ces pièces étoit une mâchoire enfermée dans une masse de pierre, de laquelle on voyoit une partie, & de laquelle M. Cotte avoit même séparé une dent qu'il avoit jointe à l'envoi, enveloppée séparément: cette mâchoire, à n'en juger que par ce qui paroïssoit, avoit quelque ressemblance avec celle du cochon; mais M. Tenon ayant fait scier la pierre, on reconnut évidemment qu'elle n'avoit pu appartenir ni au cochon domestique, ni même au sanglier d'Europe, & que c'étoit le reste de la tête de quelqu'animal étranger & inconnu. Ce n'est pas la première fois que les observations d'Histoire naturelle nous ont offert des preuves des étranges bouleversemens que notre globe a soufferts anciennement.

V I I I.

Le tonnerre a semblé vouloir fournir cette année plusieurs preuves de son identité avec les phénomènes électriques; nous allons rapporter par ordre celles qui sont venues à la connoissance de l'Académie.

La nuit du 17 au 18 Juillet 1767, vers les deux heures du matin, le tonnerre tomba à Paris sur deux maisons très-éloignées l'une de l'autre, l'une située rue Plumet près la barrière de Sève, & l'autre, rue de la Lingerie à la Halle; les deux coups se suivirent

à très-peu de distance l'un de l'autre. M. Rigaud , Physicien & Chimiste attaché à la Marine, étoit alors à Paris; il examina presque sur le champ les effets de ces deux coups de tonnerre, & voici le précis du compte très-détaillé qu'il en rendit à l'Académie.

Le coup qui tomba dans la rue Plumet , attaqua une souche de huit cheminées, appuyées sur le pignon d'une maison très-haute, & à peu près isolée; & quoiqu'elles occupassent un assez grand espace, étant à côté les unes des autres, il entra dans six de ces cheminées, une d'elles qui avoit une grosse ancre de fer qui la traversoit, fut démolie jusqu'au comble avec une partie du mur, & l'explosion fut si violente que des moellons pesant plus de quarante livres, furent jetés presque horizontalement à plus de trente pieds contre le gros mur opposé; il abattit environ quatorze pieds de l'entablement où il mit tous les fers à découvert; de-là descendant le long des tuyaux de cheminée, il est entré dans les chambres où ils répondoient, commençant par le cinquième étage & finissant au dessous de porte par où il est sorti, perçant le pigeonnage des tuyaux de cheminées à l'endroit des fentons & les âtres aux barres de trémie.

Dans toutes les chambres, le tonnerre a attaqué tout ce qu'il a trouvé de métallique; entre plusieurs cadres qui étoient dans une chambre, il ne s'est porté qu'à un seul qui étoit doré, tous les autres qui ne l'étoient pas n'ont point été touchés; une lanterne de fer-blanc qui étoit sur la tablette d'une des cheminées, a été brisée & fondue en partie, sans que deux bouteilles, dont une de verre très-mince, qui étoient sur la même tablette, aient reçu le moindre dommage; il a suivi une poêle de fer posée debout, & dans laquelle il paroît être entré par la queue; mais ne trouvant plus de conducteur à l'autre extrémité, il a brisé la poêle en plusieurs morceaux. Un des phénomènes les plus surprenans, c'est qu'ayant trouvé dans une des chambres, une caisse pleine d'ustensiles de fer, il a éclaté la caisse & affecté la plus grande partie de ces ustensiles, qui portent des marques de fusion, sans allumer une demi-livre de poudre à canon qui étoit dans la même caisse, contenue dans une poire ouverte: le tonnerre a brisé presque

toutes les vitres, mais les châssis n'ont paru brûlés que dans les endroits où étoient les ferrures.

La plupart de ces chambres étoient habitées, les habitans interrogés par M. Rigaud, sont tous convenus qu'ils ont été couverts de plâtras & autres débris, avant que d'avoir entendu le coup; que les traits de feu qu'ils ont vus dans leurs chambres étoient si vifs, qu'ils n'en pouvoient soutenir l'éclat, & que le tonnerre y avoit laissé une odeur si désagréable, & qui prenoit si fort à la gorge, qu'ils en auroient été suffoqués sans l'air qui entroit en abondance par le grand nombre de carreaux de vitres que le tonnerre avoit cassés: ils ajoutèrent que ce violent coup de tonnerre avoit été précédé d'une forte bouffée de vent, d'un redoublement de pluie, & qu'il s'étoit passé environ 4 minutes sans éclairs ni tonnerre avant que ce coup éclatât.

Un des habitans de cette maison étoit alors debout dans sa chambre, & se disposoit à boire de l'eau d'un pot qu'il avoit été chercher; le tonnerre qui le trouva dans sa route, brisa son pot en mille pièces, lui fit une écorchure large de deux doigts à la hanche droite, & il éprouva une commotion si terrible qu'il urina involontairement, demeura plus d'une demi-heure sans sentiment, eut une tumeur douloureuse au-dessus de l'articulation de l'avant-bras, ressentit pendant deux jours une difficulté considérable de respirer, & rendit des crachats noirs; mais ce qu'il y a de plus singulier, c'est qu'à l'approche d'un petit orage qui arriva quelques jours après que ces symptômes furent dissipés, ils se renouvelèrent: étoit-ce la peur ou la matière électrique de l'orage qui causoit cet accident; c'est ce qu'il n'est pas aisé de décider.

Les mêmes phénomènes dont nous venons de parler, se sont retrouvés dans les effets du coup de tonnerre tombé dans la rue de la Lingerie; il a de même suivi les tringles, les fils de fer des sonnettes & tout ce qu'il a trouvé de métallique; mais ce que nous ne devons pas passer sous silence, c'est que M. Rigaud ayant interrogé les habitans sur l'odeur qu'ils avoient sentie dans cette occasion, M. Paupelin fils, l'un d'entr'eux qui avoit suivi les leçons de M. l'abbé Nollet, dit qu'elle lui avoit paru

absolument semblable à celle des huiles essentielles enflammées par l'esprit de nitre.

Le 6 Août suivant, il y eut un autre orage qui fut observé par M.^{rs} l'abbé Chappe, Cassini le fils & de Prunelay, à l'Observatoire royal, & des circonstances duquel M. l'abbé Chappe a rendu un compte très-exact à l'Académie; nous allons en exposer les principaux faits. V. les Mém.
Page 344.

Un des principaux objets des observations que M. l'abbé Chappe se propoisoit de faire, étoit de voir s'il n'apercevroit pas la foudre s'élever de terre, comme quelques Physiciens assurent l'avoir observé, & comme il l'avoit lui-même souvent vu en Sibérie, & même à Paris l'année précédente.

L'orage avoit commencé à s'annoncer à cinq heures du soir par une nuée noire située à l'horizon, mais les éclairs ne commencèrent à paroître qu'à sept heures, ils étoient vifs & fréquens, mais tout cela se passoit en silence; & ce ne fut que vers neuf heures qu'on commença à entendre le tonnerre; il étoit alors très-éloigné; l'orage s'approchoit cependant, & bientôt un coup de vent violent remplit l'air d'une si grande poussière, que la lumière même des éclairs en fut affoiblie.

Les observateurs se retirèrent alors au rez-de-chaussée de la terrasse, & se placèrent dans un petit cabinet d'observation, qui est à l'est du bâtiment; la fenêtre en est petite; les observateurs y étoient mieux à l'abri de la pluie, & moins exposés aux accidens, qu'ils ne l'eussent été dans la tour occidentale, fermée de chassis mal joints, & composés en entier de fer & de plomb, dont le voisinage est toujours dangereux en pareil cas. Ils aperçurent alors un coup de foudre s'élever de terre, comme une fusée, du côté de Châtillon; c'est-à-dire, à environ une lieue; le coup qui l'accompagna ne fut pas considérable; vis-à-vis de ce cabinet étoit un mât isolé, & distant d'environ trente-deux toises: ce mât sert à élever de grandes lunettes pour les observations astronomiques, & sa tête porte un équipage de fer garni d'une poulie de même métal, sur laquelle passe la corde destinée à cet usage.

Vers dix heures & demie un coup de foudre s'éleva de terre

dans la direction de ce mâ't , & ce phénomène fut si évident , que les trois observateurs s'écrièrent à la fois , *le voilà*. Le bruit se fit entendre presque'n même-temps , & fut des plus violens. Nous disons presque'n même-temps , car ces M.^{rs} y observèrent un petit intervalle , & il y a grande apparence que la partie de la foudre qui s'éleva de terre , n'éclata que lorsqu'elle eut joint celle qui sortoit de la nuée.

M. l'abbé Chappe étoit bien persuadé que le mâ't avoit été touché du tonnerre ; mais la pluie qui continuoit ne lui permit pas de l'examiner dans le moment ; il ne put faire cet examen que le lendemain & le sur-lendemain , & voici ce qu'il y remarqua.

Le mâ't de l'Observatoire a environ trente-deux pieds de haut en comprenant la poulie & la girouette ; il est fendu en plusieurs endroits , & pour empêcher la pluie d'entrer dans ces fentes , on les a remplies de mastic , qu'on y a fait tenir au moyen des clous dont on a hérisé ces fentes ; il est cerclé par le haut de deux frettes de fer , & tenues ensemble par quelques morceaux de fer plat , entaillés dans le mâ't , & surmonté d'une poulie de fonte de fer , dans sa monture aussi de fer , au-dessus de laquelle s'élève une girouette de fer-blanc.

M. l'abbé Chappe remarqua que le feu du tonnerre n'avoit pas , à beaucoup près , embrassé le mâ't tout autour ; un barreau de fer qui étoit au pied , du côté de l'est , n'avoit point perdu sa rouille , non plus qu'un gros clou placé au-dessus ; mais du côté du nord , de l'ouest & du sud , son action étoit visible ; tous les clous , dont la tête n'avoit pas été garantie par le mastic , avoient senti plus ou moins l'action du feu , & sembloient sortir de la forge , tandis que ceux que le mastic avoit garantis avoient encore toute leur rouille ; telles furent les remarques que M. l'abbé Chappe fit au pied du mâ't ; mais une tache noire qu'il voyoit au haut l'engagea à s'y faire élever , au moyen d'une corde passée dans la poulie , pensant bien que tout le fer de la tête du mâ't avoit ressenti l'action du tonnerre.

Sa conjecture étoit vraie , le feu du tonnerre avoit suivi assez exactement les fentes où il avoit trouvé les clous , sans endommager

endommager beaucoup le bois ; mais lorsqu'il s'étoit trouvé à l'extrémité supérieure de la plus haute , il s'étoit élancé vers les frettes de fer qui étoient à la tête du mât , & avoit brûlé de ce côté la partie du bois qui étoit entre deux ; des chevilles de bois , qui avoient servi à boucher des trous , placées en cet endroit , étoient brûlées au point de pouvoir être tirées sans peine , & M. l'abbé Chappe en apporta quelques-unes à l'Académie : la monture de la poulie , les frettes & l'axe de la girouette , avoient éprouvé l'action du feu , & sembloient sortir de la forge.

Les deux observations que nous venons de rapporter , prouvent évidemment que le feu du tonnerre , comme celui de l'électricité , suit le plus long-temps qu'il peut les corps métalliques ; & celle de M. l'abbé Chappe , en particulier , fait voir que l'étincelle foudroyante part quelquefois en partie de la terre & en partie de la nuée orageuse , & que l'explosion se fait à la rencontre de ces deux parties : phénomènes caractéristiques de l'Électricité ; mais voici quelque chose de bien plus fort.

M. Jallabert , Correspondant de l'Académie , a mandé à M. l'abbé Nollet , que M. son fils ayant entrepris de visiter les Alpes avec M. le Professeur Saussure , ils s'étoient trouvés surpris d'un orage sur la cime d'une de ces hautes montagnes , & qu'ils furent extrêmement étonnés de voir qu'ils étoient devenus à tel point électriques , que lorsqu'ils étendoient le bras , il sortoit de leurs doigts des étincelles spontanées , & qu'il en sortoit en particulier de fréquentes & de fortes d'un bouton de métal qui étoit au chapeau de M. Jallabert ; ils éprouvoient en même temps la sensation que procure les étincelles électriques à ceux de qui on les tire : ce phénomène dura autant que l'orage qui cessa au bout d'un quart-d'heure. On ne peut certainement désirer une preuve plus forte de l'identité du tonnerre & de l'Électricité.

Nous ne pouvons finir cet article sans ajouter ici un fait qui n'est pas , à la vérité , relatif à l'identité dont nous venons de parler , mais qu'on peut regarder comme un effet singulier du tonnerre ; la plupart des grandes églises sont couvertes en Suède de lames de cuivre , comme les nôtres le sont de lames de plomb : dans un orage arrivé à Upsal le 21 Mai 1766 , le tonnerre tomba

Hist. 1767.

. E

sur l'église cathédrale & endommagea la couverture; M. Bergman examinant ce débris, trouva autour de l'ouverture que le tonnerre avoit faite, une poussière semblable à des fleurs de soufre; il en ramassa autant qu'il put, mais il fut bien surpris de voir que ces prétendues fleurs de soufre, étoient de véritable cuivre calciné, qu'il revivifia par les moyens ordinaires. C'est peut-être la première fois qu'on ait vu ce métal calciné par le feu du tonnerre.

V. les Mém.
page 510. **N**OUS renvoyons entièrement aux Mémoires :
Les Observations Botanico-météorologiques, faites à Denainvilliers près Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1766; par M. du Hamel.

CETTE année parut une *Traduction françoise des Mémoires de feu M. Symmer, sur l'électricité des substances animales, telles que la Soie & la Laine*; par M. du Tour, Correspondant de l'Académie, avec des *Notes* de M. l'abbé Nollet.

Cet Ouvrage avoit été imprimé dès la fin de 1762, mais M. l'abbé Nollet en suspendit la publication, & se contenta d'en envoyer quelques exemplaires à un petit nombre de Physiciens électrisans, qu'il invita à entrer dans la nouvelle carrière que M. Symmer venoit d'ouvrir.

Cette invitation ne fut pas inutile; M. Cigna, Docteur en Médecine dans l'Université de Turin, publia sur ce sujet un Ouvrage qui donna lieu à une lettre que M. l'abbé Nollet a publiée à la fin de l'Ouvrage de M. du Tour, & qu'il nomme *dix-huitième Lettre sur l'Électricité*, parce qu'il en a déjà publié dix-sept autres sur la même matière, desquelles nous avons rendu compte dans l'Histoire de l'Académie* des années 1753 & 1760.

* Voy. Hist. de
l'Acad. années
1753, p. 80;
& 1760,
page 31.

L'article *Électricité* du Dictionnaire publié par le P. Baulian, a donné lieu à une dix-neuvième, adressée à ce Père: les expériences de M. de Yillette ont occasionné la vingtième & la

vingt-unième, & enfin quelques expériences électriques que M. l'abbé Nollet communique à M.^{lle} Laura Bassi, de l'Académie de l'Institut de Bologne, font la matière de la vingt-deuxième : nous allons essayer de donner une légère idée de tous ces objets ; mais pour éviter les redites inutiles, nous ne répèterons pas ici ce que nous avons dit de l'Ouvrage même de M. Symmer, d'après M. l'abbé Nollet en 1761*, & nous prions le Lecteur de vouloir bien y recourir, n'ajoutant ici que les remarques que M. l'abbé Nollet n'avoit pas alors données dans son Mémoire.

* Voy. Hist.
année 1761.
page 10.

Pour pouvoir entendre ce que nous avons à en dire, il est nécessaire de se rappeler un fait essentiel, qui est comme la clef des explications qu'on peut donner aux phénomènes observés par M. Symmer ; c'est que le bas blanc & le bas noir employés par M. Symmer, s'électrifient chacun d'une manière différente ; le blanc, à la façon du verre, & le noir de la même manière que le soufre ; il suit donc de-là que ces bas doivent contracter de l'adhérence entre eux, aussi cette adhérence est-elle quelquefois si forte, qu'il a fallu pour la vaincre, employer un poids au moins quatre-vingts fois plus grand que celui du bas qu'on vouloit détacher : il suit encore qu'on peut substituer au bas blanc, un corps quelconque électrisé à la manière du verre, & au bas noir un fourreau d'étoffe de soie préparé avec la noix de gale ; c'est aussi ce qu'a fait M. l'abbé Nollet, qui a opéré les mêmes effets avec un tube de cristal revêtu d'un fourreau de ras de Saint-Cyr blanc, simplement engalé, car ce n'est que cette préparation qui procure à la soie blanche la propriété de s'électrifier comme le soufre, & nullement la teinture noire, qui n'agit en cette occasion que par la noix de gale qui y entre.

L'enflure qu'on remarque aux bas électrisés, n'est que l'effet des rayons ou aigrettes de matière effluente qui en sortent de toutes parts & qui, se servant mutuellement de point d'appui, écartent l'une de l'autre les parois de ces bas, & cela de quelque sorte d'électricité qu'ils soient animés ; mais le bas noir & le bas blanc étant animés d'électricité différentes, doivent s'attirer & s'attirent en effet réciproquement ; il arrive cependant quelquefois

que le contraire arrive, & c'est une exception à faire à une règle qu'on avoit regardée jusqu'ici comme générale. Il doit encore arriver que les émanations des deux bas les pénétrant facilement, ils s'enfleront d'autant plus qu'ils seront plus près l'un de l'autre, & que dans ce cas les pores étant plus occupés par les aigrettes électriques, laisseront peu de place à ces rayons de matière affluente; d'où il suit nécessairement que les bas attireront beaucoup plus faiblement que lorsqu'ils étoient séparés: il suit encore que les bas étant réunis, leur enflure cessera totalement, les émanations électriques passant librement de l'un dans l'autre & laissant toute liberté à la matière affluente, de les pousser & de les presser l'un contre l'autre, mais sans que pour cela l'électricité soit éteinte: aussi dès qu'on les sépare, ils donnent de nouveau les mêmes phénomènes.

L'assemblage du bas de soie noir avec le blanc, paroît à M. l'abbé Nollet, comme à M. Symmer, très-analogue à la bouteille de Leyde, & il est persuadé qu'il ne manque à cet appareil qu'une électricité assez forte pour exciter la commotion.

On ne doit pas non plus être étonné que la bouteille chargée avec le bas noir, puis ensuite avec le bas blanc, ne donne aucun signe d'électricité, une de ses surfaces est électrisée à la manière du verre & l'autre à la manière des résines, & par conséquent, elles absorbent les émanations électriques l'une de l'autre, & n'en transmettent point au dehors; d'où il suit nécessairement que la bouteille électrisée par un bas, est déélectrisée par l'autre.

L'adhérence des deux bas de soie noire & blanche, n'est pas plus difficile à ramener aux principes de M. l'abbé Nollet; leurs émanations étant de différentes espèces, elles se pénètrent réciproquement, & il arrive alors aux deux bas ce qui arrive à deux broches qu'on applique l'une contre l'autre, & qui dans ce cas ne glissent que difficilement; mais si on fait cesser les émanations du bas noir en lui en présentant un blanc qui les absorbe totalement ou les diminue, on ôtera la cause de l'adhérence & l'effet ne subsistera plus.

Jusqu'ici M. Symmer s'est contenté d'exposer les faits singuliers qui résultent de ses expériences; dans son quatrième Mémoire il

essaie de pénétrer jusqu'aux causes de ces phénomènes, & pour y parvenir il suppose dans tout corps électrisé deux pouvoirs actifs & opposés entr'eux, quelle que soit la nature de l'électricité, qu'il partage en *électricité négative* & en *électricité positive*; mais quoiqu'il emploie en cette occasion les mêmes termes dont se servent les partisans de M. Franklin, il ne paroît pas être si bien d'accord avec eux sur le fond: le corps électrisé négativement; n'a d'autre différence avec le corps électrisé positivement, qu'en ce que le premier reçoit du dehors plus de matière électrique qu'il n'en dépense, ce qui revient absolument à l'idée de M. l'abbé Nollét, qui a toujours reconnu, que quoique le mécanisme de l'électricité, quant aux effluences & aux affluences simultanées; fut absolument le même dans les corps électriques à la manière du verre, & dans ceux qui le sont à la manière des résines; cependant ils différoient en ce que dans les premiers les effluences étoient plus marquées que les affluences, & que le contraire arrivoit dans les seconds.

La différence qui se trouve entre le crochet de la bouteille électrique & sa surface, relativement à la force de leur électricité, ne se refuse pas plus que le reste aux effluences & aux affluences simultanées: cette bouteille étant chargée par le crochet, la matière électrique qui pénètre difficilement le verre, & qui se trouve pressée par celle qui vient du conducteur, reflue pour la plus grande partie par le crochet, tandis qu'il n'en passe que très-peu à la surface externe; d'où il suit que les effluences du corps de la bouteille sont beaucoup moindres que celles du crochet, ce qui s'explique, comme on voit, sans avoir besoin de supposer la bouteille animée de deux électricités de différente nature; nous dirons la même chose du carreau de verre doré, & de ses effets rapportés par M. Symmer. M. l'abbé Nollét ayant fait voir en 1753 *, que ce carreau & la bouteille de l'expérience de Leyde étoient au fond la même chose.

Ces affluences & effluences simultanées, ne sont pas, comme se le persuade M. Symmer, un simple phénomène particulier de l'électricité; si cela étoit, il se trouveroit quelques expériences électriques où ce phénomène manqueroit, & on n'en a jusqu'ici

* Voy. *Flisr.*
année 1753,
page 7.

faites aucune où l'on n'ait observé ces deux courans ; on doit donc le regarder comme le principe & la principale cause de l'électricité ; mais quoique la matière électrique soit la même dans tous les cas, il ne seroit pas impossible qu'elle se chargêât de différentes substances dans les corps où elle passe, suivant la nature différente de ces corps, ce qui lui donneroit ou paroîtroit lui donner une différence qui ne seroit en ce cas qu'apparente.

L'expérience des deux carreaux de verre, couverts chacun d'un côté d'une feuille d'étain, & appliqués l'un sur l'autre, que l'électricité rend si adhérens, qu'on enlève le carreau de dessous vasc celui du dessus, & dont l'adhésion cesse au même instant qu'on excite l'explosion de l'expérience de Leyde, ne paroît pas à M. l'abbé Nollet difficile à expliquer, sans employer deux électricités de nature différente ; il ne s'agit pour cela que de supposer, que la matière affluente qui presse les deux carreaux l'un contre l'autre, est plus forte que la matière effluente des deux surfaces internes qui tend à les séparer : cette supposition même n'est pas absolument gratuite, M. l'abbé Nollet la sonde, sur ce que la matière affluente s'appuie, non-seulement sur les parties solides du verre, mais encore sur les filets de matière électrique qui en remplissent les pores, & qui ont perdu presque tout leur mouvement en traversant le verre, tandis que la matière effluente des deux surfaces internes est reçue presque entière de part & d'autre dans les pores du verre, dilatés & ouverts par l'électrification : il suit de-là que l'explosion de Leyde, éteignant en grande partie l'électricité, la cohésion des carreaux, qui en étoit une suite, cessera, & que la même cessation aura lieu si on électrise les carreaux en sens contraire. La nouvelle matière poussée en sens contraire de la première, éprouvera de la part de celle-ci une résistance qui fera cesser l'adhésion jusqu'à ce qu'elle se soit frayé de nouvelles routes dans les deux épaisseurs du verre : l'adhésion de deux corps n'est pas toujours une marque certaine de la différence de leurs électricités. M. l'abbé Nollet a vu plusieurs fois les deux moitiés d'un ruban de soie blanche, engalé & rendu électrique par le frottement, s'approcher l'une de l'autre au lieu de s'écarter, lorsqu'on le plioit par son milieu sur une règle de

verre, de manière que ces deux bouts fussent libres & pendans, & cette adhérence duroit autant que leur électricité, ou jusqu'à ce qu'on leur présentât un corps plus fortement électrique.

Nous venons de donner une légère idée des réflexions de M. l'abbé Nollet, sur l'ouvrage de M. Symmer, qu'il n'avoit pas comprises dans le Mémoire qu'il donna en 1761 sur ce sujet; il nous reste à rendre compte des lettres dont il a été l'occasion.

Ces lettres sont au nombre de cinq; la première que M. l'abbé Nollet nomme la dix-huitième, parce que, comme nous l'avons déjà dit, il en a précédemment publié dix-sept autres sur cette matière, est adressée à M. Cigna, Docteur en Médecine dans l'Université de Turin.

L'objet de cette lettre est, comme nous l'avons dit, l'examen de quelques questions d'électricité, relatives aux expériences de M. Symmer & aux remarques de M. l'abbé Nollet; la première est sur l'adhérence d'un ruban électrisé aux surfaces polies des corps électrisables, par frottement ou par communication: ce phénomène si singulier rentre parfaitement dans le système des affluences & des effluences simultanées, donné par M. l'abbé Nollet. La seconde question n'est pas moins intéressante, il s'agit de la communication ou plutôt du passage du fluide électrique à travers l'épaisseur du verre, que M. l'abbé Nollet prouve par l'expérience de Leyde, faite avec un matras vidé d'air & scellé hermétiquement. La troisième a pour objet l'existence des deux courans opposés, dont M. l'abbé Nollet tire la preuve de l'expérience du carreau de verre doré, & de celle des deux feuilles de métal renfermées dans une main de papier & séparées l'une de l'autre par plusieurs feuillets qui se trouvent, après l'explosion, enfoncées en sens contraire & non pas percées; enfin le dernier article roule sur les attractions & les répulsions qui ont lieu dans le vide: nous n'insistons sur aucun de ces articles, parce que nous en avons déjà rendu compte dans le temps, à l'occasion de plusieurs Mémoires de M. l'abbé Nollet.

La seconde Lettre, que M. l'abbé Nollet nomme la dix-huitième pour la raison que nous avons dite, est adressée au P. Paulian, Jésuite, Professeur de Physique au Collège d'Avignon;

elle contient l'examen du système que ce Père prétend avoir imaginé pour servir à l'explication des phénomènes électriques; & qui est énoncé à l'article *Électricité* de son Dictionnaire de Physique; M. l'abbé Nollet fait voir dans cette Lettre que ce système n'est rien moins que nouveau, & qu'il est emprunté; au moins en grande partie, de ce que lui-même a écrit sur cette matière & de quelques autres ouvrages bien antérieurs à celui du P. Paulian; il y prouve encore que l'hypothèse des atmosphères foibles que ce Père attribue aux corps qui avoisinent le globe frotté, & qui est la seule qu'il puisse dire lui être propre, est mal fondée & insuffisante pour l'explication des phénomènes électriques.

La troisième & la quatrième Lettre, c'est-à-dire la vingtième & la vingt-unième, sont adressées à M. de Villette, Négociant à Liège & Opticien du Prince régnant: ce Physicien avoit écrit depuis quelques années plusieurs Lettres dans lesquelles il lui communiquoit ses expériences sur l'Électricité: ces expériences offroient des nouveautés intéressantes, mais plusieurs d'entr'elles avoient paru à M. de Villette, difficiles à expliquer par les principes de M. l'abbé Nollet; c'est ce qui a engagé ce dernier à en examiner les résultats & à les rappeler à ses principes.

Nous ne pourrions, sans excéder les bornes qui nous sont prescrites, rapporter ici tous les articles de ces Lettres; nous nous bornerons à un seul qui nous a paru mériter une attention particulière.

M. de Villette, dans une de ses expériences, avoit électrisé un vase de métal rempli d'huile; il trempa dans ce fluide l'anneau d'une clef; l'en ayant ensuite retiré, il l'approcha, sans l'essuyer, de la surface de l'huile contenue dans le vaisseau; il vit alors distinctement un grand nombre de filets d'huile très-fins se détacher de l'anneau de la clef, entraînés par la matière électrique qui en sortoit pour se rendre à la surface de la liqueur, & lorsque l'huile qui étoit adhérente à la clef fut épuisée, les rayons de matière électrique, sortant de la clef, faisoient encore onduler la surface de l'huile. On ne peut certainement désirer une preuve plus complète de l'existence du courant qui
se

se porte vers le corps électrique, c'est-à-dire de la matière affluente de M. l'abbé Nollet.

La vingt-deuxième Lettre de M. l'abbé Nollet, qui est la cinquième & dernière de ce Volume, est adressée à M.^{lle} Laura Bassi, de l'Académie de l'Institut de Bologne, elle contient les procédés par le moyen desquels on peut préparer des petits tableaux dont le dessin est marqué par des étincelles électriques, se procurer des aiguilles que la vertu électrique fait tourner sur leurs pivots, & dont les révolutions sont marquées par des cercles de feu, qu'on peut multiplier & accumuler, pour ainsi dire, en forme de pyramides; former des faisceaux de fil de métal, qui, vers la moitié de leur hauteur, se divisent en plusieurs branches pour servir de charpente à des bouquets de fleurs naturelles ou artificielles, afin qu'ils paroissent tous parés d'aigrettes lumineuses lorsqu'on les électrisera; enfin, d'animer, pour ainsi dire, ou d'embellir des figures peintes ou enluminées, en faisant étinceler des feux électriques sur telle partie qu'on voudra: nous n'insisterons pas ici davantage sur cet article, duquel nous avons rendu compte dans l'Histoire de 1766 *, à laquelle nous prions le lecteur de vouloir bien recourir.

* Voy. *Hist.*
année 1766.
page 10.





ANATOMIE.

SUR LES HERMAPHRODITES.

V. les Mém.
page 303.

UN évènement singulier a donné lieu au Mémoire de M. Ferrein, dont nous allons rendre compte : il fut consulté sur l'état d'un enfant, dont le sexe paroissoit équivoque, & qu'il étoit cependant très-important de déclarer mâle ou femelle, parce que, s'il étoit mâle, il devoit jouir d'une fortune très-considérable, à laquelle il n'avoit aucun droit s'il étoit femelle.

L'examen du sujet en question fit aisément reconnoître à M. Ferrein qu'il n'avoit que l'apparence, & même très-imparfaite, du sexe masculin, & que l'enfant étoit véritablement une fille; mais cet examen engagea M. Ferrein à se rappeler tout ce qu'il avoit lû ou vu sur cette matière, & sur-tout les observations qu'il avoit faites sur le nommé *Michel*, & voici le résultat de ses réflexions sur ce sujet.

Les Anciens, dans le nombre desquels on compte Léonide & Paul Æginete, reconnoissoient des Hermaphrodites mâles & des Hermaphrodites femelles, & ils avouoient que ces derniers étoient les plus communs; en effet, tous ceux dont on a fait des observations suivies & bien constatées, sont de cette dernière espèce; on n'y aperçoit, à la verge près, que les parties extérieures de la femme, quelquefois seulement un peu défigurées par l'accroissement de cette prétendue verge, que les Auteurs les plus éclairés reconnoissent pour le clitoris considérablement accru, & auquel cet accroissement extraordinaire a donné une fausse apparence de la verge virile.

Malgré cette fausse ressemblance, & l'accroissement qui la cause, ces prétendues verges masculines ont toujours les caractères essentiels du clitoris; on n'y trouve ni le canal ni la substance spongieuse de l'urètre; le corps de cette espèce de verge est fort

tourné vers le bas ; il n'y a pas de frein au-dessous du gland ; le vide qu'on observe à l'extrémité n'est que le bout d'une rainure ou filon qui sépare le dessous du gland en deux parties ; le prépuce disparoit au-dessous du gland , & enfin les nymphes partent du dessous du gland pour s'étendre jusqu'à la région du vagin.

Telles sont les observations faites , presque généralement , sur tous les prétendus Hermaphrodites , à quoi nous devons ajouter , d'après les observations de Graaf & de Van-Horne , que les parties internes qui caractérisent le sexe féminin , se trouvent chez eux comme chez les autres filles.

M. Ferrein a même observé sur le nommé Michel , dont nous avons déjà parlé , que lorsqu'on manioit les tégumens des aines , on sentoit deux cordons qui sortoient par l'ouverture des anneaux , & alloient se perdre près du pli de la cuisse , & que la figure de ces cordons & leur situation , ne permettoient pas de douter que ce ne fussent les ligamens ronds de la matrice.

Ce même Michel avoit eu l'écoulement périodique des règles pendant quatre ans , au bout desquels elles s'étoient perdues.

Il n'est donc rien moins que certain qu'il y ait eu de véritables Hermaphrodites , au moins tous ceux qui ont été examinés ne méritoient nullement ce titre , & M. Ferrein termine son Mémoire par une réflexion bien singulière ; c'est que , s'il suffisoit pour être Hermaphrodite d'avoir une verge semblable à celle de l'homme , jointe aux parties du sexe féminin , il n'y auroit aucune femme qui n'eût été Hermaphrodite , au moins pendant quelques mois : les dissections multipliées qu'a faites M. Ferrein , lui ont fait voir , que dans les premiers mois de la grossesse , tous les embryons femelles ont une verge saillante , & figurée à peu près comme celle des mâles , attachée au pubis , en sorte que ceux qui les voient , sans être au fait de l'Anatomie , les prennent pour mâles ; mais en les examinant de près on reconnoît , comme dans les deux sujets qui ont donné lieu au Mémoire de M. Ferrein , que ce n'est qu'une fausse apparence. Ce n'est qu'avec l'attention la plus grande , & après l'examen le plus scrupuleux , qu'on est en droit , dans les recherches physiques , de compter sur ce qu'on croit avoir vu.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M GUATTANI, Premier Chirurgien du Pape , & Correspondant de l'Académie , a envoyé à M. Morand l'observation suivante : un domestique de M. le Cardinal de Gonzague vint le consulter sur une tumeur qui lui étoit survenue à la région du foie ; en examinant ce viscère M. Guattani trouva qu'il s'étendoit jusqu'au nombril & à la ligne blanche, qu'il étoit tendu, résistant sous le doigt, & que la tumeur paroissoit circonscrite ; les tégumens gardoient cependant leur couleur naturelle ; mais on sentoit vers le centre de la tumeur une espèce de fluctuation, & le malade ne se plaignoit d'aucune douleur ni d'aucune incommodité : ces symptômes n'ayant pas paru à M. Guattani suffisans pour bien constater une maladie de cette espèce, il se contenta de prescrire au malade un régime convenable, auquel celui-ci se soumit ; mais voyant au bout de quelques mois qu'il n'en recevoit aucun soulagement, & que son mal alloit toujours en augmentant, il consulta d'autres Chirurgiens, & ce ne fut qu'au bout d'environ neuf mois que M. Guattani le revit.

La tumeur alors s'étendoit jusqu'à quatre doigts ou environ de l'ombilic ; elle étoit de forme ovale, enflammée, & on y apercevoit une fluctuation bien marquée ; la nature de cette tumeur paroissant à M. Guattani assez équivoque, & ayant remarqué que la peau & les tégumens étoient très-émincés, il jugea qu'elle s'ouvreroit d'elle-même & s'abstint d'y porter l'instrument.

Elle s'ouvrit en effet peu de jours après dans un violent accès de toux qui prit au malade, & il en sortit une prodigieuse quantité d'hydatides ou vésicules pleines d'eau : le malade assura qu'il en étoit sorti plus de trois cents avec une telle violence, qu'elles avoient été lancées contre la muraille, assez distante de son lit.

Ces hydatides , dont on avoit conservé quelques - unes , qu'on fit voir à M. Guattani, étoient grosses comme des balles de mousquet, & ce qu'il y avoit de plus singulier, c'est qu'aucune n'eût été crevée, ni en passant par l'ouverture, qui à peine pouvoit admettre un tuyau de plume, ni en frappant contre la muraille où elles avoient été lancées, aussi la membrane qui les formoit étoit-elle très-solide.

M. Guattani introduisit une sonde dans l'ouverture, & il reconnut que la capacité, alors vide, de la tumeur, s'étendoit sous la partie concave du foie, mais il n'en put atteindre le fond; il fit dans cette cavité des injections astringentes pendant quelque temps, & le malade guérit, à une petite fistule près qui donnoit une très-médiocre quantité de lymphé, & qui s'est fermée d'elle-même au bout d'environ six ans.

Cette observation en rappela à M. Guattani une autre qu'il avoit faite dans les premiers temps de ses études anatomiques; en ouvrant le ventre d'un cadavre humain il aperçut une tumeur adhérente à la partie concave du foie; cette tumeur étoit de la grosseur d'une grenade, ronde & très-dure: M. Guattani l'ayant ouverte, il en sortit une grande quantité d'hydatides grosses comme des balles de mousquet; le sac où elles étoient contenues étoit très-fort & très-épais, ce qui avoit vraisemblablement empêché cette tumeur de se percer. Ces deux exemples si semblables donnent tout lieu de conjecturer que ces tumeurs sont plus fréquentes qu'on ne pense, & qu'on peut les porter très-long-temps sans s'en apercevoir par des effets sensibles.

I I.

M. Portal a fait voir à l'Académie deux reins monstrueux trouvés dans le cadavre d'une femme; ces reins étoient trois fois plus gros qu'à l'ordinaire; leur surface extérieure étoit remplie d'éminences & de cavités semblables à celles des reins des fœtus, ou même des enfans, & les uretères avoient leur goulot si dilaté, qu'un seul pouvoit contenir un verre d'eau.

Le rein droit étoit dans la même direction que le gauche; ils avoient chacun deux artères & deux veines émulgentes; leurs

extrémités supérieures sont plus éloignées l'une de l'autre que leurs extrémités inférieures, & celles-ci sont jointes ensemble par un prolongement de la propre substance des reins qui ressemble à un ligament; cette production étoit aplatie postérieurement; elle étoit unie & polie, & reposoit sur la partie antérieure de l'aorte qui étoit dans cet endroit plus épaisse qu'ailleurs; la surface extérieure de cette artère étoit aussi très-polie, ce qui peut-être ne venoit que du frottement répété de ces pièces: la vessie du même sujet étoit extrêmement dilatée, & cependant les uretères étoient en bon état à leurs extrémités inférieures où elles s'insèrent dans ce viscère.

Il ne paroïssoit pas que cette femme eût jamais ressenti aucune incommodité dans les voies urinaires, ne s'étant trouvé dans la vessie ni dans les reins aucun gravier ni aucun calcul, & ces parties ne portant aucune marque d'inflammation: la cause de la mort n'étoit pas équivoque; le poumon plein de tubercules purulens, & l'extrême maigreur du cadavre, étoient des preuves certaines qu'elle étoit morte d'une phtisie pulmonaire.

CETTE année parut un ouvrage de M. Lieutaud, intitulé: *Historia Anatomico-Medica sistens numerosa cadaverum humanorum extispicia, quibus in apricum venit genuina Morborum sedes; horumque referantur causæ vel patent effectus*, auquel ouvrage M. Portal, duquel nous venons de parler dans l'article précédent, & qui a veillé à l'édition, a joint plusieurs de ses propres observations, & une Table très-ample selon l'ordre des différentes maladies, deux volumes in-4.^o

* Voy. Hist.
année 1759,
page 91.

L'Académie a déjà rendu compte au Public en 1759 *, d'un ouvrage du même Auteur & du même genre, intitulé: *Précis de la Médecine-pratique*; mais cet ouvrage n'étoit, pour ainsi dire, que le résultat & l'abrégé de celui dont nous avons à parler, qui contient tous les faits sur lesquels la pratique de M. Lieutaud est appuyée.

L'Anatomie est en effet le flambeau de la Médecine, non-seulement elle enseigne au Médecin la structure du corps humain par la dissection des cadavres sains, mais celle des cadavres de

ceux qui sont morts de maladie, donne lieu de reconnoître les ravages qu'elles ont causés dans les différens organes, les causes qui ont pu les produire, & souvent ce qu'il auroit été à propos de faire pour guérir le mal ou en retarder le progrès.

Un second avantage que le Médecin retire de l'ouverture des corps de ceux qui meurent de maladie, c'est de juger des cas où le secours de l'art est inutile, & de pouvoir mettre d'une part l'honneur de la Médecine à couvert par un pronostic sûr, & de l'autre épargner au malade le désagrément de remèdes qui lui seroient totalement inutiles.

Ces avantages, que l'Anatomie est seule capable de procurer, ont été si bien reconnus de tout temps, que l'étude de cette science remonte jusqu'à la plus haute antiquité: M. Lieutaud la pousse jusqu'au temps des Égyptiens, & ne doute point que les Prêtres de cette Nation n'ouvrirent en secret les cadavres qui leur étoient confiés pour leur procurer les honneurs de la sépulture; mais ces dissections furtives ne pouvoient procurer une grande instruction, & les progrès de l'Anatomie furent fort lents, jusqu'à Esculape, qui n'étoit né ni en Grèce ni à Épidaure, comme les Poètes l'ont avancé, mais en Égypte & à Memphis; l'exemple d'Esculape fut suivi par la famille des Asclépiades, qui donna à l'Égypte des Rois & des Prêtres, & enfin le célèbre Hippocrate.

Depuis le temps de ce Prince de la Médecine, on ne trouve plus de vestiges de l'Étude Anatomique, jusqu'à celui d'Érasistrate, Médecin du roi Seleucus, qui fut si bien démêler l'amour du Prince Antiochus son fils pour la Reine sa belle-mère; après lui, vint Hérophile, fondateur de l'École Anatomique d'Alexandrie, qui, sous la protection de Ptolomée-Lathure, avoit disséqué plus de six cents cadavres, mais dont les ouvrages ont malheureusement péri par l'injure des temps.

On n'entendit plus parler de l'histoire des Études Anatomiques pendant environ cinq cents ans: ce ne fut qu'après ce temps que le Génie & l'application de Galien la firent, pour ainsi dire, renaître de ses cendres; mais ce ne fut que pour disparaître encore pour plus long temps; ce dernier intervalle dura plus de mille ans, jusqu'au temps de Vésale & d'Eustache, qui, malgré leurs

autres occupations, firent des progrès surprenans dans l'art de disséquer les cadavres.

Depuis ce temps, l'étude de l'Anatomie n'a plus éprouvé d'interruptions, bien loin de-là, l'usage s'est établi dans presque tous les Hôpitaux, d'ouvrir les corps de ceux qui y meurent; mais ces observations éparées dans un grand nombre de volumes, ne se trouvoient que rarement entre les mains de ceux qui pratiquoient la Médecine, & leur étoient par ce moyen aussi inutiles que si elles n'eussent jamais existé.

Pour éviter cet inconvénient, l'illustre Bartholin, dont le nom seul fait l'éloge, entreprit de rassembler ces observations éparées, en y joignant les siennes, & d'en former un seul corps: cet important ouvrage étoit presque fini lorsqu'il fut malheureusement consumé par le feu, & le grand âge de l'Auteur ne lui permit pas de le recommencer.

Bonnet entreprit un ouvrage de même genre, d'après ses propres observations, & cet ouvrage fut depuis complété par Manget, qui lui donna le titre de *Sepulchretum Anatomicum*; mais quoique ce livre contienne un grand nombre d'observations utiles & curieuses, il en renferme aussi plusieurs moins certaines, mêlées de conjectures hasardées, mal écrites, & capables de rebuter les lecteurs les moins délicats.

Il n'a paru depuis Manget que peu d'ouvrages de ce genre, jusqu'à M. Morgagni, qui a publié ses propres observations; jointes à celles de Valsalva; mais ces observations sont pour la plupart traitées plus au long qu'il n'eût été nécessaire, & un grand nombre ont été faites sur des cadavres de gens qui n'étoient pas morts de maladie.

Tels sont les seuls recueils d'observations anatomiques, dans lesquels les jeunes Médecins & les jeunes Chirurgiens qui veulent s'instruire, puissent trouver du secours: ce n'est pas cependant que nous n'ayons encore une infinité d'observations de Ruysch, de Boërhaave, de M.^{rs} Senac, Winslow, Hunaud, Ferrein, Haller, Petit, & le baron de Vanf-wieten, de cette Académie; de Pringle, de M.^{rs} Tissot, Huxham, Haem, Storck, Hafenolt, Sauvages: ce dernier ayant joint à l'étude de l'histoire naturelle
celle

celle des Mathématiques, Imbert, Fournier, Baderi, & enfin M. Portal, éditeur de cet ouvrage, que la grande jeunesse n'a pas empêché d'être mis au rang des célèbres Anatomistes, & que l'Académie vient d'admettre, depuis la publication de cet ouvrage, au nombre de ses Membres.

Nous ne pourrions, sans injustice, passer sous silence, la part qu'ont eue au progrès de l'Anatomie, ceux qui ont cultivé l'autre partie de la Médecine; c'est-à-dire, la Chirurgie; les noms de M.^{rs} Petit, Morand & Tenon, de cette Académie; de M.^{rs} le Cat, le Dran, & de plusieurs autres savans Anatomistes de cet ordre, tiendront toujours un rang distingué dans les fastes de l'Anatomie; mais quelque précieuses que soient les observations que nous tenons de leur main, elles sont éparées dans un grand nombre d'ouvrages, où il n'est pas toujours aisé de les trouver.

Il étoit donc très-utile qu'il y eut une collection de ces observations Anatomiques, & sur-tout de celles qui pouvoient donner des lumières sur la connoissance & la guérison des maladies; cette nécessité avoit même été si bien reconnue, que quelques personnes avoient entrepris ce travail; mais on sent aisément combien un pareil ouvrage est difficile, aussi personne, de ceux qui l'avoient entrepris, n'y avoit-il réussi; & en effet, pour peu qu'on y fasse réflexion, on verra bientôt combien de savoir, de lecture & de travail, il exige pour assembler les matériaux, les soumettre à l'examen d'une sage critique, en exclure les faits visiblement faux ou même hasardés, & présenter les autres avec une brièveté nécessaire en pareille circonstance, & qui ne fasse cependant rien perdre de la clarté.

Nous ne dirons rien de trop quand nous assurerons que toute la capacité de M. Lieutaud lui a été nécessaire en cette occasion, & nous ajouterons même qu'il a été plusieurs fois tenté de l'abandonner, par la difficulté qu'il y rencontroit.

Une collection si nombreuse avoit besoin d'être rangée suivant un certain ordre, pour qu'on en pût tirer toute l'utilité dont elle est susceptible: M. Lieutaud a préféré l'ordre Anatomique à tout autre; c'est-à-dire, qu'il a mis ensemble toutes les observations qui regardoient les maladies d'une certaine partie; il a mieux

aimé les ranger dans cet ordre, que de suivre celui des maladies, toujours beaucoup plus équivoque; & comme il arrive très-souvent que la même observation présente un dérangement dans deux parties différentes, des renvois indiquent à la fin de chaque article ce qui peut avoir été dit dans un autre.

Ceux même qui désireroient de trouver les observations rangées dans l'ordre des maladies, ne seront pas privés de cet avantage; il leur sera procuré, par une Table très-ample que M. Portal a jointe à l'ouvrage de M. Lieutaud, & dans laquelle on trouvera les observations indiquées suivant cet ordre.

Ce que nous venons de dire de l'ouvrage de M. Lieutaud, en fait assez comprendre l'utilité; c'est une espèce de trésor public de la Médecine, dont toutes les pièces ont été choisies avec la plus grande attention: on y trouvera, presque toujours, les causes des maladies, & les signes auxquels on les peut reconnoître; si on en excepte cependant les maladies de nerfs, dont l'irritation n'existe plus après la mort; encore même, dans ce cas, y trouvera-t-on les marques, des effets sensibles que cette irritation a produits; facilité immense pour ceux qui se destinent à la pratique de la Médecine, qui pourront, pour ainsi dire, s'approprier d'un coup-d'œil l'expérience de tous ceux qui les ont précédés.

Ce travail avoit besoin d'être présenté d'une manière claire & précise, & cet avantage ne lui manque pas; l'extrême brièveté à laquelle M. Lieutaud a été obligé de se réduire, ne l'a pas empêché de rendre les objets de la manière la plus claire, & ce qui en relève encore le prix, avec la plus belle latinité. Cet ouvrage a paru très-propre à contribuer au progrès de la vraie Médecine, & digne de la réputation si bien méritée dont jouit son auteur.



CHIMIE.

SUR LES SELS

QU'ON RETIRE DES CENDRES DES VÉGÉTAUX.

IL n'y a peut-être que bien peu de personnes qui ignorent V. les Mém.
Page 233.
que les cendres des végétaux contiennent un sel alkali, qu'on en retire en les lessivant; c'est-à-dire, en faisant passer dessus une certaine quantité d'eau qui se charge de ce sel, & à laquelle on l'enlève en la faisant évaporer, pour donner lieu à la cristallisation ou à la dessiccation de ce sel.

Mais si toutes les Plantes contiennent du sel alkali, elles ne contiennent pas toutes le même; la plupart des plantes qui croissent dans ce climat, fournissent un sel alkali de la nature de celui du tartre, qui, comme ce sel, ne se cristallise point, qui comme lui tombe en *deliquium*, à l'air, qui, joint à l'acide nitreux, forme un véritable nitre, avec l'esprit de sel, le sel de *Sylvius*, & enfin avec l'acide vitrolique, un tartre vitriolé.

La soude au contraire, plante qu'on recueille au bord de la mer, fournit un alkali qui se cristallise, qui ne tombe point en *deliquium*, qui forme avec l'esprit de sel un vrai sel marin, avec celui de nitre, un nitre quadrangulaire, & avec l'acide vitriolique, un sel de Glauber.

Cette différence vient-elle de la nature même de la plante; ou doit-on l'attribuer au terrain qui l'a produite? l'une & l'autre opinion peut être appuyée de bonnes raisons; en effet, les plantes différentes, cultivées dans le même terrain, conservent chacune l'odeur & la faveur qui leur sont propres: des plantes & des arbres même, que M. du Hamel a élevés dans l'eau pure, ont donné les mêmes principes que ceux qui avoient été élevés dans la terre; d'où il semble qu'on pourroit conclure que la différence

des principes que fournissent les végétaux, n'est nullement due à la différence du terrain, mais à celle de leur disposition organique.

D'un autre côté le goût de terroir que contractent les fruits & les légumes dans de certaines terres, semble prouver que le terrain fournit aux plantes quelque chose qui passe dans leur substance, sans se dénaturer : les plantes qui croissent sur les vieux bâtimens ruinés, donnent du salpêtre en abondance, tandis que celles qui croissent au bord de la mer, abondent en sel marin, & que celles qui viennent dans des terres rouges & ferrugineuses, fournissent beaucoup de sels vitrioliques.

Pour lever cette incertitude, il falloit trouver le moyen d'avoir une même plante, élevée d'une part au bord de la mer, & de l'autre dans des endroits qui en fussent très-éloignés.

Cette occasion s'est présentée, & M. du Hamel n'a pas manqué d'en profiter.

Il apprit que M. Fontanne, Inspecteur des Manufactures de Poitou, avoit imaginé d'établir au bord des marais salans de sa Province, un semis considérable de kali, & qu'il s'étoit procuré une quantité considérable de bonne graine de cette plante : il engagea M. Trudaine à lui faire avoir une livre de cette graine, & il la sema dans trois ou quatre terrains de différente nature, mais tous situés dans le Gâtinois, & par conséquent très-éloignés de la mer.

La parité étoit alors absolument exacte du côté des plantes, & si les produits en étoient différens, on ne pouvoit s'en prendre qu'au terrain.

Il s'y trouva en effet de la différence, la cendre du kali du Gâtinois, donna par la lessive un sel, dont une partie se fendoit à l'air, & qui, par son mélange avec l'huile de vitriol, donna un véritable tartre vitriolé ; l'autre portion de la masse saline ayant été dissoute dans l'eau froide filtrée & évaporée, donna de beaux cristaux de sel alkali de la soude.

La soude envoyée par M. Fontanne, ne donna que l'alkali que donnent ordinairement les cendres du kali ; c'est-à-dire, celui qui sert de base au sel marin, & qui, comme on vient de le voir, est très-différent de l'alkali du tartre.

Il résulte donc des expériences de M. du Hamel, que le kali ou soude élevé loin de la mer, tient une espèce de milieu entre les plantes maritimes & celles qui naissent naturellement dans nos Provinces, puisque ce kali a donné, outre l'alkali qui est naturellement propre à cette plante, un autre alkali tout semblable à celui du tartre, tel que le donnent les plantes naturelles de ce canton; d'où il suit que le terrain d'une part, & de l'autre la nature des plantes, peuvent concourir à la formation des différens sels qu'on retire des végétaux.

Il restoit encore à M. du Hamel à examiner, si en semant la graine de kali, venue dans ce climat, la quantité de sel de soude & de sel marin qu'elle donne, ne diminueroit pas; l'expérience étoit trop aisée à tenter pour être négligée; il a semé de la graine de kali qu'il avoit recueillie, & cette nouvelle récolte a donné les mêmes produits, si ce n'est que le sel de la nature de l'alkali du tartre a paru y être un peu plus abondant, & qu'en faisant le tartre vitriolé avec l'eau-mère & l'acide vitriolique, il s'est précipité vingt-quatre grains d'un sel semblable au sel fait avec le mercure & le vinaigre.

Quoi qu'il en soit, les expériences de M. du Hamel font voir que le kali croît très-bien dans l'intérieur du Royaume, & que, quoique la soude qu'il donne soit un peu différente de celle du kali, crû au bord de la mer, elle est cependant très-alkaline & très-propre à être utilement employée dans les blanchisseries & dans les savonneries.

Pendant le cours des expériences de M. du Hamel, & tandis que l'Académie étoit occupée de cette matière, M. Cadet lut V. les Mém. page 487. un Mémoire sur une soude d'une autre espèce, faite avec une plante marine, connue en Normandie sous le nom de *Varech*, & en Bretagne sous celui de *Goëmon* ou *Sar*.

Cette espèce de soude diffère beaucoup de la soude de kali, elle a un goût très-salé & une forte odeur de foie de soufre, que n'a pas la soude de kali; cette dernière ayant au contraire une saveur âcre & brûlante.

Comme les Marchands altèrent très-souvent la bonne soude avec celle-ci, il étoit très-important d'en connoître la nature,

pour voir ce qui peut résulter de ce mélange, & cet examen a été l'objet du travail de M. Cadet.

Sur dix livres de cendres de varech, il a fait bouillir douze pintes d'eau; cette lessive ayant été filtrée & mise au frais, il s'y est formé une pellicule, & cette liqueur avoit une forte odeur de foie de soufre; trente-six autres pintes d'eau ont passé encore sur la terre restante, & ces dernières lessives furent évaporées jusqu'à pellicule.

La première lessive portée au frais, donna des cristaux très-petits de tartre vitriolé; le reste de la liqueur fut joint aux autres lessives.

Pendant l'évaporation de ces lessives, M. Cadet observa un phénomène singulier; la spatule de fer avec laquelle il remuoit cette liqueur bouillante, se chargeoit d'un précipité vert, qui, en perdant son humidité, devenoit d'un rouge de mars: il crut alors que ce précipité vert étoit composé d'une matière bleue, qui se trouve presque toujours dans la meilleure soude, jointe à une terre jaune ferrugineuse, & dans cette vue il versa dans une partie de cette lessive, de l'acide nitreux, pour absorber cette terre qu'il soupçonnoit; mais il fut bien surpris de voir paroître des flocons jaunes, qu'il reconnut pour de véritable soufre; il n'eut pas alors de peine à deviner comment la liqueur qui contenoit du soufre & un alkali tartareux, avoit pris une odeur de foie de soufre, qui, comme on sait, n'est composé que de ces deux ingrédients.

Cette même liqueur filtrée & évaporée, donna à la première évaporation des petits cristaux, que M. Cadet reconnut aisément pour du sel marin, mais qui avoient une assez forte odeur de foie de soufre; la liqueur qui les avoit donnés paroissant âcre & alcaline, il jugea à propos de l'évaporer jusqu'à siccité; elle donna pendant toute cette évaporation une odeur très-marquée de foie de soufre, & l'eau entièrement évaporée a laissé un sel d'un gris sale & foncé, qui, poussé à un feu vif, devenoit d'un rouge brun; ce sel avoit une saveur alcaline & salée: M. Cadet l'ayant dissous dans l'eau bouillante, y a mêlé de la crème de tartre; le sel n'en a absorbé qu'environ les trois cinquièmes de son

poids, au lieu que le sel de soude d'alicante en auroit absorbé presque le double de ce même poids.

La liqueur ayant été séparée de la crème de tartre qui restoit, fut évaporée jusqu'à pellicule, elle donna alors, par la cristallisation, des cristaux de crème de tartre qui étoient mêlés de quelques autres de sel marin: une seconde évaporation fournit une belle cristallisation de sel marin, sans odeur de foie de soufre, & il est aisé de voir que cette odeur lui avoit été ôtée par la crème de tartre qui avoit décomposé le foie de soufre en lui enlevant l'alkali. La troisième cristallisation, & toutes celles qui suivirent, donnèrent du sel de Seignette pur, & il resta une eau-mère qui tenoit le milieu entre celle du sel marin & celle du sel de Seignette.

Il résulte donc de ces expériences, que la soude de varech, diffère beaucoup de celle de kali, 1.^o par le soufre qu'elle contient, 2.^o par le tartre vitriolé qu'elle produit, sel totalement étranger à la soude de kali; 3.^o par la grande quantité de sel marin qu'elle fournit, & le peu d'alkali de soude qu'elle contient libre & dégagé de son acide; d'où il suit que l'usage en doit être pros crit dans les savonneries & dans les blanchisseries. Dans les savonneries, parce qu'elles exigent des cendres bien chargées d'alkali, & que celles de varech n'en contiennent que fort peu; & dans les blanchisseries, parce que ces cendres qui ne contiennent presque que du sel marin, ne feroient jamais une lessive assez forte, & que d'ailleurs le fer qu'elles contiennent, & qui y est démontré par le tartre vitriolé qu'elles donnent, tacheroit le linge & sur tout le basin qu'on y exposeroit: ce dernier article a même été confirmé par l'expérience, la soude de varech employée seule n'a point fait de lessive, du moins propre à blanchir le linge, & on a été obligé de le transporter promptement dans un autre cuvier & d'y verser de la lessive de kali, sans quoi il auroit été entièrement taché & gâté.

La soude de varech, du moins dans son état naturel, est donc inutile aux savonneries & aux blanchisseries, mais elle peut servir aux verriers; le sel marin qu'elle contient en très-grande quantité, aide à la fusion des terres, & la violence du feu, en enlevant l'acide, y laisse une grande quantité d'alkali.

On pourroit encore tirer du sel de cette soude, de l'esprit de sel, & on auroit en ce cas l'avantage que le résidu de la distillation fourniroit du sel de Glauber, formé par la base du sel marin & par l'acide du vitriol qui existe dans la soude de varech.

Ce seroit cependant un très-grand avantage, si la soude de varech pouvoit devenir aussi bonne que la soude d'Alicante, on épargneroit des sommes considérables qui passent à l'Étranger pour l'achat de cette matière: M. Cadet ne croit pas la chose impossible, il a déjà fait sur ce sujet quelques tentatives qu'il compte suivre; le moyen le plus sûr, selon lui, seroit de joindre au varech d'autres plantes marines cultivées à terre & moins chargées de sel; celles-ci seroient à la fois deux effets avantageux, elles fourniroient de l'alkali, & la matière inflammable qu'elles contiennent en plus grande abondance, faciliteroit la décomposition du sel marin, & la base de ce sel qui est le véritable alkali de la soude s'y trouveroit en bien plus grande abondance; mais pour opérer cette calcination d'une manière plus parfaite, il seroit nécessaire de se servir de la troisième construction de fourneau donnée par M. Fontanne: ce fourneau est très-simple, on fait dans un terrain élevé & exposé au vent, un fossé de cinq à six pieds de long, profond de dix-huit pouces & large de quinze; on enduit les parois & le fond de ce fossé d'argile mêlée avec du sable. On pose dessus des barreaux de fer en travers, à deux pouces l'un de l'autre, & on élève autour sur le terrain un mur d'environ quinze ou dix-huit pouces de hauteur; le feu s'allume au fond de ce fossé que nous nommerons *le four*, & quand il est bien allumé, on emplit de kali l'espèce de cheminée formée par le mur, il se consume & tombe en cendres à travers les barreaux: on continue la même manœuvre jusqu'à ce que les cendres touchent aux barreaux, alors on laisse éteindre le feu, & quand tout est refroidi on détruit le four pour en tirer la soude.

C'est de cette manière que M. Cadet croit qu'il faudroit brûler le varech mêlé avec d'autres plantes pour en tirer de bonne soude, ce seroit un avantage considérable, mais M. Cadet n'a pas encore fini ce travail, & il doit faire la matière d'un autre Mémoire, il s'est contenté de faire voir dans celui-ci la possibilité d'y réussir.

SUR L'ACTION
D'UN FEU VIOLENT DE CHARBON,

Appliqué à plusieurs Terres, Pierres & Chaux métalliques.

Nous avons rendu compte *, l'année dernière, d'un Mémoire que M. d'Arcet Docteur en Médecine de la Faculté de Paris, lut à l'Académie à peu près sur le même sujet, & duquel il résulte qu'une infinité de terres & de pierres qu'on avoit jusqu'à présent regardées comme réfractaires & infusibles, ne le sont point, & qu'un feu d'une force & d'une durée suffisantes, les peut mettre ou en fusion ou dans un état très-approchant de la fusion.

V. les Mém.
page 298.

* Voy. Hist.
1766, p. 75.

M. d'Arcet avoit profité, pour ses expériences, de la chaleur très-vive & très-long-temps soutenue des fours à Porcelaine de M. le comte de Lauragais; mais les travaux qu'il avoit entrepris, méritoient d'être suivis, & les fours de M. le comte de Lauragais ayant cessé de travailler, M. Macquer a cru devoir essayer de produire au bout de quelques heures dans un fourneau à charbon, le même degré de chaleur que donnoient les fours à Porcelaine où l'on se sert de bois après plusieurs jours de feu continu.

Le fourneau dont se servit M. Macquer étoit presque absolument semblable à celui dont il avoit donné la description en 1758 *, dans son Mémoire sur les argiles, il n'en différoit que parce qu'il étoit un peu plus fort & un peu plus grand, & que sa construction étoit telle que sans le secours d'aucun soufflet, il s'établissoit un courant d'air qui entroit par son ouverture inférieure, traversoit le foyer & sortoit par un long tuyau qui lui sert de cheminée, qui augmentoit extraordinairement l'activité du feu.

* Voy. Hist.
1758, p. 53;
& Mém. page
124.

Comme il étoit principalement question d'examiner si ce fourneau pourroit donner en peu d'heures un degré de chaleur égal à celui que donnoient les fours à bois chauffés plusieurs jours de suite, M. Macquer exposa à l'action du feu de son fourneau les

Hist. 1767.

. H

mêmes matières qui avoient subi l'action des fours de M. de Lauragais, c'est-à-dire, les chaux blanches d'antimoine & d'étain, & le gypse pur, auquel il joignit une pierre venue de Norvège de la nature de la craie de Briançon, un spath très-dur tiré du granit d'Alençon, une argile blanche très-pure dépouillée de son sable, la même avec son sable, & un morceau de craie de Champagne.

Toutes ces matières reconnues pour très-réfractaires, furent mises chacune dans un petit creuset, & tous ces creusets sous une moufle d'argile blanche mêlée de sable que M. Macquer avoit faite lui-même, & cette moufle fut placée au centre du fourneau.

Le feu ayant été mis au fourneau avec toutes les précautions usitées, M. Macquer vit qu'il tiroit très-fortement, il faisoit un bruit aussi considérable que celui d'un carrosse qui passe sur un pont, & faisoit trembler les vitres & quelques ustensiles suspendus dans le laboratoire. M. Macquer observa qu'en cet état il consumoit environ cent trente livres de charbon par heure.

Le feu ayant été soutenu pendant trois heures dans cette violence, on vit tomber du fourneau beaucoup de filets & de larmes de verre, & on cessa de l'entretenir.

Jusque-là l'expérience avoit été conduite assez heureusement, elle demeura cependant presque inutile par un accident qui étoit arrivé; la moufle étoit trop foible pour soutenir le poids du charbon, elle n'avoit pas d'ailleurs été séchée & cuite avec assez de lenteur, elle se fendit & presque tous les creusets furent renversés, ce qui jeta une grande incertitude sur les résultats.

On en reconnut cependant quelques-uns, la chaux d'étain faite par l'acide nitreux, avoit pris une teinte rougeâtre, & commençoit à se fondre; la pierre de Norvège étoit durcie à l'extérieur & étoit restée tendre au dedans; les argiles blanches étoient simplement durcies, sans aucune disposition à se fondre; la craie de Champagne étoit devenue chaux vive, & enfin le gypse étoit à moitié fondu.

Quoique cette expérience n'eût pas eu un succès complet, elle étoit cependant bien propre à engager M. Macquer à en tenter une seconde, il employa encore les mêmes matières, mais au lieu

de les mettre sous une moufle, il plaça tous les petits creusets dans un grand rempli de sablon à la hauteur de cinq pouces, & les couvrit avec une capsule de grès de Picardie, dont la convexité étoit entrée dans le creuset, & étoit lutée tout autour avec de bonne argile mêlée de sable; il avoit ajouté aux matières de la première expérience, un mélange de parties égales de *minium* & d'antimoine diaphorétique, & des os calcinés & lavés.

Pour donner plus d'activité au feu, M. Macquer fit allonger le tuyau de plus du double & le porta à quatorze pieds, & le feu fut soutenu dans cette expérience pendant sept heures entières.

Cependant, malgré l'augmentation de la longueur du tuyau & celle de la durée du feu, la chaleur avoit été beaucoup moindre que dans la première expérience; aucune des matières, excepté le *minium*, ne s'étoit ni fondue ni vitrifiée, tout cependant paroissoit devoir concourir à un plus grand degré de chaleur, ne fût-ce que par la durée du feu, & M. Macquer ne put s'en prendre qu'à l'allongement du tuyau, seule circonstance par laquelle le fourneau différoit de son premier état; & en effet, il avoit sensiblement moins tiré que la première fois: il en eut bientôt trouvé la raison; il n'avoit augmenté que la longueur de son tuyau, & il auroit fallu augmenter en même-temps son diamètre; faute de cette précaution l'allongement du tuyau diminue infailliblement le tirage du fourneau.

Cette seconde expérience, quoiqu'elle n'eût pas eu tout le succès que M. Macquer en attendoit, n'en avoit cependant pas absolument manqué; elle lui avoit appris, comme nous venons de le dire, que la longueur & la grosseur du tuyau avoient entr'elles une proportion nécessaire & assez précise, & il en tira encore un autre fruit auquel il ne s'attendoit pas; le grand creuset qui contenoit toutes les matières, étoit, comme on a vu, recouvert d'une capsule de grès, dont la concavité étoit tournée vers le haut; cette capsule se trouva, après l'opération, enduite d'une couleur métallique & cuivreuse, & parsemée en quelques endroits de petits grains de métal qui furent reconnus pour du fer, & ce qui est de plus singulier, c'est qu'elle étoit remplie de poussière de charbon qui n'avoit pas brûlé, faute de communication avec

l'air : la même chose est arrivée à un rond de terre de Montereau, qui fut substitué à la capsule dans les opérations suivantes ; il résultoit de ce fait que M. Macquer avoit trouvé, sans le chercher, le secret de donner aux poteries une belle couleur de bronze ; secret pratiqué par quelques particuliers, qui avoient toujours soigneusement caché leur opération, & qui ne consiste qu'à cémenter ces pièces avec du charbon en poudre, à un très-grand feu, de manière que le tout soit bien rouge pendant l'opération, sans que cependant le charbon puisse se consumer ; ce qu'on obtient en lui supprimant l'air.

M. Macquer ayant reconnu que sa seconde expérience n'avoit manqué que faute d'avoir augmenté le diamètre de son tuyau, en fit construire un dans les proportions convenables, & fit une troisième expérience.

Il exposa au feu dans celle-ci, de l'asbeste, du gypse, de la craie verte de Briançon, de l'amiante, du tripoli, de la chaux d'étain, de l'ardoise d'Angers, & du spath des environs de Bordeaux ; le feu fut continué seulement pendant trois heures & demie, & tout fut fondu, à l'exception du spath de Bordeaux & de la chaux d'étain.

Les creusets qui contenoient le gypse, se trouvèrent rongés & percés ; & pour s'assurer que la terre des creusets n'avoit contribué en rien à la fusion de cette matière, M. Macquer en mit dans une quatrième expérience, placée sans creuset sur le sable qui les soutenoit ; le gypse fondit complètement, & fit une assez belle porcelaine avec le sable dans lequel il avoit coulé ; du reste le succès fut le même que dans l'expérience précédente à l'égard des autres matières.

Dans toutes les expériences que nous venons de rapporter, la chaux d'étain avoit résisté à la violence du feu ; cependant elle s'étoit vitrifiée dans celles que M. d'Arcet avoit faites avec le four à Porcelaine, d'où pouvoit venir cette différence : M. Macquer a cru en trouver la cause dans la différence même des chaux ; celle de M. d'Arcet étoit vraisemblablement moins parfaite & moins dépouillée que la sienne du principe inflammable, & par conséquent bien plus aisément fusible que celle qu'avoit employé M. Macquer.

Pour s'en assurer, M. Macquer eut recours à une cinquième expérience, dans laquelle il employa de la chaux d'étain, faite sans addition, & moins blanche que celle qui se fait avec le nitre & l'acide nitreux, mais cependant d'un gris très-clair : il n'a mis dans cette expérience ni gypse ni antimoine diaphorétique ; la fusibilité de ces matières étoit trop démontrée par les expériences précédentes ; mais pour profiter de la place on y en mit plusieurs autres, comme de l'amiant des Pyrénées, une pierre dure, cristallisée en cubes, tirée du cabinet de M. de Malesherbes ; de la craie blanche & de la craie verte de Briançon, un asbeste venant du Nord, un spath calcaire qui se trouve entre Lyon & Grenoble, du tripoli, du liège de montagne, du talc de Moscovie, un spath dur, séparé d'un granit des environs de Chesy, un morceau du même granit, & une pierre qui paroît de la nature de l'ardoise, tirée du cabinet de M. de Malesherbes.

Le feu fut continué pendant cinq heures, & tout se trouva en bon état à la fin de l'opération, si ce n'est que le grand creuset qui contenoit tous les petits, s'étoit, on ne sait pourquoi, incliné sur le côté, & par conséquent éloigné du centre du foyer, ce qui avoit dû diminuer l'effet du feu.

Malgré cette diminution, toutes les matières qui y avoient été exposées étoient fondues, & plusieurs vitrifiées en tout ou en partie ; la seule pierre dure en cubes avoit résisté, elle n'avoit reçu d'altération que dans sa couleur, qui avoit beaucoup blanchi, mais elle n'avoit pas été fondue, ni même pris la moindre disposition à la fusion, dans aucune de ses parties.

Il résulte de toutes ces expériences, que le four à charbon de M. Macquer a produit en peu d'heures les mêmes effets que le four à bois dont s'étoit servi M. d'Arcet, avoit produits, après plusieurs jours de feu, & qu'on peut, sans le secours des soufflets, obtenir, avec un pareil fourneau, en cinq ou six heures de temps, une chaleur égale à celle que donnent les grands fours ; ce qui peut infiniment faciliter les expériences de cette nature ; & que M. Macquer avoit eu principalement en vue.

Ces fourneaux méritent donc la préférence sur ces derniers, mais ils la méritent encore sur les fourneaux où le feu est excité

par des soufflets, & même sur les verres & les miroirs ardents; sur les fourneaux à soufflets, parce que l'action brusque & turbulente du feu dans ces fourneaux, à laquelle aucun creuset ne peut résister, quand il est dans sa plus grande force, ne manque presque jamais de troubler les expériences, & d'en rendre les résultats incertains; & sur les miroirs ou verres ardents, parce qu'indépendamment de la difficulté de tenir les matières à leur foyer, ils sont encore sujets à un plus grand inconvénient, qui est l'inégalité de leur action sur les corps, à raison de leur couleur & de leur poli, qui, comme on voit, n'ont aucun rapport à leur plus ou moins grand degré de fusibilité.

Le feu de charbon des fourneaux à vent, doit donc être préféré, parce qu'il se gradue de lui-même, & que le courant d'air qui l'anime traverse toutes les parties du foyer avec beaucoup d'égalité, & fait monter la chaleur en bien moins de temps, au même point que dans les fours à flamme.

Le seul inconvénient auquel ils soient sujets, est qu'ils fatiguent davantage que ces derniers les creusets ou étuits, par le poids & le contact du charbon; mais cet inconvénient, auquel on peut aisément parer, par le choix de ces vaisseaux, n'est pas comparable à la facilité que procure la promptitude de leur action, qui peut infiniment servir à multiplier les expériences, & à la grande diminution de la dépense qu'exigent les fours à bois. Les fours proposés par M. Macquer, sont donc un véritable présent qu'il fait à tous ceux qui auront à tenter des expériences de cette espèce, & lui donnent un droit réel à leur reconnaissance.

S U R L' E A U M I N É R A L E

De l'abbaye des Fontenelles en Poitou, & sur la nature de la Sélénite.

V. les Mém.
page 256.

LES eaux minérales sont des remèdes souvent efficaces, préparés par la Nature même; mais plus on a lieu de compter sur leur secours, plus il est nécessaire d'en connoître,

pour ainsi dire, la composition, afin de n'en ordonner l'usage qu'à propos & dans les cas convenables : il est donc important, lorsqu'on découvre quelque nouvelle source de ces eaux, d'examiner avec soin les qualités de ce présent de la Nature, pour ne pas le rendre funeste par notre imprudence ; c'est précisément ce que M. Cadet a eu en vue dans l'examen qu'il a fait d'une eau minérale qui s'est trouvée en Poitou, près l'abbaye des Fontenelles, à environ douze lieues de la mer.

Cette eau à la source même est extrêmement claire ; cependant on voit continuellement nager sur la surface une espèce de rouille en forme d'écume ; celle qui fut envoyée à M. Cadet étoit claire & limpide, elle avoit seulement déposé au fond de la bouteille un peu de poudre jaune, elle n'avoit aucun goût ferrugineux, & paroïssoit aussi douce & aussi légère que l'eau de Seine filtrée.

La première épreuve à laquelle M. Cadet la soumit, fut d'y verser quelques gouttes d'huile de tartre par défaut, qui la troublèrent, & lui donnèrent un oeil d'opale, preuve qu'elle contenoit une matière séléniteuse, dont l'alkali du tartre avoit absorbé l'acide, & fait reparoître la terre qui sert de base à cette espèce de sel.

L'alkali volatil ne lui donna aucune nuance de bleu qui pût indiquer la présence du cuivre, & la lame de fer poli qu'on y plongea, n'y prit pas de couleur de cuivre.

La noix de galle ne lui donna aucune nuance de violet qui pût y faire soupçonner du fer ; nous verrons cependant bientôt qu'elle en contenoit, & on ne doit pas toujours conclure qu'une eau ne soit pas martiale, parce que la noix de galle n'y décèle pas le fer.

En évaporant cette eau, elle se trouble & ne s'éclaircit qu'en précipitant une poudre jaunâtre, qui a paru à M. Cadet être produite par un fer très-divisé & privé de son phlogistique : l'eau évaporée jusqu'à siccité a laissé du sel marin au fond de la capsule.

La quantité de cette eau qu'avoit reçue M. Cadet, étoit trop petite pour que ses expériences fussent concluantes, & comme l'éloignement ne lui permettoit pas de se rendre à la source, il

écrivit qu'on en fit évaporer environ cent pintes , jusqu'à ce qu'elles fussent réduites à une pinte , conservant avec soin dans cette pinte tout ce qui se précipiteroit dans le vaisseau pendant l'évaporation.

Cette eau ainsi concentrée lui fut envoyée dans une bouteille bien bouchée ; la liqueur étoit claire , mais il y avoit au fond un dépôt considérable.

M. Cadet agita la bouteille pour mêler le tout , & le versa sur un filtre ; la liqueur filtrée étoit d'une couleur citrine , & laissoit sur la langue une impression de sel marin ; elle fut mise en évaporation dans un vaisseau de verre : vers le milieu de cette opération , M. Cadet y aperçut un grand nombre de feuillets talqueux , craquetant sous la dent , & ne donnant aucune marque de caractère salin , en un mot de cette matière connue par les Chimistes sous le nom de Sélénite , & qu'on croit communément être une espèce de sel , formé par l'acide vitriolique , uni à une terre calcaire : nous verrons bientôt ce qu'il y a à rabattre de cette idée.

La sélénite que contenoit la liqueur , en ayant été enlevée , l'évaporation fut continuée ; il s'y forma une pellicule , composée de petits cristaux de sel marin très-réguliers , qui se précipitoient au fond , & lorsqu'elle eut cessé d'en donner , il resta une petite quantité d'une eau-mère , semblable à celle qui reste après la fabrication du sel marin ; avec l'alkali fixe , on précipite de cette eau-mère une terre blanche calcaire , de la nature de celle que donnent les eaux de Sedlitz , le sel d'Ebsom & le nitre : quoique cette dernière soit différente des deux autres , en ce qu'elle est en partie calcaire , au lieu que le précipité des deux sels n'est que la base alkaline du sel marin , mais très-alterée ; elle donne avec l'acide vitriolique un sel de Glauber , plus amer que le sel de Glauber ordinaire , & qui fournit un précipité par les alkalis fixes , ce que ne fait pas le sel de Glauber préparé avec le sel marin ou avec l'alkali de la soude.

Le dépôt de ces eaux paroissoit ocreux , quoique l'eau ne donnât aucun goût ferrugineux ; mis dans un creuset au feu de forge , il se convertit en une poudre d'un assez beau rouge : pour s'assurer si cette terre étoit martiale , M. Cadet la mêla avec de
l'huile

l'huile de lin cuite, & la distilla dans une cornue de verre lutée : le feu ayant été poussé jusqu'à fondre la cornue, il resta une poudre noire attirable par l'aimant ; cette poudre ayant été mêlée avec l'huile de vitriol, s'est dissoute avec chaleur & effervescence ; la dissolution étendue dans l'eau & filtrée ensuite a pris une couleur violette qui a bientôt passé au noir, & a donné, par l'évaporation, du vitriol de mars. Il étoit donc bien constant que le dépôt de ces eaux étoit ferrugineux, quoiqu'il n'en eût d'abord donné aucune marque ; pour s'assurer s'il ne tenoit pas du cuivre, M. Cadet employa une autre méthode que celle de l'alkali fixe, qu'il avoit depuis long-temps fait voir être infidèle ; il fit dissoudre ce vitriol de mars dans de l'esprit de vitriol dont il étoit sûr ; il y joignit deux fois autant d'esprit de vin rectifié, & ayant trempé un papier blanc dans le mélange, il l'alluma ; la flamme ne donna aucun indice de couleur verte, d'où il suit que cette eau ne contient pas le moindre atome de cuivre, qui n'auroit pas manqué de colorer la flamme en vert.

Le rouge que prend le dépôt des eaux des Fontenelles, par la calcination, lui fit juger que cette terre pourroit être employée avec succès dans la Peinture en émail ; il l'aviva avec l'huile de vitriol blanche, & après l'avoir séchée & calcinée sous une moufle, il l'employa sur un morceau de belle Porcelaine avec le fondant ordinaire ; elle se fondit & donna le beau rouge de mars au morceau de Porcelaine. On avoit aussi envoyé à M. Cadet une certaine quantité du dépôt ocreux, qui se trouve à la source même ; il s'en éleva pendant la calcination une grande quantité de vapeurs acides sulfureuses & très-pénétrantes, & il resta un véritable colcotar.

L'eau minérale des Fontenelles contient donc du fer très-atténué & privé de la plus grande partie de son phlogistique, elle le prend vraisemblablement en passant sur quelques pyrites ferrugineuses ; elle contient encore du sel marin, puisqu'on l'en retire en nature, & qu'enfin elle contient de la sélénite : cette dernière est dûe, selon M. Cadet, à une partie de la terre vitrifiable, qu'il croit être contenue dans ces eaux, & qui, s'unissant à l'acide vitriolique, oblige le fer de se précipiter ; d'où il suit que ces eaux

ne peuvent être transportées, & qu'il faudra les prendre sur les lieux. Les Médecins du pays les regardent comme apéritives, bonnes pour l'estomac, efficaces contre les maladies de la peau & contre les coliques néphrétiques.

Ce que nous venons de dire sur la formation de la sélénite qui se trouve dans ces eaux, ne s'accorde pas avec l'opinion commune qui compose uniquement cette substance de l'acide vitriolique, joint à une terre calcaire; mais M. Cadet a cru devoir s'en écarter, & voici les raisons qui l'y ont engagé.

Les eaux des rivières & de la plupart des sources, passent à travers des lits de sable, & elles en entraînent avec elles des portions si fines, qu'elles passent à travers les pores du filtre, & si on y verse quelques gouttes d'acide vitriolique, elles donnent après quelque temps de digestion & d'évaporation, un sel en aiguilles soyeuses; or ce sel n'a sûrement pas pour base une terre calcaire, le sable étant de la nature de celles qui sont fusibles & vitrifiables.

La même chose s'opérera, si au lieu de mêler avec l'eau de l'acide vitriolique, on y mêle de l'acide nitreux ou de l'acide marin, la sélénite n'est donc essentiellement composée ni de l'acide vitriolique ni d'une terre calcaire, puisqu'une terre vitrifiable, jointe indifféremment aux trois acides, a produit de la sélénite à filets soyeux, & c'est vraisemblablement à la formation de la sélénite qu'on doit attribuer la séparation & la précipitation du fer qui s'opère dans les eaux minérales, la terre vitrifiable ayant plus d'affinité que ce métal, avec l'acide du vitriol qu'elles contiennent, le lui fait abandonner.

Quelques-unes de ces eaux cependant conservent encore du fer après qu'on en a enlevé la sélénite; mais ce fer restant n'est dû qu'à la grande quantité de ce métal dont elles étoient surchargées, & cette quantité est telle, que M. Cadet en a tiré du bleu de Prusse par les procédés ordinaires.

Les eaux les plus pures donnent un sédiment terreux, même à la vingtième distillation, nous en avons dit la raison ci-dessus *, & il y en a qui, bien que très-claires & très-limpides, déposent pendant l'ébullition une si grande quantité de ce principe terrestre

* Voy. ci-dessus
page 18.

& salin, qu'on ne peut s'empêcher d'être étonné que leur limpidité n'en soit pas altérée; l'eau du grand puits des Invalides est de ce nombre, & il y a bien de l'apparence que l'accroissement des plantes dans l'eau, dont nous avons parlé ci-dessus *, n'est dû qu'à cette matière terreuse, si intimément unie à l'eau quelle passe avec elle par le filtre, & ne l'abandonne pas même, du moins en entier, dans les distillations les plus répétées: il se trouve donc, dans presque toutes les eaux, de la terre vitrifiable ou calcaire, & il seroit encore plus difficile d'en trouver qui ne continssent pas un ou deux, & quelquefois les trois acides minéraux; M. Cadet les a trouvés dans quelques-unes; mais voici encore d'autres preuves du sentiment de M. Cadet.

* Voy. ci-dessus
page 15.

Il a trituré du verre commun, jusqu'à le réduire en poudre impalpable; le verre en cet état s'humecte avec l'eau, se paîtrit comme la glaise & est attaquant par les trois acides minéraux, & par quelqu'acide qu'aient été faites les dissolutions, elles ont donné par la cristallisation de la sélénite en filets soyeux: or il est bien certain que la terre du verre est vitrifiable, puisqu'elle a été vitrifiée; donc il peut y avoir de la sélénite formée par une terre vitrifiable unie à l'eau des trois acides minéraux.

Le hasard procura encore à M. Cadet l'imitation de la Nature dans la production d'une autre espèce de sélénite, qui est un assemblage de petits feuillets talqueux, insolubles dans l'eau froide, & qui craquent sous les dents; une cornue dans laquelle il concentroit de l'huile de vitriol sur un bain de sable, se cassa, & toute cette liqueur fut répandue dans le sable du bain; M. Cadet lessiva ce sable pour en retirer l'acide, & la lessive ayant été évaporée aux trois quarts, il s'y forma pendant la nuit une grande quantité de cette sélénite; or il n'y avoit là aucune terre calcaire, le sable n'en pouvant fournir que de vitrifiable; cette terre, jointe à l'acide vitriolique, peut donc produire de la sélénite en feuillets talqueux; il en a encore obtenu du mélange de ce même acide & des deux autres acides minéraux, avec les quartz ou autres terres vitrifiables.

Une dernière expérience confirma encore M. Cadet dans l'opinion où il est, que la sélénite n'est pas toujours composée

d'une terre calcaire, unie au seul acide vitriolique; il avoit acidulé des bouteilles d'eau, les unes avec l'acide vitriolique, les autres avec l'acide nitreux, & la troisième avec l'acide marin, dans la vue d'essayer de substituer, dans la fabrique de la Porcelaine, ces liqueurs au vinaigre qui y occasionnoit des taches, ce qui, pour le dire en passant, réussit parfaitement: ces eaux qui avoient été d'abord très-claires, se troublèrent avec le temps, M. Cadet les filtra séparément, il se trouva sur les trois filtres un sel en petites lames insoluble à l'eau froide, en un mot une véritable sélénite en petites lames.

Cette expérience, jointe aux précédentes, prouve évidemment que les trois acides minéraux peuvent également concourir à la formation de la sélénite, qu'elle peut avoir, & qu'elle a souvent pour base une terre vitrifiable; mais c'est uniquement à ces faits que s'en tient M. Cadet, & il ne prétend pas exclure l'acide vitriolique ni la terre calcaire de la formation de ce sel. Plus on est Physicien, moins on se presse de poser des principes & de les donner pour généraux.

S U R L A

BILE DE L'HOMME ET DES ANIMAUX.

V. les Mém.
page 471.

DE tous les récréments, c'est-à-dire, de toutes les humeurs qui se séparent du sang dans les différens filtres du corps animal, pour être employés à différens usages, la bile est sans contredit une des plus importantes à bien connoître, tant par la nécessité dont elle est dans l'état de santé, que par les maladies que son absence, sa trop grande quantité, ou la mauvaise qualité qu'elle contracte, peuvent occasionner; c'étoit dans cette vue que M. Bordenave, Chirurgien de Paris, qui a déjà enrichi nos Recueils de plusieurs observations intéressantes, avoit entrepris d'en rechercher la nature, dans la vue de mieux reconnoître les altérations dont elle peut être susceptible, & celles qu'elle peut en ce cas occasionner dans le corps humain.

Il s'étoit adressé pour cet examen à M. Pia, dont les talens lui étoient bien connus, & qui pour lors travailloit avec M. Cadet, qui par conséquent se trouva lui-même engagé à cette recherche.

M. Bordenave avoit remis à M. Pia quatre ou cinq onces de bile humaine; cette quantité ne permettoit pas d'étendre beaucoup le travail; voici ce que M.^{rs} Pia & Cadet observèrent sur cette matière.

Cette bile, sans avoir une odeur fétide, en exhaloit cependant une fade & désagréable; exposée dans une cornue à un feu médiocre, elle se boursofle promptement en grosses bulles & passe presque entièrement dans le récipient; mais si par une lente évaporation on la prive de l'air qu'elle contient, elle fournit par la distillation une très-grande quantité de flegme, un peu d'alkali volatil & beaucoup d'huile animale.

L'esprit de sel versé sur la bile y a produit une légère effervescence, laquelle étant passée, on a filtré ce mélange, & on l'a étendu avec un peu d'eau distillée; la liqueur étoit alors transparente & d'un beau vert; en l'évaporant lentement elle a donné une pellicule saline, qu'on a recueillie avec soin; cette pellicule séchée & mêlée avec de la chaux vive, a donné, dès qu'on l'a humectée d'un peu d'eau, une odeur très-pénétrante d'alkali volatil; ce qui prouve que la pellicule étoit un vrai sel ammoniac, formé par l'acide marin qu'on y avoit mêlé, & par l'alkali volatil qu'avoit fourni la bile.

Quelque bien faites que fussent ces expériences, elles parurent faites trop en petit; & les Commissaires que l'Académie avoit nommés pour l'examen du Mémoire de M. Bordenave, parurent, en approuvant ses vues, desirer qu'on en fit d'autres plus en grand & plus décisives, qui pussent mettre les Physiciens en état de porter un jugement certain sur l'origine de la bile, sur ses propriétés & sur les altérations qu'elle subit & qu'elle produit; & M. Cadet qui avoit déjà eu grande part aux premières expériences entreprit ce travail: comme il auroit été difficile de se procurer une assez grande quantité de bile humaine fraîche, M. Cadet employa celle du bœuf; & c'est sur cette dernière que ses expériences ont été faites.

Avant que de penser à de nouvelles expériences, M. Cadet crut nécessaire de consulter les Auteurs qui avoient traité la même matière, & de voir ce qu'ils avoient fait sur ce sujet.

Ceux qui ont parlé de la bile ne sont pas d'accord sur sa nature; les uns y admettent de l'acide & de l'alkali; & d'autres sans rien décider sur la nature des fels, la regardent comme composée de parties salines & huileuses. Verrheyen, un des Physiciens qui s'est occupé de cette recherche, dessécha & calcina de la bile, & la lessive de la cendre donna un sel alkali: cet Anatomiste doutoit cependant si ce sel étoit l'ouvrage du feu ou l'un des principes constituans de la bile; la couleur verte que la bile prend lorsqu'elle est mêlée avec le sirop violat le faisoit pencher vers le dernier sentiment; mais il est évident que cette expérience ne conclut rien, le jaune de la bile devant nécessairement & indépendamment de tout alkali, produire avec le bleu une couleur verte; il n'avoit garde non plus de déterminer la nature de cet alkali, qui est, comme nous le verrons bientôt, la base du sel marin, qu'on ne connoissoit pas alors pour un sel de cette espèce: la saveur sucrée que donne la bile épaissie par l'évaporation, puis dissoute dans l'eau & qui tient à un autre sel que contient la bile, n'avoit pas non plus échappé à Verrheyen.

L'alkali volatil que les premières expériences de M. Cadet lui avoient fait reconnoître dans la bile, n'est point un de ses principes constituans; & il a reconnu depuis qu'il n'est dû qu'à une fermentation putride spontanée qui ne peut avoir lieu dans le corps animal vivant.

M. Marbricd, dans son Ouvrage sur la nature & les propriétés de l'air fixe, dit que la bile de bœuf ne donne aucun signe d'alkali; cependant ayant distillé au feu de lampe de la bile de bœuf gardée dans une bouteille pendant deux ou trois mois, elle a fourni un esprit volatil piquant & d'une odeur fétide, sur quoi il observe que l'alkali provenant des substances putrides, est d'une odeur plus désagréable, mais moins piquante, que celui qu'on tire par le moyen du feu de celles qui ne le sont pas; l'Auteur de l'Essai sur l'histoire de la Putréfaction, juge que les acides végétaux & minéraux agissent à peu près de la même manière sur la bile

& en séparent les flocons huileux; mais ce qui est bien singulier c'est que les alkalis fixes & volatils opèrent la même séparation que les acides quoiqu'en moindre abondance; & que ces derniers flocons sont plus susceptibles que les premiers de se dissoudre dans l'eau; il observe aussi que de la décomposition des sels à base terreuse ou métallique par la bile, il résulte qu'elle contient un alkali qui a plus d'affinité avec l'acide de ces sels qu'il n'en a lui-même avec les substances terreuses ou métalliques, puisqu'il abandonne ces dernières pour se joindre à cet alkali. Tel étoit l'état des connoissances qu'on avoit sur cette matière quand M. Cadet a entrepris le travail dont nous allons essayer de donner une idée: mais en employant dans ses expériences au lieu de la bile humaine celle de bœuf qu'il pouvoit avoir plus aisément; les trois acides minéraux furent successivement mêlés avec cette substance.

L'acide marin mêlé avec la bile au vingt-quatrième de son poids, la coagule d'abord, & il s'en exhale une odeur sensible de foie de soufre, mais peu d'heures après ce *coagulum* se dissout & devient assez fluide pour passer aisément par le papier gris, il se dépose sur le filtre une matière blanchâtre gélatineuse, qui nageoit dans le fluide & qui en avoit pris une légère teinture verte: cette substance est purement animale & donne en brûlant une odeur de corne brûlée; la liqueur filtrée est d'un beau vert, elle a donné par l'évaporation un précipité semblable à de la poix noire, mais qui n'avoit cette couleur que parce que ses parties étoient très-rapprochées; car il coloroit en vert le papier & le bois blanc; ce précipité se paîtrissoit sous les doigts comme de la cire molle & prenoit très-bien l'empreinte d'un cachet: la liqueur a fourni par une seconde évaporation un second précipité pareil au premier, alors elle a perdu sa couleur verte, & est demeurée d'un jaune de petite bière; son goût en cet état se trouvoit très-acide: on y reconnoissoit celui de l'esprit de sel qu'on avoit employé, elle faisoit sur une pierre de liais une effervescence assez vive, ce qui fit connoître à M. Cadet qu'il y avoit encore de l'esprit de sel libre; il y ajouta de nouvelle bile qui produisit les mêmes phénomènes que la première; alors la liqueur ayant été évaporée elle a donné un sel blanc en petites aiguilles, puis ayant été

versée par inclination & évaporée de nouveau, il se forma une pellicule & un sel brun ayant la saveur & le goût du sel marin, décrépitant sur les charbons, en un mot un vrai sel marin bruni par une partie grasse qu'il retient obstinément, & formé par l'acide marin, qu'on avoit employé, joint à l'alkali de sa base qui existoit dans la bile. M. Cadet y reconnut aussi des cristaux en trapèze qui avoient la saveur du sel qu'on nomme *sucre de lait*.

L'acide nitreux a été de même joint à la bile, mais celle-ci étoit gelée; & il a fallu couper les vésicules pour l'en tirer; la gelée en avoit séparé le *serum* en petits glaçons transparens minces, sans couleur, sans odeur & sans goût, le reste étoit seulement épaissi. M. Cadet l'ayant mise en cet état dans un vaisseau de verre sur un sable médiocrement chaud, l'esprit de nitre versé dessus s'est teint en un beau rouge tirant sur le violet, qui à mesure que les glaçons se fondoient devenoit d'une couleur grise: ce gris auquel M. Cadet ne s'attendoit pas le surprit, il soupçonna que cette couleur n'étoit dûe qu'à ce qu'il avoit fait dégeler trop promptement la bile; & en effet, en mêlant d'autre bile fondue plus lentement avec la liqueur, elle reprit une très-belle couleur verte: la liqueur filtrée laissa sur le filtre la même matière gélatineuse animale qui avoit paru dans l'expérience faite avec l'esprit de sel, il s'éleva du mélange de l'acide avec la bile une odeur fade & désagréable, mais qui ne tenoit point de celle du foie de soufre; ce que M. Cadet croit devoir attribuer à ce que la bile de la première expérience pouvoit avoir éprouvé un commencement de fermentation putride, dont la gelée avoit préservé celle-ci.

La liqueur ayant été évaporée n'a point donné de précipité résineux comme celle de la première expérience; il s'est élevé au contraire à sa surface une substance jaune résineuse parsemée de petits points blancs qui se païtrissoit dans les doigts, mais en s'y attachant si on n'avoit pas la précaution de les mouiller: la liqueur avoit une belle couleur de jaune-citron, dont M. Cadet fut fort surpris; & il pensa que la couleur verte ne manquoit ici que parce que l'acide nitreux avoit enlevé à la bile un flogistique subtil, qui avoit échappé à l'esprit de sel de la première expérience, elle
étoit

étoit très-acide & très-transparente; évaporée au tiers dans une capsule de verre, elle a donné des cristaux quadrangulaires; en continuant l'évaporation, il s'est encore élevé de cette substance jaune résineuse, dont nous avons parlé, la liqueur a donné, en se refroidissant, de nouveaux cristaux quadrangulaires, & un autre sel en aiguilles très-adhérent aux parois du vaisseau; enfin l'eau-mère jointe à l'huile de tartre par défaillance a donné des cristaux de sucre de lait comme dans la première expérience.

Le sel quadrangulaire étoit de véritable nitre quadrangulaire, formé par l'esprit de nitre & la base du sel marin existante dans la bile: Mais d'où peut venir, dans ce récrément, la base de ce sel séparée de son acide; M. Cadet pense qu'une grande partie du sel marin que contiennent les substances dont se nourrissent les hommes & les animaux se décompose dans leur corps, que l'acide s'y joint à un alkali volatil, & que la base devenue libre s'unit en partie avec l'huile animale pour former cette espèce de savon qu'on nomme *bile*. Nous disons en partie, car cette même base du sel marin se retrouve dans le sang & dans l'urine.

Les deux expériences que nous venons de rapporter, prouvent évidemment que cette base existe dans la bile; pour s'en assurer encore plus & l'avoir immédiatement, M. Cadet a fait dessécher de la bile à un feu très-doux, & l'ayant ensuite fait calciner, elle a donné une odeur de foie de soufre, & les cendres lessivées ont donné un sel parfaitement semblable au sel de soude qui, comme on sait, est la base du sel marin.

Pour constater encore mieux la nature de ce sel, M. Cadet l'a saturé avec l'acide vitriolique, & il a obtenu par la cristallisation de très-beau sel de Glauber; nouvelle preuve de l'existence de la base du sel marin dans la bile; le sel de Glauber n'étant composé que de l'acide vitriolique uni à cette base.

De toutes ces expériences il résulte:

1.^o Que lorsque la bile a éprouvé seulement un commencement de fermentation putride, elle donne un alkali volatil qui pourroit bien ne pas exister dans le corps animal, & que cet alkali volatil forme avec l'acide marin, contenu dans la bile, une espèce de sel ammoniac.

Hist. 1767.

: K

2.^o Que les acides minéraux coagulent d'abord la bile, en se faïssissant de l'alkali qui entre dans sa composition, puis peu de temps après la rendent assez fluide pour passer à travers du papier gris.

3.^o Qu'elle contient en elle-même le sel alkali qui sert de base au sel marin, & qui est le même que le sel de soude, & que ce sel y est uni à une huile animale, avec laquelle il forme une espèce de savon liquide.

4.^o Que les sels en aiguilles qu'on en tire par la voie des acides, sont dûs à la combinaison de ces acides avec une terre calcaire qui se trouve dans la bile, & sont de vrais sels séléniteux, & qu'il y a grande apparence que cette terre calcaire est ce qui donne lieu à la formation des pierres biliaires ou stercorales; d'où il suit que, comme Henckel l'a remarqué, l'usage des absorbans terreux expose à des concrétions pierreuses; ce qui est confirmé par un exemple rapporté par M. Cadet.

5.^o Que les cristaux trapézoïdes qui se séparent du *serum* de la bile, approchent beaucoup de ceux du sucre de lait, ou plutôt n'en diffèrent, qu'en ce qu'ils n'ont pas la même saveur douce de ce dernier: ce sel, très-difficile à dissoudre dans l'eau, peut aussi contribuer aux concrétions pierreuses qui se forment dans le corps humain, en se décomposant dans les différens organes où la bile peut être portée.

6.^o Enfin, que la bile est un véritable savon, formé d'une graisse ou huile animale & de la base alkaline du sel marin; qu'elle contient encore un sel de la nature du lait, & une terre calcaire légèrement ferrugineuse, ce qui pourroit être l'origine de la couleur verte & jaune de la bile & de son amertume qui ne se trouvent pas dans le savon. On n'avoit certainement pas eu jusqu'ici une connoissance aussi détaillée de la bile, que celle que donne l'analyse de M. Cadet; le rôle que joue ce récrément dans l'économie animale, suffit pour faire voir l'importance de ce travail.





BOTANIQUE.

SUR

UN MOUVEMENT SPONTANÉ

OBSERVÉ

DANS LA PLANTE APPELÉE TREMELLA.

ON connoît depuis long-temps l'espèce de mouvement, par lequel les sommités des étamines de la *marciantia*, de la presse, de la figue-d'Inde, de l'*helianthemum*, jettent leurs poussières; on connoît de même la propriété qu'ont les plantes légumineuses, de s'incliner la nuit & de se relever le jour, & enfin la propriété qu'a la sensitive, de plier & de rassembler ses feuilles lorsqu'on la touche, la fait regarder par un grand nombre de Naturalistes, comme celle qui sert de nuance & de passage du règne végétal au règne animal.

V. les Mém.
page 564.

Les observations microscopiques de Leuwenhoeck, de Joblot, & de M.^{rs} de Buffon & Needham, ont encore offert des mouvemens singuliers qu'ont une infinité de petits corps, que le microscope fait apercevoir dans les infusions de différentes matières, & qui semblent se multiplier, les uns à la manière des animaux, les autres à la façon des plantes.

Aucun de ces mouvemens ne peut cependant être regardé comme participant du mouvement de la plante & de celui de l'animal; on ignore premièrement si la plus grande partie des êtres microscopiques sont du genre des animaux ou des plantes, & il semble que le mouvement de la plus grande partie de ces êtres, soit indépendant de la volonté de l'être qui en est affecté; celui de la sensitive même qui paroît le plus spontané de tous, semble plutôt tenir à l'irritabilité de la plante qu'à toute autre cause.

Le hasard a offert à M. Adanson un mouvement spontané,

K ij

& pour ainsi dire, animal, dans une plante de la famille des *byssus*, appelée *Tremella*.

Cette plante est celle que Dillen nomme *conserva gelatinosa omnium tenerrima & minima, aquarum limo innascens*; on la trouve au printemps & en automne, dans les eaux qui séjournent dans des ornières ou dans les fossés; en un mot dans les endroits où se trouvent de médiocres amas d'eau stagnante.

Cette plante ne paroît que lorsque le thermomètre est aux environs de 6 à 10 degrés au-dessus de la glace; au-dessus ou au-dessous de ce terme elle périt ou paroît périr; car on ignore encore, si lorsqu'elle reparoît c'est une nouvelle génération, ou s'il s'en conserve quelque partie capable de la reproduire.

À ne voir la tremella qu'à la vue simple, elle n'offre qu'une lame ou croûte plus ou moins grande d'un vert foncé, attachée à une portion de limon qu'elle retient avec elle, glaireuse, & qui ne présente aux yeux rien de remarquable.

Mais dès qu'on examine cette plante avec une lentille de deux à trois lignes de foyer, l'apparence gélatineuse disparaît, & on voit qu'elle est absolument composée de filets cylindriques, obtus par les bouts, croisés & mêlés les uns avec les autres comme les poils d'un feutre.

Avec de très-fortes lentilles, ces filets grossis paroissent composés d'articulations séparées par des diaphragmes, & dont la longueur est égale à leur diamètre: la longueur réelle de ces filets est depuis une jusqu'à trois lignes, & ils sont parfaitement droits & assez roides, & jusque-là il n'y a rien de bien particulier à cette plante, mais voici ce que M. Adanson a observé de très-singulier; malgré la roideur apparente de ces filets ils ont un mouvement spontané latéral, par lequel ils s'approchent & s'écartent les uns des autres, tantôt à droite & tantôt à gauche: ce mouvement plus sensible vers les bords de la plante, ne se fait pas dans tous les filets en même-temps; quelques-uns paroissent reculer en arrière, mais le plus grand nombre semble s'avancer, & M. Adanson a observé que ce mouvement progressif étoit au foyer de son microscope d'une ligne en une minute, c'est-à-dire, en ôtant l'augmentation causée par l'effet de cet instrument, d'un quatre

centième de ligne, mais que tous les mouvemens de ces filets se compensoient si bien, que le total de la masse ne changeoit pas de place.

Ces filets ont encore une autre espèce de mouvement que M. Adanson nomme *mouvement d'accroissement*; quelques-uns qu'il avoit mis dans de l'eau très-claire le lui ont fait apercevoir; cet accroissement peut aller jusqu'à trois lignes en une nuit, mais il faut remarquer qu'il est d'autant plus grand que la température de l'air approche de 9 degrés du thermomètre au-dessus de la glace; environ 5 ou 6 degrés au-dessus ou au-dessous, cette espèce de végétation n'a plus lieu, & dans les degrés intermédiaires elle va en diminuant.

Lorsque ces filets sont parvenus à leur dernier terme d'accroissement qui excède rarement trois lignes, alors le dernier nœud qui n'a guère qu'une demi-ligne de long s'en sépare & s'allonge, ses deux bouts s'arrondissent & il devient absolument semblable à celui dont il s'étoit séparé & capable d'en produire à son tour de nouveaux: il seroit peut-être curieux de savoir si tous les nœuds se séparent ainsi les uns après les autres comme le *conserva*; mais M. Adanson n'a pu s'en assurer; ces filets ainsi multipliés ne manquent pas de s'approcher des autres pour se croiser & s'entrelasser.

Les lames ou plaques de tremella vivent assez long-temps lorsque la température se soutient à 9 degrés; mais lorsque les gelées ou les chaleurs viennent, elles périssent; celles qui manquent d'eau se réduisent en poussière, & celles qui en sont couvertes viennent à la surface, elles se couvrent de bulles d'air qui en crevant laissent des entonnoirs d'un vert noirâtre; en un mot elle se détruit au moins en apparence, car comme elle reparoit de nouveau, il faut qu'il se conserve quelques-unes de ses parties qui puissent la reproduire. M. Adanson avoit entrepris d'examiner un point si intéressant, mais ces observations exigeant des attentions & des recherches microscopiques qui ne s'accroissent plus à l'état de sa santé ni à celui de ses yeux, affoiblis par ses voyages & ses longs travaux, il en a remis la suite à M. Spalanzani, plus en état que personne de les pousser aussi loin qu'elles puissent aller.

Pendant le cours des observations sur le tremella, M. Adanson, a remarqué entre ses filets un grand nombre de petits êtres microscopiques de différentes figures, & qui avoient des mouvemens très-vifs en tous sens : il résulte de ce que nous venons de dire, que les filets du tremella ont un mouvement latéral & un mouvement progressif & de recul, qui subsiste même après leur jonction, & que si quelque plante pouvoit faire la nuance entre le règne végétal & le règne animal, celle-ci à raison de cette espèce de mouvement spontané, auroit plus de droit qu'aucune autre d'y prétendre; mais M. Adanson observe qu'on ne doit pas ici prendre le terme de spontané à la rigueur, & qu'il y a encore bien loin du mouvement qu'il a observé dans la plante en question aux mouvemens volontaires des animaux.

OBSERVATIONS BOTANIQUES.

I

LES fortes gelées d'hiver font souvent éclater des arbres dans les bois, cet accident se reconnoît dans la suite sur ces arbres par des espèces d'éminences en forme de côtes qui s'étendent suivant la longueur du tronc, & qui se trouvent presque toujours du côté du midi. M. de Regemorte l'aîné, a fait à sa maison de Dachstein près Strasbourg, une observation importante qu'il a communiquée à M. du Hamel : il avoit remarqué dans la pépinière de Moret, que pendant des hivers longs & rudes, quelques arbres de Judée d'un pouce & demi de diamètre, & même plus forts, avoient été fendus dans la longueur de leur tronc par la gelée, & que la plupart étoient morts depuis; il craignit avec raison le même sort pour quelques arbres de la même espèce qui étoient dans son jardin de Dachstein, il les visita dans la plus grande rigueur du froid de cette année, & trouva les plus beaux fendus depuis l'enfourchement des branches jusque dans le pied, de manière qu'on pouvoit mettre le bout du petit doigt dans la fente, & toutes ces fentes étoient dans la partie du tronc tournée au midi; il

ordonna à son Jardinier de couvrir ces fentes avec de la boue de vache, celui-ci négligea d'exécuter cet ordre; cependant, étant retourné à Dachstein après la gelée, il trouva toutes les fentes si exactement refermées qu'il n'en restoit pas le plus léger vestige, le même accident arrive sans doute à bien d'autres arbres qui sont moins soigneusement observés que ceux de M. de Regemorte, & les fentes se refermant au dégel, on ne soupçonne pas même qu'ils se soient ouverts pendant la gelée; & on attribue la mort de ceux qui périssent à toute autre cause: ceux qui sont assez heureux pour échapper sont ceux auxquels se trouve cette arête saillante dont nous venons de parler.

I I.

M. le Président de Malesherbes a communiqué à M. Guettard, une lettre qui lui avoit été écrite de Bretagne, par laquelle on lui mandoit qu'un plan de jeunes frênes d'environ quatre à cinq ans & très-bien venus, avoit été presque dans le cas d'être perdu ou au moins recepé, parce que des frêlons avoient enlevé la plus grande partie de l'écorce de ces arbres. On savoit depuis long-temps que ces animaux employoient l'écorce des arbres à former l'espèce de papier dont leurs nids sont construits; mais il falloit qu'ils se fussent étrangement multipliés dans ce canton pour avoir pu faire un pareil dégât.

I I I.

La même lettre contenoit encore une observation singulière sur les plantes qui viennent des pays situés au-delà de l'Équateur, & qui par conséquent ont leur hiver quand nous avons l'été, & l'automne quand nous avons le printemps; ces plantes même, après avoir été multipliées de marcottes ou de boutures, conservent toujours un penchant à pousser & à fleurir pendant notre automne & notre hiver; le laurier-thym qui dans les provinces maritimes réussit très-bien dans les jardins, & dans les bois développe ses boutons en Novembre, & on en a des fleurs jusqu'en Janvier quand les gelées ne sont pas excessives: il paroît par l'observation suivante que ceux qui lèvent ici de graine doivent être exceptés de cette règle; quelques baies de laurier-thym ayant mûri dans les bois,

elles ont produit de jeunes arbres qui ont donné quelques fleurs au printemps, & n'en ont point donné l'hiver, quoique tous les autres de leur espèce en fussent garnis. Peut-être ces jeunes arbres dont la graine a été semée, & a levé, pour ainsi dire, à contre-temps, du moins relativement aux autres, ont-ils acquis par cette circonstance cette espèce d'indigénat.

I V.

On fait depuis long-temps qu'on multiplie les champignons en divisant leurs racines qui donnent par ce moyen autant de pieds qu'elles ont été séparées en différentes parties; mais on ne s'étoit pas encore avisé de penser que cette espèce de plante pût se greffer en approche d'un pied sur l'autre, le hasard a procuré à M. Fougereux, la preuve de cette possibilité, dans deux pieds de champignons de l'espèce nommée par Bauhin *fungus Pileolo lato & rotundo*: cinquante ou soixante champignons de cette espèce étoient réunis fort près les uns des autres, & M. Fougereux en trouva deux qui ayant chacun leur pédicule en terre avoient leurs têtes ou chapeaux réunis par une partie de leur circonférence; il s'y étoit fait une vraie greffe naturelle: il y avoit dans le même amas de champignons deux autres pieds bien plus dignes d'attention, l'un des deux qui étoit le plus gros avoit son pédicule en terre & son chapeau comme à l'ordinaire; mais le second qui attira l'attention de M. Fougereux étoit plus singulièrement situé, il étoit tourné à contre-sens du premier, sa convexité adossée à celle du premier auquel il tenoit par cet endroit, ayant par conséquent son pédicule & ses feuillets tournés vers le ciel, & ne tirant aucune nourriture que du premier champignon avec lequel il étoit greffé; aussi le pédicule du second commençoit-il à se flétrir.

L'adhérence des deux têtes étoit si intime que rien n'indiquoit dans leur substance l'endroit de leur séparation, & que M. Fougereux n'a pu le remarquer même en les disséquant; il n'est pas aisé d'imaginer comment cette jonction si singulière a pu se faire, cependant M. Fougereux pense qu'on peut l'expliquer en supposant que ces deux champignons venus d'abord près l'un de l'autre,

&

& peut-être avec leurs têtes inclinées l'une vers l'autre, se soient collés dès le commencement de leur formation, & qu'ensuite l'accroissement rapide de l'un des deux ait arraché le plus petit, qui, dans cet état, a dû se trouver dans une situation renversée, & vivre absolument aux dépens de celui qui l'avoit enlevé, ne pouvant plus rien tirer de la terre par son pédicule. Cette ingénieuse explication n'offre rien que de très-naturel, & rend raison de cette espèce de phénomène de la manière la plus satisfaisante.

CETTE année parut un Ouvrage de M. du Hamel, intitulé, *du transport, de la conservation & de la force des Bois*, faisant la conclusion du traité complet des bois & des forêts.

Nous avons rendu compte en 1764, du précédent volume de cet Ouvrage, qui contenoit l'exploitation des bois * ; nous allons en reprendre la suite en parlant de celui-ci.

* Voy. *Hist.*
1764, p. 78.

Les bois une fois abattus, doivent être promptement retirés du terrain qui les a vu naître ; le séjour qu'ils y feroient, & le passage des voitures & des ouvriers, nuiront beaucoup à la repousse des bois qui doit se faire sur les fouches, & ruineroient le taillis qui doit y renaître, aussi les Ordonnances prescrivent un temps où les bois doivent être tirés des ventes, prononcent des peines contre ceux qui seroient négligens à les enlever ; & pour en faciliter les moyens aux Marchands de bois, les mêmes Ordonnances leur accordent un grand nombre de privilèges, que M. du Hamel indique dans son ouvrage.

Les différentes masses des pièces de bois, & les différens usages auxquels elles sont destinées, introduisent nécessairement de la différence dans la manière de les transporter.

Les grosses pièces de bois destinées à la construction ou à la charpente, se transportent en les traînant sur le terrain, ou en les menant avec des espèces de voitures à roues, qu'on nomme *fardiers*, & qui diffèrent des autres voitures, en ce que le corps de celle-ci est au-dessus de la charge qui est suspendue au-dessous, & qu'on y soutient, au moyen d'une chaîne tournée autour d'un rouleau qu'on fait agir avec des leviers. On est étonné de voir avec

Hist. 1767.

. L

quelle facilité cette espèce de voiture enlève, avec un petit nombre d'hommes, & transporte au loin des pièces énormes, qu'on ne pourroit autrement tirer des bois qu'avec des peines & des dépenses incroyables.

Les planches & les moindres pièces se transportent sur des charrettes ordinaires, de même que les lattes & les échalas; les ouvrages de boissellerie, ou, comme on les nomme dans les forêts, de *raclerie*, se transportent à somme ou à dos de mulet.

Le bois qui n'est pas employé aux usages dont nous venons de parler, est destiné au chauffage: les bois d'une certaine grosseur se coupent en bûches, & les brins trop menus sont destinés à faire du charbon; le menu branchage se travaille en cotterets & en fagots.

Les bûches, les cotterets, les fagots & le charbon, se tirent du bois & se conduisent aux ports des rivières, ou à leur destination, dans des charrettes ou sur des chevaux.

Le bois une fois arrivé au bord des rivières, peut être transporté de deux manières, ou en le chargeant dans des bateaux, ou en l'assemblant, pour en former des espèces de radeaux, qu'on nomme trains, & qui suivent en flottant le cours de l'eau, jusqu'à l'endroit de leur destination.

Comme on n'a pas toujours à portée des bois, une rivière navigable, on y supplée par les ruisseaux qui y affluent, & dans lesquels on jette les bûches, sans les assembler, après les avoir marquées de la marque du Marchand: on arrête toutes ces bûches à l'embouchure de la petite rivière dans la grande, au moyen d'une estacade de pieux, & après avoir rassemblé toutes les bûches appartenant à chaque Marchand, on les laisse se sécher avant que de les assembler en trains; sans cette précaution, ces bois trop imbibés ne flotteroient pas: il arrive même que lorsqu'on les jette dans l'eau avant que de les avoir fait assez dessécher, une partie reste au fond des ruisseaux; ces bois submergés se retirent ensuite, mais ils ont perdu de leur qualité, & on les nomme *fondriers* ou *canards*.

Le bois qu'on ne veut pas flotter, s'embarque dans des bateaux, & c'est ce qu'on nomme *bois neuf*. Ce bois est le

meilleur & le plus cher de tous: on embarqué de même le charbon, & pour pouvoir charger le bateau de ce qu'il peut porter de cette marchandise légère, on garnit le tour du bateau de claies, qui la contiennent à une assez grande hauteur.

La plus grande partie du bois de corde, tout le bois de charpente, & une grande partie des planches, se flottent; c'est-à-dire, qu'on en forme des assemblages ou radeaux qui flottent à la surface de l'eau, tant par leur légèreté propre, que par celle qu'on leur procure, au moyen de futailles vides qu'on engage dans ces trains, & on les fait descendre au fil de l'eau jusqu'à leur destination: un train que trois ou quatre hommes peuvent conduire, contient jusqu'à cinquante voies de bois; on voit aisément combien cette manière de voiturier ce bois, épargne de frais & de dépense.

Lorsque les trains sont arrivés au lieu de leur destination, on coupe les harts ou rouettes qui les assemblent, & on tire les pièces ou les bûches à terre, pour les mettre en dépôt dans les chantiers, où on les arrange pour les conserver.

La conservation des bois fait l'objet du second livre de l'ouvrage de M. du Hamel: on sent bien qu'il n'est plus ici question du bois à brûler, & qu'il ne s'agit que des bois de construction, de charpente & de menuiserie.

La sève qui sert à entretenir l'arbre tant qu'il est sur pied, devient son plus redoutable ennemi lorsqu'il est abattu; elle en occasionne infailliblement la destruction.

M. du Hamel regarde cette liqueur comme composée de parties résineuses, mucilagineuses ou gommeuses, étendues dans beaucoup de flegme: ce composé, dès que le mouvement qu'il avoit dans l'arbre est arrêté, devient très-propre à occasionner la fermentation & la pourriture, si on ne se hâte de lui enlever ce flegme qui peut y donner lieu; il y occasionne encore un autre inconvénient, il rend le bois susceptible de se tourmenter, & si on l'emploie, sur-tout à la menuiserie, avant qu'il soit bien sec, il se retire, les assemblages se déjoignent, & il s'y fait des vides considérables.

Les bois conservés sous des hangards pendant environ deux ans, sont communément assez secs pour la charpente; mais ceux qu'on

destinée à la menuiserie doivent subir un bien plus long desséchement, bien entendu cependant que la plus grande ou moindre chaleur ou sécheresse du climat doivent accourcir ou prolonger ce terme.

Comme on n'est pas toujours à portée d'attendre si long-temps, on essaie d'accélérer le desséchement du bois, soit en l'exposant à la plus grande ardeur du soleil, soit en le mettant flotter dans l'eau pour dissoudre la sève tenace qui se dissiperait difficilement, soit enfin en employant le secours du feu pour le dessécher; tous ces objets font la matière du second livre, excepté le dernier article qui est renvoyé au troisième, dans lequel sont décrites les étuves qui servent à cet usage, & à plusieurs autres qui y sont traités.

Il est aisé de voir que les différentes questions que ces objets présentent, ne peuvent se résoudre par des raisonnemens physiques seuls, & que l'expérience doit les décider; c'est aussi la route qu'a prise M. du Hamel: chaque question particulière, dépendante des objets que nous venons d'énoncer, est décidée par une nombreuse suite d'expériences, & cette décision est accompagnée de différens procédés pour la conservation des bois, soit par le desséchement, soit en enduisant sa surface de quelque matière impénétrable à l'eau, soit au contraire en le faisant séjourner dans l'eau. Des tables d'expériences très-étendues indiquent suivant quelle loi se fait l'évaporation de la sève, quel temps est nécessaire pour l'imbibition de l'eau dans les bois qui y sont plongés, & pour l'évaporation de cette eau imbibée; quelles qualités les bois acquièrent en passant par ces différens états, ce que le séjour du bois dans l'eau peut avoir d'avantageux pour obvier à la piqure des vers, & enfin quelle différence il se trouve entre les bois conservés dans l'eau douce, & ceux qui le sont dans l'eau de la mer.

Le premier objet du troisième livre est, comme nous l'avons dit, le desséchement des bois par une chaleur artificielle, & M. du Hamel y a joint la manière d'employer cette même chaleur à les attendrir & à leur donner différentes courbures: on juge bien que ces deux procédés doivent varier suivant la qualité & les dimensions des bois.

Le bois se peut dessécher au feu de plusieurs manières ; on peut le leur appliquer immédiatement , même jusqu'à en réduire une couche en charbon ; cette méthode est employée pour la partie des pieux qu'on chasse en terre , & l'expérience a fait voir à M. du Hamel , que cette précaution procuroit au bois enfoncé en terre , une durée un peu plus longue ; mais elle lui a en même-temps appris , que quoique cette couche charbonneuse se trouve entière , il arrive très-souvent que le bois qu'elle recouvre se trouve altéré , & que cette méthode n'est pas plus avantageuse à pratiquer pour les bois destinés à la construction.

Lorsqu'on ne veut pas dessécher le bois par l'application immédiate du feu , on lui fait éprouver une chaleur modérée & soutenue assez long-temps ; M. du Hamel a varié immensément les expériences pour s'assurer des effets , & il en résulte que la chaleur immédiate du feu , ne peut être employée que pour le dessèchement des bois minces , les gros bois ne pouvant l'être suffisamment par cette méthode.

Puisque l'action immédiate du feu seroit insuffisante pour le dessèchement des gros bois , il a fallu employer des intermédiaes , qui pussent , sans les altérer , leur communiquer une chaleur modérée ; & les moyens que les besoins de la Marine ont fait inventer pour produire cet effet , ont encore procuré un autre avantage , ils mettent le bois en état de se ployer sans se casser ; avantage immense pour la construction.

Les intermédiaes qu'on emploie pour le dessèchement du bois sont de trois espèces , l'eau dans laquelle on fait bouillir les pièces , la vapeur de l'eau bouillante , & le sable chaud imbibé d'eau bouillante dans lequel on les enterre : on a imaginé pour employer ces différens moyens des étuves avec des fourneaux , qui facilitent extrêmement ces opérations , & qui économisent singulièrement les matières combustibles qu'on emploie à cet usage & la main-d'œuvre nécessaire pour y parvenir. M. du Hamel donne , avec la construction de ces étuves , tout le détail des expériences qu'il a faites des trois différentes méthodes , il paroît donner la préférence à la troisième , & avertit des précautions qu'on doit prendre pour employer les bordages au sortir de l'étuve , pour

éviter qu'ils ne s'éclatent ou qu'ils ne s'altèrent en leur faisant prendre la courbure nécessaire.

Jusqu'ici M. du Hamel n'a parlé que des bois de charpente & de construction; le quatrième livre traite des bois propres aux rames & aux mâtures, & de la manière de les conserver.

Les rames se font ordinairement de bois de hêtre, mais tout bois de cette espèce n'y est pas propre, il y en a qu'on connoît à sa couleur rouffe qui devient cassant à mesure qu'il se sèche, & celui-là doit être sévèrement rejeté, le meilleur est celui qui vient dans un bon terrain plus sec qu'humide, & sur-tout, on doit choisir les arbres qui étant venus dans des massifs ont bien filé & ont peu de nœuds, étant évident que les rames qu'on en fera auront plus de fil & feront moins cassantes.

On refend les arbres qu'on destine à cet usage, & qui doivent avoir 46 ou 48 pieds de longueur, en deux, en trois ou en quatre, selon leur grosseur; ces morceaux en cet état sont nommés *estelles* ou *atelles*, & c'est sous cette forme qu'on les transporte dans les ports après les avoir fait séjourner environ un mois dans l'eau, pour les garantir de la piqure des vers à laquelle le hêtre est fort sujet; on les conserve alors sous des hangards avec des calles entre deux, pour faciliter le passage de l'air & les tenir séchement; on doit de même, lorsqu'on transporte par mer les estelles, ne les embarquer que lorsqu'elles sont bien séchées.

Aussitôt que les estelles sont arrivées dans les ports on les façonne en rames, avant qu'elles soient tout-à-fait sèches, & on les conserve dans les magasins comme on avoit fait les estelles en ménageant entr'elles un courant d'air.

Les mâts & les vergues des navires se font ordinairement de pin; on préfère celui du Nord, & sur-tout celui qui est venu dans un bon terrain plus sec qu'humide: les pièces de mâtures se distinguent en *mâts*, *mâtreaux* & *esparts*, les pièces qui ont depuis 60 jusqu'à 80 pieds de long, & depuis environ 24 pouces jusqu'à 30 de diamètre au pied portent le nom de *mâts*; celles qui n'ont que depuis 40 jusqu'à 70 pieds de long, sur 15 à 22 ou 24 pouces de diamètre prennent celui de *mâtreaux*; toutes les pièces au-dessous de ces dimensions se nomment *esparts*.

Les arbres qu'on choisit doivent être droits & avec le moins de nœuds qu'il est possible, ces nœuds ne manqueroient pas de les affoiblir & de les rendre cassans.

On substitue quelquefois du sapin au pin pour la mâture des bâtimens; mais ces mâts ne valent jamais ceux de pin, & on doit toujours employer ce dernier à la mâture des grands vaisseaux.

Comme les pièces propres à faire des mâts sont rares & chères, on prend toutes les précautions possibles pour les conserver; aussitôt qu'un navire est entré dans le port pour y désarmer on le démâte de tous ses mâts, excepté les trois mâts majeurs, on porte les autres sous des halles, & on les enduit d'un mélange de goudron & de graisse, ou même de suif, pour les préserver de la piqure des insectes.

Comme il ne seroit pas possible de conserver de cette manière l'immense quantité de mâts non travaillés qu'on garde dans les ports; on a imaginé de creuser des fosses où on les assujettit sous l'eau qui les met à l'abri des insectes, ils se conservent très-bien en cet état dans l'eau douce, mais encore bien mieux dans l'eau salée qui leur procure une bien plus grande souplesse.

Le cinquième & dernier livre de l'ouvrage de M. du Hamel; a pour objet les moyens de connoître & ceux d'augmenter la force des bois, matière de la plus grande importance. Des expériences sans nombre, ont appris à M. du Hamel quelle étoit la force des bois de différentes espèces & de différens échantillons, connoissance utile & même nécessaire; mais il ne s'est pas contenté de cette force naturelle, & ses recherches lui ont procuré les moyens de donner au bois une force artificielle infiniment supérieure, & bien plus appropriée aux usages auxquels ces bois sont destinés; essayons de présenter une idée de cette ingénieuse méthode: dans toute pièce de bois prête à rompre sous sa charge, il y a dans l'endroit auquel elle va rompre des fibres dont les unes sont en extension & les autres dans une contraction violente, une expérience extrêmement simple peut en convaincre les plus incrédules, qu'on prenne un parallépipède de cire, & qu'on le plie, on apercevra à la partie concave l'effet de la compression

par le gonflement qui y arrivera; & à la partie convexe celui de l'extension des fibres par la diminution de la largeur du parallépipède en cet endroit: appliquons ce principe au bois.

La première & la principale question est de savoir combien dans un morceau de bois prêt à rompre il y a de fibres en extension, & combien il y en a en contraction; car il est évident qu'il n'y a que celles qui sont en extension qui résistent à la rupture, les autres ne sont que matière purement passive, elles peuvent seulement, par leur plus ou moins de résistance, approcher ou éloigner, des fibres étendues, le point d'appui, sur lequel se fait l'effort de la puissance qui tend à faire rompre la pièce de bois?

Pour entendre cet article qu'on se représente le morceau de bois comme composé de deux pièces, mises l'une au bout de l'autre, & jointes à l'endroit de la rupture, non pas immédiatement, mais un peu éloignées & unies par une infinité de petits ressorts; il est clair que si ces ressorts sont également susceptibles d'extension & de compression, il y en aura une partie qui se contractera & une autre qui s'allongera, & il se trouvera vers le milieu de la pièce un plan dans lequel les ressorts ne seront ni allongés ni contractés; si au contraire ils ont plus de facilité à s'étendre qu'à se contracter, ce plan sera plus près de la partie concave, & il sera plus près de la partie convexe s'ils se contractent plus facilement qu'ils ne s'allongent.

Suivant ce raisonnement, si on ôte de la pièce tous les ressorts en contraction & qu'on substitue au plan imaginaire dont nous avons parlé, un point d'appui réel & incompressible, on aura précisément la même force; on peut même l'augmenter en éloignant ce point d'appui des fibres étendues qui occasionnent la résistance.

Il suit de-là qu'on pourroit, sans diminuer la force d'une pièce de bois, la scier dans une partie de son épaisseur, pourvu qu'on remplit le trait de scie d'un corps dur; qu'on pourroit même, par ce moyen, augmenter la force & la roideur de cette pièce, en faisant en sorte que ce corps étranger serrât plus vers l'entrée du trait de scie qu'au fond; singulier paradoxe: car enfin, quel étrange moyen de fortifier une pièce que de la scier jusqu'à sa moitié, & peut-être au-delà?

C'est

C'est cependant ce que l'expérience a démontré, M. du Hamel a fait faire des barreaux de bois, les plus égaux qu'il a été possible; il en a fait rompre six, & la force moyenne nécessaire pour les faire rompre, a été de 525 livres : des barreaux pareils sciés jusqu'au tiers de leur épaisseur, & dans lesquels le trait de scie avoit été rempli par un coin de bois dur, n'ont rompu que sous le poids de 551 livres; sciés à moitié, ils ont rompu sous 542 livres; sciés aux trois quarts, ils ont encore porté 530 livres. Il y a plus, si avant la rupture du barreau, on le décharge pour chasser dans le trait de scie un nouveau coin qui remplisse le vide que la compression des deux bouts avoit fait, il peut porter un plus grand poids; un des barreaux sciés aux trois quarts a porté par ce moyen un poids de 576, de 55 livres ou un peu plus d'un dixième plus pesant que celui qu'il portoit étant entier: il est évident que les fibres restées entières font en ce cas l'office d'une bande de fer qui uniroit les deux bouts du bois coupé; & comme les fibres du bois ne s'étendent que très-difficilement, la résistance qu'elles apportent à la rupture est égale à l'adhérence des fibres entières aux fibres coupées: aussi le bois éclate-t-il presque toujours en long avant que de se rompre.

Cette énorme résistance des fibres du bois, & la forte adhérence qu'elles ont les unes aux autres, ont engagé M. du Hamel à faire usage de cette propriété pour empêcher les pièces droites de se courber, & les pièces courbes d'altérer la courbure qu'on leur a donnée. Il y parvient en composant ces pièces de plusieurs autres endentées les unes dans les autres, de manière qu'elles ne puissent altérer leurs figures sans changer de longueur, ce que les endentures ne leur permettent pas. Il propose d'employer cette méthode dans la construction des mâts & des vergues d'assemblage, & dans les pièces qui ont une courbure déterminée comme la quille des galères, qui doit se relever par les deux bouts: il arrive presque toujours qu'elles perdent cette courbure à la mer, ce qui altère leur vitesse & leur solidité. Une seconde contre-quille endentée sur la première, a été appliquée à une galère qui avoit déjà fléchi, & l'a mise en état de soutenir la mer sans perdre la courbure qu'on lui avoit rendue. Avantage immense qui

90 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE
dérive absolument des expériences & des principes de M. du Hamel.

Cet ouvrage a paru renfermer un très-grand nombre de vues, & d'expériences très-ingénieuses & très-propres à former des principes certains, desquels on peut tirer une infinité de conséquences utiles.



G É O M É T R I E.

S U R L E S

MÉTODES DE MAXIMIS ET MINIMIS.

V. les Mém.
pages 551 &
588.

DANS le nombre des quantités qui font l'objet de la Géométrie, il s'en trouve qui vont en croissant ou en décroissant, suivant une loi donnée. Cette augmentation ou cette diminution peuvent être illimitées, ou elles peuvent avoir des bornes; dans ce dernier cas, le terme auquel l'accroissement est le plus grand possible, est ce qu'on nomme un *Maximum*; & celui où la diminution est la plus grande, ce qu'on nomme un *Minimum*; & la Géométrie a des méthodes pour déterminer ces points. Essayons de donner un exemple qui puisse rendre sensible ce que nous venons de dire.

Qu'on imagine, par exemple, une parabole dont l'espace soit entièrement rempli d'ordonnées perpendiculaires à son axe, il est clair que, par la nature de la courbe qui va toujours en s'élargissant, ces ordonnées iront toujours en croissant, & par conséquent il n'y aura point de *maximum*, puisqu'il ne se trouvera aucun point où les ordonnées cessent de croître; mais que la première de toutes les ordonnées, celle qui se trouve au sommet sera un *minimum*.

Si nous supposons présentement que la parabole soit changée en ellipse, alors la plus grande ordonnée sera le demi-petit axe,

& la courbe aura à cet égard un *maximum*, après lequel les ordonnées décroîtront ; elle aura aussi, comme la parabole, un *minimum* qui sera la première ordonnée qui se trouve au sommet.

La même chose peut encore se retrouver dans les différences entre les ordonnées de l'ellipse ; par exemple, le *minimum* de la différence entre les ordonnées, se trouve au voisinage de la plus grande ou du demi-petit axe, où la courbe devenant parallèle au grand axe, il s'en trouve trois qui ne diffèrent qu'infiniment peu de l'égalité.

On retrouve encore la même propriété dans l'aire des figures. Le cercle, par exemple, est de toutes les figures isopérimètres, celle qui renferme le plus grand espace, & est à cet égard un *maximum* : en un mot, les questions de *maximis & minimis*, peuvent avoir lieu dans toutes les propriétés de l'étendue & des nombres.

Puisqu'il y a dans la Nature des quantités de cette espèce, il faut nécessairement qu'il y ait dans l'analyse des symboles pour les représenter, & des règles pour déterminer celles qui sont susceptibles de cette propriété, & pour reconnoître quand elles y seront parvenues : ce sont ces règles qui constituent ce que l'on nomme les méthodes de *maximis & minimis*. Cette matière a été, dans moins d'une année, examinée deux fois dans l'Académie, nous allons dire à quelle occasion. Les recherches sur la courbe de la plus vite descente, & celles sur le solide de la moindre résistance, publiées par M.^{rs} Bernoulli & Newton, avoient commencé à tourner les vues des Géomètres vers ces recherches, mais on ne les avoit encore appliquées qu'à des questions particulières, lorsque M. Euler fit paroître son livre, intitulé : *Methodus inveniendi lineas curvas, maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio Problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*. La méthode qu'il y donna, quoique très-belle & très-savante, parut à M. de la Grange susceptible d'une plus grande simplicité, & il reprit la question, de laquelle il donna une solution fondée sur les seuls principes du Calcul intégral, qui résolvoit avec une facilité surprenante, tous les problèmes que s'étoit proposé M. Euler ; celui-ci l'adopta bientôt, il en donna une explication assez détaillée dans

les volumes de Pétersbourg, où il la préfère hautement à la sienne; en ce qu'elle donne des équations déterminées qui lui sont propres, & au moyen desquelles on peut résoudre les problèmes d'une manière plus générale.

Quelque belle & quelque avantageuse que soit cette méthode de M. de la Grange, on lui a reproché de n'avoir pas suffisamment démontré l'usage des équations déterminées qu'il emploie, & même de ne l'avoir pas suffisamment indiqué.

M. Fontaine a été plus loin, & a prétendu que ces équations étoient illusoires, & n'appartenoient point à la question, & en même temps il a donné une méthode qu'il regarde comme plus simple & plus élégante, au moyen de laquelle il résout tous les problèmes auxquels celle de M. de la Grange peut s'appliquer.

Cette différence entre le sentiment des Géomètres du premier ordre, a piqué la curiosité de M. le chevalier de Borda, il a cherché une autre solution, & l'a trouvée; elle est simple & incontestable, & renferme essentiellement toutes les équations qui ont rapport au problème. M. le chevalier de Borda en donne plusieurs exemples.

Cette méthode étant appliquée aux problèmes de M. Euler & à ceux de M. de la Grange, a fait voir qu'il y avoit en effet dans la question générale, d'autres questions particulières qui pouvoient être résolues par les équations de M. de la Grange; mais qu'aussi le premier & le dernier point de l'intégrale, exigeoient des équations un peu différentes des siennes.

Telle est, mais très en abrégé, l'histoire de cette espèce de contestation qui, comme on voit, tourne à l'avancement de la Géométrie & de l'Analyse, mais dont le détail, qui n'est absolument que du calcul, doit être lû dans les Mémoires mêmes. Il nous suffit d'avoir présenté ici les vues des Auteurs & le résultat de leur travail. Il est bien singulier que des matières de cette nature puissent être susceptibles de contestation; aussi ne doivent-elles cette incertitude qu'à la Métaphysique qui s'y mêle & qui y porte son obscurité.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :
L'Écrit de M. d'Alembert, sur le Calcul intégral.

V. les Mém.
page 573.

CETTE année M. le marquis de Condorcet présenta à l'Académie un ouvrage intitulé : *Du Problème des trois corps.*

Cet ouvrage est composé de trois Mémoires ; le premier contient l'analyse d'une méthode générale de résoudre le problème des trois corps.

Ce problème est un des plus célèbres que les Géomètres se soient proposés dans ce siècle. En voici l'énoncé le plus général : *Trois corps mus dans l'espace d'un mouvement uniforme s'attirent réciproquement en raison directe de leurs masses , & inverse du carré de leurs distances ; quel en est le mouvement ?*

On voit aisément que ce cas est précisément celui de la Lune attirée par la Terre, tandis que l'une & l'autre sont attirées par le Soleil, & de toutes les perturbations que les Planètes & les Comètes peuvent éprouver de leur action mutuelle.

Le premier pas de M. de Condorcet dans cette recherche, est de supposer la masse de chacun des corps réunie en un point : il exprime alors, dans une seule équation, la relation générale de toutes les forces dont les parties de ce système de corps peuvent être animées ; les variations dans les mouvemens de chaque corps se trouvant exprimées, pour chacun, d'une manière semblable, l'équation totale, qui en est la forme, se trouve naturellement partagée en autant d'équations particulières, toutes semblables les unes aux autres, & qui expriment les mouvemens propres de chaque corps. Ces équations, nécessaires à la solution du problème, étant déduites de l'équation générale, M. de Condorcet travaille à ramener ces équations, qui sont toutes des équations différentielles du second ordre, à des équations finies. Mais le grand nombre des variables qui entrent tout-à-la-fois dans ces équations, augmente ici prodigieusement la difficulté ; & il faut

avouer que ce problème, pris dans toute la généralité, ne peut que conduire à des calculs très-complicqués, de quelque manière qu'on l'attaque. Aussi M. de Condorcet, après avoir examiné les secours que l'on pourroit attendre de l'application des méthodes qu'il a lui-même données dans un Ouvrage précédent, abandonne l'avantage de la généralité qu'elles lui procureroient, pour suivre une autre route qui le mène à une solution moins générale, mais aussi moins pénible. C'est par le développement de cette méthode que se termine le premier Mémoire de cet ouvrage.

Dans le second Mémoire, la question n'est plus présentée sous le même point de vue. Nous avons supposé dans le premier la masse des corps réunie dans leur centre de gravité, ici M. de Condorcet leur rend leur figure quelle qu'elle puisse être. On imagine aisément combien ce changement peut compliquer la question; cependant la méthode que donne l'Auteur, est telle que la manière de trouver les équations est absolument la même, & que le calcul seul est plus compliqué.

On juge bien que des équations de cette espèce doivent être très-composées, les mouvemens sur-tout étant rapportés à des positions arbitraires, M. de Condorcet trouve moyen de les simplifier en rappelant la question au mouvement du centre de gravité de ces corps, & à la recherche de leurs mouvemens de rotation autour de trois axes perpendiculaires entr'eux, & passant par le centre de gravité de chacun. Il travaille enfin à se débarrasser des variables qui entrent dans ces équations, & donne des vues très-générales sur la nature & les symptômes généraux & semblables des courbes qui peuvent être décrites par chacun de ces corps,

Tout ce que nous avons vu jusqu'ici, n'a produit que des équations différentielles. Le troisième Mémoire est destiné à les intégrer. M. le marquis de Condorcet emploie à cette intégration des suites infinies : la méthode qu'il y donne est fondée sur les mêmes principes que celle qu'il a proposée dans l'Ouvrage qu'il a publié sur le Calcul intégral. Il y expose d'abord des vues générales sur la nature & sur les propriétés que doit avoir une série pour pouvoir satisfaire à l'équation proposée. Il n'est pas difficile de

voir que cette matière comprend nécessairement la résolution algèbrique générale des équations déterminées, pour laquelle M. de Condorcet propose une méthode, dont il indique l'application pour les troisième & quatrième degrés. De-là il passe à la méthode d'approximation; & après avoir exposé la forme générale que doit avoir le résultat de la substitution de la valeur générale qui doit satisfaire à l'équation, il en conclut la manière de trouver le terme général duquel dépend la détermination de la série. Il fait voir en même temps que cette méthode peut être utilement employée à sommer immédiatement plusieurs suites. Il termine enfin ses recherches par l'examen des moyens qui peuvent servir à rendre convergentes les séries que donne sa méthode. A ses recherches sur le problème des trois corps, M. de Condorcet a joint une appendice qui a pour titre: *Éclaircissemens sur le Calcul intégral*; l'objet de cet Ouvrage est de perfectionner la méthode qu'il avoit donnée dans son *Traité du Calcul intégral* pour la construction des Tables d'intégration.

Cet Ouvrage a paru digne de la réputation que l'Auteur a si justement acquise; ce sera au reste le dernier de lui dont les Recueils de l'Académie feront mention sous le titre d'Étranger: ses talens, dont il a donné les preuves les plus convaincantes & les plus multipliées, ayant engagé l'Académie à l'admettre au nombre de ses Membres.





ASTRONOMIE.

SUR LE RETOUR DES COMÈTES.

V. les Mém.
page 241.

LA Comète de 1759, dont le retour avoit été prédit par M. Halley, étoit un objet trop intéressant pour ne pas exciter l'attention, & fixer les regards des Astronomes : ils s'étoient tous disposés à l'observer exactement, & ce concours d'observations avoit engagé M. de Thury à ne pas se presser de publier les siennes, comptant sur le nombre & l'exactitude de celles des autres Astronomes. Mais il fut bien surpris en voyant le peu d'accord qui se trouvoit entre les résultats qu'elles donnoient en les comparant tant entr'elles qu'avec les siennes. Ce peu d'accord l'engagea à en rechercher les causes, & à publier les siennes & celles de M. Maraldi dans le plus grand détail.

Une des principales causes de cette différence, étoit le peu de clarté de la Comète, qui rendoit très-difficile l'observation exacte de son passage par les réticules ; on fait que la plus légère erreur sur le temps de ces passages, en jette nécessairement une très-grande dans les résultats, & cette circonstance avoit engagé M. de Thury à multiplier ses observations pour réparer par ce moyen les erreurs qui pourroient s'y trouver : moyen pénible, mais sûr, de ne pas s'écarter beaucoup de la précision.

Les différences qui se trouvent entre les observations des plus habiles Astronomes, ont fait voir à M. de Thury combien il étoit difficile de déterminer, avec une certitude suffisante, la théorie d'une Comète, & l'ont confirmé dans l'idée où il étoit depuis long-temps, qu'on auroit les retours de plusieurs des anciennes Comètes, si on pouvoit compter sur les observations des anciens Astronomes en cette partie : il est même étonnant que M. Halley, qui a calculé les orbites de vingt-quatre Comètes, n'ait pas eu l'attention de rapporter les observations sur lesquelles il fondeoit son

son calcul , & d'en discuter l'exactitude & la précision. La même omission se retrouve dans l'histoire plus ample des Comètes que nous a donnée M. Struyck.

Il résulte de-là que la prédiction des retours des Comètes est beaucoup plus difficile qu'on ne se l'imaginoit. Pour déterminer qu'une Comète est la même qu'une autre qui a déjà été observée, ce n'est pas sa position apparente dans le Ciel qu'on doit consulter. La différence de position de la Terre, dans le temps des deux apparitions , la peut faire varier considérablement ; & pour en donner un exemple sensible , la Comète de 1759 qui, dans son apparition de 1682 , avoit été observée dans les constellations septentrionales, a paru en 1759 dans la partie méridionale du Ciel, quoiqu'elle fût à peu-près dans la même partie de son orbite. Ce n'est donc que lorsque l'on peut avoir l'orbite d'une Comète bien déterminée , c'est-à-dire, sa distance au Soleil, le lieu de son périhélie, celui de ses noeuds, & sur-tout l'inclinaison de son orbite à l'écliptique, qui est, pour le dire en passant, le caractère le plus distinctif de l'identité d'une Comète, qu'on peut parvenir à connoître sa marche & à prédire ses retours.

Or pour peu qu'on veuille faire attention à la manière dont ces élémens peuvent être déterminés , on verra aisément combien il est difficile qu'ils le soient avec toute la précision que demanderoit cette recherche.

Premièrement , on ne peut se servir pour cet effet , que des observations faites pendant l'apparition d'une Comète, & l'espace qu'elle parcourt sur son orbe pendant ce temps, en est presque toujours une très-petite partie. Ce n'est pas encore tout, les observations faites à la fin de l'apparition d'une Comète, & lorsqu'elle n'est qu'à peine visible, sont très-incertaines ; enfin les observations faites dans le voisinage du périhélie, sont presque inutiles pour fixer l'inclinaison de l'orbite, puisque la différence dans les latitudes est l'élément le plus nécessaire à cette recherche, & que dans les environs du périhélie, la Comète parcourt un assez grand espace sans changer de latitude.

Il suit de tout ce que nous venons de dire, qu'on n'a souvent qu'un temps très-borné dans lequel on puisse apercevoir une

Comète, & que dans le nombre des observations qu'on en peut faire, il s'en trouve beaucoup qui ne peuvent être employées à déterminer les élémens principaux de sa théorie.

Pour faire voir combien cette recherche est difficile, & combien il est aisé de s'y tromper, M. de Thury cite l'exemple de la seconde Comète de 1767 : il l'avoit observée avec la plus grande exactitude, & déterminé, à ce qu'il croyoit, très-exactement toute sa théorie. Le calcul fait par M. Pingré, sur la précision duquel on peut assurément compter, annonçoit qu'elle devoit reparoitre dans le mois de Juin ; cependant elle n'a point paru, & cette théorie que M. de Thury croyoit si exacte, étoit fautive.

On attend vers 1790 le retour de la Comète qui a paru en 1532 & en 1661, de laquelle la révolution est par conséquent de cent vingt-neuf années, parce que tous les élémens de son orbite se retrouvent les mêmes dans les deux apparitions ; cependant il manque à la preuve de l'identité de cette Comète, que la distance au Soleil soit la même ; elle a été déterminée par les observations de 1552, de 5091 parties, dont le rayon de l'orbite terrestre est 10000 ; & en 1661, de 4485. Cependant malgré cette différence, qui peut être produite par quelque légère erreur dans les observations, on la regarde comme la même Comète : nous en dirons autant de celle de 1718, que M. de Thury soupçonne être la même que celle de 1664, parce que les élémens de l'orbite se trouvent les mêmes dans les deux apparitions, à la seule différence près de l'inclinaison qui n'y étoit pas la même.

De tout ce que nous venons de dire, il suit qu'on ne doit pas être étonné qu'il n'y ait encore qu'un très-petit nombre de Comètes dont on puisse espérer de prédire les retours : tant de circonstances influent sur cette recherche, qu'on ne peut compter sur les observations les plus exactes, qu'avec beaucoup de restrictions. Ce ne sera que par de nombreuses observations qu'on pourra se tirer de cette incertitude, & malgré le progrès immense qu'on a fait dans cette partie de l'Astronomie, nous sommes obligés d'avouer qu'elle n'est encore, pour ainsi dire, qu'au berceau.

SUR LES

HAUTEURS SOLSTICIALES DU SOLEIL.

L'IMPORTANCE de l'observation des hauteurs solsticiales du Soleil, est connue de tous ceux qui ont la plus légère teinture d'Astronomie : ce sont ces observations qui servent à déterminer l'obliquité de l'Écliptique; elles ont procuré la découverte de la nutation de l'axe terrestre, & elles peuvent seules décider si l'obliquité de l'Écliptique est constante ou va en diminuant, comme plusieurs illustres Astronomes l'ont pensé.

On ne doit donc pas être étonné du soin avec lequel les Astronomes cherchent à faire ces observations, ni des précautions qu'ils apportent à les rendre exactes. Il arrive cependant très-souvent que les nuages, le mauvais temps & mille autres circonstances rendent ces observations impossibles, sur-tout celles du solstice d'hiver, qui sont beaucoup plus sujettes à ces inconvéniens que celles du solstice d'été.

Les Astronomes de l'Académie ont été assez heureux pour avoir les observations de la hauteur du Soleil au solstice d'hiver 1766, & au solstice d'été 1767.

Les observations ont été faites par M. de Thury avec un quart-de-cercle à pied, de 6 pieds de rayon, ayant soin de marquer à chaque observation, le degré de chaleur indiqué par le thermomètre; & la hauteur méridienne du Soleil a été comparée avec celle de l'étoile β de la queue de la Baleine, plusieurs jours avant & après le solstice, tenant exactement compte du changement en déclinaison, sur lequel il est impossible de se tromper sensiblement, & prenant d'ailleurs toutes les précautions qui pouvoient assurer l'exactitude de l'opération.

Pendant que M. de Thury observoit avec son quart-de-cercle de 6 pieds, M. le duc de Chaulnes, qui avoit voulu prendre part à l'observation, la faisoit de son côté avec un instrument de 10 pouces $\frac{3}{4}$ de rayon, construit & divisé de la manière dont nous avons rendu compte en 1765* ; & les observations

N ij

V. les Mém.
page 130.

* Voy. Hist.
année 1765.
page 65.

faites avec un instrument si petit , relativement à l'autre , n'ont jamais différé de plus de 3' de celles de M. de Thury.

Il résulte des unes & des autres , que la hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil , au solstice d'hiver 1766 , s'est trouvée de $18^{\text{d}} 1' 30''$; la même , à une seconde près , que celle qui avoit été observée en 1748. La différence de déclinaison entre le bord du Soleil & l'étoile β de la Baleine , a paru plus grande de 6' ; mais ces 6' sont dûes au changement de déclinaison de l'Étoile , qui , à raison de $20''$ par an , a varié en dix-huit ans précisément de la même quantité ; il ne paroît donc pas que pendant cet espace de temps , l'obliquité de l'écliptique ait varié , du moins sensiblement : la même conclusion se tire des hauteurs solsticiales du Soleil , observées au solstice d'été 1766 , & comparées à celles d'*Arcturus*.

V. les Mém.
page 484. La hauteur méridienne du Soleil a été observée au solstice d'été avec les mêmes instrumens ; elle a été trouvée de $64^{\text{d}} 55' 15''$, & la différence en déclinaison entre le bord supérieur du Soleil & *Arcturus* , de $3^{\text{d}} 19' 53''$.

V. les Mém.
page 417. Tandis que M. de Thury observoit les hauteurs solsticiales avec son quart-de-cercle de 6 pieds de rayon , M. le Monnier les observoit de deux manières ; l'une avec le gnomon de S.^t Sulpice , où l'image est transmise par un verre objectif de 80 pieds de foyer , fixement attaché au mur du portail fondé sur le roc , & reçue sur une table de marbre blanc attachée au pavé de l'église , & recouverte , pendant tout le temps où on n'observe pas , d'un couvercle de bronze qui y est attaché.

Les observations faites avec cet instrument , ont donné la hauteur du Soleil à $\frac{3}{4}$ de seconde près de ce que le calcul , fondé sur les observations précédentes , avoit donné ; & ces $\frac{3}{4}$ de seconde répondent assez précisément au changement occasionné par la nutation depuis l'observation faite en 1764.

M. le Monnier ne s'est pas contenté de cette manière de déterminer la hauteur solsticiale , il a voulu l'obtenir par des hauteurs absolues , observées avec le quart-de-cercle , & par les différences de hauteur , observées entre le bord supérieur du Soleil & *Arcturus*.

Toutes les Étoiles varient en déclinaison par le mouvement de la précession des Équinoxes qui les entraînant dans des cercles parallèles à l'Écliptique, leur fait successivement rencontrer différens parallèles à l'Équateur, & ce mouvement se peut aisément calculer. Mais les observations des Astronomes ont fait connoître qu'indépendamment de cette variation en déclinaison, *Arcturus* en avoit encore une autre, & M. le Monnier a entrepris de la déterminer.

Il avoit heureusement le même quart-de-cercle avec lequel feu M. Picard avoit observé, en 1674, les hauteurs méridiennes de cette Étoile, & avec lequel par conséquent il n'avoit rien à craindre des erreurs de la division, qui se devoient trouver les mêmes dans l'observation de 1674 & dans celles qu'il alloit faire; il le vérifia avec le plus grand soin, & ayant observé plusieurs hauteurs méridiennes d'*Arcturus*, il trouva la déclinaison de cette Étoile plus grande de $29' 43''$ qu'elle n'avoit été observée en 1674 : la précession de l'équinoxe donne ce changement de $26' 37''$ pendant les quatre-vingt-treize ans qui se sont écoulés d'une observation à l'autre. Il reste donc $3' 6''$ pour le mouvement propre d'*Arcturus* en déclinaison en quatre-vingt-treize ans, ou une minute en trente ans.

Des hauteurs méridiennes du Soleil, prises avec ce quart-de-cercle & un autre de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de rayon, il résulte que la plus grande hauteur méridienne apparente du bord supérieur du Soleil au solstice d'été 1738, étoit de $64^{\text{d}} 54' 18''$, & que la hauteur méridienne d'*Arcturus* étoit $61^{\text{d}} 43' 48''$, ce qui donne une différence de $3^{\text{d}} 10' 36''$ entre la déclinaison de l'Étoile & celle du bord supérieur du Soleil au moment du solstice : en 1766, cette différence, observée avec les mêmes instrumens, étoit de $3^{\text{d}} 19' 34\frac{1}{2}''$ ou $36''$; & ce qui est à remarquer, c'est que la différence de $9'$, qui se trouve entre l'une & l'autre observation, répond à $5''$ près à celle que doit occasionner le mouvement d'*Arcturus* en déclinaison, que le calcul donne de $8' 55''$; d'où il suit que le changement d'obliquité de l'écliptique, s'il existe, n'est ni si grand ni si rapide que quelques Astronomes l'avoient pensé. La même conclusion se tire de la comparaison des hauteurs

observées en 1675, 1676 & 1677, par M. Picard; & en 1739; par M. le Monnier avec le même instrument, & de celles que le même Astronome a faites avec un autre quart-de-cercle en 1738, 1739, 1740, 1741, 1742 & 1766.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que le changement qu'on soupçonne dans l'obliquité de l'Écliptique n'est rien moins que prouvé, & que s'il existe, il ne peut être que très-petit & très-lent. La perfection des observations modernes & l'exactitude des Astronomes, donnent lieu d'espérer que cette question pourra être un jour incontestablement décidée; mais en attendant, il est toujours certain que cet élément peut être négligé sans erreur sensible.

SUR LA THÉORIE DE MERCURE.

V. les Mém.
page 539.

* Voy. Hist.
année 1766,
page 90.

Nous avons rendu compte l'année dernière * du commencement de ces recherches de M. de la Lande, & nous avons fait voir avec quel travail il étoit parvenu à déterminer le lieu & le mouvement de l'aphélie de cette Planète, & la quantité de son mouvement moyen, sa révolution & sa distance.

Pour achever la théorie de cette Planète, il ne falloit plus que connoître la plus grande équation de son orbite & l'époque de sa longitude moyenne, c'est à quoi est destiné le Mémoire dont nous avons actuellement à parler.

La plus grande équation d'une Planète dépend de son excentricité, puisque c'est cette dernière qui détermine les dimensions de l'orbite qu'elle décrit.

Si nous pouvions toujours observer Mercure dans les plus grandes digressions, rien ne seroit plus facile que de déterminer son excentricité en l'observant dans le temps où il se trouve en même temps dans sa plus grande digression & dans la ligne des apsides, tant dans son périhélie que dans son aphélie, l'observation elle-même donneroit la proportion avec laquelle cette ligne est partagée par le Soleil, & par conséquent son excentricité; mais la proximité de Mercure au Soleil est si grande, & l'axe de son

orbite si peu favorablement placé à cet égard, qu'il est presque impossible, du moins dans ce climat, de l'apercevoir & de l'observer dans ces circonstances.

Au défaut de cette méthode, M. de la Lande en a employé une autre très-ingénieuse. Les passages de Mercure sur le Soleil, donnent, comme on fait, avec la plus grande précision la longitude héliocentrique de cette Planète, puisque le Soleil, Mercure & la Terre sont alors dans une même ligne droite, ou peuvent aisément être rappelés à cette position.

M. de la Lande a choisi les passages de 1743 & de 1753, dont l'un étoit arrivé près du nœud descendant, & l'autre près du nœud ascendant, il avoit donc deux lieux vrais de Mercure, tels qu'ils eussent été vus du Soleil, éloignés de près de six signes.

En supposant connu le lieu de l'aphélie, comme M. de la Lande l'a effectivement déterminé dans ses premiers Mémoires, les deux lieux observés donnent deux anomalies vraies, & par un calcul facile & précédemment donné par M. de la Lande, deux anomalies moyennes, & par conséquent deux équations, l'une additive & l'autre soustractive pour ces deux points observés.

Partant à présent d'une excentricité supposée, on calculera quelles doivent être ces équations. Il seroit bien surprenant qu'on les trouvât du premier coup conformes à l'observation, & on doit s'attendre à y trouver de la différence. Pour faire évanouir cette différence, on fera varier l'excentricité jusqu'à ce qu'on en trouve une qui puisse satisfaire aux deux observations. C'est par cet ingénieux moyen que M. de la Lande a pu venir à bout de corriger en ce point la théorie de M. Halley, & de représenter non-seulement les passages qui ont servi à cette recherche, mais encore tous les autres qui ont été observés. Non-seulement l'excentricité de 7960, donnée par cette méthode, représente les observations des passages de Mercure sur le Soleil, mais elle s'accorde aussi avec les observations des plus grandes digressions, faites aux environs des apsidés & dans les moyennes distances.

Des recherches faites par M. de la Lande dans ce Mémoire & dans les deux précédens, il tire les élémens suivans de la

théorie de Mercure; l'époque du mouvement moyen pour 1764; de $10^{\text{f}} 1^{\text{d}} 35' 54''$; de l'aphélie, $8^{\text{f}} 13^{\text{d}} 49' 30''$; du nœud, $1^{\text{f}} 15^{\text{d}} 31' 45''$: le mouvement pendant une année, $1^{\text{f}} 23^{\text{d}} 43' 8'',2$; celui de l'aphélie, $1' 10'',5$; & enfin le mouvement du nœud $45''$. La moitié du grand axe est de 38710 des mêmes parties, dont la distance du Soleil à la Terre, contient 100000; la moitié du petit axe contient 37883 de ces mêmes parties; l'excentricité, c'est-à-dire la distance du foyer de l'ellipse au centre 7960, & la plus grande équation de $23^{\text{d}} 40' 49''$, qui a lieu au 104^{e} degré 45 minutes d'anomalie moyenne. Quant aux latitudes, M. de la Lande a cru ne devoir rien changer à l'inclinaison de $6^{\text{d}} 59' 20''$ que M. Halley attribue à l'orbite de Mercure, & qui lui paroît représenter assez bien toutes les observations.

Telle est la théorie de Mercure, fruit des recherches & des travaux de M. de la Lande : il ne resteroit pour lui donner toute l'exactitude dont elle est susceptible, qu'à déterminer les perturbations que Mars, la Terre & Vénus peuvent occasionner dans le mouvement de Mercure; mais ces inégalités ne peuvent être que très-petites; les Tables représentent sans cela très-bien les observations: on pourroit donc les négliger sans scrupule; cependant, pour ne rien laisser à désirer, M. de la Lande se propose de les examiner dans un quatrième Mémoire. En attendant; ceux qui s'intéressent au progrès de l'Astronomie, ont quelque lieu d'être satisfaits en voyant que les mouvemens de Mercure, si peu connus il y a moins d'un siècle, le soient aujourd'hui avec tant de précision, que le Calcul ne diffère plus des observations que de quelques secondes.

V. les Mém.
page 119.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :
L'Écrit de M. Fontaine, sur les mouvemens des apsidés de la Lune :

Page 137. Celui de M. du Séjour, sur les Éclipses sujettes aux parallaxes :

Page 252. L'Observation de l'opposition de Saturne au Soleil, du 23
Décembre

Décembre 1765, & de celle de Jupiter, du 5 Février 1766, faites à l'École royale Militaire, par M. Jeurat :

L'Observation de l'opposition de Saturne au Soleil, du 7 V. les Mém. Décembre 1766, par le même : page 266.

L'Observation du passage de la Lune par les Pléiades, du 22 Septembre 1766, par M. l'abbé Chappe d'Auteroche : Page 268.

Les Observations de la Comète qui a paru en Mars 1767, Page 315. dans le lien des Poissons, par M. de Thury :

Celle de la Comète qui a paru en Avril de la même année, Page 322. par le même :

L'Observation de l'opposition de Jupiter au Soleil, du 8 Mars 1767, faite à l'École royale Militaire, par M. Jeurat : Page 340.

L'Observation de l'éclipse de Soleil, du 5 Août 1767, par S. E. M.^{gr} le Cardinal de Luynes. Page 343.

Et l'Observation & les Calculs de l'opposition de Saturne au Soleil, du 22 Décembre 1767, faite à l'École royale Militaire, par M. Jeurat. Page 485.

CETTE année parut un Ouvrage de M. Pingré, intitulé : *Mémoire sur le choix & l'état des lieux où le passage de Vénus, du 3 Juin 1769, pourra être observé avec le plus d'avantage, & principalement sur la position Géographique des îles de la mer du Sud.*

Pour bien comprendre le but de cet Ouvrage, il est bon de se rappeler que la proximité de Vénus à la Terre est assez grande pour que les différens Peuples qui se trouvent sur le disque éclairé au temps de la conjonction inférieure avec le Soleil, la voient répondre à différens points du disque de cet Astre ; d'où il suit que plus un lieu de la Terre voit Vénus près du centre du Soleil, plus la trace qu'elle y décrit approche d'un diamètre, & plus aussi elle paroît mettre de temps à la décrire ; & qu'au contraire plus la trace de cette Planète sur le Soleil s'éloigne de son centre, moins elle emploie de temps à la parcourir. La durée du passage

Hist. 1767.

. O

dans les différens lieux de la Terre, où on pourra voir l'entrée & la sortie de Vénus, doit donc varier par l'effet de la parallaxe, & on peut par conséquent déduire cette parallaxe de la durée du passage, observée en des endroits assez éloignés, pour que la différence de cette durée soit considérable. Il étoit donc de la plus grande importance de déterminer sur le globe terrestre les lieux où on pourroit, à cet égard, observer avec le plus d'avantage. Le passage de 1761 n'avoit pas ôté toute l'incertitude qu'on avoit sur la quantité de la parallaxe du Soleil, il l'avoit seulement diminuée : celui de 1769 a paru offrir des circonstances plus favorables ; mais on devoit être d'autant plus soigneux d'en profiter qu'il est le dernier, & que ce phénomène ne reparoîtra de plusieurs siècles. C'est à quoi est spécialement destiné l'Ouvrage de M. Pingré ; il a entrepris de déterminer les lieux de la Terre où cette différence de durée seroit la plus sensible.

Pour y parvenir, il se sert des élémens donnés par les meilleures Tables, & corrigés par l'observation du passage de 1761 ; observation d'autant plus propre à cette correction, que les circonstances dans lesquelles se trouvoit alors Vénus, se retrouvent à très-peu près les mêmes dans le passage de 1769. D'après ces élémens ainsi corrigés, & en se servant de la Mappemonde relative à cet objet, dont nous avons parlé en 1764*, & sur laquelle
 1764, p. 122. M. de la Lande avoit exactement marqué les phases du commencement & de la fin de ce passage pour tous les lieux où elles devoient être visibles, M. Pingré détermine les lieux du nord de la Terre où la durée du passage sera la plus grande, & recherche ensuite les lieux situés au Sud où elle paroîtra la plus petite.

La ville de Tornœa, située au fond du golfe de Bothnie, à la partie méridionale de la Lapponie suédoise, est un des endroits de la Terre où cette durée paroîtra la plus grande : mais il s'y trouve un inconvénient, le Soleil, à cause de la grande obliquité de la sphère, y sera très-peu élevé sur l'horizon aux momens critiques de l'entrée & de la sortie ; & M. Pingré pense, avec raison, qu'en s'avancant plus au nord de la Lapponie, on n'auroit qu'environ 28 ou 30 secondes à perdre sur la durée du phénomène, tandis qu'on gagneroit considérablement par l'avantage d'avoir le

Soleil à une plus grande hauteur. La durée de ce passage, observée dans cette partie du Nord, seroit, selon M. Pingré, de $5^h 55' 10''$. On a tout lieu d'espérer que les Astronomes Suédois, les Danois & les Russes ne laisseront pas échapper cette occasion d'observer un phénomène si intéressant. En faisant la même opération pour trouver les lieux où la durée du passage sera la plus petite, il trouve que ce seroit dans la partie du globe, baignée par la mer du Sud, sous la latitude australe de $28^d 30'$, & par les 242^d de longitude, elle ne seroit en cet endroit que de $5^h 26' 36''$, avec une différence de $28' 34''$.

Mais existe-t-il dans cette partie du monde des terres habitées ou même habitables, où les Observateurs puissent aller faire l'observation, & s'il ne s'en trouve pas avec cette condition, à laquelle des terres connues faudra-t-il donner la préférence? C'est à cette discussion, en même temps géographique & astronomique, qu'est destinée la seconde partie de l'Ouvrage de M. Pingré.

Nous ne pouvons, sans un véritable regret, supprimer ici le curieux détail des voyages de Mendana, de Jean Fernandès, de Quiros, de le Maire, & même de Magellan, dont M. Pingré donne un abrégé dans son Ouvrage.

Ces voyages ont procuré la connoissance de plusieurs îles & de plusieurs côtes de la terre-ferme dans la partie de la mer du Sud, indiquée pour l'observation de la plus courte durée, ou au moins dans le voisinage : il s'agit de discuter les avantages & les inconvénients de chacune.

Les îles de Jean Fernandès, de Saint-Félix & du Trépiéd sont trop orientales, & la fin du passage n'y pourra être observée; le commencement au contraire ne le seroit point dans la nouvelle Zélande, parce qu'elle est trop occidentale.

La position de l'île Saint-Paul seroit plus avantageuse, du moins si on s'en rapporte à celle que lui donne Herrera; cependant elle a un inconvénient, à l'heure du second contact intérieur, le Soleil ne seroit élevé que d'environ 5 degrés, & à cette hauteur il est bien à craindre que les vapeurs & les réfractions irrégulières qu'elles causent ne rendissent l'observation douteuse. L'île de Pâques seroit préférable à toutes, si on étoit sûr de la longitude de 239 degrés

que lui donne M. Behrens, ou même de 240 à 250 degrés : mais si après l'avoir rencontrée il se trouvoit que sa longitude fût considérablement plus forte, il faudroit la quitter & chercher à une moindre latitude australe une station plus avantageuse.

On pourroit peut-être espérer de la trouver dans les îles découvertes par Quiros, mais on ne peut guère se flatter d'y trouver ni port ni habitation.

Les îles nommées les *Marquises de Mendocce*, offrent bien des commodités pour l'observation ; elles ont un port assuré, des rafraichissemens de toute espèce, un beau ciel, mais leur position peut n'être pas assez exactement connue, & il seroit trop facile de les manquer. Il est vrai que si ce malheur arrivoit, on pourroit trouver une ressource dans les îles de Salomon ; cependant on ne devoit les regarder que comme un pis-aller, parce que leur situation trop occidentale seroit perdre une partie considérable de l'avantage de l'observation. M. Pingré pense cependant qu'après l'observation faite dans un endroit plus avantageux, ces îles mériteroient qu'on les visitât, & qu'on en établît exactement la position.

Toutes ces îles sont dans la partie méridionale de la mer du Sud, entre l'Équateur & le Tropique du Capricorne ; il ne s'en trouve que peu dans la partie de cette mer, située entre ce même Équateur & le Tropique du Cancer, & aucune d'elles n'est propre à l'observation du passage de Vénus sur le Soleil, leur situation trop boréale & trop occidentale diminueroit considérablement la différence de durée entre cette observation & celles du Nord. Nous n'en dirons rien ici pour cette raison.

Reste donc à examiner le continent de l'Amérique. Un Observateur placé à Mexico ou dans le voisinage, peut voir l'entrée & la sortie de Vénus ; & la saison des pluies n'y commence qu'en Juillet, mais le Soleil y seroit bien près de l'horizon au dernier contact intérieur, & cette seule circonstance pourroit rendre inutile ou incertaine cette observation essentielle.

La saison des pluies qui commence en Juin à Acapulco, donne une exclusion formelle à cette ville ; il seroit imprudent d'aller traverser l'Océan & l'Amérique pour risquer de ne rien voir.

Les mêmes pluies, encore plus continues sur l'isthme de Darien, dans la même saison, lui donnent encore une exclusion plus formelle.

Il ne pleut jamais dans la partie occidentale du Pérou, mais le Ciel y est continuellement embrumé; cependant, comme le Soleil paroît à travers cette brume, qui ne fait que le dépouiller de ses rayons, un Astronome que le hasard conduiroit à cette côte, pourroit très-bien y observer la route de Vénus sur le Soleil qui seroit suffisamment élevé, & il y trouveroit la moindre distance des centres plus grande de 40" qu'en Sibérie.

La seule station qui puisse être favorable à l'observation, sans offrir des inconvéniens trop considérables, est le cap Saint-Lucar, situé à la partie méridionale de la Californie: ce pays est habité par des gens d'un caractère très-doux; il y a même des Missionnaires Européens établis: le temps de l'observation s'y trouvera dans la saison sèche, & le Soleil y sera suffisamment élevé sur l'horizon; il est vrai qu'on n'y trouvera pas la plus grande différence possible entre la durée du passage observée en cet endroit, & au nord de l'Europe & de l'Asie; mais aussi cette position est sûre, & n'offre aucun des inconvéniens qui sont attachés à toutes les autres, aussi M. Pingré semble-t-il lui donner la préférence. On savoit déjà que deux Mathématiciens célèbres se proposoient d'aller faire l'observation en Californie, & le Public sera vraisemblablement bien aisé d'apprendre que M. l'abbé Chiappe a pris aussi le parti d'y aller observer, & qu'à l'heure que j'écris ceci *, *26 Novemb. 1769. l'Académie a appris depuis peu de jours, qu'il y étoit heureusement arrivé dix-huit jours avant l'observation. L'importance de la matière & le travail que M. Pingré a été obligé de faire pour discuter tous les points d'Astronomie & de Géographie qui se trouvent dans son Ouvrage, lui donnent également droit à la reconnaissance de tous ceux qui s'intéressent à l'avancement de ces deux Sciences.



G É O G R A P H I E.

SUR LES DIFFÉRENS BASSINS
DES RIVIÈRES DE FRANCE.

V. les Mém.
page 504.

* Voy. Hist.
1752, p. 117.

Nous avons rendu compte, en 1752*, du système de Géographie-physique de M. Buache, sur les chaînes de montagnes qui partagent le globe terrestre en différens bassins, dont la pente & les eaux se portent vers la mer & vers les rivières principales, & en particulier de ceux de la Seine & de la Loire.

Voici une application utile de ces principes. L'extrême importance de l'approvisionnement de la Capitale, & le zèle de M. Bignon, qui est chargé par sa place de Prevôt des Marchands, de veiller, conjointement avec le Bureau de la ville, à ce que les ports de la ville soient suffisamment garnis des différentes espèces de provisions nécessaires à la consommation, l'ont engagé à consulter M. Buache pour savoir de lui l'étendue du terrain qui peut fournir à la Seine des eaux ou des marchandises, c'est-à-dire, la position des chaînes de montagnes qui forment le bassin de la Seine, y compris ceux des rivières & des ruisseaux qui y affluent, tant pour juger de la quantité des eaux de cette rivière que pour déterminer les différentes denrées qui peuvent se tirer des terrains adjacens, & pour déterminer les petites rivières ou les ruisseaux par lesquels on peut flotter des bois sans les assembler en trains, ou, comme on dit, à *bois perdu*.

Pour répondre à ces questions, M. Buache a représenté sur une Carte à très-grand point le bassin général de la Seine & des rivières affluentes.

C'étoit déjà donner de grands éclaircissemens aux Magistrats citoyens qui les lui avoient demandés, mais M. Buache a cru

devoir faire plus, & il a imaginé une construction de Cartes relative à cet objet, & qui les rend infiniment plus utiles. Il a pensé que pour remplir les vues du Bureau de la ville, il étoit inutile de conserver la représentation des sinuosités des rivières, & qu'on auroit bien plus de facilité à en déterminer le cours en les supposant redressées de même que toutes les rivières & les ruisseaux flottables qui y affluent. L'objet principal de ce singulier tableau, qui n'est un portrait ressemblant qu'aux yeux de l'esprit, est d'indiquer la longueur absolue du cours d'eau des rivières, relativement à la route de la Navigation. Par un calcul facile, M. Buache trouve que le bassin particulier de la Seine, y compris ses ruisseaux, a 684 lieues d'eau courante, celui de l'Oise & de l'Aisne 348, celui de la Marne 287, celui de l'Aube 85, celui de l'Yonne 210, celui du Loir 81, & enfin celui de l'Eure 97. En joignant ensemble toutes ces quantités, le bassin général de la Seine, aura 1792 lieues d'eau courante.

Ce tableau une fois fait, sera de plus extrêmement commode pour tirer des Mariniers une infinité de connoissances utiles, comme la longueur de la Navigation, la position des villes & celles des ruisseaux qui y auroient pu être oubliés ou déplacés, les bas-fonds ou autres obstacles à la Navigation : ces avantages sont des fruits surnuméraires de la Carte singulière de M. Buache, & qu'il auroit été très-difficile d'obtenir sans ce secours. M. Buache s'en est assuré par le calcul qu'il a tenté de faire sur la Carte naturelle. Ce Mémoire de M. Buache est terminé par trois autres considérations ; la première est celle de la plus grande & la moindre hauteur des eaux de la Seine à Paris, depuis 1732 jusqu'en 1767, représentées sur une figure qui en offre à l'œil le tableau le plus net & le plus fidèle ; chaque année y est divisée en ses douze mois, & on ne pourroit certainement représenter exactement & clairement un aussi grand nombre d'observations dans un aussi petit espace. L'échelle de cette figure représente celle qui est gravée à la culée du pont de la Tournelle, dont le zéro répond à la hauteur des basses eaux de 1719 : on y trouve la hauteur des grandes eaux de 1740, celle des basses eaux de 1719, & la hauteur d'eau propre à la Navigation ;

La seconde est l'annonce de deux Cartes de la France pour servir à la description des mines de charbon de terre, avec les rivières, les chaînes de montagnes qui entourent leurs bassins & les lieux où sont les mines de ce fossile.

La troisième enfin est la description du bassin de la *Loire*, du *Cher* & de l'*Œil*, pour servir à l'exploitation des bois d'une partie du Bourbonnois & du Berri, qui, quoique des plus beaux du royaume, demeurent absolument inutiles faute d'un débouché que cette Carte peut engager à leur procurer.

Tels sont les fruits des réflexions de M. Buache sur la disposition des rivières & des montagnes : on est trop heureux dans l'étude des Sciences quand les réflexions qui semblent n'avoir que la curiosité pour objet se trouvent susceptibles d'une utilité aussi grande & aussi prochaine que l'est celle du travail de M. Buache.

SUR LA LONGITUDE ET LA LATITUDE de Foulpointe dans l'île de Madagascar.

V. les Mém.
page 127.

LE Public a été informé, dans son temps, du voyage que M. le Gentil avoit entrepris pour aller observer dans l'Inde orientale le passage de Vénus sur le Soleil, du 6 Juin 1761; plusieurs circonstances étrangères à sa mission, l'ayant alors empêché de la remplir comme il l'auroit désiré, il prit le parti d'attendre le second passage du 3 Juin 1769, & de s'occuper jusqu'à ce temps à faire dans ces mers plusieurs observations propres à déterminer des points importants à la Géographie & à la Navigation.

Un de ces fruits surnuméraires du voyage de M. le Gentil a été la détermination de la longitude & de la latitude de Foulpointe dans l'île de Madagascar, M. le Gentil s'y étant trouvé au mois d'Octobre 1763, y observa une éclipse d'*Antarès* * par la Lune & plusieurs hauteurs méridiennes de la Claire ou α de l'Aigle.

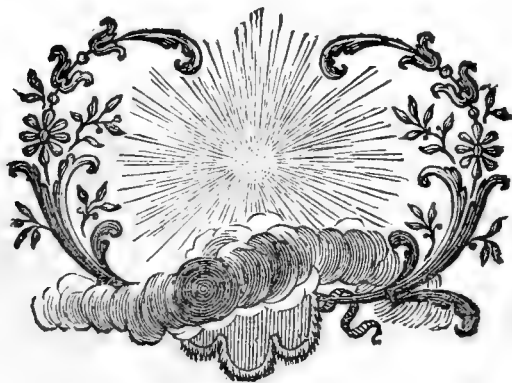
* α ou le cœur
du Scorpion.

Ces observations ont été calculées par M. de la Lande, à qui M. le Gentil les avoit envoyées.

Des

* Des hauteurs observées à Foulpointe, de la Claire de l'Aigle & de sa déclinaison connue par les Tables, il résulte que la latitude de ce lieu est de $17^{\text{d}} 46' 14''$.

La longitude a été un peu plus difficile à déduire de l'observation, parce qu'on n'en avoit pas ici la correspondante, M. de la Lande y a suppléé par un calcul de tous les élémens de cette éclipse pour Paris, tiré des meilleures Tables; ce calcul donne l'instant où l'éclipse a dû commencer & finir à Paris, & tient par conséquent lieu de l'observation correspondante qui manque. En appliquant les réductions nécessaires introduites par la parallaxe, M. de la Lande trouve que la longitude de Foulpointe est $66^{\text{d}} 56' 30''$, qui ne diffère pas d'un demi-degré de la position que lui donnent les Cartes de la Marine, celles de M. de Vaugoudy, & enfin celles de M. d'Après.





HYDROGRAPHIE.

PRÉCIS DES OBSERVATIONS

Continuées en 1768, dans la Méditerranée.

V. les Mém.
page 288.

* Voy. Hist.
1766, 1767, 1768.

Nous avons rendu compte l'année dernière * du travail de M. de Chabert, pour l'établissement des côtes de la Méditerranée; nous avons à reprendre à présent la suite de ces mêmes travaux & du succès de la dernière campagne.

Le but principal que s'étoit proposé M. de Chabert, étoit de continuer à établir par des observations de longitude & de latitude, les principaux points de la côte de Barbarie, jusque-là très-mal connue & encore plus mal décrite.

La route de M. de Chabert, pour aller de Toulon à l'endroit de la côte de Barbarie où il avoit fini ses observations la campagne précédente, le conduisoit naturellement le long des côtes du royaume de Naples & de Sicile; il détermina en partant de Toulon les latitudes du cap Corse & de la ville de Ferraio dans l'île d'Elbe sur la côte de Toscane, & ensuite la position des îles de Ponce & de celles qui forment l'entrée du golfe de Naples; & il eut l'honneur de faire dans cette dernière ville, l'observation d'une immersion du premier satellite de Jupiter, en présence de Sa Majesté Sicilienne, de lui en expliquer les principes & les détails, & de procurer à ce jeune Prince, qui aime déjà les Sciences, le plaisir de faire lui-même l'observation, & de déterminer ainsi la position de sa propre Capitale sur le globe terrestre.

On auroit bien désiré à Naples, que M. de Chabert eût pu faire les observations & les opérations nécessaires pour déterminer la position de la côte jusqu'au détroit du Phare; mais la saison

qui le pressoit de se rendre à Tunis, pour y reprendre ses observations sur la côte de Barbarie, ne lui permettoit pas d'entreprendre ce travail, il se contenta d'observer en passant la latitude de l'île de Capri, autrefois Caprée, & sa situation à l'égard du Palais du Roi à Naples, & de lier cette position avec celle de la petite île *Plane*, par une observation de latitude & de gisement fait sur cette dernière; il auroit encore fixé de même quelques autres points sur les côtes de Calabre, mais les obstacles que les habitans mirent à son travail l'obligèrent de le discontinuer.

De-là il passa par le détroit du Phare de Messine; il y fit quantité de remarques sur la violence des courans & sur la manière d'y résister; il détermina la latitude de la tour de garde de la petite île qui est devant le cap *Passero* au sud-est de la Sicile, celle de l'entrée de la Calle Saint-Paul dans l'île de Malte, & celle de l'entrée du port de l'île de la *Lampedouze*, dont il releva le gisement avec les îles du *Lampion* & de la *Linouse* qui en sont proches, & enfin se rendit à Tunis.

M. de Chabert, qui connoissoit déjà la barbarie des habitans des côtes de la partie orientale du royaume de Tunis, demanda au Bey des ordres & des passeports pour pouvoir travailler en sûreté; le Bey même le fit accompagner par un de ses Officiers. Nous verrons bientôt le peu d'effet qu'eurent ces précautions.

Le premier endroit où M. de Chabert s'arrêta, à l'orient de Tunis, fut au fort de Galipia, autrefois *Clipea*, où il observa la latitude qui, liée par des relèvemens à celle du cap Bon, assure la position de ces points: de-là il alla à la ville de Hamemet, dont il observa de même la latitude; & ensuite à Souza, ville située dans le même golfe, où il fit pareille opération; mais il se trouvoit une difficulté à joindre ces deux endroits par des relèvemens afin d'en obtenir la distance, elle étoit trop grande pour qu'on pût les apercevoir l'une de l'autre pour les relever: le génie de M. de Chabert lui suggéra un expédient pour sortir d'embarras; en traversant l'espace de mer qui les sépare, il choisit un point d'où il voyoit à la fois ces deux villes par les degrés opposés de la boussole; il étoit par conséquent alors dans la ligne droite qui joignoit les deux villes, & la position de cette ligne,

à l'égard de la méridienne, lui étoit donnée par la boussole. Si on ajoute à cette connoissance la différence des deux latitudes observées, on verra qu'il se formera un triangle rectangle dont on aura un côté connu, qui est la différence de latitude évaluée en toises suivant la mesure du degré, l'angle droit & l'angle de la ligne qui joint les deux villes avec la méridienne, & qu'en résolvant le triangle, on obtiendra par cet ingénieux moyen leur distance avec un degré de précision suffisant.

Pour achever entièrement les observations à faire dans le golfe de Hamemet, M. de Chabert détermina la latitude de la ville de Monestier, qui a un très-bon mouillage, & celle de quelques îles fort basses, nommées les *Conillères* : malgré le peu de hauteur de ces îles, M. de Chabert trouva le moyen d'y dresser des échafauds assez élevés pour apercevoir de ces îles la ville d'*Africa* ou *Médeca*, en relever la position avec précision, & lier par ce moyen avec le golfe la côte qui le suit au midi des *Conillères*.

Il auroit été très-avantageux d'avoir par observation la latitude d'*Africa* avec le gisement de cette ville, relativement à quelques pointes de la côte du côté du nord & du côté du midi ; mais il auroit fallu pour cela descendre à terre, & les Maures ne le permirent pas ; ils s'attroupèrent au nombre de six cents hommes, & firent voler sur la chaloupe une grêle de pierres lancées avec la fronde. M. de Chabert auroit bien pu sur le champ punir leur insolente témérité & le peu de respect qu'ils témoignaient pour le Pavillon du Roi, il avoit à bord de la chaloupe quatre canons à queue chargés à mitraille, mais il eut peur d'attirer de mauvais traitemens aux marchands François qui aborderoient dans ces parages, & cette seule considération le retint ; il se contenta de s'éloigner & de retourner à bord, d'où il observa la latitude d'*Africa*, la frégate étant est & ouest avec cette ville, & par conséquent à la même latitude qu'elle. Il obtint de même la latitude de *Capoula* ; & pour avoir la position des objets qu'il vouloit relever & qu'on ne voyoit pas du pont, il employa le même moyen dont nous avons déjà parlé, avec un léger changement ; il fit monter un Pilote habile au haut du mât, & dans l'instant que ce Pilote voyoit ces objets joints avec le château

d'Africa, on relevoit ce château de dessus le pont, & par conséquent les objets qui étoient dans la même ligne. Ce fut par ce moyen qu'il parvint à connoître un grand nombre de gilemens qu'on croyoit impossible de relever.

D'Africa, M. de Chabert alla aux *Querquenis* : ces îles qui sont au nombre de trois, sont très-basses & entourées de hauts-fonds qui s'étendent assez loin ; la mer se brise à la tête de ces hauts-fonds, qui deviennent un asile pour les plus gros vaisseaux, ils peuvent hardiment y mouiller dans la plus rude tempête : on trouve encore le même avantage autour de l'île de Zerbi & sur toute la côte à l'est jusqu'à Zoara.

Pendant que M. de Chabert étoit aux *Querquenis*, il y observa une marée assez sensible, & fit un grand nombre de relèvemens & de sondes, qui le mirent à portée de connoître assez exactement cette partie.

Derrière les *Querquenis* est la ville de *Sfacs*, assez considérable, & susceptible d'un grand commerce ; M. de Chabert crut que sous la protection du Gouverneur venu à son bord, & avec lequel il descendoit à terre, il pourroit observer la latitude de cette place ; mais on vint à grande hâte les avertir tous deux que les habitans les attendoient au rivage pour les poignarder, & il fallut retourner à bord & déduire la latitude de *Sfacs*, de celle qui fut observée à bord de la frégate pendant deux jours.

Suivant l'arrangement de la route que s'étoit proposée M. de Chabert, l'endroit qui suivoit la ville de *Sfacs*, étoit le golfe de *Gabés*, autrefois la petite Sirthe, & il étoit d'autant plus important de le reconnoître, que comme on n'y fait aucun commerce, il étoit presque inconnu ; il y détermina la latitude des petites îles désertes de *Pfala*, & y observa la marée qu'il avoit déjà remarquée aux *Querquenis*, & qui est très-réglée dans tout ce golfe, & se fait encore apercevoir très-sensiblement sur la côte en diminuant toujours jusqu'au golfe de la Sidre ; le jeu n'en étoit, pendant le séjour de M. de Chabert, que de trois piéds ; mais aux marques qui existoient sur la côte, il jugea que dans les grandes vives eaux, le jeu de la marée devoit être de cinq.

De ces îles, M. de Chabert alla, en traversant le golfe, à celle

de Gerbi dont il fit le tour, & dont il observa la latitude sans descendre à terre, & vint mouiller vis-à-vis le château de *Birbau* ou *Bibien*, dernière place du royaume de Tunis. La réception qu'on lui avoit faite sur les côtes de ce royaume, ne devoit pas le lui faire regretter; mais les habitans de *Birbau* voulurent encore diminuer les regrets. Pour se rendre favorable la Soldatesque, par le paiement de quelques petits droits dont les vaisseaux de guerre sont exempts, il donna son vaisseau pour marchand & se fit passer pour Aide-pilote; on lui permit effectivement d'observer à terre quelques Etoiles; mais pendant qu'il étoit occupé à cette opération, un Maure, qui s'ennuyoit apparemment de le voir, tira son poignard & l'eût égorgé sans un Officier de la frégate qui retint le coup; il se retira à l'instant & sortit de cette terre, infestée plutôt qu'habitée par une race d'animaux féroces, qu'on ne peut appeler hommes sans déshonorer l'humanité.

Du mouillage de *Bibien*, M. de Chabert vint à celui de *Zoara*, celui-ci étoit de la dépendance de Tripoli, & il n'éprouva plus d'obstacles pour descendre à terre; il y observa sans difficulté la hauteur méridienne du Soleil, au moyen de laquelle il en obtint la latitude de *Zoara*: il se rendit à Tripoli, & n'eut qu'à se louer des honneurs & des politesses qu'il reçut du Pacha de cette Régence; il y dressa sa tente astronomique, & observa quatre lieux de la Lune au méridien, pour constater la longitude de cette Capitale, déterminée à la vérité en 1702, par le P. Feuillée, mais sur laquelle il restoit encore quelque incertitude.

La distance de Tripoli au cap Mesurat, fut trouvée beaucoup plus petite que ne le marquoient les Cartes, ce cap est à l'entrée du golfe de la Sidre, autrefois la grande Sirthe. M. de Chabert, parcourut toutes les côtes de ce golfe, faisant route, autant qu'il le pouvoit, à demi-lieue des rivages, & ne marchant que de jour afin de ne rien laisser sans l'avoir vu, il reconnut par-là que ce golfe est au moins un tiers moins profond que les Cartes ne l'indiquent, que les mouillages n'y sont nullement sûrs, qu'on ne trouve sur ses côtes ni eau douce ni habitans; qu'il n'existe dans ce golfe aucune des îles & des dangers dont on l'avoit rempli, & qu'il ne s'y en trouve qu'un seul nommé *le banc de la Rose*, & qui

est composé de quelques hauts-fonds de roche, recouverts de trois brasses d'eau. M. de Chabert fixa la position de ce golfe par quelques latitudes observées. Les Hydrographes n'avoient pas été plus exacts sur l'ouverture de l'entrée du golfe que sur sa profondeur, ils l'avoient fait plus grande de quatorze lieues qu'elle ne l'est réellement.

Vis-à-vis le cap Mesurat, & à l'autre côté de l'entrée du golfe de la Sidre, est un mauvais port nommé *Bengasi*; M. de Chabert y entra malgré les risques de la mer & malgré ceux des Arabes de Barca qui y font de fréquentes incursions; il descendit à terre, & y observa les émergions de deux étoiles des Pléiades & le lieu de la Lune au méridien du 27 Septembre, qui en fixèrent la longitude.

Dès le même jour il rembarqua ses instrumens, comptant partir le lendemain pour aller observer quelques latitudes au fond de la Méditerranée, & de-là à l'embouchure du golfe Adriatique; mais un accident imprévu changea sa destination; un coup de vent violent fit chasser la frégate, quoique mouillée sur quatre ancres, & elle toucha sur un fond qui heureusement se trouva de sable. Cet accident fit craindre que la carenne ne fût endommagée, & M. de Chabert ne put se dispenser de retourner à Malte pour y faire, avant tout, visiter son vaisseau; il s'y trouva peu de chose à réparer, & il en repartit le 25 Octobre.

Il détermina, en passant le long de la côte orientale de Sicile; les latitudes du cap de *Morre di Porco*, du fanal de l'entrée du port de Siracuse & de celui d'*Agosta*, & fit enfin à Siracuse l'observation de l'éclipse du premier Satellite de Jupiter, du 27 Octobre, pour en déterminer la longitude.

De-là M. de Chabert se rendit à Tarente, à l'entrée du golfe Adriatique; il y établit ses instrumens, & en détermina la longitude par trois émergions d'étoiles des Pléiades, & par cinq lieux de la Lune, observés au méridien. Il remarqua à Tarente un flux & un reflux, mais très-petits; & une quantité de coquillages si grande, qu'ils font la nourriture principale du Peuple.

Tarente fut la dernière station de M. de Chabert; les temps devenus orageux, & la Navigation rendue périlleuse & difficile,

l'obligèrent à repasser en France, n'ayant pu faire en route d'autre observation que celle de la latitude de Palerme où il relâcha, & dont le mauvais temps ne lui permit pas de fixer la longitude.

A son retour à Paris, M. de Chabert y trouva des observations correspondantes à presque toutes les siennes; circonstance heureuse qui en augmentoit l'utilité: un petit nombre de campagnes achèvera de le mettre en état de donner des Cartes exactes de la Méditerranée, & tout le détail des observations sur lesquelles elles seront fondées. La protection du ministère de la maison de Choiseul, pour cette entreprise, assure à M. de Chabert les moyens de faire ces campagnes; le fruit de son travail précieux aux Navigateurs sera donc un bienfait de plus qu'ils recevront de ce même ministère.

CETTE année M. le Marquis de Courtanvaux lut à l'Assemblée publique du 14 Novembre, un Mémoire intitulé: *Précis d'un Voyage entrepris pour la vérification de quelques Instrumens destinés à la détermination des Longitudes sur mer.*

Cet Écrit, comme le porte son titre, n'étoit que l'abrégé d'une Relation plus étendue de ce même voyage, qui parut peu de mois après. Mais quoique ce dernier Ouvrage n'ait paru qu'en 1768, nous avons cru que le Public nous sauroit gré d'anticiper ici le compte que nous en devons rendre. Le précis qu'en avoit donné M. de Courtanvaux en 1767, est une espèce de date qui nous en donne presque le droit. Nous allons essayer de donner une idée de cet Ouvrage, rédigé par M. Pingré qui avoit été du voyage, & de la circonstance qui a engagé M. le Marquis de Courtanvaux à l'entreprendre.

La position d'un lieu sur le globe terrestre, est fondée sur la détermination de sa latitude, c'est-à-dire de sa distance à l'Équateur ou au Pôle; & de sa longitude, c'est-à-dire de sa distance à un certain méridien; & pour me servir ici de la comparaison même de l'Auteur, déterminer la position d'un lieu sur le globe, est déterminer la position d'une lettre dans une page d'impression. La latitude indique la ligne, c'est-à-dire la distance au haut & au bas de la page; mais pour achever de déterminer la position de
cette

cette lettre , il faut encore connoître le rang qu'elle tient dans la ligne , & à quelle distance elle est du commencement de la page , qui est le premier méridien : cette seconde partie est ce que l'on nomme la *Longitude*.

La première se détermine aisément : le pôle est un point très-déterminé par la Nature ; & comme le mouvement des Astres se fait autour de ce point , il ne change point leur distance au pôle ; mais du côté de l'est & de l'ouest , tout est dans un mouvement continu , & les Astres ne peuvent rien déterminer pour la position des lieux terrestres en ce sens , où ils ne peuvent fournir aucun point fixe & déterminé par leur mouvement diurne.

Ce n'est donc qu'en employant des ressources , tirées de leur mouvement propre , que l'Astronomie peut nous donner quelques moyens de connoître la longitude en mer , où le Ciel doit servir de guide ; la Physique en a procuré quelques autres ; & enfin la Mécanique , & sur-tout l'Hologerie , peuvent fournir des moyens de suppléer au défaut des connoissances astronomiques & physiques.

Dans la vue d'exciter l'émulation de tous ceux qui peuvent concourir à cet important objet , les Souverains se sont empressés de promettre des récompenses considérables à celui qui pourroit résoudre ce Problème si important à la Navigation.

Ces invitations n'ont pas été sans succès , & sans parler de plusieurs autres Ouvrages moins utiles ; Morin , Professeur de Mathématiques au Collège Royal , offrit en 1634 de démontrer la méthode d'obtenir les Longitudes en mer par le moyen de la Lune. Morin étoit Mathématicien , & ses méthodes furent bien démontrées ; mais la théorie de la Lune n'étoit pas à beaucoup près assez parfaite de son temps pour tenir lieu de l'observateur correspondant , ni les instrumens assez parfaits pour les observations qu'exigent les méthodes ; ainsi quoique le Livre de Morin soit un excellent ouvrage , & qu'il eût très-justement mérité une pension de deux mille livres qu'on lui accorda depuis , les Commissaires eurent raison de juger qu'il n'avoit pas fourni la méthode aisément praticable d'obtenir en mer la Longitude par observation.

Tout ce qui a été fait depuis Morin jusqu'à nous, a été toujours infiniment au-dessous de ce qu'il avoit donné; ce n'est que depuis quelques années que la perfection à laquelle on a porté les instrumens & la théorie de la Lune, ont pu donner lieu d'espérer que les moyens astronomiques pourroient devenir suffisans; & les épreuves qui en ont été faites, ne laissent aucun lieu d'en douter.

Dans le nombre des promesses qui ont été faites pour la solution de ce Problème, nous ne devons pas oublier la fondation d'un Prix annuel destiné à la perfection de la Navigation, faite par M. Rouillé de Meslay, dont il laissa le jugement à l'Académie. Cette Compagnie proposa, en 1765, pour le sujet du Prix de 1767: *La meilleure manière de mesurer le temps à la mer.* Le Roi voulut bien promettre de favoriser toutes les entreprises qui seroient jugées nécessaires pour s'assurer des méthodes qui seroient proposées pour remplir cet objet.

Nous aurions bien voulu conserver ici l'histoire abrégée de tout ce qui a été fait pour résoudre le Problème des Longitudes, & qui se trouve dans l'Ouvrage dont nous parlons; mais quelque intéressant que soit cet article, les bornes qui nous sont prescrites nous obligent de le supprimer pour en venir aux moyens fournis par l'Horlogerie, & qui seuls ont été l'occasion du voyage de M. le Marquis de Courtanvaux.

Une horloge quelconque, dont le mouvement seroit parfaitement égal, conserveroit toujours, en quelque'endroit que fût le vaisseau sur lequel elle seroit embarquée, l'heure du port d'où il seroit parti; & la différence entre cette heure & celle du vaisseau, qu'il est toujours aisé d'obtenir, réduite en degrés, à raison de 15 degrés par heure, donneroit bien précisément la différence de longitude entre le port du départ & le point où se trouve le navire.

La construction d'une pareille horloge étoit, il y a cent ans, regardée comme impossible. Le degré de perfection auquel l'Horlogerie est portée aujourd'hui, donne sur ce point les espérances les mieux fondées. Henri Sulli fut le premier qui, en 1716, présenta à l'Académie une horloge destinée à cet effet, qui fut extrêmement applaudie; on crut qu'il étoit sur la voie qui pourroit

le conduire à un entier succès, & les éloges qu'on lui donna redoublèrent son zèle & ses travaux ; mais la mort arrivée en 1728 les interrompit , & son horloge demeura imparfaite. Le célèbre Julien le Roi perfectionna depuis plusieurs parties de cette horloge , que Sulli son ami avoit inventées , & à l'invention desquelles lui-même avoit eu part.

Le prix de 20 mille livres sterlings , ou de 457 mille livres de notre monnoie , promis solennellement en 1714 par le Parlement d'Angleterre , avoit excité le zèle des Artistes de cette Nation. Le célèbre Jean Harrison , d'abord Charpentier , & devenu ensuite Horloger par le secours de son génie , crut devoir consacrer ses talens & ses travaux à cette recherche. En 1761 & 1762 , une Montre marine qu'il avoit faite , fut portée à la Jamaïque & rapportée à Portsmouth , sans que dans l'espace de 147 jours que dura le voyage , elle se fût dérangée de plus d'une minute 54 secondes ; & dans un second voyage , fait de Londres à la Barbade , l'erreur de la montre fut , en 156 jours , de 2' 20". Sur ces deux expériences , la Chambre-basse adjugea à M. Harrison la moitié du prix , & réserva l'autre pour le temps où d'autres Montres marines , faites sur le modèle de M. Harrison , auroient subi les mêmes épreuves avec un égal succès. Celui-ci cria à l'injustice ; & en effet , à ne consulter que les termes de l'acte de 1714 , les plaintes paroissent fondées ; mais la suite a montré que l'horloge étoit sensible au chaud & au froid , & cela d'une manière irrégulière ; que la mécanique en étoit trop compliquée , & excédoit la portée des Horlogers ordinaires ; & enfin que l'erreur pouvoit n'être petite que par la compensation de plusieurs erreurs plus grandes en sens contraires , d'où il résulteroit que les Commissaires Anglois , en s'écartant de la lettre de l'acte de 1714 , s'étoient exactement conformés à son esprit.

Dans le même temps que M. Harrison travailloit en Angleterre à la solution de cet important Problème , d'autres Artistes célèbres s'efforçoient en France de l'égalier ou même de le surpasser ; de ce nombre étoient M.^{rs} Pierre le Roi , fils du célèbre Julien le Roi , Berthoud , Tavernier & Romilly ; & un acte

déposé au Secrétariat de l'Académie, en 1751, fait foi qu'il y avoit alors déjà plusieurs années que M. le Roi travailloit à la Montre marine. Le temps prescrit pour remettre à l'Académie les pièces destinées à concourir au Prix de 1767, se trouva trop court pour que la montre marine de M. Berthoud & celles de quelques autres Artistes fussent portées à leur point de perfection ; un accident déranger absolument celle de M. Romilly : il n'en resta qu'une, & c'étoit celle de M. le Roi, qui ne s'étoit pas sensiblement dérangée dans toutes les épreuves qu'on lui fit subir à terre. La construction même de cette montre, expliquée dans un Mémoire qui y étoit joint, parut appuyée sur des principes exacts, clairs & suffisans. On fut sur le point de la couronner, mais on fit sagement réflexion que ces instrumens étoient destinés à la mer, & que par conséquent c'étoit à la mer qu'ils devoient être éprouvés, & en conséquence le Prix fut remis à 1769 en le doublant, mais avec la condition expresse que toutes les machines qu'on se proposeroit de faire concourir, auroient été suffisamment éprouvées sur mer.

Ces épreuves que l'Académie demandoit, n'étoient pas cependant sans difficulté, il falloit trouver des Capitaines qui pussent & qui voulussent les faire ; & pour éviter qu'on pût reprocher aux montres, comme on l'avoit fait à celles de M. Harrison, que leur justesse n'étoit qu'une compensation d'erreurs, il falloit que le navire chargé de cet examen, fit un grand nombre de relâches qui pussent donner la facilité d'examiner la marche des montres dans ces différentes parties. On juge aisément combien ces différentes conditions étoient difficiles à rencontrer ensemble.

L'amour de M. le Marquis de Courtanvaux pour les Sciences & le bien de l'humanité, applanit cette difficulté ; il fit construire exprès à ses dépens une corvette coupée en vaisseau, très-légère & capable par son peu de tirant-d'eau de se prêter à une infinité de relâches dont un plus grand bâtiment n'auroit pas été susceptible : ce bâtiment que M. de Courtanvaux nomma l'*Aurore*, fut honoré par Sa Majesté du titre de *frégate du Roi* ; & on y pratiqua toutes les commodités possibles pour ceux qui se trouvoient nécessaires à l'opération.

M. de Courtanvaux desira qu'un Astronome de l'Académie fût à bord avec lui, & cet Astronome fut M. Pingré, que le même zèle qui l'avoit déjà porté dans l'île Rodrigue, & qui l'a depuis conduit en Amérique, engagea à concourir à ses vues.

Tout étant ainsi préparé, M. de Courtanvaux invita tous les Artistes à profiter, pour éprouver leurs ouvrages, des avantages qu'il vouloit bien leur procurer. Le seul M. le Roi se trouva en état d'en profiter; nous en avons déjà dit la raison d'avance, & il s'embarqua sur l'Aurore avec deux montres marines de son invention: on étoit d'ailleurs muni de tous les instrumens nécessaires aux observations astronomiques qu'il faudroit faire. Indépendamment de M. Pingré, M. de Courtanvaux avoit encore avec lui M. Messier, Astronome célèbre attaché à l'Observatoire de la Marine, & très-avantageusement connu de l'Académie par le grand nombre d'excellens Mémoires & de bonnes observations qu'il lui a communiqués.

La frégate avoit été construite au Havre, & étoit dans le port de cette ville: une des Montres marines de M. le Roi essuya un accident en y allant; la corde de claveffin qui suspendoit le régulateur se cassa; il n'en avoit pas emporté de semblables, & il fut obligé de réparer ce dommage avec la première de cette espèce qu'il put rencontrer: on juge aisément combien un pareil accident fit craindre pour l'exactitude de la machine, on en fut cependant quitte à beaucoup meilleur marché qu'on ne l'avoit craint.

On commença par bien déterminer la position du Havre; on dressa ensuite un procès-verbal de la remise de la montre de M. le Roi; car quoiqu'il en eût apporté deux, il n'en livra d'abord qu'une, pensant que l'autre n'étoit pas si exacte; il se trompoit cependant, car cette seconde montre, soumise depuis aux épreuves, s'est trouvée plus juste que la première, aussi n'avoit-elle pas essuyé d'accident.

La montre ayant été mise à l'heure au Havre, on examina son avancement journalier; & toutes les précautions prises pour qu'on ne pût y toucher, elle fut portée à bord, & peu de temps après on appareilla pour sortir du port & pour aller à Calais, la

mer fut grosse dans ce trajet , & les montres essuyèrent de grands mouvemens. Arrivés à Calais , on examina la marche des montres , & il se trouva que les violens roulis avoient fait avancer de 18 secondes & demie la montre qu'on examinait actuellement , & par les observations qu'on fit pendant neuf jours que M. de Courtanvaux y séjourna , il se trouva qu'elle avoit retenu une accélération diurne d'une demi-seconde.

De Calais on alla à Dunkerque ; la montre marine fut portée dans un canot de la rade où la frégate avoit mouillé jusqu'à terre ; la mer étoit forte , le canot éprouva un roulis considérable , & le transport qui restoit à faire par terre fut exécuté avec si peu d'attention que M. le Roi fut obligé de s'en plaindre , aussi trouva-t-on que l'accélération de la montre avoit été pendant ce trajet de 21 secondes , & qu'elle avoit contracté une accélération diurne de 3 à 4 secondes ; le mauvais temps dura quatorze jours , & ce ne fut que le 20 Juillet que M. de Courtanvaux put mettre à la voile pour aller à Amsterdam.

Le mauvais temps poursuivit M. de Courtanvaux dans sa route , & il fut obligé de quitter la route d'Amsterdam pour entrer dans la Meuse & aller à Rotterdam ; il y établit son observatoire , & le petit nombre d'observations que le mauvais temps permit de faire , fit voir dans la montre marine une accélération de 49 secondes depuis Dunkerque , & une accélération journalière de 5 secondes $\frac{1}{2}$; au reste tout ceci suppose la longitude de Rotterdam de 9 minutes à l'orient de Paris : cette supposition est très-vraisemblable , mais le Ciel presque toujours couvert ne permit pas de s'en assurer par observation.

M. de Courtanvaux ne séjourna que huit jours à Rotterdam , & alla rejoindre à l'embouchure de la Meuse l'Aurore qui y fut retenue par les vents contraires pendant près de neuf jours.

Jusque-là l'horloge marine n'avoit éprouvé aucun retardement , mais elle avoit eu des accélérations sensibles , & si on avoit voulu déterminer par son moyen la différence de longitude entre le Havre & Rotterdam , on se seroit trompé de 2' 34" de temps ; M. le Roi jugea que cette accélération étoit due à l'allongement de la corde de clavessin qu'il avoit substituée à celle qui avoit

été rompue dans le voyage de Paris au Havre ; & ajouta que cet alongement & l'accélération qu'elle causoit auroient un terme , & en effet on voyoit très-sensiblement que l'accélération alloit en diminuant ; cependant & pour plus de sûreté, M. le Roi crut devoir soumettre à l'examen la seconde montre qu'il livra entre les mains de M. de Courtanvaux.

Le 8 Juillet la frégate sortit de l'embouchure de la Meuse , & mouilla vers le soir en rade du Texel ; le vent fraîchit & la frégate chassa sur son ancre, on fut obligé d'en mouiller une seconde, cette tempête dura deux jours , & ce ne fut pas sans danger que le troisième on franchit le passage du Texel pour entrer dans le Zuider-zée & mouiller devant Amsterdam. M. le Comte de Gronsfeld , Chef de l'Amirauté, procura à M. de Courtanvaux un observatoire dans l'Amirauté même , & on y fit plusieurs observations pour déterminer la longitude d'Amsterdam, qui fut déterminée de 10' 6" de temps plus orientale que l'Observatoire royal de Paris.

De la comparaison des observations depuis Rotterdam jusqu'à Amsterdam, il résulte que la première montre de M. le Roi avoit avancé, depuis le 28 Juin jusqu'au 15 Juillet, d'environ 9 secondes $\frac{1}{4}$ par jour ; & depuis le 13 Juillet, de 13 secondes $\frac{1}{3}$: cette accélération pourroit bien être dûe aux secousses que la frégate avoit essuyées à l'entrée du Texel , car dans le séjour à Amsterdam, la première montre n'a avancé que de 9 secondes $\frac{1}{3}$ par jour ; & la seconde, de 14 secondes $\frac{1}{2}$.

Le dessein de M. le Marquis de Courtanvaux étoit d'aller jusqu'à Hambourg , & même plus au nord , mais la saison s'avancoit , & les mauvais temps qu'il avoit essuyés lui en faisoient appréhender de plus fâcheux. Le retour d'Amsterdam en France pouvoit d'ailleurs suffire à éprouver la seconde montre, & à examiner si l'accélération de la première étoit venue à son dernier terme, comme l'assuroit M. le Roi ; il fut donc décidé qu'on n'iroit pas plus loin & qu'on reprendroit la route du Havre. En conséquence l'Aurore appareilla le 22 Juillet, & après avoir eu quelque peine à repasser le Texel, elle arriva le 6 Août à la vue de Boulogne, où elle fut chargée d'un grain qui l'obligea de

porter au large, ce ne fut que le lendemain matin qu'on put entrer dans le port, & aussitôt on établit l'observatoire dans la basse ville.

On reconnut les jours suivans que la première montre avoit avancé dans le trajet d'une demi-seconde de plus qu'à Amsterdam, & qu'elle avoit au contraire retardé depuis qu'elle étoit à terre d'un sixième de seconde. La seconde montre avoit au contraire retardé depuis Amsterdam d'une seconde & un quart par jour; & suivoit exactement, depuis son arrivée à Boulogne, le même mouvement qu'elle avoit à Amsterdam.

Le dessein de M. de Courtanvaux n'étoit pas de faire un long séjour à Boulogne, & il avoit fait emballer les instrumens dès le 15; les vents contraires l'y retinrent cependant jusqu'au 26, & ce ne fut que le 28 qu'il arriva à Calais où il devoit débarquer. Le 29, on examina l'état des deux montres, & on trouva qu'elles avoient l'une & l'autre avancé d'une seconde par jour plus qu'à Amsterdam. On n'y avoit observé pendant tout le voyage aucune variation relative à celles du thermomètre qui, à la vérité, n'avoient pas été considérables pendant la durée de ce voyage.

De toutes les observations faites pour cet objet, il résulte :

1.^o Que les montres, long-temps examinées à terre, se sont trouvées sensiblement isochrones :

2.^o Que sur mer où elles ont éprouvé des roulis beaucoup plus considérables qu'elles n'en auroient eu dans de grands vaisseaux, la première montre n'avoit donné en trente-cinq jours qu'une erreur de 2' 34" de temps, qui répond à environ treize lieues sur la longitude :

3.^o Qu'en supposant l'état des montres établi de nouveau à Amsterdam, cet état a persévéré sans altération jusqu'au Havre, en sorte qu'en quarante-six jours l'erreur de la première montre n'a été dans le retour que de 38 secondes de temps, qui sous l'Équateur même où les degrés de longitude sont les plus grands, ne répondroient qu'à trois lieues & un sixième; erreur bien au-dessous de celle de dix lieues portée dans l'acte du Parlement d'Angleterre :

4.^o Que

4.^o Que la seconde montre de M. le Roi a suivi plus exactement que la première son mouvement moyen établi à Amsterdam, puisque dans les mêmes quarante-huit jours elle ne s'en est écartée que de $7'' \frac{1}{4}$, ce qui ne feroit pas, même sous l'Équateur, une erreur d'un tiers de lieue sur la longitude :

5.^o Qu'on ne peut pas regarder ces erreurs comme les différences de plusieurs erreurs plus grandes qui se feroient mutuellement détruites, puisque la comparaison journalière des deux montres & les observations faites dans nos relâches font foi du contraire :

6.^o Que les inégalités dans le mouvement de ces montres ont été bien peu considérables, puisque la plus forte n'a excédé le moyen mouvement que d'une seconde & demie, si on en excepte vingt-quatre heures orageuses du 29 Août, où l'erreur de la première montre fut portée jusqu'à 5 secondes & demie.

Dans le nombre des instrumens que M. de Courtanvaux avoit embarqués, se trouvoit un *Mégamètre* *, instrument inventé par M. de Charnières, Lieutenant des vaisseaux du Roi, pour mesurer les distances des Étoiles à la Lune jusqu'à 10 degrés d'éloignement, & duquel nous aurons lieu de parler dans l'article suivant. Les longs crépuscules & les mauvais temps ne permirent de s'en servir qu'une seule fois dans tout le voyage. On prit le 4 Août, avec cet instrument, la distance de la Lune à *Antarès* : cette observation ne se fit qu'avec quelque peine, tant parce que M. de Charnières n'avoit pas encore imaginé le support qui facilite infiniment l'usage de cet instrument, que parce que le roulis étoit considérable ; cependant l'observation ayant été calculée, il s'est trouvé que la distance observée, toute réduction faite, ne différoit de la distance calculée d'après le passage au méridien, observé le même jour à Paris, que d'environ 38 secondes ; une autre observation faite dans les mêmes circonstances, donna 1' 7" pour la différence entre la distance de la Lune à l'Étoile observée & la même distance calculée. Nous verrons bientôt des observations plus exactes & plus multipliées, faites avec le même instrument.

Telle est, mais dans le plus grand abrégé, la partie Astronomique du voyage entrepris par M. de Courtanvaux pour l'épreuve des Montres marines ; & le Public ne sera certainement pas fâché

* Μέγας,
magnus,
μετρώ,
metior.

d'apprendre que celles de M. le Roi, auxquelles il n'avoit manqué pour être couronnées en 1767 que l'épreuve faite à la mer, l'ont été en 1769. Nous espérons qu'on nous voudra bien pardonner cette légère anticipation en faveur de l'importance de cette matière.

Pour ne point excéder les bornes de cette Histoire, nous avons sévèrement retranché toutes les descriptions des villes de la Hollande, leur histoire, & une infinité d'anecdotes curieuses & bien dignes d'être lûes dans l'original; nous n'avons pas même parlé de l'accueil que M. de Courtanvaux reçut de toute la Noblesse & de tous les Magistrats du pays, qui s'empresèrent de le recevoir & de contribuer non-seulement à l'exécution de ses vues, mais encore à son amusement, en lui faisant voir tout ce qu'il y avoit de curieux, & lui racontant toutes les anecdotes historiques qui y avoient rapport : nous avons été forcés de supprimer tout ce détail intéressant; nous ne mettrons ici qu'une seule de ces anecdotes, elle intéresse la famille de M. Vanderhoëwen, qui fait à Rotterdam la fonction de Consul de France, & de qui M. de Courtanvaux avoit reçu mille services. Ce point & la singularité nous l'ont fait juger digne d'avoir place dans cette Histoire, & de servir de clôture à cet article.

Les aïeux de M. Vanderhoëwen faisoient leur résidence aux environs de Dordrecht : le 19 Novembre 1421, la Meuse enflée rompit ses digues au moment que la mer montoit avec violence; tout le pays des environs de Dordrecht fut inondé, soixante-douze villages, quinze églises à clochers & plusieurs châteaux furent renversés; on en voit encore de basse mer quelques restes, & ce pays peuplé de plus de cent mille personnes qui y périrent, devint en un instant une nouvelle mer, qui forme aujourd'hui une espèce de golfe nommé le *Biesbos*.

Dans ce désastre général aucune ame vivante ne put échapper à la fureur des eaux qu'un seul enfant au berceau, qui a été la tige de la famille de M. Vanderhoëwen; le berceau se trouva heureusement assez bien joint pour servir de nacelle à l'enfant; mais on conçoit aisément que les eaux qui le portoient n'étoient pas aussi tranquilles que celles du Nil, & que le Moïse batavique

couroit un risque évident de périr, si la Providence n'y eût pourvu d'une manière bien singulière. Un chat qui se trouva apparemment à portée, sauta sur le berceau; on sait combien ces animaux craignent de se mouiller, celui-ci, chaque fois que le berceau penchoit, avoit soin de rétablir l'équilibre, & il fit une si bonne manœuvre, qu'il conduisit à terre ce fièle bâtiment & l'enfant qui y étoit couché. Un nombre infini de spectateurs qui avoient vu du rivage tout ce qui se passoit, s'empresèrent de le recueillir.

CETTE année M. de Charnières, Lieutenant des vaisseaux du Roi, présenta à l'Académie un ouvrage intitulé: *Mémoire sur l'observation des Longitudes en mer*, & cet ouvrage fut ensuite publié par ordre du Roi.

Nous avons vu dans l'article précédent, les secours que l'Horlogerie avoit offerts à la Marine pour la détermination des Longitudes: nous avons à parler ici de ceux qui lui sont présentés par l'Astronomie, les uns & les autres peuvent être concurremment employés, & en pareille matière on n'a rien de trop en se servant de tout ce qu'on peut avoir. Le mouvement propre de la Lune est assez prompt pour qu'elle parcoure environ un demi-degré dans l'espace d'une heure; si donc quelqu'un observe à un endroit connu le lieu de la Lune, & qu'une autre personne l'observant en mer la trouve plus avancée que le premier d'un demi-degré, il peut conclure qu'il est placé à l'ouest du premier endroit d'une heure ou de 15 degrés.

La même chose aura lieu si le calcul est assez exact pour qu'on puisse s'y fier & le regarder comme un Observateur, en ce cas le Navigateur qui a trouvé la Lune par observation à un certain point du ciel, à une certaine heure, peut savoir aisément par le calcul quelle heure il étoit, à un endroit connu comme Paris, lorsqu'elle est arrivée à ce point, & la différence de cette heure & de celle de son vaisseau, lui donne exactement la différence de longitude entre la ville connue & le point de la mer où il est, & par conséquent, la position du navire dont il est toujours aisé d'obtenir la latitude.

On voit par ce court exposé, que la précision de cette opération dépend de deux choses, premièrement de l'exactitude avec laquelle les Tables représenteront le mouvement de la Lune, & secondement de la précision avec laquelle son lieu sera observé à la mer.

La première partie est entièrement du ressort de l'Astronomie; plusieurs grands hommes ont consacré leurs veilles à cette importante recherche, & le succès a passé leurs espérances; la théorie de la Lune a été portée à un tel point de perfection, que la plus grande erreur possible dans le lieu calculé de cette Planète, n'en produiroit pas une d'un demi-degré dans la longitude, qu'on peut par conséquent obtenir par ce moyen, à moins de treize lieues près, si on peut se flatter d'écarter toutes les autres erreurs qui peuvent naître de l'observation & du peu d'exactitude du calcul.

C'est à remplir ces deux conditions qu'est destiné l'ouvrage de M. de Charnières; il propose pour la première, l'instrument nouveau qu'il nomme *Mégamètre*, & dont nous allons essayer de donner une idée.

Pour mieux entendre ce que nous avons à dire sur cet objet, il est bon de rapeler au Lecteur l'extrême différence qui se trouve entre la manière d'observer la Lune à terre & à la mer; l'Astronome qui est à terre a ses instrumens fixes, & il déduit le lieu des Planètes de l'heure de leur passage par le méridien marquée par des pendules à secondes, & fixée par un quart-de-cercle mural ou par un instrument des passages bien orienté, & le quart-de-cercle lui donne en même temps leur hauteur.

L'Observateur en mer n'a rien de tout cela, & il ne peut conclure le lieu de la Lune que de sa distance observée à quelque Étoile connue; en effet, cette distance & la position de l'orbite lunaire suffisamment connue par les Tables, étant données, il est toujours facile d'obtenir sa position sur cette orbite.

On s'étoit jusqu'ici servi de l'Octant pour cette opération, mais on y avoit rencontré de grandes difficultés, & il n'étoit pas aisé d'observer par ce moyen avec une précision suffisante.

L'instrument nommé *Micromètre-objectif*, composé d'un objectif coupé en deux, dont les deux moitiés s'écarternt à droite

& à gauche, sembloit offrir une plus grande précision; mais cet instrument ne peut mesurer que de très-petites distances, & d'ailleurs la clarté de la Lune dès qu'elle a une fois passé le quartier, devient suffisante pour ternir le brillant de la plupart des Étoiles qui en seroient assez près pour que cet instrument pût servir à mesurer leur distance à la Lune.

C'est pour parer à cet inconvénient que M. de Charnières, a imaginé un nouvel instrument qu'il nomme *Mégamètre*, qui, comme le micromètre objectif, est composé de deux moitiés d'un même objectif, mais dont la courbe est assez grande pour que l'instrument puisse mesurer des arcs de 10 degrés; & nous ne saurions trop tôt annoncer au Public qu'il se propose de lui en faire mesurer de beaucoup plus grands.

La propriété essentielle du mégamètre, est de donner deux lunettes qui peuvent s'écarter l'une de l'autre d'un angle connu, & qui n'ont cependant qu'un tuyau & qu'un oculaire, dans le champ duquel on réunit les deux objets dont on veut mesurer la distance.

On concevra aisément que ce tuyau ne peut pas être fait comme celui des lunettes ordinaires, il est composé d'une caisse dont la figure est un triangle isoscèle ou plutôt un secteur de cercle, la base circulaire de secteur est fermée par deux coulisses qui se meuvent circulairement dans deux rainures pratiquées au-dessus & au-dessous; ces deux coulisses portent chacune la moitié d'un même objectif coupé en deux, ces coulisses & les deux demi-objectifs qui y sont fixés, sont menés par une vis placée au dedans de la boîte dont les deux moitiés sont taraudées du même pas, mais en sens contraire, & dont la longueur est parallèle à la corde de l'arc parcouru par les coulisses; & comme le mouvement de l'érou n'est pas parallèle à celui des coulisses, il le leur communique au moyen d'une tige qui entre plus ou moins dans une espèce de canon attaché à chacune des coulisses, en sorte que le mouvement mesuré par la vis répond aux cordes des arcs parcourus; on peut de même mener les deux coulisses au moyen de deux alidades chargés de deux arcs de cercle qu'un même pignon fait aller en sens contraire, & en ce cas la division

qui mesure les arcs parcourus par les demi-objectifs doit être gravée sur le bord fixe de la boîte.

Il est évident que chaque demi-objectif produit son image qu'il porte au foyer de l'oculaire, que par conséquent l'Observateur les voit toutes deux à la fois, & que lorsqu'il voit jointes celles de deux objets éloignés, l'arc qu'ont parcouru les deux demi-objectifs est égal à leur distance.

Telle est l'idée, mais très-abrégée de cet instrument; on juge bien que M. de Charnières n'a rien négligé de ce qui le pouvoit rendre exact & commode, il y a joint un pied & une espèce de suspension qui en rend tous les mouvemens faciles, & l'Observateur un peu exercé aux opérations nautiques, peut aisément conserver la Lune & l'Étoile dans le champ de l'instrument qui est assez grand, parce que l'oculaire est composé de deux lentilles placées dans le même tuyau. L'heure du lieu où est le navire se connoît par des hauteurs correspondantes, observées avec l'octant & une bonne montre, ou même par des hauteurs absolues du Soleil ou d'une Étoile connue, & c'est dans la vue de rendre ces hauteurs & celles qui servent à déterminer leur latitude beaucoup plus exactes, que M. de Charnières a changé quelque chose à la construction de l'octant, & qu'il y a joint une espèce de micromètre & une lunette. Voilà ce qui concerne l'observation dans l'ouvrage de M. Charnières; passons à l'usage qu'on en peut faire pour la recherche de la Longitude en mer.

Les distances observées avec le mégamètre sont affectées de la parallaxe & de la réfraction, en sorte que la même distance observée au même instant en deux endroits éloignés ne paroît pas la même; on sait que la parallaxe abaisse l'astre, que la réfraction l'élève, & cela d'autant plus qu'il est moins élevé; la Lune & l'Étoile qui est sans parallaxe sont donc l'une élevée & l'autre abaissée, & cela presque toujours inégalement, & si on en conclusoit la longitude de cette Planète, on auroit une fausse longitude.

Il y a cependant un point dans le ciel où la parallaxe n'altère point la longitude de la Lune, ce point est le $90.^{\circ}$ degré de l'écliptique à compter depuis l'horizon, le vertical qui passe par ce point est en même temps perpendiculaire à l'écliptique, & la

parallaxe qui abaisse l'astre dans ce vertical ne le jette ni à droite ni à gauche; & de part & d'autre de ce cercle, le dérangement causé à la Longitude par la parallaxe est égal, mais avec des signes contraires.

Pour connoître donc la quantité dont la parallaxe peut déranger la Longitude conclue d'une distance observée, il faut savoir non-seulement la hauteur de la Lune à l'instant de l'observation, mais encore la position de ce 90.^e degré de l'écliptique qu'on nomme *Nonagésime* ou *point culminant*, car l'écliptique entraînée par le mouvement diurne le fait varier à chaque instant.

Les Calculs nécessaires pour obtenir ces élémens sont simples, mais ils sont longs & fastidieux; heureusement il est possible, en dressant des Tables de plusieurs des quantités qui y entrent, de les abréger infiniment, & M. de Charnières n'a pas négligé ce moyen; il le propose & s'offre de concourir encore en cette partie au bien des Navigateurs: ces Tables mêmes seroient d'autant plus nécessaires que l'exactitude du mégamètre qui peut donner les hauteurs à 5 à 6 secondes près, oblige d'avoir égard aux différences causées dans la parallaxe par l'aplatissement de la Terre & dans la position de l'Étoile par la mutation de l'axe terrestre & par l'aberration. C'est par des remarques sur ces deux articles, que M. de Charnières termine son ouvrage.

La publication de cet ouvrage a été suivie de celle d'un autre sur le même sujet, qui à la vérité n'a paru qu'en 1768, mais qui est une suite trop naturelle de celui-ci pour que nous puissions l'en séparer.

L'Ouvrage dont nous venons de parler, avoit été reçu très-favorablement du Public marin; mais il avoit essuyé quelques objections: on avoit dit qu'il étoit très-difficile d'observer en mer avec le mégamètre, que l'arc de 10 degrés qu'il mesure n'étoit pas assez grand, parce qu'il ne se trouvoit pas toujours à cette distance des Étoiles propres à l'observation; que souvent la lumière même de la Lune empêcheroit de voir les Étoiles ou de les observer; & enfin que la longueur des Calculs étoit capable de rebuier ceux qui auroient le plus grand desir de se servir de la méthode.

La construction de l'instrument & la facilité avec laquelle il a été employé à la mer, même par d'assez gros temps, est la meilleure réponse qu'on puisse faire à la première objection ; la seconde roule, suivant M. de Charnières, sur un fait absolument faux ; à peine pourroit-on trouver sur le Zodiaque un ou deux jours où la Lune ne fût pas à moins de 10 degrés de quelque Etoile observable ; on pourroit même étendre la course de l'instrument s'il étoit nécessaire, & M. de Charnières n'y a pas renoncé. Le brillant de la Lune obscurcit à la vérité celui des Étoiles quand elles sont proches, cependant l'Étoile γ des Pléiades, qui n'est que de la troisième grandeur, & que la Lune qui n'en étoit qu'à 1^d 30', faisoit disparaître à la vue simple, a été assez exactement observée avec le mégamètre pour que sa distance à la Lune ait donné la longitude & l'atterrage à la Guadeloupe à environ sept lieues près.

La dernière objection n'en est pas, à proprement parler, une, la longueur des Calculs ne vient que de la précision jusqu'à présent inconnue à la mer, que le mégamètre permet d'introduire dans l'observation, & comme nous l'avons déjà dit, des Tables une fois calculées peuvent diminuer au moins des deux tiers la longueur & l'ennui de ce Calcul, sur-tout lorsque M. de Charnières aura donné sa méthode dans le plus grand détail, comme il s'engage à le faire.

Le reste de ce second ouvrage de M. de Charnières, comprend le Journal des observations qu'il a faites dans une campagne que son zèle lui a fait entreprendre pour ce sujet, & qui lui ont toujours donné la Longitude avec une précision si grande, qu'elle avoit besoin d'être constatée, comme il l'a fait, par le témoignage des Officiers avec lesquels il étoit embarqué, la facilité avec laquelle on lui a vu faire ses observations par de très-forts roulis, les Étoiles assez petites & très-proches de la Lune qu'il a employées, ses Calculs auxquels quelques-uns des Officiers du vaisseau ont voulu prendre part, & le succès constant de ses opérations authentiquement attesté, sont des preuves sans réplique de la bonté de sa méthode & du droit qu'il a à la reconnaissance de tous les marins.





HYDRAULIQUE.

SUR LE PROJET

D'amener les Eaux de L'YVETTE à Paris.

Nous avons rendu compte en 1762 *, du premier Mémoire dans lequel M. Deparcieux exposoit en général le Projet d'amener à Paris, à la même hauteur où arrivent les eaux d'Arcueil, douze cents pouces d'eau pris de la rivière d'Yvette au-dessus de Vaugien; la route qu'on devoit faire tenir à ces eaux, les travaux à faire pour les conduire, la dépense qu'ils occasionneroient, & enfin les avantages qui en pourroient résulter pour cette Capitale.

V. les Mém.
page 1.

* Voy. Hist.
1762, p. 147.

Nous avons de même exposé l'année dernière *, les recherches & les examens que M. Deparcieux avoit engagé la Faculté de Médecine & l'Académie à faire pour s'assurer de la bonne qualité & de la salubrité de ces eaux.

* Voy. Hist.
1766, p. 131.

Le troisième, duquel nous avons à parler ici, tend à faire voir que le projet de l'Yvette & celui des Pompes à feu, sont les deux seuls qui puissent avoir lieu à Paris, à exposer les raisons qui doivent faire rejeter celui des Machines, & enfin à rappeler ce qui a été fait en différens temps depuis Philippe-Auguste pour donner de l'eau à cette Capitale.

Pour procéder avec ordre dans cette recherche, M. Deparcieux examine toutes les rivières dont les eaux peuvent être amenées à Paris à une hauteur suffisante, c'est-à-dire, à un peu plus de cent pieds au-dessus des moyennes eaux de la Seine à Paris.

Ces rivières sont la Seine elle-même, la Marne, & toutes les petites rivières qui y affluent; savoir, les rivières d'Étampes, d'Orge, d'Hières, de Bièvre, celles de Gonesse ou la Crou, le Morin & l'Ourque, & enfin la rivière d'Eure: nous allons les examiner toutes séparément.

Hist. 1767.

. S

La pente de la Seine est si peu considérable que pour la pouvoir conduire à la hauteur désirée, il faudroit la prendre à plus de 40 ou 50 lieues au-dessus de Paris; projet ridicule & qui ne mérite pas d'être examiné.

Les rivières d'Étampes & de Malesherbes pourroient, par leur abondance & leur qualité, mériter d'être conduites à Paris, mais il faudroit les prendre à une distance plus que double de celle à laquelle on propose de prendre l'Yvette, & elles doivent par cette raison être rejetées; on en peut dire autant de la rivière d'Orge, quoique l'éloignement du point où on la pourroit prendre fût un peu moindre.

La rivière de Bièvre pourroit arriver à la même hauteur que l'Yvette, peut-être même coûteroit-elle un peu moins à conduire, mais elle ne donneroit pas au point où il faudroit la prendre, le quart de ce que peut fournir l'Yvette; la salubrité de ses eaux pourroit être suspecte, & enfin on ruineroit en la détournant toutes les Manufactures du faubourg Saint-Marcel.

La rivière d'Hières est abondante, mais la qualité de son eau pourroit être inférieure à celle de l'Yvette; d'ailleurs l'aqueduc à faire pour la dernière seroit plus que double de celui de l'Yvette, & le pont-aqueduc qu'il faudroit faire pour lui faire passer la Marne ou la Seine, coûteroit seul plus que tous les travaux proposés pour l'Yvette.

La petite rivière du Crou ou de Gonesse est trop basse pour pouvoir être amenée à Paris, à moins qu'on ne la prît à son commencement; mais alors elle seroit trop foible, & la dépense nécessaire pour la soutenir dans la plaine du Bourget, seroit très-considérable.

Il ne reste plus de toutes les rivières qui tombent dans la Seine que la rivière d'Eure; prise à Pont-Gouin elle pourroit, suivant les nivellemens de M.^{rs} Picard & de la Hire, être amenée aux étangs de Trappes, plus élevés de 295 pieds que l'Estrapade; elle pourroit donc, même étant prise moins loin, être amenée à Paris; mais les mêmes raisons qui ont fait discontinuer ce projet pour Versailles, ne permettent pas de l'entreprendre pour Paris. Ce que nous avons dit de la Seine & des rivières qui s'y

déchargent , doit s'entendre de même de la Marne & des rivières qui y affluent , telles que le Morin & l'Ourque qui sont trop éloignées pour y pouvoir penser.

Toutes ces eaux ayant une fois l'exclusion , il n'en reste plus qu'on puisse espérer d'amener à Paris que celles qui sortent du terrain compris entre Versailles & Ruel , Saint-Cloud & Marli ; ces sources seroient assez élevées pour pouvoir être amenées à Paris ; mais même en prenant en passant celles du Val-de-Meudon , Fleuri & Vanvres , elles ne fourniroient qu'environ 200 ou 250 pouces d'eau : l'aqueduc qu'il faudroit faire pour les recueillir auroit 12 à 15 mille toises de long , & il faudroit un pont-aqueduc à Sèvres ; tous objets très-dispendieux , desquels on ne feroit pas suffisamment dédommagé par la médiocre quantité d'eau qui en résulteroit ; on priveroit d'ailleurs une étendue de terrain très-peuplée de l'eau qui lui est donnée par la Nature ; enfin on trouveroit une grande difficulté à traverser , comme il le faudroit , les parcs de Saint-Cloud , de Bellevue & d'Issy , toutes raisons plus que suffisantes pour faire rejeter ce projet. Voyons présentement ce qu'on pourroit attendre des Machines.

Les Machines destinées à élever les eaux un peu haut , ont besoin d'une très-grande force , & occasionnent un nombre infini d'inconvéniens : on ne peut les établir que sous les ponts , qui servent en même temps à les soutenir & à leur procurer un courant d'eau plus vif ; mais cette même circonstance gêne prodigieusement la Navigation , & lors des inondations & des débâcles , elles peuvent être cause d'accidens très-fâcheux par l'obstacle qu'elles apportent aux glaces & au cours de l'eau qu'elles font enfler ; elles produisent d'ailleurs très-peu d'eau , eu égard aux dépenses , comme nous allons le faire voir dans un moment.

Pour faire voir combien le projet d'établir des pompes à roues pour fournir de l'eau à Paris seroit chimérique , M. Deparcieux examine où on en pourroit placer.

On juge bien qu'il faut exclure de cet examen le petit bras qui passe par l'Hôtel-Dieu , le Petit-pont & le pont Saint-Michel , tant par l'infection qu'y portent les égouts de cet hôpital & les boucheries de la Montagne , que parce qu'il est presque à sec en été.

La trop grande profondeur de l'eau au pont Marie & au pont Royal, lui ôtent presque toute la vitesse; & on doit encore rejeter ces deux ponts.

Il ne reste donc de tous les ponts de Paris que le pont Notre-Dame, le pont au Change, le pont Neuf ou du moins une de ses moitiés, & le pont de la Tournelle.

Le pont Notre-Dame ne peut recevoir de nouvelles machines, les deux qui y sont adossées ne gênent déjà que trop la Navigation; le pont au Change en pourroit avoir deux, le pont Neuf une seule à côté de la Samaritaine, & le pont de la Tournelle une; & ces quatre machines jointes aux deux actuellement existantes au pont Notre-Dame, ne donneroient pas plus de 200 pouces d'eau.

Les pompes allant par le moyen de la rivière même, ne pouvant donc avoir lieu, tant par leur peu de produit que par l'embarras qu'elles causeroient à la Navigation; il ne reste plus à choisir qu'entre le projet de l'Yvette & les pompes à feu.

Il est certainement peu de machines desquelles l'invention fasse plus d'honneur à l'esprit humain que celle des pompes à feu; mais leur construction est dispendieuse, & leur entretien encore plus, sur-tout quand il s'agit d'élever l'eau un peu haut: examinons ce qu'elles pourroient coûter pour l'un & pour l'autre objet, & comparons-le à la dépense nécessaire pour amener l'eau de l'Yvette à Paris; ceux qui propofoient les pompes à feu & qui n'en faisoient monter le produit qu'à 600 pouces d'eau seulement, qu'il ne faisoient pas monter à la hauteur nécessaire pour fournir tout Paris, en évaluoient la dépense à dix-huit cents mille livres par an pendant la construction, sans compter les accessoires; & les six années qu'ils demandoient pour mettre ces pompes en état de servir, seroient plus que suffisantes pour mettre le projet de l'Yvette à exécution.

Ce n'est pas tout, l'entretien de ces pompes est immense; elles dépenseroient pour près de deux cents écus de charbon par jour, sans compter les appointemens des Chefs, les gages des Journaliers & des Subalternes, & les réparations de toute espèce auxquelles ces machines sont nécessairement d'autant plus sujettes,

qu'elles élèvent l'eau en plus grande quantité & plus haut.

Tout ce que nous venons de dire bien considéré, il en résulte que le projet de l'Yvette qui ne demande presque aucun entretien, doit être adopté par préférence, & que selon la sage réflexion de M. Deparcieux, on ne doit jamais confier à l'attention des hommes, le soin de fournir d'eau tous les quartiers de Paris, lorsqu'on peut s'en rapporter à une rivière & à un aqueduc solidement construit.

Non-seulement les pompes à feu exigent une dépense plus grande que le projet de l'Yvette, mais il s'en faut beaucoup qu'elles soient aussi continuellement utiles, elles chomment nécessairement pendant tout le temps des réparations, mais ce temps de l'interruption de leur service n'est pas le plus long; dès que les gelées commencent à faire charier la rivière, on met toutes les conduites en décharge, pour éviter que l'eau qui y séjourneroit, les machines n'allant plus, ne s'y gelât & ne les fit crever, il en reste cependant toujours assez, dans les contre-pentes, pour produire ce mauvais effet; & lorsqu'après les gelées on y remet l'eau, on est presque toujours obligé de vider de nouveau les conduites pour les racommoder, d'ailleurs l'eau qui demeure stagnante dans les tuyaux, y dépose un limon qui s'y durcit & les bouche; l'eau de la Seine est d'ailleurs trouble la moitié de l'année, & on ne la peut boire qu'après l'avoir filtrée ou laissé reposer.

L'eau de l'Yvette, une fois conduite à Paris, n'offre aucun de ces inconvéniens, elle y coulera toujours lors même que la surface en sera gelée, comme celle de toutes les rivières grandes & petites, & elle n'occasionnera pas plus de rupture dans les canaux où son cours ne sera pas interrompu, que l'eau de la Seine qui vient de Marli à Versailles, n'en occasionne dans les tuyaux qui l'y conduisent.

On pourroit objecter que dans les temps de gelée un peu forte, l'eau qui s'échapperoit par les décharges pourroit charger les rues d'un enduit de glace très-incommode; mais il est, selon M. Deparcieux, très-aisé d'y remédier, un puits creusé auprès du bassin d'arrivée, en recevroit la décharge en levant une bonde qui l'y conduiroit, & avant que cette eau eût pu élever

la nappe d'eau souterraine qui fournit les puits seulement de 6 pouces, les gelées les plus longues seroient passées; on pourroit même en ce cas, en mettre une partie en décharge dans les champs aux endroits les plus convenables.

Il nous reste à répondre à une dernière objection: l'eau qu'on prendra dans l'Yvette au-dessus de Vaugien, en privera nécessairement, au moins en grande partie, les moulins qui sont au-dessous, & on peut suppléer à ceux qui seront détruits, par des moulins à vent; mais, dit-on, l'eau de l'Yvette sert à arroser des prairies considérables, qui demeureront très-altérées étant privées de ce secours: l'objection seroit forte si le fait étoit vrai, mais il s'en faut beaucoup qu'il ne le soit; ces prairies ne sont réellement arrosées que par des sources & des ruisseaux particuliers qui, à la vérité, tombent dans l'Yvette, & ne cesseront pas d'y tomber, & on peut s'en rapporter aux Meuniers du soin d'empêcher qu'on ne fasse aucune saignée à la rivière qui puisse en détourner les eaux; l'objection porte donc à faux, & les prairies des environs de Gif & au-dessous, n'auront nullement à souffrir de la prise d'eau faite dans la rivière d'Yvette, dans laquelle même il en restera une portion considérable au-dessous de Vaugien.

Le projet de M. Deparcieux est donc le seul qu'on puisse raisonnablement adopter pour donner de l'eau à Paris, en tout temps & en quantité suffisante: mais est-il si essentiel d'en donner à Paris qui s'en est passé jusqu'ici, ne peut-il pas s'en passer encore, sur-tout étant traversé par une grande rivière?

Pour répondre à cette objection, il ne faut que considérer l'étendue immense de cette grande ville, & la distance où sont les habitans de ses extrémités du bord de la rivière; le nombre immense d'hommes employés à porter de l'eau; les tonnes traînées sur des charrettes pour le service des habitans, & pour porter secours dans les incendies (établissement dû aux soins & à l'amour du bien public de M. de Sartine); & enfin les puits sans nombre, que presque toutes les maisons renferment, sont des preuves évidentes du besoin qu'on a d'avoir une bien plus grande quantité d'eau que celle dont on jouit actuellement.

Cette vérité a toujours été si bien reconnue, que Philippe-

Auguste n'eut pas plutôt fait l'enceinte qui porte encore son nom, qu'il fit venir les eaux de Belleville & du Pré-Saint-Gervais pour fournir les fontaines de la rue Maubué, des Innocens & de la Halle qu'il fit construire. Henri IV fit construire en 1606, la pompe de la Samaritaine pour pouvoir rendre à la fontaine de la Croix-du-Trahoir l'eau que lui ôtoit le Louvre, & il en donna à une fontaine qu'il fit faire au quai de l'Ecole : on avoit même commencé à travailler à la recherche des eaux de Rungis, autrefois amenées par Julien l'Apostat à ses bains, situés à l'hôtel de Cluny. La mort funeste de ce grand Roi interrompit ce projet, mais il fut continué & mis à fin par Marie de Médicis, qui dépensa alors un million pour bâtir le célèbre aqueduc d'Arcueil, somme qui sur le pied où est aujourd'hui l'argent, pourroit être évaluée à deux millions ou environ, & cependant cet aqueduc n'a jamais donné plus de 60 ou 70 pouces d'eau, & n'en donne presque aujourd'hui que la moitié.

Comme cette quantité n'étoit pas à beaucoup près suffisante, on imagina de convertir en pompes, environ quarante-cinq ans après l'établissement de l'eau d'Arcueil, deux moulins pendans qui étoient au pont Notre-Dame, & cet établissement subsiste encore aujourd'hui.

Les bornes qui nous sont prescrites, nous forcent à supprimer tout le détail de l'exécution de ce projet & de la distribution des eaux que donne M. Deparcieux dans son Mémoire, & les exemples qu'il rapporte de projets pareils exécutés pour donner de l'eau à une infinité d'endroits moins intéressans que la capitale, pour en venir plus promptement aux avantages qui résulteroient de l'exécution du projet de M. Deparcieux.

Ces avantages sont sans nombre; on aura en tout temps & dans tous les quartiers de l'eau pure, saine & en grande abondance, & un secours toujours assuré contre les incendies; les grandes & moyennes rues seront toujours, excepté le temps des grandes gelées, tenues propres & fraîches par un courant d'eau, & les égouts des boucheries ne croupiront pas comme ils font aujourd'hui.

On pourra débarrasser le pont Neuf & le pont Notre-Dame

des machines qui y sont placées, qui incommodent prodigieusement la Navigation, & peuvent dans le cas de glaces ou d'inondations, occasionner les plus grands accidens :

Cette eau qui vient de sources basses, ne sera pas sujette à manquer ou à diminuer comme l'eau d'Arcueil :

On pourra établir aux voisinages des fontaines, des auges ou abreuvoirs pour les chevaux :

Cette eau ne sera jamais mêlée comme l'eau de la Seine des eaux pluviales ou de la fonte des neiges, & elle sera toujours claire :

La propreté qu'elle occasionnera dans les rues y fera respirer un air sain & dégagé de toutes les vapeurs infectes qu'il entraîne aujourd'hui avec lui :

Il faudra incomparablement moins de porteurs d'eau & de tonneaux, & ce seront autant de bras qui seront rendus à l'Agriculture ou aux Arts ; enfin la facilité d'avoir de l'eau fera établir des bains chez une infinité de particuliers, & on fait combien ce secours est utile à la santé.

Nous ne pouvons mieux terminer cet article, que par une réflexion très-sensée que rapporte M. Deparcieux : « Si, dit-il, on » avoit à choisir exprès un emplacement pour y bâtir une capitale, » on chercheroit sans doute un endroit traversé par une grande » rivière, & au-dessus duquel il s'en trouvât une autre qui y arrivât ; » on desireroit aussi que ce lieu fût aisément accessible, à portée » de tous les matériaux propres à la construction & de tous les approvisionnemens nécessaires à la vie ».

La situation de Paris est précisément telle qu'on la pourroit desirer, à la petite rivière près qui y manque, mais l'art peut nous donner ici ce que la Nature nous a refusé, & le projet de M. Deparcieux procure cet avantage. Il a donné dans ce Mémoire une énumération des François qui avoient mérité d'être mis au nombre des bienfaiteurs de l'humanité par les établissemens utiles dont ils avoient décoré leur patrie ; nous ne craignons point d'être déshonorés du public quand nous dirons que le projet qu'il a proposé & la manière dont il l'a été, lui donnent autant de droit qu'à personne d'être inscrit dans cette honorable liste.

SUR

SUR LA RÉSISTANCE DES FLUIDES.

Nous avons exposé en 1763 *, le commencement du travail que M. le Chevalier de Borda avoit entrepris sur la résistance des Fluides; il n'avoit alors examiné que la résistance que les corps éprouvent en se mouvant dans l'air. Il est question dans celui-ci de l'obstacle que l'eau peut opposer à leur mouvement lorsqu'ils y sont plongés; cet objet qui n'avoit presque été qu'annoncé dans le premier Mémoire, va être discuté dans celui-ci.

V. les Mém.
page 495.

* Voy. Hist.
année 1763,
page 118.

On juge bien que l'appareil avec lequel M. de Borda faisoit circuler les corps dans l'air, & dont le mouvement se faisoit dans le sens vertical, ne pourroit être ici d'aucun usage, & voici celui qu'il lui substitua. Il fit faire un bassin circulaire de 12 pieds de diamètre & de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de profondeur; le centre de ce bassin étoit occupé par une colonne cylindrique aussi haute que son bord; le dessus de cette colonne portoit une crapaudine qui recevoit le pivot inférieur d'un arbre vertical, dont l'autre pivot étoit reçu en haut par un collet; cet arbre portoit vers le haut une bobine, autour de laquelle se rouloit un cordon qui, après avoir passé sur une poulie, recevoit un poids dont l'action devoit faire tourner cet arbre, & vers le bas une barre longue de 8 pieds qui le traversoit & tournoit avec lui.

A une des extrémités de cette traverse, il avoit placé une lame de fer mince qui présentoit son tranchant dans la direction du mouvement pour n'éprouver de la part de l'eau du bassin qu'une résistance physiquement nulle, & c'étoit à cette lame qu'on attachoit les corps qu'on vouloit mettre en expérience, qui par ce moyen, étoient forcés de circuler dans l'eau par le mouvement de la machine, qui cependant étoit toute entière dans l'air: les révolutions étoient comptées de deux en deux à l'aide d'un pendule à demi-secondes.

Le corps que M. de Borda soumit à cette expérience, fut une boule de près de 5 pouces de diamètre, tournée exactement ronde; cette boule étoit coupée en deux, de manière que ses

Hist. 1767,

. T

deux moitiés pussent se joindre ou être employées séparément, en sorte qu'il pouvoit exposer au mouvement la boule entière, la demi-boule du côté convexe, ou la même demi-boule par son côté plat, où elle faisoit alors le même effet qu'un disque de même diamètre.

Le dessein de M. de Borda étoit d'obtenir la résistance que l'eau pouvoit opposer au mouvement des corps qu'il y faisoit mouvoir; mais pour avoir avec quelque précision cette résistance, il falloit la dégager d'une autre qui s'y trouvoit mêlée, & qui étoit celle que le corps même de la machine éprouvoit de la part de l'air ou de celle des frottemens.

Pour parvenir à reconnoître cette partie de la résistance, il a fait tourner avec différens poids la machine à vide & sans aucuns corps plongés dans l'eau, & il est résulté de cet examen une connoissance exacte de la résistance qui étoit occasionnée par l'air & les frottemens; & cette partie ôtée à chaque observation de la résistance totale, a laissé celle de l'eau dépouillée de cette augmentation étrangère.

De six expériences faites avec la sphère entière, la demi-sphère tournée du côté convexe, & la même demi-sphère présentant au fluide son grand cercle, & en appliquant six poids différens depuis 4 onces jusqu'à 8 livres pour imprimer un mouvement plus ou moins vif à la machine, il résulte:

1.^o Que la sphère, la demi-sphère & tous les autres corps plongés dans l'eau, éprouvent de la part de ce fluide une résistance à très-peu près proportionnelle au quarré de leurs vitesses:

2.^o Que la résistance qu'éprouve la demi-sphère lorsqu'elle présente son côté convexe au fluide, est à très-peu près la même que celle qu'éprouve la sphère entière; d'où il suit que dans les vitesses médiocres, la partie antérieure des corps est la seule qui cause la résistance:

3.^o Enfin que la proportion de la résistance de la demi-sphère; présentée par son grand cercle ou par son côté convexe, est à très-peu près celle de 5 à 2.

Jusqu'ici nous n'avons parlé que du rapport des résistances;

M. de Borda a voulu s'assurer de la résistance absolue qu'éprouve la sphère, & voici comment il s'y est pris.

Il étoit d'abord nécessaire de connoître le diamètre de la bobine autour de laquelle se devoit le cordon, l'abaiffement du poids pendant deux révolutions lui donna ce diamètre de 5 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$; & comme le cercle décrit par le centre de la sphère avoit exactement 8 pieds de diamètre, les deux diamètres de ce cercle & de la poulie étoient entr'eux dans le rapport de 1611 à 100, & qu'on doit, pour avoir les résistances, diminuer les poids dans ce rapport.

M. de Borda voulut voir si ces résistances seroient les mêmes que celles que donne la Théorie de M. Newton*; le principe en est que la résistance d'un globe est égale au poids d'une colonne de fluide qui auroit pour base le grand cercle de la sphère, & pour hauteur la moitié de celle qui est due à la vitesse. Partant de ce principe & l'appliquant à une de ses expériences, il trouve que la résistance donnée par la théorie, est à celle que donne l'expérience, comme 1127 est à 1240, ou à très-peu près comme 9 est à 10.

* V. les *Princ. Mathématiques*, liv. II, prop. 38.

Il restoit à examiner si les résistances ne dépendoient pas de la profondeur à laquelle la sphère étoit plongée, & il étoit aisé de s'en éclaircir.

Dans cette vue M. de Borda fit mouvoir la sphère enfoncée de 6 pouces dans l'eau avec trois poids différens, l'un de 8 onces, le second de 2 livres & le troisième de 8 livres; il répéta ensuite la même expérience avec les mêmes poids & la même sphère, observant seulement qu'elle ne fût couverte que de 2 ou 3 lignes d'eau.

Ces expériences présentèrent deux phénomènes singuliers; ils firent voir d'abord que la sphère enfoncée sous l'eau éprouvoit moins de résistance que lorsqu'elle se mouvoit à la surface; & en second lieu, qu'à la surface de l'eau les résistances croissoient en plus grand rapport que les carrés des distances.

La raison du premier est que la résistance est toujours égale à la somme des forces vives perdues à chaque instant, comme M. de Borda lui-même l'a démontré dans son Mémoire sur

* Voy. *Hist.*
1766,
page 143.

l'écoulement des fluides *, dont nous avons rendu compte l'année dernière. Or il est évident que lorsque la sphère étoit à 6 pouces au-dessous de la surface, à la profondeur de 6 pouces, elle n'imprimoit pas à l'eau d'aussi grandes vîteses que lorsqu'elle circuloit à la surface par la liberté que celle-ci avoit de couler autour de la circonférence du globe, au lieu que dans le second cas elle ne peut s'échapper par la partie supérieure du globe; il doit donc arriver que la sphère étant enfoncée, l'eau n'acquiert ni ne perd autant de forces vives que lorsqu'elle se meut à la surface.

Quand au second phénomène qui consiste en ce que les résistances du globe mu à sa surface, augmentent en plus grande raison que les carrés des distances, il dépend absolument du creux qui se forme en ce cas derrière le corps dans lequel l'eau se précipite, & des remoux qui impriment de plus grandes vîteses au fluide lorsque le corps est mu rapidement que lorsqu'il va plus lentement, il y a donc plus de forces vives imprimées & perdues; & par conséquent les résistances doivent croître en plus grand rapport que les carrés des vîteses; d'où il suit que cette loi de l'augmentation des résistances en raison du carré des vîteses, ne pourroit avoir lieu rigoureusement que dans le cas où le fluide auroit une étendue infinie, & que le corps y seroit très-profondément plongé, encore faudroit-il faire abstraction des frottemens.

M. de Borda s'étoit proposé de faire bien d'autres expériences; mais son service ne lui ayant pas permis de les continuer, il s'est contenté d'en rapporter quelques-unes sur la résistance qu'éprouvent les angles plans & ceux qui sont composés de surfaces courbes en se mouvant dans l'eau; il en résulte que ces différences ne répondent nullement à la théorie, & qu'il seroit extrêmement dangereux de vouloir appliquer cette théorie à l'art de la construction des Vaisseaux.

SUR LES ROUES HYDRAULIQUES.

LES Roues hydrauliques sont employées dans presque toutes V. les Méan. les machines que l'eau fait mouvoir, c'est par leur moyen page 270. que le courant leur transmet une partie plus ou moins grande de sa force; il est donc très-important de connoître la forme qu'on leur doit donner pour ne perdre que le moins qu'il soit possible de cette force; c'est aussi à cette recherche qu'est destiné le Mémoire de M. le Chevalier de Borda, duquel nous avons à rendre compte. Les roues hydrauliques se divisent en général en roues horizontales & en roues verticales.

Les roues horizontales ont leur circonférence hérissée d'aubes, qui ne sont pas perpendiculaires, mais obliques au plan de leur mouvement, & elles reçoivent le mouvement d'un filet d'eau, qui, descendant d'une certaine hauteur, vient frapper ces aubes & leur donne le mouvement; ces aubes sont planes dans quelques-unes de ces machines & courbes dans d'autres, & M. de Borda les a examinées les unes & les autres, avec d'autant plus de soin que ces roues, quoique peu usitées dans ce pays, sont très-fréquemment employées dans les provinces méridionales du royaume.

Cet examen a eu pour objet d'examiner la façon la plus avantageuse de placer les vannes & de diriger sur elles l'action du courant d'eau & la force qu'elles sont capables de produire.

Lorsque les vannes ou aubes sont plates, leur inclinaison doit être telle que la direction de l'eau les frappe perpendiculairement; alors toute la force de l'eau sera employée contre elles, mais elle ne servira pas toute entière à faire tourner la roue, l'inclinaison des aubes oblige à la décomposer, & M. de Borda trouve qu'abstraction faite des frottemens, une roue de cette espèce ne pourroit enlever qu'un poids égal à la moitié de celui de l'eau descendue, encore faut-il que la machine soit construite avec toute la perfection possible.

La figure courbe des vannes change extrêmement la disposition qu'on doit donner, tant à ces vannes qu'au canal qui

conduit l'eau; celles-ci ne doivent plus être exposées perpendiculairement au courant, l'eau doit entrer entr'elles presque sans les frapper, agir sur elles par son poids & par une espèce de pression, & en sortir presque horizontalement par leur partie inférieure. Le Calcul appliqué à cette espèce de disposition, a fait voir à M. de Borda qu'elle étoit beaucoup plus avantageuse que la précédente, puisque son effort pourroit presque égaler la totalité du poids de l'eau, tandis que les roues à aubes planes, ne peuvent communiquer à la roue qu'une force égale à la moitié de ce poids.

La roue verticale à aubes plates, placée dans une coursière assez bien faite pour que les aubes ne laissent perdre aucune portion d'eau, rentre absolument dans la classe des roues horizontales à aubes plates, & ne peut, quelque parfaite qu'on en suppose l'exécution, prendre que la moitié de la vitesse du fluide, & si quelques Géomètres ne leur en ont donné que le tiers, c'est qu'ils n'ont considéré le choc de l'eau que sur une seule aube, tandis que réellement elle agit sur plusieurs à la fois.

Il ne nous reste plus à examiner que la roue verticale à godets; celle-ci n'agit presque que par le poids de l'eau contenue dans les godets, qui s'emplissent successivement au haut de la roue & se vident en descendant.

De ce que nous venons de dire, il suit que la circonférence de la roue doit être telle que les godets, ou, pour parler plus juste, ceux qui se trouvent dans le cas d'être emplis, absorbent toute l'eau que fournit la gouttière qui l'y amène; on doit encore faire en sorte que la force du courant qui donne dans le premier godet, agisse autant qu'il est possible dans la direction de la tangente à la roue, & concoure avec le poids de l'eau contenue dans les godets, à la faire tourner; avec toutes ces conditions, M. de Borda a cherché le *maximum* de la force de cette roue, & il a trouvé que plus elle alloit lentement, plus, toutes choses d'ailleurs égales, elle acquéroit de forces; d'où il suit que le *maximum* absolu seroit le cas où la roue n'auroit qu'une vitesse infiniment petite, & dans ce cas elle élèveroit un poids égal à la quantité d'eau sortie du réservoir : on juge bien que

cette vitesse infiniment petite, ne sera jamais recherchée; mais en ne supposant que ce que l'usage auquel on destine ces roues peut permettre, M. de Borda pense que les roues à auget sont celles qui peuvent tirer le meilleur parti d'une chute & d'une quantité d'eau données, ce qui est absolument conforme à l'expérience.

M. de Borda ne s'est pas contenté de résoudre, par les règles ordinaires, les Problèmes qu'il s'étoit proposés, il en a encore tenté la solution en y employant le principe de la conservation des forces vives, dans la vue d'examiner s'il ne se trouvoit point dans ce cas une perte de ces forces, & voici quel a été le résultat de ses recherches.

Il a, par exemple, examiné l'action du fluide sur la roue horizontale à palettes courbes, & il a trouvé précisément le même résultat que lui avoit donné la première solution.

Il n'en a pas été de même de la roue à augets, il se fait dans cette circonstance une perte réelle de forces vives, causée par le choc du fluide dans les cavités des augets, & M. de Borda en détermine la quantité, & c'est cette quantité qui fait la différence entre la première solution & celle-ci: il y a de même une perte réelle de forces vives dans le mouvement de la roue horizontale à palettes planes.

Il résulte de toutes ces recherches, que le plus grand effet qu'on puisse attendre des roues hydrauliques, est celui des roues à godets & des roues horizontales à palettes courbes: il n'arrive que trop souvent que les solutions les plus exactes se trouvent démenties par l'expérience. On n'en doit rien conclure contre la certitude des démonstrations mathématiques, mais rejeter cette différence sur ce qu'on n'a pas fait entrer dans le Calcul une infinité de données que la Physique y introduit, & qui souvent ne peuvent ni se prévoir ni s'évaluer: on en peut cependant reconnoître quelques-unes, & c'est un pas fait vers la précision de l'exécution que de les examiner.

M. de Borda n'a pas oublié d'examiner à cet égard les différentes roues hydrauliques; nous allons donner une idée de cet examen & des conclusions qui en résultent pour chaque article.

Nous avons, par exemple, dit que l'effort des roues verticales à aubes, pouvoit être de la moitié du poids de l'eau qui les fait agir; cette assertion seroit vraie si les palettes ou aubes rasoient si exactement le fond & les côtés de la coursière, qu'ils ne permissent à aucune partie de l'eau de s'échapper; mais on sent bien que cette exactitude est impossible, & M. de Borda trouve qu'en introduisant cette perte d'eau dans le Calcul, il en résulte une perte d'un huitième sur la force de ces roues, qui se trouve par-là réduite à 3 huitièmes du poids de l'eau, au lieu de la moitié de ce poids que donnoit la solution du Problème.

Les roues horizontales à palettes planes n'ont pas cet inconvénient, ou du moins l'ont dans un bien moindre degré que les roues verticales, on peut d'ailleurs en augmenter l'effet en changeant l'inclinaison de la gouttière qui leur amène l'eau, elles doivent donc être beaucoup meilleures dans la pratique.

Les roues horizontales à palettes courbes, ont une autre cause de diminution de force; il est comme impossible de diriger si bien le courant d'eau qu'il entre dans les courbes & qu'il en sorte dans la direction la plus avantageuse, & telle que l'a supposée le calcul; cependant, malgré ce défaut & quelques autres, M. de Borda les trouve très-supérieures aux roues horizontales à palettes plates & aux roues verticales, & il pense que ces roues peuvent avoir une force qui soit à celle de ces dernières au moins comme 3 est à 2.

Les roues à godets sont celles qui s'éloignent le moins, dans la pratique, du résultat de la théorie, toutes les imperfections qu'on peut leur supposer ne diminueront leur force que d'un douzième ou tout au plus d'un dixième, elles produisent donc dans la pratique le plus grand effet possible, & on doit les employer toutes les fois que les circonstances le permettront.

Nous disons toutes les fois que les circonstances le permettront; car il est évident que le choix des différentes roues hydrauliques qu'on doit employer, dépend de la chute d'eau dont on peut disposer, de la nature des machines qu'on doit faire mouvoir, & de tant de circonstances locales qu'il n'est pas possible d'assigner
généralement

généralement l'avantage d'une espèce de roue sur l'autre; c'est à la prudence & à l'habileté de ceux qui font construire ces machines qu'il appartient de diriger leur choix vers l'une ou vers l'autre; mais les principes que donne M. de Borda, & que nous venons d'exposer, fournissent, en les appliquant judicieusement aux circonstances, des moyens sûrs & certains de faire la comparaison des unes & des autres dans les différens cas qui se peuvent présenter, & de décider toujours en connoissance de cause, & sans se rapporter à une routine souvent infidèle.



DIOPTRIQUE.

SUR LES LUNETTES ACHROMATIQUES.

CE travail est la suite de celui duquel nous avons rendu compte en 1764 & en 1765 *, & nous y avions établi quelques principes qu'il est bon de se rappeler pour mieux entendre ce que nous avons à dire de celui-ci.

De ce qu'une lentille sphérique ne réunit pas en un seul point géométrique tous les rayons qui tombent sur une de ses surfaces parallèlement à son axe, il résulte ce qu'on nomme *aberration de sphéricité*, & cette aberration produit nécessairement deux effets : premièrement, quelques-uns des rayons qui se rompent le moins, vont se réunir sur l'axe au-delà du point où se forme l'image la plus vive, & le foyer qui devoit n'être qu'un point devient une ligne, & c'est ce qu'on nomme l'*aberration en longueur* : secondement, les images d'un même point de l'objet se réunissant à des points différens, les différentes images de l'objet qui seront plus grandes que la plus vive, formeront autour d'elle une espèce de bordure ou de couronne qui empêche qu'elle ne paroisse tranchée, & c'est ce qu'on nomme *aberration en largeur*; la première altère la longueur du foyer, & la seconde le diamètre & la netteté de l'image.

Hist. 1767.

. V.

v. les Mém.
page 43.

* Voy. Hist.
année 1764.
p. 92 & 175;
& Hist. 1765.
page 119.

Ce que nous venons de dire de l'aberration de sphéricité, doit s'entendre à plus forte raison de celle de réfrangibilité; les rayons les moins réfrangibles iront se réunir plus loin que les autres, & formeront aussi une aberration en longueur & en largeur; celle-ci est non-seulement plus grande que la première, mais elle produit encore un autre inconvénient plus fâcheux; toutes les images séparées que produit l'aberration de réfraction sont différemment colorées, & celles qui sont plus grandes que l'image la plus vive, l'entourent non-seulement d'une espèce de nuage, mais encore d'une couronne colorée: ce sont ces deux aberrations, & particulièrement la dernière, qu'il est question de détruire pour former des objectifs auxquels on puisse donner une très-grande ouverture, sans courir risque d'avoir à leur foyer des images colorées.

Les objectifs achromatiques composés de trois lentilles, avoient déjà été traités par M. d'Alembert en 1765, mais il n'avoit pour ainsi dire qu'établi les principes de ce travail, & il le reprend ici dans le plus grand détail.

Les objectifs achromatiques sont essentiellement composés de deux ou de plusieurs lentilles, mais ces lentilles peuvent être jointes, c'est-à-dire leurs surfaces convexes & concaves, appliquées exactement les unes sur les autres, ou bien ces surfaces peuvent être séparées, & laisser entr'elles un intervalle plus ou moins grand.

Le premier cas que M. d'Alembert examine ici, est celui où les trois lentilles qui composent l'objectif, sont contiguës, & il se propose plusieurs combinaisons de cette espèce; nous ne répéterons pas ici ce que nous avons dit dans les précédens Mémoires, que dans les équations auxquelles il parvenoit en partant de ses données, l'aberration, tant de sphéricité que de réfrangibilité, étoit exprimée par des termes particuliers; qu'en supposant ces termes ou anéantis ou réduits à leur moindre valeur, on parvenoit à assigner aux rayons des courbures des lentilles, une valeur propre à leur faire produire cet effet & anéantir ou au moins diminuer les deux aberrations le plus qu'il est possible.

Pour peu qu'on veuille y faire réflexion, on verra aisément que cet anéantissement, ou plutôt cette diminution d'aberration, ne peut pas avoir lieu dans toutes les combinaisons qu'on pourroit faire, & qu'il y auroit au contraire telle combinaison ou tel assemblage de trois lentilles, dont on ne pourroit absolument ni détruire ni diminuer l'aberration ; c'est à cette recherche qu'est destinée la première partie du Mémoire de M. d'Alembert. Son calcul est le fil qui le conduit dans ce labyrinthe : dès qu'il s'aperçoit que l'anéantissement ou la très-grande diminution donnent dans la proportion des rayons, des quantités impossibles ou qui ne peuvent aller ensemble, il abandonne cette combinaison ; & en effet de trois qu'il a examinées dans cet article, il y en a une qui devient absolument inutile, parce qu'une des lentilles devoit avoir les rayons de ses convexités infinis, c'est-à-dire être absolument plane des deux côtés, & par conséquent inutile. On doit de même prendre garde de rendre les rayons des convexités trop petits ; il n'en résulteroit pas, comme dans la combinaison précédente, une impossibilité métaphysique, mais une difficulté énorme à former de telles courbures.

Pour ne pas s'égarer dans cette recherche, M. d'Alembert propose de construire une figure dont les ordonnées ne puissent s'étendre au-delà des limites prescrites, & puissent d'ailleurs déterminer sans difficulté la valeur des quantités positives ou négatives dont on a besoin.

De ce calcul appliqué aux deux suppositions restantes, il résulte qu'il y en a une qui diminue d'un quart l'aberration en largeur, qui subsistoit malgré le mélange des deux espèces de cristal, & d'un tiers l'aberration en longueur.

Dans l'article précédent, M. d'Alembert suppose les trois lentilles qui composent l'objectif, absolument contiguës ; dans celui-ci il les suppose éloignées les unes des autres de quelque distance, quoiqu'ayant toujours un axe commun, & il calcule sur ce même principe un objectif supposé formé de trois lentilles non contiguës : on juge bien que cette hypothèse doit introduire du changement & de la difficulté dans le calcul, & M. d'Alembert y remédie par des tables & des formules qui l'abrègent

très-considérablement: il résulte du calcul de M. d'Alembert, que malgré la plus grande épaisseur & le plus grand nombre de surfaces, les objectifs à trois lentilles doivent être préférés à ceux qui ne sont composés que de deux, soit que ces lentilles soient contiguës, soit qu'elles ne le soient pas.

Dans l'article suivant, M. d'Alembert donne le calcul d'une quinzaine d'objectifs à deux lentilles formées suivant différentes suppositions; & dans celui qui vient après les formules générales, très-approchées pour les dimensions d'un grand nombre d'objectifs, il fait voir les termes qui ne sont nécessaires que pour l'exactitude géométrique, & qu'on peut négliger sans crainte dans le calcul, mais en avertissant que l'équation qui sert à détruire l'aberration de réfrangibilité doit être calculée rigoureusement, celle-ci étant la plus à craindre, & partant la plus essentielle à détruire; il indique même une quantité dans le calcul de laquelle il n'est permis de rien négliger si l'on veut que les couleurs soient détruites autant qu'il est possible de les détruire; l'aberration de sphéricité est moins essentielle, on peut sans risque en laisser subsister une médiocre partie: M. d'Alembert fait même voir qu'on ne peut éviter dans la construction des objectifs achromatiques, d'y laisser subsister une aberration de réfrangibilité égale à l'aberration de sphéricité des lunettes simples ou à celle des télescopes, sans que ces petites quantités empêchent ces objectifs d'être très-bons; cette légère erreur devenant comme insensible à nos yeux.

Mais ce que M. d'Alembert ne peut s'empêcher de recommander ici, quoiqu'il l'ait déjà fait dans les Mémoires précédens, c'est l'attention la plus scrupuleuse à s'assurer du rapport de la réfringence des différens verres qu'on emploie; la plus petite erreur sur ce point produiroit, malgré tout ce qu'on pourroit faire, une aberration de réfrangibilité plus grande que l'aberration de sphéricité d'un télescope ou d'une lunette ordinaire, même en supposant que la lunette achromatique n'eût pas plus d'ouverture que la lunette simple ou le miroir du télescope: aussi M. d'Alembert ne pense-t-il pas qu'on réussisse à faire des lunettes achromatiques dont l'ouverture & le pouvoir amplifiant, excède

ceux d'un télescope bien fait, de même longueur; mais elles seront toujours; sur-tout pour le Ciel, préférables aux télescopes, par le degré de clarté & de vivacité qu'elles donnent à l'image.

Le reste du Mémoire de M. d'Alembert, contient des réponses à quelques objections qui lui ont été faites par M. Euler & quelques réflexions sur les Mémoires précédens; nous allons essayer de donner une idée des unes & des autres.

Les objections faites par M. Euler, sont au nombre de cinq; la première roule sur le nombre des surfaces des objectifs achromatiques, sur ce que M. d'Alembert avoit avancé que M. Euler avoit employé dans la solution du problème une indéterminée de plus qu'il n'étoit nécessaire; & M. d'Alembert fait voir qu'effectivement il étoit nécessaire qu'il y eût deux surfaces parallèles, que la solution du problème n'exigeoit que trois indéterminées, & qu'enfin M. Euler avoit eu tort de négliger de détruire, dans sa solution, l'aberration de sphéricité, au moins pour les objets placés dans l'axe, & cela d'autant plus qu'il pouvoit avec les quatre indéterminées qu'il emploie, la détruire même pour les objets placés hors de l'axe, & que cette aberration qu'il laisse subsister, introduiroit dans les verres une courbure trop considérable qui ne permettroit pas de donner une assez grande ouverture à l'objectif.

M. Euler pense, en second lieu, que la vision ne peut être parfaite, si l'aberration de réfrangibilité n'est entièrement détruite dans l'œil, & que si elle n'étoit pas absolument nulle pour les objets placés dans l'axe de la vision, elle seroit insupportable pour ceux qui en seroient à 30 degrés & plus jusqu'où la vue peut s'étendre. Voici de quelle manière M. d'Alembert répond à cette objection.

M. Euler convient que l'aberration de sphéricité, pourvu qu'elle soit très-petite, ne nuit point à la vision; pourquoi celle de réfrangibilité, aussi très-petite, lui nuirait-elle? & n'est-il pas au contraire plus que probable, que si le nuage que produit la première autour de l'image est insensible dans le cas supposé, la couronne colorée le sera de même?

Il y a plus, les fibres de l'œil se communiquent l'ébranlement

causé par les rayons à une petite distance, d'où il suit que l'ébranlement causé par les différens rayons colorés très-près l'un de l'autre, se confondant, il en résulte l'impression & la sensation d'une seule couleur.

Le même raisonnement subsiste pour les rayons très-éloignés de l'axe, l'aberration n'est pas plus grande pour eux que pour ceux qui sont dans l'axe; & d'ailleurs si l'aberration de sphéricité qui ne peut être détruite entièrement pour ceux-ci ne nuit pas à la vision, pourquoi celle de réfrangibilité lui feroit-elle obstacle?

Il n'est pas possible, comme le croit M. Euler, d'anéantir entièrement l'aberration de réfrangibilité. M. d'Alembert a démontré que quand on parviendroit à anéantir celle des rayons rouges & des violets, il en resteroit encore une petite quantité produite par les rayons intermédiaires, & il est très-probable que cet inconvénient a lieu dans l'œil comme dans les lunettes, quoiqu'il n'en résulte aucun défaut dans la vision.

M. Euler croit qu'il est inutile de chercher à détruire l'aberration des rayons qui ne partent point de l'axe: mais M. d'Alembert a démontré en 1762, que cette aberration pouvoit être peu considérable ou même presque nulle pour les objets placés dans l'axe, & en produire une assez considérable pour ceux qui en feroient un peu éloignés, & qu'il faut par conséquent travailler à la détruire.

Pour faire voir encore mieux qu'il n'est pas nécessaire que les couleurs soient absolument détruites au fond de l'œil: M. d'Alembert entreprend de faire voir qu'elles ne peuvent vraisemblablement l'être dans les yeux de certains poissons; & voici les preuves sur lesquelles il se fonde.

L'humeur aqueuse de quelques poissons est très-fluide, leur cornée est très-plate, du moins chez le plus grand nombre; toutes circonstances qui doivent rendre la réfraction dans cette humeur très-peu différente de celle de l'eau, la figure même presque sphérique de leur cristallin semble ne leur avoir été donnée que pour suppléer au peu de réfraction de l'humeur aqueuse: or en supposant tout ce que nous venons de dire, il est clair que l'aberration de réfrangibilité a lieu dans les yeux de

ces animaux, mais le calcul fait voir qu'elle peut être assez peu considérable, ce qui est suffisant pour la vision distincte.

La dernière objection de M. Euler, étoit que M. d'Alembert ayant promis une théorie complète pour la perfection des instrumens de Dioptrique, il n'avoit pas parlé de la multiplication des oculaires; M. d'Alembert répond à cette objection de deux manières, premièrement il n'avoit pas annoncé une théorie complète, & quand il n'y auroit que cette réponse, elle seroit suffisante; mais M. d'Alembert y en ajoute une autre qui sera certainement encore plus du goût du Public, il pense si peu avoir épuisé cette matière, qu'il n'a garde de regarder ses Recherches comme terminées, bien loin de-là, il reprend dans ce Mémoire même l'article des oculaires qu'il avoit commencé en 1764; & nous allons essayer de rendre compte de cette recherche.

Quoique M. d'Alembert ait démontré qu'il étoit absolument impossible d'anéantir l'aberration de sphéricité en largeur par le moyen d'un objectif achromatique, il ne pense pas qu'il le soit de même de la détruire entièrement par le moyen d'un oculaire composé & bien combiné avec l'objectif, il en a fait le calcul, & voici quel en a été le résultat.

Il faut que l'oculaire soit au moins de deux matières, & par conséquent qu'il ait trois surfaces, & que l'objectif en ait quatre pour satisfaire aux sept équations qui résultent du calcul: ces équations donneroient les rayons des courbures de l'un & de l'autre verre, mais il peut s'y trouver des racines imaginaires; & de plus il y a une condition à remplir, c'est que la distance focale de l'oculaire, soit beaucoup plus petite que celle de l'objectif d'une lunette simple de même foyer, sans quoi la lunette ne grossiroit pas assez.

M. d'Alembert proposeroit pour remplir cette dernière condition, de composer l'oculaire de trois lentilles pour lui donner quatre surfaces, dont une resteroit indéterminée, au moyen de laquelle on pourroit donner à l'oculaire un foyer beaucoup plus court qu'à l'objectif, sauf à le réduire à trois surfaces, si cette combinaison se trouvoit suffisante.

M. d'Alembert, au reste, ne propose ces oculaires à quatre

surfaces, que comme une vue qui peut mériter d'être suivie; n'ayant pu se livrer jusqu'à présent au très-long calcul qui auroit été nécessaire pour l'examiner; & il se borne quant-à-présent à une lunette composée d'un objectif à trois lentilles, dont deux de verre commun & une de cristal d'Angleterre, & d'un oculaire à deux lentilles de même matière.

Cette lunette cependant ne détruira jamais entièrement l'aberration en largeur, même celle de réfrangibilité, il faudroit pour cela que l'oculaire fût achromatique par lui-même, & il ne l'est pas n'étant composé que d'une seule matière, mais cet inconvénient ne peut nuire en aucune manière à la bonté de la lunette, puisqu'il a lieu, même en longueur, dans les télescopes catoptriques, sans altérer sensiblement leur bonté; & M. d'Alembert finit cet article par indiquer les rayons des différentes surfaces du double oculaire.

Jusqu'ici nous avons supposé que le sinus d'incidence étoit au sinus de réfraction en raison constante, cette constance de rapport n'est pas si bien démontrée qu'on ne puisse y soupçonner quelques variétés; il étoit donc nécessaire d'examiner les erreurs que ces variétés pourroient produire, quelque petites qu'on les supposât; c'est aussi à quoi M. d'Alembert s'est occupé dans un des articles du Mémoire dont nous parlons, & il résulte de son calcul que cette erreur, du moins dans les termes où on la peut supposer, n'est pas fort à craindre,

Une seconde supposition seroit encore dans le même cas; on a toujours regardé comme constant, que si en passant de l'air dans un milieu quelconque, le sinus d'incidence est au sinus de réfraction dans un certain rapport; & en passant de l'air dans un autre milieu, dans un autre rapport, en passant d'un de ces milieux dans l'autre, il seroit dans un rapport formé des deux précédens divisés l'un par l'autre, mais cette supposition n'est pas non plus rigoureusement démontrée; & il se trouve par le calcul que ce rapport pourroit subir une légère augmentation. M. d'Alembert propose un moyen de vérifier par expérience si cette augmentation est réelle; il ne s'agit pour cela que de disposer deux lentilles de différentes matières, de manière qu'elles soient d'abord contiguës, de les écarter ensuite, pour voir si en tenant compte de cet

cet écartement, le foyer se trouvera ou ne se trouvera pas le même que dans le cas où elles étoient contiguës; c'est une vue qu'il indique aux Opticiens pour s'assurer d'un fait qui pourroit devenir très-important.

Une troisième cause pourroit encore produire une aberration; très-légère à la vérité, dans les objectifs, les rayons qui pénètrent la première surface de l'objectif souffrent, ou du moins quelques-uns d'entr'eux, quelques réflexions dans les autres surfaces, & après avoir été pour ainsi dire balotés de l'une à l'autre, ils pourroient être renvoyés vers l'œil, & y former des foyers à la vérité très-foibles. On jugera aisément que ces foyers ne peuvent pas troubler sensiblement la vision, cependant pour ne rien laisser en arrière; M. d'Alembert les a calculés, & a indiqué le terme qu'il falloit ajouter ou changer dans les formules précédentes pour les obtenir.

Ce Mémoire & les précédens ont pris tous les différens articles dans la plus grande généralité; il se trouve cependant plusieurs cas dans lesquels il est nécessaire d'y faire quelques restrictions, quoique ces restrictions soient pour la plupart très-peu considérables; elles tombent sur l'examen des lentilles simples, & M. d'Alembert donne les formules nécessaires pour les faire entrer dans le calcul & voir quand elles peuvent être négligées sans risque.

Les recherches contenues dans ce Mémoire, dans les deux précédens & dans le troisième Volume des Opuscules de M. d'Alembert, duquel nous avons rendu compte en 1764 *, sont le résultat du long & pénible travail qu'il a fait sur cette matière. Il en résulte que les objectifs achromatiques doivent être préférés aux autres; qu'ils seront excellens si on les construit dans les dimensions prescrites par le Mémoire que M. d'Alembert a donné en 1764; que si on veut que les lentilles qui composent l'objectif ne se touchent pas, on pourra se servir des formules données en 1765; que si on veut rendre les trois lentilles biconvexes & biconcaves isoscèles, construction bien plus commode dans la pratique, on ne pourra pas anéantir les deux aberrations, parce qu'il n'y aura que trois inconnues, mais qu'on pourra choisir la disposition des lentilles la plus avantageuse pour détruire celle des deux aberrations qu'on jugera la plus incommode,

Hist. 1767.

. X

* Voy. *Hist.*
1764. p. 22

ce qui sera toujours facile à déterminer par les formules de M. d'Alembert; qu'on pourra adapter à l'objectif deux oculaires qui, pris ensemble, détruiront l'aberration de sphéricité, & même étant bien choisis, le peu d'aberration de réfrangibilité qui reste aux rayons après leur passage par l'objectif; qu'on peut même approcher de cet effet avec un seul oculaire, en le construisant dans les dimensions indiquées en 1765; qu'on peut, d'après les formules du même Mémoire, construire de très-bonnes lunettes de poche avec un objectif & un oculaire simple de différentes matières; & qu'enfin on peut former un grand nombre de tables calculées qui seront extrêmement utiles pour abrégé le calcul & faciliter les recherches nécessaires pour cet important objet, dont M. d'Alembert s'est occupé depuis plusieurs années, & qui est si intéressant pour l'Astronomie & pour la Navigation qui en peuvent tirer des avantages immenses.

SUR QUELQUES EXPÉRIENCES RELATIVES À LA DIOPTRIQUE.

V. les Mém.
page 423.

Nous avons fait voir dans l'article précédent, combien il étoit important que les élémens qui doivent servir de base au calcul des lunettes achromatiques, fussent déterminés avec la plus grande précision; c'est à procurer les moyens de parvenir à cette précision, qu'est destiné tout le travail qu'a fait M. le Duc de Chaulnes sur cette matière, & duquel nous allons essayer de présenter une légère idée.

M. le Duc de Chaulnes avoit une lunette achromatique excellente du célèbre Dollond; on fait que les objectifs composés de ces lunettes, sont fermement sertis dans une monture, & que le plus petit dérangement dans les pièces qui les composent, peut beaucoup altérer la bonté de l'instrument. Il étoit donc question de connoître exactement les rayons des différentes courbures des surfaces qui composoient l'objectif sans le démonter.

Ce problème, au premier coup-d'œil, paroît impossible: comment en effet pourroit-on connoître la courbure des surfaces intérieures, qu'on ne peut ni voir ni mesurer? Mais ce qui paroît

impossible ne l'est pas toujours, & nous allons bientôt voir comment M. le Duc de Chaulnes eut l'adresse de se tirer de cet embarras.

Un des premiers pas qu'il avoit à faire dans cette recherche; étoit de s'assurer par des expériences décisives, de la quantité de réfraction que produisoient les différentes espèces de verre qu'on emploie dans la construction des lunettes achromatiques.

Cette opération exigeoit une précision extrême; pour y parvenir, M. le Duc de Chaulnes a ajouté au microscope ordinaire, trois micromètres différens.

Le premier est placé à l'ordinaire au foyer commun de l'oculaire du microscope & du verre qui le suit, & ne diffère en rien du micromètre astronomique.

Les deux autres placés en sens contraire sur un appui fixe; sont destinés à faire faire au porte-objet, les mouvemens qu'on desire, & à donner en centièmes de ligne la mesure de ces mouvemens. L'un de ces micromètres est fixé sur la monture du microscope; & l'autre mobile dans une coulisse, peut être attiré ou repoussé par le premier, & communiquer de plus lui-même au porte-objet, un mouvement indépendant de ce premier.

Une règle de cuivre, divisée soigneusement en vingtièmes de ligne, & fixée au premier micromètre, a donné d'abord le nombre de tours de vis & de parties de ces tours qui répondoient à chaque division qu'on faisoit passer l'une après l'autre sous le fil fin du micromètre du microscope; ensuite le premier de ces vingtièmes ayant été mesuré par le micromètre du microscope, on a divisé par cinq le nombre de parties qu'il marquoit pour avoir la valeur des centièmes de ligne, & les fils ayant été rapprochés jusque-là, on a, par le mouvement des deux micromètres du porte-objet, fait passer successivement toutes les divisions en vingtièmes de ligne sous les fils du micromètre du microscope, & reconnu par ce moyen les nombres de parties du premier de ces micromètres qui répondoient à des centièmes de ligne: ce même micromètre, au moyen d'une monture particulière qu'on y appliquoit, pouvoit aussi porter un microscope dont il mesuroit le chemin en centièmes de ligne.

Muni de ces instrumens, M. le Duc de Chaulnes commença enfin l'examen de la réfrangibilité des différens verres, dont il s'étoit pourvu par une méthode aussi simple qu'ingénieuse qu'il avoit imaginée.

Si après avoir parfumé les deux surfaces d'une glace un peu épaisse de petits objets tels que de la poussière d'ailes de papillon ; on expose cette glace à un microscope, de façon qu'on voie distinctement les petits corps qui sont sur la surface la plus proche de l'œil ; il est clair qu'on n'apercevra pas avec la même netteté ceux qui sont sur l'autre surface, & qu'il faudra avancer le microscope d'une certaine quantité pour les apercevoir distinctement.

Il semble au premier coup-d'œil, que le chemin qu'on est obligé de faire faire en ce cas au microscope, devrait être précisément égal à l'épaisseur de la glace ; on se tromperoit cependant, on le trouvera toujours moindre, & cet effet tient au pouvoir réfringent de la glace ; essayons de faire voir comment il en dépend.

Si d'un point d'un objet placé sur la surface d'une glace, il part des rayons divergens qui traversent son épaisseur, il est clair que ces rayons conserveront leur direction tant qu'ils traverseront l'épaisseur de la glace ; mais lorsqu'ils en sortiront pour passer dans l'air, l'effet de la réfraction leur fera nécessairement augmenter l'angle qu'ils faisoient entr'eux, & l'œil qui verra l'objet par ces rayons ainsi détournés, le rapportera au point où ils devroient se joindre s'ils avoient cette direction dans l'épaisseur de la glace, ce point se trouvera plus près que ne l'est réellement l'objet attaché à la surface, & il sera d'autant plus rapproché que la réfraction sera plus forte ; cela supposé, voici comment M. le Duc de Chaulnes parvient à connoître ce rapprochement.

Il fixe sur une tablette disposée exprès, le micromètre du porte-objectif chargé d'un microscope ; sur cette même planche est élevée une poupée mobile qui porte la glace qu'on veut éprouver, chargée sur ses deux surfaces de poussière de papillon ; alors le micromètre étant à zéro, il fait avancer la poupée jusqu'à ce qu'il voie distinctement la poussière placée sur la surface la plus proche du microscope. On juge bien que dans cette position,

il ne voit que très-imparfaitement celle qui est sur l'autre surface, il approche donc le microscope au moyen de la vis du micromètre jusqu'à ce qu'il les voie distinctement, & il a en centièmes de ligne la quantité dont le microscope a été avancé: cette quantité comparée à l'épaisseur de la glace, mesurée aussi à l'aide d'un compas d'épaisseur & d'un microscope, en centièmes de ligne, lui donne dans ces mêmes parties le rapprochement de l'objet, & par conséquent le pouvoir réfringent de la glace qui le produit, & duquel il est toujours aisé de le déduire.

Des expériences de M. le Duc de Chaulnes, il résulte que presque toutes les espèces de glaces différentes, ont aussi des réfrangibilités différentes, & qu'on ne peut en aucune manière s'en rapporter à un rapport général de réfrangibilité entre l'air & le verre, comme on l'avoit fait jusqu'à présent.

La propriété qu'ont les différentes espèces de glace de rompre en général les rayons n'a, comme mille expériences le prouvent, rien de commun avec la propriété de disperser les différentes parties colorées qui composent ces rayons; & la distinction de ces deux différentes propriétés est, pour le dire en passant, le principe sur lequel porte toute la théorie des lunettes achromatiques.

Pour s'assurer de cette différence, M. le Duc de Chaulnes fit la réflexion suivante:

Puisque les rayons colorés sont différemment rompus par un verre lenticulaire, il est bien certain que selon la couleur des rayons, le même verre portera le foyer de ces rayons plus près ou plus loin selon leur couleur.

Il ne s'agissoit donc plus que d'avoir la mesure de ces différens foyers; & voici comment il s'y prit.

C'est un principe connu de tous les Opticiens, que si on place un verre lenticulaire à une certaine distance d'un objet lumineux, telle qu'il se fasse de l'autre côté une peinture distincte de cet objet sur un plan, la distance du point lumineux au verre ou du verre à la Peinture, seront doubles de son foyer.

D'après ce principe, M. le Duc de Chaulnes plaça sur une règle divisée, trois poupées mobiles; l'une, & c'étoit celle du milieu, portoit le verre qu'il vouloit éprouver; les deux autres

étoient chargées, l'une d'un papier transparent traversé par deux fils en croix qui passoient au centre de l'ouverture ronde sur laquelle il étoit tendu, & l'autre d'un carton destiné à recevoir l'image.

L'objectif qu'employoit M. de Chaulnes, n'étoit pas un objectif ordinaire; il étoit composé de deux demi-cercles, l'un de verre commun, & l'autre de cristall d'Angleterre matriqués ensemble & travaillés en même temps dans le même bassin.

En couvrant alternativement l'une & l'autre moitié de l'objectif, M. le Duc de Chaulnes parvint à déterminer le foyer de chacune; qui, comme on l'imagine bien, n'étoient pas égaux, puisque le pouvoir réfringent de chacune des deux moitiés étoit différent.

Ces foyers déterminés par l'image de l'objet sur le carton, laissoient cependant quelque incertitude, & pour s'en délivrer; M. de Chaulnes substitua au carton un petit oculaire dont le foyer devoit coïncider avec la surface du carton; & pour s'en assurer, il mit sur la surface d'une glace de la poussière de papillon; & ayant appliqué cette surface au carton qu'il avoit percé vis-à-vis de l'oculaire, il tira & poussa ce verre jusqu'à ce qu'il lui fût voir bien distinctement la poussière de papillon; alors il étoit bien sûr que le foyer de son oculaire étoit à la place du carton, & qu'en voyant distinctement l'objet lumineux à ce foyer, il étoit sûr que c'étoit la vraie place de la Peinture.

Il eut donc par ce moyen le foyer de chacune des moitiés de son objectif avec une très-grande exactitude; & pour connoître le changement que les rayons différemment colorés pouvoient faire dans la longueur de ces foyers, il substitua au papier transparent, d'abord un verre bleu, & ensuite un verre rouge sur lesquels étoient placés des cheveux en croix, & il mesura exactement le foyer de chacune de ses moitiés d'objectif en les éclairant d'abord d'une lumière bleue, & ensuite d'une lumière rouge, & il en dressa une Table.

Il est aisé de voir combien ces expériences susceptibles d'une très-grande exactitude, peuvent procurer d'avantages; elles donnent à tous les Artistes les moyens de s'assurer exactement de la qualité réfractive des matières qu'ils emploient, & de plus de voir exactement si la courbure qu'ils donnent au *Flint-glass* pour

corriger l'aberration des couleurs est celle qui lui convient, puisque si elle est légitime, les verres colorés ne feront pas changer le foyer; & que si au contraire ils l'alongent ou le raccourcissent, ce sera une marque indubitable que cette courbure est trop grande ou trop petite, comme M. de Chaulnes l'a trouvé dans l'objectif achromatique de 3 pieds, fait par M. Dollond; au lieu que celui de son excellente lunette du même Auteur, n'avoit qu'un seul foyer pour tous les rayons, tant blancs que colorés.

Nous ne devons pas perdre de vue que le but principal de M. le Duc de Chaulnes, étoit de déterminer toutes les dimensions & toutes les courbures de ses oculaires & de cet excellent objectif sans le démonter; nous l'allons suivre dans ses opérations.

L'épaisseur des verres étoit extrêmement aisée à mesurer dans les oculaires, le compas d'épaisseur dont on rapportoit l'ouverture sous le microscope, pour y être mesurée par le micromètre, la donnoit exactement; mais il n'en étoit pas de même de l'épaisseur des différentes pièces qui composoient l'objectif; & voici de quelle manière il s'y prit pour l'obtenir.

L'objectif fut fixé sur une poupée percée d'un trou qu'on rendit à peu près concentrique au verre, cette poupée étoit mobile sur une planche, de manière cependant qu'elle y fût perpendiculaire; la même planche portoit le micromètre auquel étoit assujetti le microscope dirigé vers la poupée: alors M. de Chaulnes ferna sur les deux surfaces de son verre de la poussière de papillon, & ayant mis le micromètre à zero, il fit mouvoir la poupée jusqu'à ce que les poussières les plus proches du microscope fussent vues distinctement; alors fixant la poupée il fit avancer le microscope jusqu'à ce qu'il vît distinctement celles de l'autre surface, & il marqua ce chemin en parties du micromètre.

Ce n'étoit pas encore le plus difficile de l'opération, car indépendamment de ces deux surfaces externes, il devoit s'en rencontrer quatre dans l'intérieur, savoir les deux du verre biconcave de *Flint-glass*, qui occupoit le milieu de l'objectif, & les deux surfaces des lentilles de verre ordinaire qui y étoient appliquées.

Le microscope lui en fit apercevoir trois par les petits points semblables à de la poussière, que cet instrument fait toujours voir

sur les surfaces même les plus polies, mais la quatrième ne put être aperçue; le contact de celle-ci avec le *Flint-glass* étant presque immédiat, de façon que ces deux surfaces se confondoient ensemble, conjecture d'autant plus vraisemblable qu'on remarquoit à la circonférence du verre, ces anneaux colorés que produit la pression de deux verres l'un contre l'autre; & nous verrons bientôt qu'elle étoit exactement vraie.

Les différentes parties du micromètre donnoient donc la distance apparente des surfaces, & par conséquent l'épaisseur apparente des verres; nous disons apparente, parce que comme nous l'avons fait voir ci-dessus, l'effet de la réfraction est toujours d'approcher; ou, pour parler plus juste, de faire paroître la surface ultérieure d'un verre plus proche qu'elle n'est réellement; heureusement M. le Duc de Chaulnes connoissoit la quantité de cet effet pour les deux espèces de verre qui composoient son objectif, & il corrigea ses épaisseurs par ce moyen avec tant d'exactitude, que la somme de toutes les épaisseurs déduite de ses expériences, ne se trouva différer que de trois centièmes de ligne de l'épaisseur du verre; prise avec le compas d'épaisseur & mesurée à l'aide du microscope & du micromètre, différence si petite qu'elle peut passer pour un véritable accord.

Les épaisseurs des verres étant déterminées, il ne restoit plus à fixer que les différentes courbures de leurs surfaces; celles des oculaires se pouvoient aisément déterminer par la longueur de leur foyer: pour l'avoir avec plus de précision, voici comment s'y prit M. le Duc de Chaulnes:

Il attacha avec de la cire son oculaire sur une poupée percée d'un petit trou, il fit avancer le micromètre mis à zéro & chargé d'une plaque de glace semée de poussière de papillon, jusqu'à ce que cette plaque touchât l'oculaire, & l'ayant fixé dans cette situation, il fit reculer la plaque avec la vis du micromètre; jusqu'à ce qu'il vît distinctement les poussières par le petit trou de la poupée, & alors il eut par le nombre des parties du micromètre, la longueur du foyer de l'oculaire en centièmes de ligne; & par conséquent les rayons des courbures de ses surfaces.

Les courbures de l'objectif tout monté, n'étoient pas si faciles

à déterminer; & nous allons voir avec combien d'adresse M. le Duc de Chaulnes parvint à se tirer de cet embarras.

Pour mesurer les courbures extérieures du verre, il plaça sur une règle divisée, deux pointes égales qui pouvoient s'éloigner ou s'écarter du milieu de la règle sur laquelle étoit placée une autre pointe qui pouvoit s'allonger ou se raccourcir par le moyen d'une vis; alors ayant écarté les deux pointes égales jusqu'à ce qu'elles portassent près du bord de l'objectif, il poussa au moyen de la vis, la pointe mobile jusqu'à ce qu'elle touchât la convexité du verre, puis ayant posé cette espèce de compas sur un support attaché au micromètre, de façon que les deux pointes touchassent une règle qui y étoit attachée, il fit d'abord coïncider la règle avec le fil du microscope, & fit ensuite avancer le tout jusqu'à ce que la pointe mobile parut à son tour sous le fil, d'où il résulta que cet intervalle, égal au sinus versé de la courbure, se trouvoit connu en parties du micromètre, & par conséquent en centièmes de ligne; d'où il tira aisément le rayon de la courbure extérieure, d'un côté de 25 pouces 11,5 lignes, & celui de l'autre de 26 pouces 10,6 lignes.

Les courbures intérieures ne pouvoient pas se mesurer de la même manière; & M. le Duc de Chaulnes prit le parti de s'en assurer par le moyen de leurs foyers de réflexion.

Pour y parvenir, il fit préparer une pièce de cuivre carrée, percée de cinq trous; l'un au milieu de figure carrée, qu'on pouvoit fermer avec une pièce qui s'y rapportoit & qui étoit couverte de papier blanc: ce trou étoit destiné à laisser passer, lorsqu'il étoit ouvert, une baguette divisée qui servoit comme de jauge à l'instrument; dessus, dessous & aux deux côtés de ce trou carré il y en avoit quatre ronds, distribués également sur la circonférence d'un cercle de 2 pouces de diamètre.

Cette plaque, ainsi préparée, fut fixée sur une machine parallactique; la machine orientée, de manière que la plaque fût toujours perpendiculaire au Soleil; & le verre objectif fut placé au bout d'un rouleau couché dans la gouttière de la machine, de manière qu'il pût s'avancer ou se reculer à volonté.

Tout cet équipage ayant été exposé au Soleil, M. de Chaulnes

aperçut distinctement huit images des quatre trous ronds, renvoyées par les surfaces concaves des verres qui composoient l'objectif, & à mesure qu'il approchoit ce verre de la plaque, quatre de ces images se rapprochoient, & enfin parvenoient à s'unir en une seule, les autres faisoient le même effet à une distance différente.

Il étoit bien évident que ce point de réunion des images, étoit le foyer de réflexion des surfaces concaves des verres qui composoient l'objectif; pour mesurer ces distances, M. de Chaulnes ouvroit le trou carré de la plaque, & passoit par-là sa baguette divisée qu'il conduisoit jusqu'au verre, & qui lui donnoit la longueur de ce foyer, en y ajoutant l'épaisseur du verre jusqu'à la surface réfléchissante.

Nous avons dit qu'il se trouvoit dans l'objectif de M. le Duc de Chaulnes, trois surfaces concaves différentes, & cependant il n'avoit aperçu que huit points lumineux au lieu de douze, que les trois surfaces devoient nécessairement produire; il est bien vrai qu'en cherchant ces points qui lui manquoient, il en avoit rencontré quatre autres, mais si foibles, & qui se réunissoient à une si petite distance, qu'ils ne pouvoient être pris pour ceux qu'on cherchoit, aussi n'étoient-ils que le produit d'une double réflexion dans l'intérieur du verre.

M. de Chaulnes se ressouvint alors qu'en examinant les épaisseurs des pièces qui composoient son verre, il avoit trouvé deux surfaces si exactement appliquées l'une sur l'autre, qu'il n'avoit pu les distinguer, & il pensa que ces deux surfaces n'en faisoient qu'une, n'avoient aussi donné qu'un seul foyer de réflexion; il restoit en outre un point à éclaircir, c'étoit de savoir à quelles surfaces appartennoient les foyers qu'il avoit trouvés.

Pour y parvenir, M. le Duc de Chaulnes imagina de se servir d'un excellent objectif de 3 pieds de foyer, fait par M. de l'Étang, duquel les pièces pouvoient se séparer, & dont les courbures étant connues par les bassins dans lesquels les verres avoient été travaillés, formoient une nouvelle espèce de vérification.

Dans celui-ci, les courbures convexes des lentilles de verre commun, & les concaves correspondantes du *Flint-glass*, n'étant

pas aussi parfaitement égales que dans l'objectif de Dollond, on aperçut trois foyers & douze points lumineux, lorsqu'on exposa ce verre tout monté au Soleil, comme on avoit fait le premier.

De ces trois foyers, les second & troisième se trouvèrent égaux, d'où il résulta que les deux verres biconvexes étoient égaux, & que les deux premiers qui étoient inégaux, appartenoient aux concavités de *Flint-glass*, qu'on savoit d'ailleurs être inégales.

Il s'agissoit alors de déterminer à quelle surface appartenoient les deux autres foyers, pour cela M. le Duc de Chaulnes sépara d'abord un des verres biconvexes, & trouva son foyer précisément égal au second de ceux qu'il avoit observés dans le verre tout monté; il n'étoit donc pas douteux que ce foyer lui appartenoit, tandis que le troisième qui étoit plus long, devoit appartenir à la dernière surface.

Dans le verre appartenant à M. le Duc de Chaulnes, on n'avoit eu indication que de deux surfaces, & il avoit attribué cet effet à l'identité de courbure du verre biconvexe & du biconcave; cette explication étoit d'autant plus vraisemblable, qu'il avoit aperçu à la circonférence du verre, ces anneaux colorés qui sont produits par la pression des verres; elle étoit même encore confirmée par une autre expérience, car ayant pris deux verres, l'un convexe & l'autre concave, de même courbure, & les ayant exposés au Soleil, ils donnèrent deux foyers à la même distance, tant qu'ils furent séparés, mais dès qu'ils furent unis & centrés, il n'y en eut plus qu'un.

Malgré toutes ces probabilités, M. le Duc de Chaulnes n'avoit deviné juste que pour un côté de son verre; l'autre, quoiqu'il offrît le même phénomène, le produisoit par une cause toute différente, qu'un nouvel examen lui fit découvrir.

M. de la Lande avoit une lunette de Dollond des mêmes proportions que celle de M. le Duc de Chaulnes, & il en avoit fait desservir l'objectif pour lui donner une monture qui permit d'en séparer les pièces à volonté.

Il voulut bien confier cet objectif à M. le Duc de Chaulnes qui, en présence de M.^{rs} Bézout & de l'Étang, le soumit aux mêmes expériences que le précédent, en examinant d'abord

l'objectif tout monté, puis chacune des pièces séparément, après s'être bien assuré de l'égalité presque parfaite du foyer de cet objectif tout monté & de celui du sien.

Il résulta de cet examen, des faits très-singuliers; il l'est, par exemple, extrêmement que le verre qui de quelque côté qu'on l'expose au Soleil, offre trois surfaces concaves, ne donne cependant que deux foyers de réflexion, quoique celui de M. de l'Étang en ait constamment donné trois, d'où il suit nécessairement que de ces trois foyers il y en a deux qui se confondent.

Qui n'imagineroit que cet effet, égal dans les deux sens dont le verre peut être présenté au Soleil, est produit dans les deux cas par la même cause; on se tromperoit cependant, & l'examen des foyers de ces surfaces séparées, a fait voir que d'un côté c'étoient les foyers de la surface d'un des verres lenticulaires, & de celle du *Flint-glass* qui lui est contiguë, qui se confondoient, tandis que de l'autre c'étoient ceux de la surface interne du premier verre lenticulaire & la surface externe du dernier de ces verres qui s'unissoient : tous ces différens foyers & les surfaces auxquelles ils appartiennent étant déterminés, il a été facile d'en déduire les rayons de leurs courbures, en se servant des formules que M. Bézout avoit calculées à la prière de M. le Duc de Chaulnes, & qui se trouvent à la fin de son Mémoire.

Pour achever la description de la lunette de M. le Duc de Chaulnes, il ne lui restoit plus que de donner le foyer & l'épaisseur de ses oculaires & leurs distances, tant entr'eux qu'avec l'objectif; & c'est aussi ce qu'il a fait en mesurant exactement l'une & l'autre, & en dressant de tous ces objets une table exacte qui fait la clôture de cet article.

Jusqu'ici M. le Duc de Chaulnes n'a fait qu'examiner l'ouvrage de M. Dollond dans toutes ses parties; ce qui va suivre regardera les additions qu'il a jugé à propos d'y faire pour la précision & la commodité des observations.

Une nouvelle machine parallactique, plus solide & plus commode que celle qui est ordinairement en usage, fut destinée à lui servir de pied; M. le Duc de Chaulnes ne la décrit point ici, réservant cette description à l'art de la construction des

Instrumens de Mathématiques ; & ceux qui seroient curieux de la voir, pourront satisfaire leur curiosité au château de la Meute, où elle sert de support au grand télescope de 8 pieds, que D. Noël a fait pour le Roi.

Pour joindre à la commodité de manier la lunette, la précision dans les observations qu'on peut faire par son moyen, M. le Duc de Chaulnes voulut y ajouter un micromètre à peu près semblable au micromètre astronomique ordinaire. Nous disons à peu près semblable, car il fallut bien y introduire quelques différences.

Le premier de ces changemens eut pour objet la manière de fixer le tuyau qui porte les oculaires & le micromètre dans celui qui tient au corps de la lunette, de manière qu'on pût l'y assujettir, sans risquer de le décentrer : on pourroit croire qu'une simple vis de pression suffiroit, mais ces vis sont sujettes à gâter les pièces sur lesquelles elles s'appuient, & comme elles n'agissent que d'un côté, il seroit presque impossible qu'elles ne décentraissent le tuyau ; voici comment M. de Chaulnes a évité cet inconvénient.

Il a entouré le tuyau fixé au corps de la lunette, & qui étoit fendu à l'ordinaire, pour y faire couler plus doucement le tuyau de l'oculaire, d'un anneau à oreilles qui se ferre par le moyen d'une vis, & qui comprime le tuyau très-ferme, sans le meurtrir ni le décentrer.

Le second concerne les fils du micromètre, la longueur du foyer des oculaires qui servent aux lunettes ordinaires, permet d'y employer des fils de soie, des fils d'argent trait, même des cheveux, mais les oculaires des lunettes achromatiques sont très-courts, & ces filets seroient beaucoup trop grossis. M. le Duc de Chaulnes a remédié à cet inconvénient en se servant de glaces minces, enchâssées dans les cadres du micromètre, sur lesquelles il avoit tracé avec un diamant des traits extrêmement fins, & que la méthode qu'il avoit donnée en 1765 *, lui a permis d'espacer, de manière qu'ils continssent exactement un espace de 34 minutes, divisé en deux également par le fil du milieu.

Il ne s'agissoit plus pour tirer parti de ce micromètre, que de connoître le nombre de parties de son mouvement qui répondoit à chaque minute, car M. le Duc de Chaulnes avoit

* Voy. *Hist.*
1765, p. 66.

* Voy. *Hist.*
1765, P. 69. démontré en 1765 *, qu'on ne pouvoit pas se fier à l'égalité des pas de la vis; voici comment il s'y est pris pour les obtenir.

Il a d'abord déterminé par le calcul, que dans un cercle dont le rayon étoit de 29 toises 5 pieds & 7 lignes, un intervalle de 4 secondes avoit une demi-ligne; & d'après ce principe, il a fait construire une mire sur laquelle il avoit marqué un espace de 21 pouces 3 lignes répondant à 34 minutes, & qu'il avoit fait diviser en demi-lignes; on juge aisément qu'il auroit été impossible de bien discerner à près de 30 toises des intervalles si petits, si M. le Duc de Chaulnes n'eût trouvé un moyen bien ingénieux de les rendre visibles.

Après avoir divisé la longueur de sa ligne en espaces de 20 secondes, il subdivisa en cinq un de ces espaces, & eut par conséquent des demi-lignes ou des intervalles de 4 secondes, alors il fit découper une pièce de cuivre mince, de manière qu'elle formât une bande assez large avec des angles rentrants & saillans, placés de manière que l'intervalle de 20 secondes répondit à celui de ces angles.

Alors appliquant cette bande sur la mire, de manière que son premier angle répondit au 0 de la division, il imprima cette bande à l'ordinaire avec une brosse, & tous ses angles se trouvèrent répondre aux lignes de 20 en 20 secondes.

Il imprima au-dessous une nouvelle bande, mais en plaçant le premier angle sur la deuxième ligne, éloignée de la première de 4 secondes, d'où il résulta que tous les angles de cette bande se trouvèrent éloignés des lignes de 20 secondes, de 4 secondes; une troisième bande eut, par le même moyen, tous ses angles éloignés des lignes de 20 secondes, de 8 secondes; une quatrième de 12 secondes; une cinquième de 16; & enfin une sixième de la totalité de l'intervalle entre les angles.

En prenant donc successivement les intervalles des angles de la première, deuxième, troisième bandes, avec la première ligne, on obtenoit aisément ses intervalles de demi-ligne ou de 4 secondes, qui sans cet ingénieux moyen n'auroient pu être aperçus, & il ne fut plus difficile de construire une Table exacte de la division du micromètre.

Il restoit cependant une difficulté à vaincre, la distance des objets célestes est comme infinie, & leurs rayons sont physiquement parallèles, mais celle de 30 toises ne l'est pas, & les rayons venant de la mire étoient divergens, le foyer n'étoit donc pas le même dans l'un & l'autre cas, & il falloit éloigner davantage les oculaires dans le dernier cas que dans le premier, d'où il suit que les divisions qui auroient été trouvées par ce moyen, n'auroient pas été justes pour le Ciel, elles auroient nécessairement été trop grandes.

Pour remédier à cet inconvénient, M. le Duc de Chaulnes imagina de reculer la mire, mais il étoit question de déterminer de combien; un calcul facile lui en donna le moyen, & ce fut avec cette distance corrigée qu'il parvint à obtenir des divisions de son micromètre, telles qu'elles pussent aisément mesurer les objets célestes avec exactitude. Les différentes méthodes qui ont été employées dans ce Mémoire, brillent par-tout du génie de l'invention, & y sont maniées avec l'adresse & la sagacité les plus grandes.



M É C A N I Q U E.

SUR LE RAPPORT DES POIDS ÉTRANGERS AU POIDS DE MARC.

RIEN ne seroit peut-être plus avantageux au Commerce que v. les Mém. page 350. l'uniformité générale de poids & de mesure; la diversité de ces poids & de ces mesures ne peut introduire dans la société que des abus souvent opposés aux règles inviolables de la probité, & toujours contraires au véritable but du Commerce: nous ne nous étendrons pas davantage sur cet article qui a été déjà discuté en 1747 *, à l'occasion d'un Mémoire de M. de la Condamine, * Voy. Hist. 1747, p. 82. sur une mesure universelle & invariable, auquel nous prions le Lecteur de vouloir bien recourir.

Il n'étoit question dans le Mémoire de M. de la Condamine

que des mesures, les poids ne méritent pas une moindre attention; il y a même lieu de penser, d'après quelques vestiges de l'antiquité, qu'ils ont été autrefois assez généralement uniformes, mais que la matière dont ils étoient construits, s'étant plus ou moins usée suivant les différens usages qu'on en a faits, & le plus ou moins de temps que les différentes Nations ont mis à se procurer des étalons, que les précautions qu'on prenoit rendissent inaltérables; les différences qu'on observe aujourd'hui dans les poids des différentes Nations les plus scrupuleusement étalonnées, ne viennent que de ce qu'on a, pour ainsi dire, consacré, & comme éternisé les différences qui s'y trouvoient introduites au temps où on les a fixés.

Il ne seroit peut-être pas possible d'engager tous les Souverains & toutes les Nations à rétablir l'uniformité primitive des poids; mais ne peut-on pas essayer de se rapprocher de cette uniformité par un autre moyen, & une comparaison exacte des poids usités chez presque toutes les Nations commerçantes avec le poids de marc de France, ne produiroit-elle pas, quoiqu'un peu moins facilement le même effet; c'est cette comparaison qui a fait l'objet du travail de M. Tillet, duquel nous allons essayer de rendre compte.

On pouvoit faire cette comparaison de deux manières, la première en demandant aux Essayeurs des Monnoies des Nations étrangères, le rapport de leurs poids, qu'ils devoient mieux connoître que personne, avec le poids de marc de France; & la seconde en se procurant des poids bien étalonnés des différentes Nations & en les comparant avec le nôtre.

La première manière fut choisie comme la plus simple; un Mémoire rédigé par feu M. Heliot & M. Tillet, que M. Chauvelin, chargé du détail des Monnoies, avoit choisis pour cette importante recherche, fut envoyé par M. le Duc de Praslin aux Ambassadeurs du Roi dans les Cours étrangères, qui le communiquèrent aux Essayeurs & aux Chimistes, mais cet expédient n'eut pas le succès qu'on en attendoit; les réponses qui furent envoyées étoient si peu d'accord les unes avec les autres, que M.^{rs} Heliot & Tillet n'en purent rien tirer d'assez précis pour servir de base à leur travail.

Il fallut donc avoir recours à la seconde manière, & se procurer des poids étrangers bien authentiquement étalonnés; le zèle de M. de Prallin se prêta encore à cette recherche, & bientôt la difficulté fut applanie, & les Commissaires munis des pièces nécessaires pour l'exécution de leur projet.

Lorsqu'il s'est trouvé que les divisions des poids envoyés ne répondoient pas exactement au poids total, on a scrupuleusement recherché d'où venoit l'erreur, & si elle étoit dans ce dernier ou dans les subdivisions; mais excepté ce cas, & à moins qu'on n'y ait été conduit par des inductions tirées des Mémoires qui les accompagnoient, c'est toujours sur le poids total qu'on s'est réglé.

Lorsque du même endroit il est venu deux poids, l'un destiné aux matières précieuses & l'autre aux matières grossières, dont la proportion étoit connue ou donnée par le Mémoire; le premier a toujours été pris pour règle, puisqu'on avoit certainement eu plus d'intérêt à en empêcher l'altération.

Les rapports entre ces poids étrangers & le poids de marc, n'ont pas seulement été énoncés en gros, mais on a poussé l'exactitude jusqu'aux plus petites fractions, & donné le rapport de leurs plus petites divisions avec la même précision.

Le poids de France, qui a servi à cette comparaison, est celui qu'on nomme *poids de Charlemagne*, qui est composé de cinquante marcs, & soigneusement conservé par la Cour des Monnoies, qui ne le communique qu'avec beaucoup de formalités; & les balances qui devoient être assez fortes pour peser un marc, étoient très-exactes & assez sensibles pour trébucher à un quart de grain.

On s'est soigneusement assuré que ce poids n'avoit reçu aucune altération sensible, en le comparant avec de très-anciennes Monnoies bien conservées, qui, pesées avec les divisions de ce poids, ont été trouvées exactement du même poids qu'elles devoient avoir suivant les Édits qui en avoient ordonné la fabrication.

Rien ne prouve mieux combien la comparaison immédiate des poids étoit nécessaire, que ce qui est arrivé dans cet examen pour la livre romaine; plusieurs Mémoires en donnoient le rapport à la livre de France, comme de 24 à 35, & ce rapport ne s'accordoit nullement avec ceux que lui donnoient Boutteroue,

Garrault, le Blanc & le P. Merfenne, qui ne s'accordoient guère mieux entr'eux : l'examen de cette livre à la balance a fixé toute l'incertitude, & fait voir que la livre romaine est à celle de France, comme 25 à 36. Au reste, quelqu'attention qu'aient apporté les Commissaires dans cette opération, ils n'osent se flatter qu'elle ait été absolument exempte de petites erreurs, mais on peut cependant être sûr qu'il ne s'y en est pas glissé de considérables, l'utilité de leur travail est générale & regarde toutes les Nations de l'Europe; c'est un oracle du Commerce, à cela près, que les réponses ne seront pas ambiguës; & pour lui donner toute l'utilité dont il est susceptible, M. Tillet y a joint trente-une Tables, qui expriment jusque dans les plus petites parties les rapports des poids d'Amsterdam, de Berlin, de Berne, de Bonn, de Bruxelles, de Cologne, de Constantinople, de Copenhague, de Dantzic, de Dresde, de Florence, de Gènes, de Hambourg, de Liège, de Lisbonne, de Londres, de Lucques, de Madrid, de Malte, de Manheim, de Milan, de Munich, de Naples, de Ratisbonne, de Rome, de Stockholm, de Stuttgart, de Turin, de Varsovie, de Venise & de Vienne. On peut aisément juger de l'utilité d'un pareil Ouvrage & du travail immense qu'il a coûté.

CETTE année parut la quatrième partie du Cours de Mathématique, à l'usage des Gardes du Pavillon & de la Marine, par M. Bézout.

* Voy. *Hist.*
 1764, p. 96,
 1765, p. 57,
 1766, p. 80. Nous avons déjà rendu compte en 1764 *, 1765 & 1766; des trois premières parties de cet Ouvrage; la quatrième, dont nous avons à parler présentement, est divisée en deux volumes, la Mécanique en est l'objet principal. Dans le premier volume, elle est précédée des principes de calcul qui servent d'introduction aux Sciences mathématiques; les méthodes les plus usuelles du Calcul différentiel & du Calcul intégral y sont exposées d'une manière fort élémentaire, & on y trouve aussi, mais d'un caractère d'impression plus petit, quelques méthodes dont l'usage, sans être moins utile, est cependant moins fréquent; ces méthodes sont appliquées à plusieurs objets propres à en faire bien sentir le procédé & l'esprit.

A la suite de ces méthodes de calcul, viennent encore dans le premier volume les principes généraux de la Mécanique; on y débute par donner la manière générale de comparer les temps, les vitesses, les espaces & les forces dans toutes les différentes espèces de mouvemens; & on donne en même temps l'application de ces règles à la chute des corps graves, parce que c'est à cette espèce particulière de mouvement qu'on rapporte ordinairement tous les autres.

De-là on passe au mouvement composé, & après en avoir établi le principe, on en fait voir l'usage pour la composition & la décomposition des forces; mais comme la composition & la décomposition du mouvement, par voie de construction, n'est pas toujours celle qui facilite le plus la solution des questions sur le mouvement ou l'équilibre, M. Bezout expose ensuite la théorie des *momens*, & en fait voir l'usage pour la composition & la décomposition des forces, soit qu'elles se trouvent ou ne se trouvent pas toutes dans un même plan.

La théorie des centres de gravité devient une application de la théorie précédente, M. Bézout s'y arrête quelque temps, en expose divers usages, & en particulier ceux qui regardent le vaisseau; de-là il passe aux mouvemens que prend le centre de gravité d'un système de corps, lorsque quelques-unes des parties de ce système ou toutes les parties viennent à se mouvoir, sans se gêner les unes & les autres.

Il expose ensuite le principe général pour déterminer les mouvemens, lorsque les parties du système ont de l'action les unes sur les autres, ou qu'en général elles sont assujetties ou soumises à une action quelconque; & de ce principe M. Bézout déduit plusieurs conséquences qui deviennent la base de plusieurs applications utiles réservées au second volume, ce premier volume est terminé par l'exposition des loix de l'équilibre des fluides, & par l'application de ces loix au Navire.

Le second Volume a pour titre: *Application des principes généraux de la Mécanique à différens cas de mouvement & de d'équilibre*. Les loix du choc direct des corps durs & des corps élastiques, sont la première application que l'on y fait de ces

principes, & après avoir tiré quelques conséquences de ces loix; M. Bézout les applique à la théorie ordinaire du choc & de la résistance des fluides. Il donne la manière de calculer cette résistance d'après les principes ordinaires sur toutes sortes de surfaces, & en particulier sur la carène des Vaisseaux, & ensuite il en donne quelques autres applications, telles que le mouvement rectiligne dans les milieux résistans; la détermination de la vitesse que le Navire prend par l'action du vent, & à cette occasion il entre dans la discussion de plusieurs questions relatives au mouvement du Navire. On trouve ensuite le mouvement des corps pesans le long des plans inclinés & des surfaces courbes; le mouvement d'oscillation & quelques autres objets qui ont rapport à la chute des corps le long des surfaces courbes. De ces objets il passe au mouvement en ligne courbe, donne les loix des forces centrifuges, le mouvement des projectiles dans le vide & dans le plein, en supposant dans ce dernier cas la résistance comme le carré de la vitesse, & enfin une idée de la manière dont on doit s'y prendre pour déterminer les mouvemens en ligne courbe, lorsque les corps agissent les uns sur les autres; en traitant ces matières, M. Bézout a eu soin de distinguer par un caractère particulier ce qui est essentiellement de son objet, de ce qui n'y a qu'un rapport plus éloigné.

Vient enfin la considération du mouvement & de l'équilibre dans les machines, les principes généraux établis dans le premier Volume, trouvent ici leur application à chaque page, M. Bézout en fait voir l'usage pour chaque espèce de machine qu'il considère, & dont il expose les propriétés clairement & en peu de mots, mais il développe ensuite cet usage par un grand nombre d'applications, dont les principales ont pour objet les mouvemens du Vaisseau. Il a paru que dans cet Ouvrage M. Bézout n'avoit rien oublié de tout ce qui peut le rendre utile & intéressant, tant par les matières qui y sont traitées que par la clarté qu'il y a répandue, & par plusieurs choses qui lui sont propres.

LES Arts qui ont été publiés pendant le cours de l'année 1767, sont au nombre de cinq:

Le premier est l'art du *Facteur-d'orgues*, par D. Bédos de

Celles, religieux Bénédictin de la Congrégation de Saint-Maur; cet Art, un des plus savans peut-être qu'ait inventé l'esprit humain, exigeoit pour être décrit, tant de connoissances de Musique, de Mécanique & de Physique, que l'Académie s'est trouvée heureuse de les rencontrer réunies dans la personne de D. Bédos, avec la bonne volonté pour les mettre en œuvre: ce qu'il a fait paroître en 1767, de cet art n'en est encore que la première partie; elle contient la description des différentes espèces de tuyaux d'orgue, tant à bouche qu'à anche, les pièces qui les composent, leurs proportions & leurs mélanges, article qui tient à la plus profonde théorie; la composition des jeux à mutation, dans lesquels plusieurs tuyaux de différens tons parlent à la fois sur une même touche, & où la gradation musicale est interrompue par des sauts ou reprises; le tableau que l'Auteur en donne dans une grande planche gravée, offre à l'œil la proportion de tous les tuyaux à bouche d'un grand orgue, & donne l'idée des recherches profondes de ceux qui ont su si parfaitement arranger cette multiplicité de sons, qu'aucun ne fit avec un autre une dissonance désagréable; vient ensuite la description des sommiers qui reçoivent le vent des soufflets pour le distribuer aux tuyaux par le moyen des soupapes que les touches des claviers font ouvrir, des registres nécessaires pour faire taire ou parler les jeux; suivant la volonté de l'Organiste, des claviers, tant de la main que des pédales, & l'admirable usage des abrégés qui ramènent sous la main de l'Organiste, & dans un espace de peu de pieds, toutes les parties de cette vaste machine, auxquelles il communique par ce moyen le mouvement à sa volonté; les précautions nécessaires pour conserver le vent des soufflets, & pour les construire de manière qu'ils puissent fournir le vent nécessaire, n'y sont pas oubliées, & à toutes les planches qui représentent ces parties en détail, l'Auteur en a ajouté deux, dont l'une représente, sous un double point de vue, l'intérieur d'un grand orgue vu par-derrière; & l'autre une coupe du même instrument faite par un plan perpendiculaire à sa face, passant par le milieu du clavier: l'Organiste & le Souffleur, sont représentés en action dans cette dernière, & on y voit le jeu de toutes les machines.

Le second est l'*Art du Paumier-raquetier & de la Paumé*; par M. de Garfaut; la description de cet art contient deux objets séparés, le premier est la construction & le détail des différentes parties des jeux de paume, tant carrés qu'à dedans des raquettes & battoirs de différentes espèces, & des balles & volans qui servent à cet exercice & qui forment une branche de Commerce; & le second contient les règles de ce jeu, également propre à dénouer & à fortifier le corps, & à se procurer la justesse du coup-d'œil, la force & l'adresse si nécessaires en certaines occasions.

Le troisième est l'*Art du Corroyeur*, par M. de la Lande; cet art a pour but de rendre aux peaux la souplesse que leur a fait perdre l'opération du Tanneur, & de leur donner la force, l'éclat & les autres qualités propres aux usages auxquels elles sont destinées. M. de la Lande décrit toutes les opérations nécessaires à ces différens objets; il y joint la manière de colorer les cuirs; soit en noir, soit en rouge, celle de les conserver dans leur couleur naturelle, la préparation des cuirs de Russie, nommés improprement & par corruption, *cuirs de Roussi*; celle du chagrin & celle des peaux de veau & de mouton, passée comme l'on dit à l'alun, pour l'usage des Relieurs, quoiqu'on n'emploie pas à leur préparation un seul atome de ce sel; rien enfin n'y est oublié de ce qui concerne cet art qui fournit à un si grand nombre de nos besoins.

Le quatrième est celui du *Meunier*, auquel M. Malouin son auteur, a joint celui du Boulanger; la description de ces arts contient leur histoire & celle de leurs progrès: on sera peut-être étonné d'y trouver des recherches & une finesse qu'on n'y avoit pas soupçonnées; on n'imagineroit pas certainement que ce n'est presque que de nos jours qu'on a trouvé le moyen de conserver une partie très-considérable de la meilleure farine que l'ancienne mouture faisoit perdre, & que la différence dans la manière de moudre, peut détériorer ou perfectionner considérablement la farine tirée du même blé. M. Malouin entre sur cette matière dans le plus grand détail; il distingue les différentes

espèces de farine & les usages auxquels elles sont les plus propres, il donne la manière de préparer les levains, de pétrir, de donner l'apprêt à la pâte & d'en former les pains de différentes espèces, depuis le pain mollet jusqu'au pain de munition & au biscuit de mer; la manière de les cuire, la construction des fours, tant sédentaires que de campagne, & la manière de chauffer les uns & les autres convenablement. Il est peu de personnes qui après avoir lû cette description, n'avouent qu'elles n'avoient pas une juste idée de cet art si généralement pratiqué.

A ces deux arts, M. Malouin a joint celui du *Vermicellier* ou de la *préparation de ces pâtes*, connues sous le nom de *Macaroni*, de *Vermicel*, de *Lazagues*, &c. si fort en usage en Italie & dans quelques provinces méridionales du royaume, & même depuis quelque temps dans la capitale; il donne la description de tous les instrumens nécessaires à ces différentes fabriques, & y joint le détail & la préparation des différentes matières qu'on peut substituer & qu'on substitue en effet au pain de blé dans les différentes parties du monde, lorsqu'on ne peut s'en procurer; le tout est accompagné de plusieurs Notes historiques & physiques très-intéressantes, & on peut regarder cet Ouvrage, moins comme la simple description d'un art que comme un Traité historique & physique des arts les plus nécessaires aux hommes.

Le cinquième & dernier art qui ait paru en 1767, est celui du *Barbier-perruquier*, par M. de Garfaut; après avoir sommairement parlé de la barberie, l'Auteur passe tout de suite à l'art proprement dit du Perruquier; il donne les différentes manières de faire les cheveux, de les friser & de les accommoder; il distingue les différentes espèces de cheveux séparés de la tête; il enseigne la manière d'en reconnoître la qualité, de les assortir pour la couleur & pour la longueur, de les préparer & de friser ceux qui sont destinés à l'être; il décrit ensuite les différentes sortes de perruques, il donne la manière de tresser les cheveux, de monter la perruque, c'est-à-dire de former cette espèce de *calotte* qui doit envelopper juste la tête & porter les cheveux.

celle de les y placer & de les y arrêter, celle de former les boucles & les tours de cheveux; il y ajoute l'art du Perruquier en vieux, dont la fonction est uniquement de raccommoder les vieilles perruques; & il termine enfin cet Ouvrage par l'art du Baigneur-étuviste qui, suivant les réglemens, est une dépendance de celui du Perruquier; il décrit les diverses opérations de ce dernier, la préparation des différentes matières qu'il emploie & les différens ustensiles nécessaires pour l'exercice de son art.

*MACHINES OU INVENTIONS
APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE
EN M. DCCLXVII.*

I.

UN Moulin à eau, destiné à râper & à moudre le Tabac, par M. Chamoy, il est composé d'une grande roue dentée, mue par le courant de l'eau, & qui fait mouvoir, au moyen des pignons où elle engraine, deux arbres qui portent des râpes cylindriques auxquelles on présente le Tabac; ce qui est râpé tombe dans des tiroirs, & les restes du Tabac se mettent dans des espèces de petits moulins à peu près semblables aux moulins à café, qui achèvent de le mettre en poudre. Le mécanisme de ce moulin a été jugé simple; il ne paroît pas que dans l'état où il est, il pût épargner une grande dépense, mais comme il est susceptible d'amélioration, on a cru qu'il pouvoit avoir son utilité.

I I.

Une machine proposée par M. de Vauffenas, pour diviser, purger & doubler les Soies par une même opération, les soies y sont purgées par un moyen si simple, qu'on a lieu d'être surpris qu'il n'ait pas été employé plus tôt à cet usage, c'est une espèce de filière qui arrête les nœuds & les bourres, sans rompre le fil même le plus fin: rien n'est plus simple ni plus facile à exécuter. On peut aisément renouer un fil sans arrêter les autres bobines; l'application de cette filière au devidage des soies, a été regardée comme une idée heureuse, & d'autant plus utile que son exécution

ne coûte presque rien. La machine a paru ingénieuse, expéditive & propre à remplir les trois objets nécessaires dans le devidage.

I I I.

Une nouvelle manière de faire les Peignes à tisser ou Ros usités dans toutes les fabriques d'Étoffes; ces peignes sont formés de quantité de petites lames de roseau ou quelquefois d'acier, retenues par quatre bandes de bois qu'on nomme *jumelles*, ces lames ne sont placées dans la manière ordinaire de faire les peignes qu'une à une, & leur distance est réglée par le coup-d'œil de l'Ouvrier. M. Delier a proposé une machine au moyen de laquelle les ros se font beaucoup plus vite & plus exactement, une vis fait rentrer la boîte qui tient l'ouvrage, à chaque tour qu'on lui fait faire, & le même mouvement fait faire une révolution au fil qui assujettit la lame : cette machine a paru très-ingénieusement imaginée, & produire très-bien ses effets, & on a cru qu'elle pourroit être utile pour faire les peignes ou ros plus parfaitement & plus promptement que par la manière ordinaire; objet très-important pour toutes les manufactures d'étoffes.

I V.

Une manière d'appliquer l'Or sur les métaux, sur le bois; sur les vernis, sur le carton, sur le vélin & sur le papier, présentée par le sieur Torin.

Pour attacher les feuilles d'or, le sieur Torin se sert d'un mordant qu'il a composé devant les Commissaires de l'Académie, & qui a plusieurs avantages; le principal est de rendre la dorure beaucoup plus brillante & plus belle qu'elle n'est avec les autres mordans connus : elle a paru aussi plus solide, & n'être point inférieure aux plus belles dorures de la Chine & du Japon, & pouvoir être par conséquent fort utile dans plusieurs arts.

V.

Un Moulin à vent, propre à tirer l'eau d'un puits, inventé & exécuté près de Provins, par M. Dudit de Mézières, ancien Officier : cette machine a beaucoup de rapport avec celle qui est employée dans la forme de Rochefort, & qui est mise en jeu par la force des chevaux. Mais comme celle que propose M. Dudit de Mézières, est infiniment plus simple & moins dispen-

Hist. 1767.

. Aa

dieuse, & n'empêche point de tirer l'eau du puits quand le vent manque absolument; on a cru qu'avec quelques légers changemens elle pouvoit être regardée comme utile.

V I.

Un Fusil inventé par les sieurs Bouillet, père & fils, Arquebustiers à Saint-Étienne en Forès; ce fusil a la propriété de pouvoir tirer vingt-quatre coups de suite, se chargeant, s'amorçant & s'armant par le seul mouvement circulaire du canon sur un axe disposé à cet effet; il a paru très-ingénieusement imaginé, parfaitement exécuté, & n'être sujet à aucun danger, n'étant pas possible qu'il y ait jamais de communication entre la poudre enflammée dans le tonnerre du fusil & celle du magasin: dans les épreuves qui en ont été faites, il a tiré dix-huit coups de suite en une minute & demie; le canon alors s'est échauffé assez pour ne pouvoir être tenu qu'avec quelque peine; les six autres coups ont été tirés deux minutes après, mais il a paru qu'avec un grand on auroit pu tirer les vingt-quatre coups sans interruption.

L'utilité de cette arme, pour le service, n'a pas paru répondre au mérite de l'invention: on a cru cependant qu'une douzaine de fusils de cette espèce, feroient un grand effet dans un abordage; le fusil ne pèse que sept livres, tandis qu'un fusil de Soldat en pèse huit; il n'a aucun inconvénient, & remplit parfaitement les fonctions auxquelles il est destiné.

V I I.

Une Baignoire de construction nouvelle, présentée par le sieur Level, Chauderonnier à Paris. On est ordinairement à moitié couché, ou au moins assis sur le fond, & les jambes étendues dans les baignoires ordinaires; dans celle-ci, celui qui se baigne est assis & soutenu de toutes parts comme dans un fauteuil, ce qui exige que la baignoire soit un peu plus haute, mais aussi elle sera plus courte & tiendra moins de place; la partie de la baignoire qui est sous le siège, forme une espèce de chambre dans laquelle on place un réchaud à l'esprit-de-vin, qui sert à échauffer l'eau de la baignoire, & le siège est garni en dessus d'un ais qui empêche celui qui y est assis, de ressentir trop vivement l'action immédiate du feu.

On voit bien par cette description qu'un malade affoibli par son mal, & qui ne pourroit supporter d'être assis dans un fauteuil ne pourra pas se servir de cette baignoire; mais dans tout autre cas, la baignoire du sieur Level a paru présenter plusieurs points d'utilité; la posture naturelle & plus commode où est la personne qui se baigne, la facilité de chauffer l'eau & de lui conserver sa chaleur sans embarras & presque sans dépense, ou au moins avec une dépense beaucoup moindre : la diminution de la quantité d'eau & la suppression de presque toute la mal-propreté que causent les baignoires ordinaires, ont fait juger la baignoire du sieur Level préférable aux baignoires en usage pour tous ceux qui se baignent par propreté ou par précaution, & qui ne seront pas assez affoiblis pour ne pouvoir se tenir assis.

CETTE année, le 21 Janvier, M. l'abbé Bossut, alors Professeur royal de Mathématique aux Écoles du Génie, & Correspondant de l'Académie, aujourd'hui Membre de cette Compagnie, lui présenta un Traité mathématique & expérimental d'Hydrodynamique : différentes circonstances en ayant retardé la publication, M. l'abbé Bossut a eu des raisons particulières de désirer que la date de la présentation qu'il avoit faite en 1767, de cet Ouvrage actuellement sous presse, fût publiquement constatée.

DANS le nombre de Pièces qui ont été présentées cette année à l'Académie, elle a jugé les treize suivantes dignes d'avoir place dans le Recueil de ces ouvrages qu'elle fait imprimer :

Sur la Scintillation des Eaux de la mer : Par M. Pouget, Lieutenant de l'Amirauté à Cette.

Sur les moyens de perfectionner l'héliomètre de M. Bouguer : Par M. l'abbé de Rochon, Correspondant.

Sur la Malaquite : Par M. le Sage, Correspondant.

Observation de l'ombre d'un Satellite de Jupiter, mesurée sur la Planète : Par M. Messier.

Observations faites à Calais sur les Marées : Par M. Fourcroy, de Ramecourt, Correspondant.

Observations astronomiques faites à Toulouse en 1765 & 1766 : par M. d'Arquier, Correspondant.

Sur des Grès remplis de coquilles : Par M. l'abbé Bacheley, Correspondant.

Sur l'organe de l'ouïe des Poissons : Par M. Camper.

Description d'un insecte marin : Par M. de Keronic, ancien Conseiller au Parlement de Bretagne.

Sur la détermination des Longitudes en mer, par les observations astronomiques : Par M. l'abbé de Rochon, Correspondant.

Description d'une carrière près Pontoise, qui contient beaucoup de corps marins : Par M. l'abbé Bacheley, Correspondant.

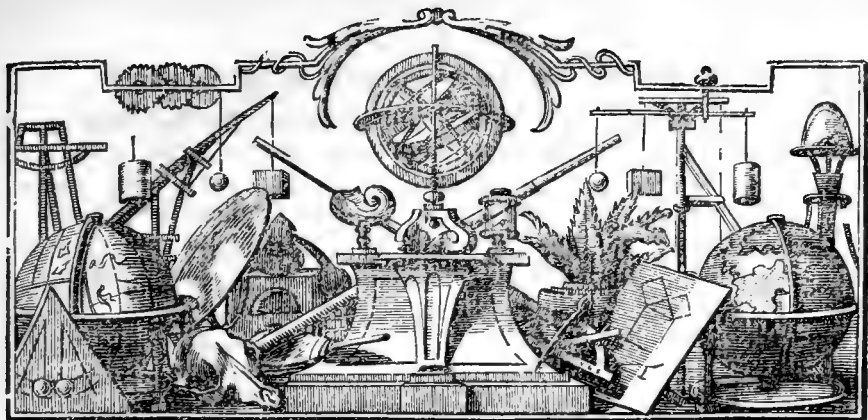
Sur une mine de Plomb verte : Par M. Sage, Correspondant.

Description d'un Monstre humain acéphale : Par M. Kenckel.

L'ACADÉMIE avoit proposé pour le sujet du Prix de 1767, de déterminer *la meilleure manière de mesurer le temps à la mer.*

Quoique la pièce N.^o 5, ait paru mériter beaucoup d'éloges ; & que la Montre qui y étoit jointe ait parfaitement réussi dans toutes les épreuves qu'on en a pu faire ; cependant n'ayant pas été éprouvée à la mer, comme l'exige la question proposée ; ce Prix a été remis à 1769, avec une somme double, c'est-à-dire de quatre mille livres ; mais l'Académie a exigé que toutes les Montres, Pendules ou Instrumens proposés pour cet objet, aient subi à la mer des épreuves suffisantes & constatées par des témoignages authentiques.





M É M O I R E S
 D E
 MATHÉMATIQUE
 E T
 DE PHYSIQUE,
 TIRÉS DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences.
 Année M. DCCLXVII.

T R O I S I È M E
 MÉMOIRE SUR L'YVETTE.

Par M. DEPARCIEUX.

LE projet d'amener à Paris l'eau de la rivière d'Yvette a été Décembre 1767.
 si bien reçu du Public, que loin de craindre d'en parler trop
 souvent, je me crois au contraire obligé de m'appliquer à le faire
 connoître davantage; ce sera avec d'autant plus de confiance &
 de fermeté que j'y suis autorisé par tous les examens qu'on a faits
Mém. 1767. A

de cette eau, & que je n'ai en vue, comme je l'ai déjà dit plusieurs fois, que le seul avantage de mes concitoyens, dont je crois connoître les besoins, à cet égard, plus que personne : on en jugera mieux par ce troisième Mémoire.

Il a été prouvé dans le premier, que l'eau de l'Yvette est autant abondante qu'il le faut pour fournir à tous les besoins des habitans de Paris, lors même qu'elle est au plus bas ; qu'en la prenant à Vaugien, elle aura une pente plus que suffisante pour arriver à côté de l'Observatoire, à la même hauteur qu'y arrivent les eaux d'Arcueil, puisqu'avant de tomber sur les roues des moulins de Vaugien, elle est aux environs de 16 pieds plus haute que le bouillon d'arrivée des eaux d'Arcueil, non compris la pente qui la fait actuellement couler dans son lit naturel, pour aller d'un moulin à l'autre, depuis Vaugien jusqu'à son embouchure dans la Seine, & de-là à Paris, par un chemin de trente mille toises de cours, tandis que le canal à faire pour l'amener de Vaugien à la porte S.^t Michel, passant par Palaiseau, Massy, Fresne & Arcueil n'en aura que 17 à 18000 ; ce qui donnera à ce canal aux environs de deux pieds & demi à trois pieds de pente par mille toises.

Pour proposer d'amener à Paris une eau qu'il faut aller prendre à sept lieues, & lui faire traverser une montagne & deux vallons, il falloit être bien assuré de la possibilité, de la quantité d'eau, & de sa salubrité. Les deux premiers articles sont assez de ma compétence, pour que je puisse les assurer de mon propre chef, sans craindre d'être démenti par les personnes en état d'en juger.

Je n'avois aucun caractère pour assurer la salubrité de l'eau, quoique j'en fusse très-persuadé par l'usage qu'en font les habitans voisins de la rivière. Je priai deux habiles Chimistes de cette Académie (M.^{rs} Hellot & Macquer), de vouloir bien l'examiner. Ils le firent ; ils la trouvèrent telle qu'on peut la désirer pour tous les usages de la vie, & je publiai mon projet.

J'ai eu la satisfaction de voir qu'il a été applaudi par tout le monde, à la réserve de quelques personnes qui ont craint que son petit goût de marais, n'en connoissant pas la cause, ne lui fût naturel, ou trop inhérent pour se perdre.

Doublement persuadé que l'eau étoit bonne, par le constant usage qu'en font les personnes de la vallée, & encore plus par les épreuves chimiques, par lesquelles on n'y trouva que ce que contiennent les eaux les plus salubres ; pour tâcher de détruire les doutes que j'avois raison de croire mal fondés, je priai la Faculté de Médecine de vouloir bien nommer un nombre suffisant de Commissaires pour examiner cette eau le plus scrupuleusement qu'il seroit possible, afin de prononcer authentiquement sur sa salubrité ou insalubrité, & d'apprendre au Public si le petit goût de marais qu'a cette eau, comme l'ont celles de toutes les autres rivières où croissent, meurent & pourrissent un nombre considérable d'herbes aquatiques, lui est naturel ou étranger, s'il reste ou s'il se dissipe, & en combien de temps.

Les motifs de ma requête à la Faculté de Médecine, le récit des soins & du zèle avec lesquels les Commissaires de cette célèbre Compagnie * se sont portés à remplir la commission dont la Faculté assemblée les avoit chargés, la construction d'un pèse-liqueur incomparablement plus sensible que tous ceux qu'on a faits jusqu'à présent, & le rapport des Commissaires de la Faculté, qui place en salubrité & légèreté l'eau de l'Yvette prise à Gif, à côté de celle de la Seine, prise au-dessus de Paris, sont le sujet de mon second Mémoire.

Je fais voir dans ce troisième, que le projet de l'Yvette & celui des pompes à feu, sont les deux seuls qu'on doit raisonnablement proposer pour fournir la quantité d'eau nécessaire à Paris, & ensuite que celui de l'Yvette doit avoir la préférence sur l'autre par plusieurs raisons convaincantes que je rapporte ou que je cite.

Je rappelle ensuite ce qui a été fait en différens siècles, pour donner de l'eau à Paris, à commencer par le règne de Philippe-Auguste. Je compare ce qui est à faire pour Paris, à ce qui se pratique par-tout ailleurs ; & je rapporte ce que j'ai entendu proposer de plus juste & de plus raisonnable pour parvenir à l'exécution d'un projet que je ne cesserai de qualifier d'utile & de nécessaire à cette grande ville.

* M.^{rs} Majault, Poissonnier, de la Rivière le jeune, Roux & Darcet.

L'Yvette est la seule rivière qu'on puisse raisonnablement proposer d'amener à Paris.

Le jugement de la Faculté sur la qualité de l'eau de l'Yvette étant conforme à celui qu'en avoient porté M.^{rs} Hellot & Macquer, il est à présent démontré pour toute personne qui raisonne, que cette eau est aussi salubre que celle de la Seine, & plus légère que celles d'Arcueil & de Ville-d'Avray, que son goût de marais a la même cause, & qu'il est par conséquent le même que celui des eaux de toutes les autres moyennes & petites rivières qui composent les grandes; qu'il se passe en peu de temps, comme celui des eaux des autres rivières, après qu'on l'a séparé de la cause qui le lui donne, & qu'il n'a rien de mal-faisant, puisque les habitans voisins de la rivière, que les Commissaires de la Faculté ont interrogés, en font usage journellement, & que plusieurs d'entr'eux la préfèrent à des eaux de source qu'ils ont également à leur portée.

Je vais à présent prouver que l'eau de l'Yvette est la seule qu'on doive raisonnablement proposer d'amener dans les différens quartiers de Paris; & pour cela je vais passer en revue toutes les eaux sur lesquelles on pourroit se former des vues pour en procurer à Paris, venant naturellement ou par leur propre pente. J'espère que d'après cet examen, les personnes les plus prévenues conviendront de l'impossibilité de songer à aucun autre projet que celui de l'Yvette.

Ceux qui n'ont aucune idée des pentes des rivières, quoiqu'avec beaucoup de jugement d'ailleurs, disent : pourquoi ne pas détourner une portion de la Seine au-dessus de Paris, pour l'amener, non à l'Estrapade, mais à une hauteur propre à l'envoyer dans une très-grande partie de la ville? on va en montrer l'impossibilité.

D'APRÈS les nivellemens de M. Picard, faits avec le plus grand soin, on sait que la Seine n'a qu'un pied de pente par 1000 toises, depuis Valvin jusqu'à Sèvres; elle doit avoir quelque chose de plus au-dessus, parce que communément la pente des rivières diminue à mesure qu'elles s'éloignent de leur source; mais cette pente ne doit pas augmenter considérablement depuis Valvin jusqu'à Nogent.

S'il étoit possible qu'avec la moitié de cette pente, & dans un canal étroit & peu profond, en égard à celui de la Seine, & tel que pourroit l'être un canal factice, l'eau pût y couler suffisamment vite pour en fournir ce qu'il faut à Paris: (ce qui ne seroit pas) en quelqueendroit qu'on crût pouvoir détourner une partie de l'eau de la Seine, on ne pourroit gagner que 6 pouces de pente par 1000 toises & pour l'amener seulement à la hauteur de 40 pieds, qui n'est que la moitié de la hauteur à laquelle l'élève la pompe du pont Notre-Dame, laquelle ne peut fournir elle-même les endroits élevés de Paris, il faudroit l'aller prendre à 80 mille toises ou 40 petites lieues au-dessus de Paris, c'est-à-dire bien au-dessus de Nogent, ce qui ne peut être proposable en aucun cas; par où l'on peut voir qu'on ne sauroit penser, pour abreuver & laver Paris, qu'aux eaux de quelque petite rivière faisant aller des moulins, dont les seules chutes sont ce qu'on peut gagner de hauteur, pourvu encore qu'on ne l'amène pas par un chemin plus long que celui qu'elle suit naturellement.

Les eaux des rivières d'Étampes & de Malesherbes, seroient très-propres par leur abondance & leur qualité à fournir Paris; mais si on consulte les nivellemens de M. Picard, on verra qu'il faudroit aller prendre la dernière à Maïsse ou à Malesherbes pour pouvoir l'amener à la hauteur de celles d'Arcueil, & celle d'Étampes, à peu près à la même distance; car si on ne les prenoit que vers Villeroy, comme quelques-uns l'ont proposé, à peine arriveroient-elles aux environs du milieu de la rue des Noyers, ou au bas de la fontaine Saint-Severin, rue Saint Jacques; & la dépense, dans tous les cas, seroit bien autrement grande que pour amener celle de l'Yvette.

La rivière d'Orge seroit à peu-près dans le même cas pour la dépense, quoique l'éloignement en fût un peu moindre.

La rivière de Bièvres pourroit bien arriver à la même hauteur que l'Yvette; elle pourroit peut-être coûter quelque chose de moins, mais son volume d'eau, là où il faudroit la prendre, ne seroit pas le quart de celui de l'Yvette, & par conséquent trop petit pour les besoins & pour mériter qu'on en fit la dépense; & l'on ruineroit toutes les Manufactures du faubourg Saint-Marcel.

La rivière d'Hières est abondante; on peut douter, par la vue du terrain qui la fournit, qu'elle soit d'aussi bonne qualité que celle de l'Yvette; l'aqueduc total qu'il y auroit à faire pour l'amener à une hauteur commode, seroit plus que double de celui de l'Yvette, & le pont-aqueduc qu'il faudroit pour passer la Marne ou la Seine & les plaines de droite & de gauche, coûteroit plus lui seul que tout le trajet de Vaugien à la rue Saint-Hyacinthe.

Toutes les autres rivières qui tombent dans la Marne, telles que le Morin & l'Ourque, sont trop éloignées pour devoir y penser, à cause de la dépense qu'il y auroit à faire pour les amener.

Je n'ignore pas que du temps de M. Colbert on avoit projeté de former un canal de navigation depuis l'Ourque, prise auprès de la seigneurie de Gèvres, jusqu'à la barrière Saint-Martin; il avoit même été commencé: il y en a encore eu un autre proposé pour venir de l'Oise à la même porte Saint-Martin; mais c'étoient des canaux de navigation qui ne devoient point avoir de pente, ou que fort peu, seulement pour fournir aux pertes. Si on avoit voulu que l'eau y coulât de manière à fournir Paris, il auroit fallu leur donner une pente suffisante, & alors elles ne seroient point arrivées à une hauteur propre à l'envoyer dans tous les quartiers de Paris.

De tout ce qui entre dans la Seine au-dessous de Paris, il n'y a que la rivière de Crou ou de Gonesse qui puisse mériter quelque attention; mais elle est trop basse pour être amenée à Paris, à moins de la prendre dans son commencement, & là, elle est trop foible pour en valoir la peine, d'autant plus que la dépense qu'il y auroit à faire pour passer la plaine du Bourget à la Villette, par-tout plus basse que le départ & l'arrivée, seroit très-considérable.

Je ne parle pas des eaux de la vallée de Montmorenci, & à plus forte raison de celles de l'étang de ce nom; elles sont toutes encore plus basses, en petite quantité, & la plupart de très-mauvaise qualité, attendu qu'elles passent par des plâtrières, ainsi que celles de la rivière de Crou.

La rivière d'Eure, que l'on avoit entrepris, en la prenant à Pont-Goint, de conduire aux étangs de Trapes, plus élevés que

l'Esclapade d'environ 295 pieds, & la possibilité vérifiée par M. de la Hire, pourroit bien à plus forte raison, être conduite à Paris, même en la prenant beaucoup moins loin; mais sans entrer dans de plus grands détails, les raisons qui ont empêché qu'on n'ait continué ce projet pour Versailles, doivent empêcher qu'on l'entreprenne pour Paris.

Reste enfin un dernier canton à examiner, que quelques personnes ont cru pouvoir donner un assez beau volume d'eau à Paris.

Ceux qui connoissent les environs de cette ville, peuvent avoir remarqué un grand espace de terrain élevé entre Versailles & Ruel, Saint-Cloud & Marli, où sont les Clos-toutin, Beauregard, Bechevet, &c. lequel produit beaucoup de petites sources qui sortent toutes dans une ligne à peu-près de niveau, 150 à 160 pieds sous le sommet, commençant par Louveciennes, passant par les Greffets, Belebat, la Celle, le Pavillon-l'hôpital, Saint-Cucufa, Busenval, Fouilleuse, &c. Toutes ces sources, dont je connois très-bien la plus grande partie, seroient assez élevées pour pouvoir être amenées à Paris; prenant encore, en passant, celles du Val-de-Meudon, de Fleuri & de Vanvres, elles pourroient faire ensemble 200 à 250 pouces, peut-être quelque chose de plus, & toutes vraisemblablement de même qualité que celle de Ville-d'avray, & par conséquent bonnes, mais non les meilleures, étant plus chargées de sélénite & moins légères que celle de rivière, & même que celle d'Arcueil*; l'aqueduc qu'il faudroit faire pour recueillir toutes ces eaux, auroit 12 à 15 mille toises de long pour amener un assez petit volume d'eau; il faudroit un pont-aqueduc à Sèvres, qui seroit élevé, & le tout beaucoup plus dispendieux que le volume d'eau ne mériteroit: voudroit-on d'ailleurs priver tout un pays, couvert de villages ou de maisons, de l'élément que la Providence leur a donné? passeroit-on aisément à travers les parcs & jardins de Saint-Cloud, de Bellevue & d'Issy? Je ne crois pas, par

* En 1682, l'Académie Royale des Sciences examina, par ordre de M. Colbert, la plupart des eaux qui sortent de cette montagne, tant de celles dont on vient de parler, que de celles qui coulent des côtés de Versailles & de Ville-d'avray, telles que celles du Chemai, de Roquencourt, de Trianon, des Crapaux, &c. elles furent trouvées toutes de même qualité ou à peu-près.

toutes sortes de raisons, que personne de sens droit s'avise de le proposer.

Voilà pour ce qui concerne les eaux qui pourroient arriver par leur propre pente : voyons ce qu'on pourroit attendre des machines mues par le courant de la rivière.

Ceux qui ne connoissent ni la force qu'il faut pour mouvoir les machines, ni les dangers qu'il y a à en établir sous les ponts, & les malheurs dont elles peuvent être cause, ni le mal qu'elles produisent lors des inondations, ni la gêne que cela fait à la navigation, qu'il seroit bien plus à propos de faciliter que de gêner, croient qu'il n'y a qu'à construire des pompes, comme celles de la Samaritaine & du pont Notre-Dame, sous quelques-uns des autres ponts existans dans Paris, ou en construire un exprès pour cela, vers la Rapée. Ce seroient de bien foibles moyens, eu égard aux besoins de cette grande ville.

Pour le faire sentir, je pourrois me contenter de dire que ces machines produiroient peu, eu égard aux besoins, & qu'elles coûteroient beaucoup, eu égard au produit ; que ce seroit des machines journellement sujettes à des réparations, comme le sont les deux existantes, & à être détruites par les inondations, les débâcles & autres accidens imprévus ; qu'elles gêneroient beaucoup la navigation à cause des digues qu'il faudroit faire pour envoyer l'eau aux roues, lorsque la rivière est basse, qu'elles contribueroient nécessairement par elles & par leurs digues, à augmenter les inondations au-dessus, & que tôt ou tard elles doivent nuire aux fondations des ponts ; mais si l'on desire quelque chose de plus positif : le voici.

On sent de reste qu'on ne peut pas proposer d'établir aucune machine sur le bras de la Seine qui passe par l'Hôtel-Dieu, tant à cause de toutes les infections qui sortent de cet hôpital, que parce qu'en été il n'y passe presque point d'eau.

L'eau n'a aucune vitesse au pont Royal ni au pont Marie, à cause de la profondeur de la rivière en ces endroits. On ne pourroit donc rien établir sous ces deux ponts. On ne peut mettre aucune autre roue au pont Notre-Dame, n'y ayant que deux arches libres. Ce qu'on mettroit au pont au Change nuirait nécessairement

aux

aux pompes du pont Notre-Dame, & ce qu'on mettroit de plus au pont Neuf nuirait aux roues qui seroient au pont au Change : cela est sensible ; & les chutes à ces ponts ne sont pas aussi favorables pour des machines que celle du pont Notre-Dame. Supposons-les pourtant toutes également favorables, & que les machines inférieures ne nuisissent point aux supérieures.

Il faudroit laisser à chaque pont au moins autant de passage libre qu'il y en a au pont Notre-Dame. On ne pourroit donc mettre qu'une roue au pont Neuf, à côté de celle qui y est déjà. On pourroit en mettre deux au pont au Change, & une seule au pont de la Tournelle : ce qui seroit en tout quatre nouvelles roues qui embarrasseroient horriblement tous ces ponts, gêneraient beaucoup le passage de l'eau & des glaces, les mettroient en danger, & les rendroient fort désagréables à voir ; & toutes les quatre ensemble ne donneroient jamais le double des deux actuelles du pont Notre-Dame, qui ne fournissent communément que 90 à 100 pouces d'eau ; ce qui ne seroit donc au plus que 200 pouces d'augmentation, qui ne dédommageroient pas des torts que causeroient les embarras que l'on auroit mis sous ces ponts.

La construction d'un pont exprès, vers la Rapée, comme cela a été proposé, produiroit les mêmes inconvénients, & donneroit moins d'eau que les machines établies dans Paris, la rivière ayant encore moins de courant là, que dans la ville ; parce que les Ponts & tous les embarras des Ports tendent de proche en proche à soutenir l'eau plus haute au-dessus de Paris, qu'elle ne seroit sans tous ces obstacles.

Il pourra bien se présenter encore des personnes qui proposent quelques-uns de ces moyens, mais le Corps-de-Ville sera toujours trop éclairé pour les adopter ; il connoît trop bien jusqu'à quel point la pompe du pont Notre-Dame est nuisible, pour ne pas la démolir plutôt que d'en établir de semblables, & la démolir à loisir, sans attendre qu'elle soit entraînée par une débacle ou par une inondation, qui pourroit causer un dommage encore plus grand au pont au Change, & peut-être aux autres.

Quelques-uns de ceux qui pourront lire ce Mémoire, n'auront peut-être jamais occasion de voir le pont Notre-

Dame, pour juger par eux-mêmes combien les pompes sont mal-placées : il est à propos d'en donner ici une idée, afin de mettre tout le monde en état d'en juger.

Qu'on se représente un pont de six arches, dont les deux du milieu n'ont que 55 pieds d'ouverture ou de passage, les autres vont en diminuant d'un côté & de l'autre, & c'est précisément à l'aval des deux arches du milieu, mais tout près du pont, que sont placées les deux machines qui élèvent le peu d'eau qui se distribue dans Paris. Les palées ou rangées de pieux qui portent les logemens des deux machines, les pieux de garde, les ailerons pour amener l'eau au milieu, & le puisard des pompes qui sert de base à la tour où les pompes élèvent l'eau, tout cela occupe tellement le débouché des deux arches, qu'il ne reste de libre que deux passages de 24 à 25 pieds de largeur, un vis-à-vis le milieu de chaque arche dans lesquelles sont les roues qui font mouvoir les pistons, & qu'on lève jusqu'aux planchers dans les inondations, ou lorsque la rivière charrie. Le devant des deux arches de la droite de la rivière est traversé par une digue qui empêche l'eau d'y passer tant que la rivière n'est que moyenne ou basse : il ne reste donc de courant libre que par les deux arches de la gauche de la rivière. Mais ce n'est pas tout, tant que les eaux ne sont que moyennes ou basses, on établit un moulin sur bateau dans chacune des deux arches libres, afin d'envoyer plus d'eau aux machines. Il est vrai que quand il est besoin de laisser monter les bateaux de sel, ou de laisser descendre des marchandises, vins, charbon, trains de bois, &c. on ôte un des moulins ; mais toujours est-ce une grande gêne pour la navigation, & un détroit très-difficile à passer, au moins pour les bateaux montans, à cause de la rapidité de l'eau. Voilà l'état de ce pont placé au milieu de Paris, & tout cela pour répandre dans cette grande ville 90 à 100 pouces d'eau au plus, & seulement la moitié de l'année, comme on le verra ci-après.

On doit suffisamment voir d'après cet exposé, que bien des personnes auroient de la peine à croire, si elles ne le voyoient pas, combien ces machines justement placées aux deux arches du milieu du pont où devoit être le passage le plus libre, doivent nuire à

l'écoulement des eaux lors des inondations, & encore plus dans les débacles des glaces. Je démontrerai dans un autre Mémoire, qu'elles ont été la principale cause des dominages arrivés à la Grève & au Port-au-blé, le 13 Janvier 1768. Tout cela bien considéré, on ne peut pas attendre que Paris puisse jamais avoir l'eau qui lui est nécessaire, par des machines mûes par le courant de la rivière.

On n'imaginera pas que personne s'avise de proposer d'élever l'eau nécessaire à Paris par la force des chevaux, non plus que par celle du vent.

Concluons donc qu'il ne reste de moyens propres à bien fournir d'eau cette grande ville, que le projet de l'Yvette, & les pompes à feu. Tout autre, quel qu'il soit, ne donneroit jamais le volume d'eau nécessaire, & l'on se trouveroit tous les cinquante ou soixante ans dans la nécessité de chercher de nouveaux moyens.

Je crois en avoir assez dit dans mon second Mémoire, pour faire sentir que les pompes à feu seroient incomparablement plus chères par le coût de leur construction, & par le fonds de leur entretien & de leur aliment, que le projet de l'Yvette, en ne demandant même aux pompes à feu, lors de leur état le plus parfait & le mieux établi, que ce que l'Yvette peut fournir dans son état le plus bas ou le plus défavorable, que je crois ne pas pouvoir l'être moins qu'en Août 1767, année où l'eau a manqué presque par-tout; & celle de l'Yvette étoit alors telle, ou à fort peu de chose près, que je la trouvai en 1762, à en juger par les chommages des moulins. Elle fournissoit alors aux environs de 1100 pouces, & il restoit à prendre des sources en chemin.

La demande que faisoit la Compagnie qui se proposoit de faire l'établissement des pompes à feu, qui, de son propre aveu, devoit être de dix-huit cents mille livres, sans compter les accessoires; & en ne faisant d'abord monter la fourniture qu'à 600 pouces, parce qu'elle ne se proposoit pas de fournir tout Paris (projet formé par des hommes très en état de bien apprécier leur dépense journalière & annuelle), prouve seule que des machines à feu à Paris, seroient sans aucune comparaison, plus chères que le projet de l'Yvette, puisque le produit résultant de l'imposition pour les

fix seules premières années que la Compagnie demandoit afin de mettre son projet en état de servir le Public, seroit plus que suffisant pour mettre celui de l'Yvette dans l'état le plus parfait; & ce seroit une affaire finie pour toujours, ou au moins pour bien des siècles, au lieu que les pompes à feu ne seroient jamais que des machines qui outre l'énorme cherté dont elles seroient journellement, & les accidens auxquels elles sont sujettes, entraîneroient avec elles un nombre d'embarras considérables, d'emplacemens sur la rivière, ou à côté, sur les ports & sur les quais, si on les mettoit dans Paris, de privilèges que la Compagnie demandoit pour les ouvriers nécessaires à l'établissement; ce qui auroit souvent occasionné des procès, & l'on n'auroit pu d'ailleurs augmenter dans la suite le produit de ces machines que par une augmentation de dépense annuelle proportionnée au produit qu'on voudroit avoir de plus, au lieu que le volume d'eau que l'Yvette peut actuellement donner dans son plus bas état, pourroit sans beaucoup de frais, être porté à 2000 pouces continuels, ainsi que je l'ai déjà dit dans mon premier Mémoire.

Ceux qui voudront prendre la peine de faire le calcul de la dépense journalière des pompes à feu, en observant de chercher les produits réciproques, eu égard aux hauteurs, n'ont qu'à voir dans l'Encyclopédie, au mot *feu*, la description très-clairement faite de la pompe à feu établie au Bois-de-boffu, dans le Hainaut autrichien, & calculer d'après les données des articles 3, 32 & 35, sans avoir égard aux produits de l'article 36, parce qu'il y a des erreurs de calcul, sachant d'ailleurs que le muid de Paris contient 288 pintes, que le pouce d'eau fournit trois muids par heure; que le muid de charbon de terre contient 47 à 48 pieds cubes; ce qui dépend un peu de la manière de le mesurer, ils trouveront qu'il en coûteroit près de 600 livres par jour, en seul charbon de terre, pour fournir 1000 pouces d'eau à la hauteur où peut arriver celle de l'Yvette en mettant le charbon sur le pied qu'il se vend à Paris, & en supposant encore qu'il n'arrivât aucun dérangement aux machines, & qu'elles fissent régulièrement quatorze impulsions par minute; ce qui n'est que pour le temps ou le moment que les étrangers se présentent pour voir & examiner.

M. Jars, Correspondant de l'Académie, né dans l'exploitation des Mines, avec toutes les dispositions nécessaires, & envoyé par ordre du Gouvernement, dans toutes les parties de l'Europe, pour étudier à fond un art aussi utile, qui a vu plus de pompes à feu que personne, & qui voit bien ; ayant remarqué qu'on pouvoit le feu lorsqu'il se présentoit, soupçonna quelque ruse, & depuis cette remarque, l'observation des impulsions a toujours été l'objet de sa première attention en arrivant, & il dit que l'ordinaire est de huit à dix impulsions par minute, & c'est encore bien violent pour des pistons qui ont des six à sept pieds de marche ; il pense qu'avec une telle vitesse entretenue de quatorze impulsions, les machines n'y résisteroient pas.

Ajoutez à cette dépense journalière, les gages ou appointemens de tous les hommes nécessaires à un semblable établissement, Chefs, Subalternes & Journaliers ; les entretiens & réparations de toute espèce, frais de première construction & de rétablissement, conduites de plus que pour l'Yvette, pour porter l'eau de la Garre où seroient les machines, à l'endroit où se feroit la première distribution en grand. Si on vouloit l'établir à la pointe de l'Île, il faudroit former un emplacement, ou en acheter un bien cher, &c. &c. Que l'on compte bien tout, sans rien flatter, & on trouvera beaucoup plus que pour amener l'Yvette à l'endroit de la première distribution : le reste est commun.

L'Yvette fournira le mieux possible, on ne peut pas se flatter de cela par les machines, ni l'attendre d'une attention continuelle des hommes.

Avec la seule première dépense, l'Yvette peut fournir 1500 à 2000 ou 2500 pouces d'eau, pendant six à sept mois de l'année ; les pompes ne fourniroient que les 1000 pouces d'eau pour lesquels elles auroient été faites, & encore pas toujours. Pour peu de chose, on portera le produit de l'Yvette à 2000 pouces continuels, comme je l'ai dit dans mon premier Mémoire ; pour doubler le produit par les machines, il faudroit doubler la dépense.

Par l'Yvette, l'eau sera toujours belle & pure ; par des pompes elle seroit comme la rivière la fourniroit, trouble la moitié de l'année.

L'aqueduc de l'Yvette durera des quinze à vingt siècles, comme

ceux des Romains; un incendie peut détruire les machines d'un jour à l'autre, indépendamment des rétablissémens, à mesure qu'elles s'usent.

Enfin, nombre de personnes disent que le soin de faire arriver de l'eau dans tous les quartiers de Paris, ne doit pas être confié à l'attention des hommes, lorsqu'on peut s'en rapporter à une rivière & à un aqueduc solidement construit.

J'admire l'invention des pompes à feu, autant, pour le moins, que peuvent le faire les Membres de la Compagnie qui a proposé d'en faire l'établissement à Paris. Je conviens avec eux qu'il n'y a certainement pas de moyen connu, plus propre à en donner à la ville de Londres, mais le projet de l'Yvette vaut mieux pour Paris que des pompes à feu. Si quelqu'un pouvoit n'en être pas aussi persuadé, on n'a qu'à faire prononcer les Compagnies sçavantes, je m'en rapporterai toujours à elles; mais je rejette avec tous les honnêtes gens, tout ce qui pourra être dit de contraire par des lettres anonymes, comme on l'a déjà fait, & auxquelles je ne répondrai pas plus qu'à la première.

*Considération importante à faire, pour déterminer le moyen
le plus convenable à prendre, pour fournir d'eau
la ville de Paris.*

Je crois avoir suffisamment prouvé qu'aucun projet de machines ne peut être comparé, pour le bien du service des citoyens, à celui d'amener l'Yvette à Paris; voici néanmoins un surcroît de preuves qui me paroît mériter la plus grande considération, & devoir faire rejeter pour toujours, tout projet de machines mûes par la rivière, au cas qu'il s'en présente encore.

Le service de Paris par les eaux machinales, a de très-grands inconvéniens : je viens de parler de quelques-uns. Il a été dit dans mon premier Mémoire, qu'elles ne fournissent pas, tout bien compté, la valeur de six à sept mois par an, par plusieurs raisons que je détaillerai ci-après, dont la plus considérable est la durée des glaces & le dégât qu'elles occasionnent. L'hiver de 1765 à 1766, la rivière charia ou resta prise aux environs de neuf semaines,

& la machine a pensé être renversée en Janvier 1768 ; ce qui eût pu causer le plus grand malheur.

Le temps perdu par la durée des glaces va rarement seul, il est ordinairement suivi d'un autre qui n'est guère moins long ni moins fâcheux, ni moins incommode, les réparations des conduites.

Dès que la rivière commence à charier, on lève les roues des machines du pont Notre-Dame, pour les mettre hors de l'eau. On met, du mieux que l'on peut, toutes les conduites en décharge, les sinuosités, pentes & contre-pentes des rues sont cause qu'il reste des longueurs considérables de conduite, qui ne peuvent se vider, tant de celles de la ville que de celles des particuliers : quand le froid est très-grand, comme il l'a été en 1766, 1767 & 1768, la gelée pénètre jusqu'aux conduites, & les fait crever en cent & cent endroits.

Après le dégel, on remet les roues en marche, & l'eau dans les conduites. A peine est-elle arrivée aux premières ou secondes fontaines, qu'on voit en nombre d'endroits l'eau sortir entre les pavés ; il faut arrêter les machines & vider de nouveau les conduites pour les raccommoder.

Ces premières fautes connues étant raccommodées, on remet l'eau dans les conduites pour reconnoître les fautes qui sont au-delà des premières ou secondes fontaines, & ainsi en s'éloignant des machines. On est quelquefois des quatre, cinq & six semaines avant que l'eau arrive aux dernières fontaines, & toutes les fautes ne se manifestent pas la première fois qu'on y met l'eau.

On sent aisément que toutes ces réparations causent nécessairement des embarras dans les rues, tant pour les passans que pour ceux dont les boutiques ou les portes sont bouchées par les terres que l'on tire des fouilles ou tranchées des conduites.

De ce que les eaux fournies par les machines, sont très-souvent arrêtées, il résulte un autre mal que celui de n'avoir point d'eau ; c'est que celle qui reste dans les conduites, dépose son limon dès qu'elle est en repos, ce qu'elle ne fait pas tant qu'elle est en mouvement ; & comme l'eau de la Seine est trouble la moitié de l'année, au bout de quelque temps ces dépôts obstruent quelquefois les conduites, & beaucoup plus tôt

celles des particuliers qui sont plus petites que les grandes. Cela arrive d'autant plutôt que les conduites ont été plus de fois raccommodées à cause des rétrécissemens, inégalités & balèvres qui se forment à chaque fois que l'on raccommode les conduites, le mal est souvent avancé par les parties de soudure qui peuvent tomber dans les tuyaux, par les cendres ou morceaux de charbon & autres ordures que les ouvriers peuvent oublier ou laisser tomber dans l'intérieur des tuyaux : tout cela n'arrive que trop souvent.

Si quelqu'un vouloit prendre la peine de faire le total des chommages des machines actuelles, pour connoître le temps qu'elles fournissent aux fontaines, il faudroit commencer par mettre année commune deux mois & demi à trois mois de suite, depuis le milieu de Décembre jusqu'au commencement ou au milieu de Mars, soit par les eaux trop hautes, soit par les glaces, soit par les réparations des conduites, pendant lequel temps aucune fontaine fournie par les machines ne donne de l'eau ; & après ce temps les mêmes machines ne fournissent pas de suite à leurs fontaines, au moins tout le temps que la rivière est basse : l'eau va pendant vingt-quatre heures dans un quartier, & ensuite pendant autant de temps dans un autre.

Dans le restant de l'année il faut hauffer ou baisser les roues, suivant que la rivière croît ou qu'elle décroît. Un jour, c'est une manivelle qui casse, un autre jour c'est un chassis de piston ou une tringle, ou des pistons à regarnir ; ce sont des alluchons à mettre aux rouets, ou des fuseaux aux lanternes, ou des aubes aux roues. Toutes les fois que la rivière est moyenne ou basse, ou qu'on est obligé de mettre une roue hors de l'eau, l'autre élève moins d'eau, parce qu'elle a moins de courant. Il y a presque tous les jours quelque raison pour mal fournir. C'est ainsi que servent ces machines, aussi y a-t-il à Paris, seize cents cinquante porteurs d'eau, & cent soixante-douze tonneaux qui prennent l'eau à la pointe de l'Île Saint-Louis, au-dessus de Paris, à la Grève, ou au-dessous du pont Royal, & qui vont la vendre de maison en maison. Voilà comment la capitale du plus beau Royaume de l'Europe est fournie d'eau.

D'après cet exposé qui est exact, & d'après ce qui a été dit ci-devant

ci-devant en parlant des rivières d'Étampes, de Malesherbes & d'Orge, on n'aura pas de peine à croire que de toutes les villes d'un certain ordre, Paris est une de celles qui pourroit avoir le plus d'eau si on y faisoit seulement le quart de la dépense qu'on a faite pour en donner à Rome; c'est celle qui en a le plus grand besoin & celle qui en a le moins.

Avec l'eau de l'Yvette il n'y aura aucun de ces inconvéniens à craindre. Les citoyens jouiroient de cette eau depuis le premier jour de l'année jusqu'au dernier, au mois de Janvier comme au mois de Juillet, & c'est ce que peu de personnes voient.

Il est de fait que tant que l'eau est fournie à l'écoulement d'un tuyau qui est enfoncé en terre ou dans un bâtiment, elle n'y gèle jamais; au moins n'en a-t-on pas d'exemple dans ce pays-ci. Si je citois pour preuve les eaux d'Arcueil qui arrivent toute l'année à la demi-lune des Chartreux & au Luxembourg, on ne manqueroit pas de me répondre que ce sont des eaux de source & qu'étant amenées dans un aqueduc voûté, elles arrivent à Paris dans le même état, ou à peu-près où elles sont en sortant de la source.

Je pourrois répondre que l'eau de l'Yvette coulera dans un aqueduc voûté au moins depuis Arcueil jusqu'à Paris, sans compter les parties couvertes de la même manière, qu'il y aura de Vaugien à Arcueil; la superficie de l'eau pourra bien geler dans les parties qui seront à découvert, comme il lui arrive dans son lit naturel, mais l'eau coulera sous la glace, comme elle le fait actuellement, & comme le fait l'eau de la Seine; très-certainement elle ne gélera pas dans l'aqueduc fermé d'Arcueil à Paris; mais je peux répondre par un fait qui est sans réplique; & que peu de personnes remarquent, quoique sous les yeux de presque tout le monde.

La très-grande partie d'eau salubre dont on fait usage à Versailles, lui vient des réservoirs de Marli; elle prend dans ces réservoirs tout le degré de froid que le temps qu'il fait peut lui donner; elle arrive toute l'année par une conduite de fer au réservoir de la butte de Picardie, où elle est de nouveau exposée à l'air libre; elle part de-là pour aller se distribuer dans toutes les fontaines de Versailles tous les jours de l'année, & il n'y a jamais

à refaire aux conduites. Il en feroit de même de l'eau de l'Yvette, si elle étoit amenée aux fontaines de Paris; les citoyens jouiroient toute l'année d'une eau belle, pure & salubre.

Si, lorsqu'il gèle, cette eau couloit dans les rues, elle les auroit bien-tôt remplies de glace, mais rien n'est si aisé à éviter; l'eau fortiroit à l'ordinaire, par le tuyau qui fourniroit au public; lors des gelées on lèveroit une pierre ou tampon de puisard qui feroit à la chute de l'eau, & elle tomberoit dans le puisard, ou simplement dans une pierrée qui la porteroit au puisard, que l'on feroit de la même profondeur que les puits, ou que l'on conduiroit dans le puits le plus voisin.

Avant que l'eau de l'Yvette eût élevé la nappe d'eau des puits de Paris, seulement de six pouces, les gelées les plus longues seroient finies; l'on pourroit au surplus en mettre la moitié ou davantage en décharge dans les champs, lorsque l'on craindroit les gelées; l'on pourroit encore en mettre davantage dans les conduites des particuliers, qui la feroient alors aller dans leurs puits; & lorsque le dégel viendrait bien décidément, remettant l'eau dans les ruisseaux, les rues seroient nettes en moins d'un jour; au lieu qu'elles ne le sont pas à présent quelquefois en huit.

Aucune conduite, ni générale ni particulière, ne pourroit être endommagée que par vétusté ou par quelque accident fortuit, & on ne verroit plus les rues culbutées comme elles le sont presque tous les ans, & pendant long-temps.

Que l'on considère encore la peine & la difficulté qu'il y a à donner de l'eau dans tout Paris, pendant les grands froids que nous voyons durer des deux mois entiers; les pauvres porteurs d'eau, plus chargés de glace que d'eau liquide, sont obligés de monter & descendre les escaliers des quais couverts de glace par l'eau qui tombe de leurs seaux, exposés à tout instant à être estropiés ou tués.

Représentons-nous voir dans les rues les tonneaux avec lesquels on va prendre l'eau à la rivière. Ce sont autant de rochers de glace ambulans, que les malheureux chevaux ne peuvent tirer qu'à grand-peine sur le pavé gelé & glissant; & à la fin pour tirer le peu d'eau qui reste liquide dans ce tonneau, il faut brûler

une botte de paille sous le robinet, pour parvenir à la dégeler.

Survient-il un incendie, & le temps des plus grands froids est celui où cet accident est le plus à craindre, ces tonneaux principalement institués pour cela, n'y font d'aucun secours. Si on les emplissoit le soir, comme on fait dans tous les autres temps de l'année, ce ne seroit plus que des blocs de glace le lendemain matin. On a bien recours aux puits; mais la plupart sont si petits & si peu profonds, qu'ils sont taris en moins d'un quart-d'heure qu'on tire de suite. Que l'on juge par-là de la triste situation où se trouvent les personnes dont les maisons brûlent, & le chagrin du surveillant Magistrat qui les a institués, & qui se porte par-tout, de ne pouvoir rendre les secours aussi efficaces qu'il le voudroit.

Je puis donc assurer qu'il n'y a de moyen propre à fournir d'eau la ville de Paris, d'une manière digne de sa splendeur, que le projet de l'Yvette. Il est coûteux, cela est vrai, mais pas si énormément que quelques personnes ont cherché à l'insinuer; & d'ailleurs la capitale du Royaume n'en vaut-elle pas bien la peine? L'eau qui passe à Vaugien & au pont de Gif, s'en va dans la Seine. En la prenant, on n'en prive que les moulins qui sont au-dessous, dont il faut dédommager convenablement les propriétaires. On peut les remplacer par des moulins à vent, si on les juge nécessaires pour le service des habitans de la vallée, mais il leur restera encore tous les moulins placés sur les ruisseaux affluens, de Port-royal, de Châteaufort, & tous ceux d'au-dessus de Vaugien, aussi-bien que ceux des rivières d'Orge & de Bièvre, qui n'en sont pas éloignées; & c'est beaucoup plus qu'il n'en faut pour le pays. Quant à ce qu'ils peuvent moudre pour la halle de Paris, on trouveroit plus de deux cents moulins à quinze, vingt ou vingt-cinq lieues de Paris, qui chomment la moitié du temps, & d'où on apporte les blés en nature à Paris, qu'on apportera en farine.

Je viens de dire que l'eau qui passe à Vaugien & au pont de Gif, s'en va dans la Seine, & qu'en la prenant on n'en prive que les moulins d'au-dessous. A cela, quelques personnes ont dit qu'on en prive les prairies, & que cette vallée fournit beaucoup

de foin à Paris; que cette fourniture venant à diminuer, le foin manqueroit ou renchérirait.

Ceux qui font cette objection, ne connoissent pas la vallée de l'Yvette; ils parlent sans avoir vu, comme beaucoup d'autres.

Les prairies de cette vallée, au moins au-dessous de Vaugien, ne sont arrosées que par le nombre infini de petites sources qui sortent dans le bas des côteaux, de droite & de gauche. Aucun propriétaire de pré ne détourne l'eau de la rivière ou des moulins, ou n'a le droit de le faire pour arroser les prés. Si cela arrive, c'est furtivement; c'est une assertion qu'on peut vérifier tant qu'on voudra, & j'ajoute encore que, si cela étoit, l'objection n'en feroit pas moins levée. Il resteroit encore assez d'eau pour arroser les prés, si c'étoit l'usage, ayant dit dans mon premier Mémoire, que je ne propoisois pas de prendre toute l'eau voulant en laisser pour tous les usages des habitans qui sont au-dessous de Vaugien. Il n'est sorte d'objections que ceux dont le projet contrarie les vues n'aient imaginées pour en détourner les Ministres & les Magistrats.

Des moyens qu'on a employés dans les siècles passés, pour donner de l'eau à Paris; ce qui contribuera à prouver combien plus il en a besoin aujourd'hui.

Quelques personnes ont dit, & on dira peut-être encore; comme on fait de tant d'autres projets plus ou moins utiles, qu'on exécute pourtant à la fin, que Paris s'est passé jusqu'à présent de l'eau de l'Yvette, & qu'on peut conséquemment continuer à s'en passer; qu'étant traversé par une grande rivière, on ne peut pas manquer d'eau.

Il est inutile de faire sentir le foible de la première réponse. On auroit pu la faire pour tout ce qui a été proposé de plus utile depuis bien des siècles, & de tout ce dont on jouit à présent avec satisfaction; des ponts, des chemins, des montagnes coupées pour les rendre plus aisées: ce qui marquera à l'avenir l'heureux règne sous lequel nous vivons, & l'administration sage & éclairée de l'homme d'État qui y préside.

Paris s'est passé de l'eau de l'Yvette, cela est vrai; mais étoit-il il y a seulement cinquante ans, ce qu'il est aujourd'hui, en grandeur & en richesses? Connoissoit-on la possibilité d'avoir un semblable volume d'eau que celui que peut fournir cette rivière? Si on l'avoit connu il y a seulement trente ou quarante ans, on peut présumer que Paris en jouiroit aujourd'hui. Je vais rapporter en peu de mots, ce qui a été fait précédemment pour donner de l'eau à Paris; ce sera la réponse à ceux qui ont dit que cette grande ville ne peut pas manquer d'eau, étant traversée par la Seine, & fera voir que dans tous les siècles on a cherché à économiser le temps & la peine des citoyens.

Quand quelqu'un dit qu'une ville qui est traversée par une grande rivière, ne peut pas manquer d'eau, on est d'abord disposé à croire que cela est vrai, & peu de personnes y répondent, parce que la proposition est vraie, prise à la rigueur; mais quand on l'examine de plus près, on voit qu'elle ne l'est pas, & que l'on manque d'eau toutes les fois qu'il faut l'aller chercher un peu loin. Alors on l'économise, & on s'en passe tout-à-fait pour une infinité de choses où la propreté & souvent la santé, demanderoient qu'on en usât.

Tant que Paris n'a occupé que la Cité ou le long des bords de la Seine, de droite & de gauche, cette assertion étoit vraie; mais elle ne l'étoit plus dès qu'il y a eu des habitans éloignés de la rivière de 100 ou 150 toises; aussi construisit-on, dès le règne de Philippe-Auguste, les fontaines des Innocents, de la Halle & de Maubuée, & on y amena les eaux de Belleville & du pré Saint-Gervais, quoique l'espace enfermé par l'enceinte que ce Roi fit construire renfermât plus de champ vague que de terrain couvert de maisons.

L'on préféra alors à donner au public les eaux de Belleville & du pré Saint-Gervais à en élever de la rivière, quoique l'invention des pompes fût connue long-temps auparavant *, sans doute parce que cette eau est trouble la moitié de l'année, & encore plus parce qu'elle recevoit tous les égoûts & immon-

* Vitruve attribue la première invention des pompes à Ctésibius d'Alexandrie, qui vivoit cent cinquante ans avant Jésus-Christ.

dices de la ville; elle en recevoit cependant beaucoup moins qu'aujourd'hui, & d'autant moins que la rivière de Bièvre, à présent des Gobelins, étoit alors pure, étant éloignée de Paris, tandis qu'elle apporte aujourd'hui dans la Seine, & immédiatement avant d'entrer dans Paris, les immondices de toute espèce, sans en excepter aucune, des hôpitaux de la Salpêtrière & de Bicêtre, d'Arcueil & de Gentilly, tous les égouts du faubourg S.^t Jacques, toutes les infections qu'y déposent les Blanchisseuses, les Tanneurs, les Mégissiers, les Corroyeurs, les Teinturiers, les Brasseurs, les Amidonniers, &c. dont le faubourg S.^t Marcel est plein. On ose défier d'imaginer rien d'aussi hideux à voir en eau qui coule, que celle de la rivière des Gobelins, quand elle se mêle avec la Seine, à son entrée dans Paris: il faut la voir pour se le persuader.

Henri IV, dont on ne peut se rappeler la mémoire sans déplorer son sort ou plutôt celui de ses Sujets, considérant le peu d'eau qu'il y avoit dans Paris, & de laquelle une bonne partie étoit employée dans les maisons royales, fit construire, vers 1606 à 1608, la pompe de la Samaritaine, pour l'usage de ses maisons & jardins, & laisser au peuple ce que Sa Majesté en prenoit à la croix du Trahoir, venant du pré Saint Gervais. Il en donna de plus à une fontaine placée au quai de l'École, où étoit le réservoir de la Samaritaine.

Ce fut dans ce même temps, ou peu après, que M. de Sully, *ce grand Ministre, dont toutes les vues tendoient au bien de l'État & à la véritable grandeur de son maître, songea au rétablissement de l'ancien aqueduc des Romains* *, pour donner de l'eau à la partie méridionale de Paris, qui n'en avoit point. On travailloit à la recherche des eaux de Rungis, lorsqu'un monstre à jamais détestable, enleva à la France un Roi qui ne respiroit que pour le bonheur de ses peuples.

Marie de Médicis fit reprendre ces travaux en 1613, & ils ne furent achevés par la méfintelligence des Entrepreneurs qu'en 1624; mais au lieu de réparer l'ancien, on en fit un tout neuf, incomparablement plus beau & mieux fait que celui des Romains,

* M. Bonami, Hist. de l'Acad. des Belles-Lettres, tome XXX, p. 734.

tant pour la solidité du monument, que par la disposition à conserver l'eau dans toute sa pureté. Cet aqueduc est voûté depuis Rungis jusqu'à la porte S.^t Michel, au lieu que celui des Romains étoit à découvert. Il est vrai que les environs de Paris & d'Arcueil étoient alors moins fréquentés qu'à présent.

Ce dernier aqueduc de Marie de Médicis a 6774 toises de long, & coûta, dit M. Bonami, Historiographe de la ville, près d'un million *, dans un temps où l'argent n'étoit qu'à 27 liv. le marc (a). On n'eut pas regret à cette dépense qui seroit aujourd'hui de deux millions ou environ, pour amener 60 à 70 pouces d'eau. Combien plus devoit-on dépenser aujourd'hui, pour amener 1000 à 1200 pouces d'eau, & 2000 si l'on vouloit? L'aqueduc de Rungis, dit d'Arcueil, donna de l'eau au Luxembourg, à la partie méridionale de Paris, qui n'en avoit point, comme il vient d'être dit, & à la fontaine de la croix du Trahoir.

Il s'en falloit encore bien que Paris eût l'eau dont il avoit besoin, ne connoissant pas d'autres moyens pour en avoir qui arrivât par sa propre pente & assez haut, comme celle d'Arcueil; on convertit en pompes, en 1669, quarante-cinq ans après avoir amené l'eau de Rungis, deux moulins pendans (b) qu'il y avoit au

(a) Depuis 1610 jusqu'à 1625, temps pendant lequel ce monument a été construit, le prix moyen du setier de blé étoit de 9 livres 4. sous, moitié de ce qu'il étoit il y a deux ans, de ce qu'il avoit été long-temps, & où il pourra revenir; si ce n'est que vers la fin de 1617 & en 1618, le setier de blé valoit 10, 11 & 12 livres. Tout le monde sait que c'est le meilleur moyen pour comparer la cherté des travaux faits en différens temps. L'aqueduc qui amène l'eau d'Arcueil, coûteroit donc aujourd'hui aux environs de deux millions. Celui de l'Yvette qui doit avoir deux fois & demi la longueur de celui d'Arcueil, coûteroit donc aux environs de 5 à 6 millions; ce qui s'accorde avec deux autres évaluations rapportées dans la

2.^e édition de mon premier Mémoire; mais sans s'en tenir à ces estimations vagues ni à celles de quelques personnes qui en savent peut-être encore moins que moi, le plus sûr & ce à quoi tout le monde auroit confiance, seroit de prier l'Académie Royale d'Architecture, de vouloir bien nommer des Commissaires pour en faire le devis autant approchant qu'ils le pourroient, elle s'y prêteroit sûrement avec zèle. On doit se méfier de toute autre estimation.

(b) On nomme *moulins pendans* ceux dont on hausse & baisse la roue pour la mettre à la hauteur de l'eau, à mesure que la rivière croît ou qu'elle décroît; tels sont ceux du pont de Charenton, & autres semblables.

* Acad. des
Inscript., tome
XXX, page
745.

pont Notre-Dame. Ces pompes doublèrent la quantité d'eau qu'il y avoit dans les fontaines de Paris, & ce n'étoit pas encore assez dans l'état où étoit déjà cette ville, mais on ne connoissoit rien de mieux.

Ce secours est devenu bien moins suffisant depuis cent ans ou environ que ces pompes sont faites, par les agrandissemens considérables que Paris a pris de toutes parts, tant à la fin de l'autre siècle, que dans celui-ci. Feu M. Turgot ne desiroit rien tant que de pouvoir donner de l'eau à Paris; mais il vouloit des moyens solides & dignes de la Capitale du Royaume, & on ne lui présentoit que des machines.

Paris ne manque pas absolument d'eau, puisqu'il subsiste & qu'il s'agrandit tous les jours; mais quelle eau ont les citoyens, & comment l'ont-ils? On vient de voir que l'eau de la Seine est souillée d'une part, & immédiatement à son entrée dans Paris, par l'infecte rivière des Gobelins; elle l'est de l'autre par tous les égouts du faubourg S.^t Antoine & des fossés de la Bastille, & ensuite par tous ceux qu'elle reçoit dans la ville, de la Place Maubert, de l'Hôtel-Dieu & d'ailleurs, qui rendent noire & hideuse toute l'eau des bords, laquelle se communique peu-à-peu avec celle du milieu; & c'est celle des bords, ou peu s'en faut, que puisent les porteurs d'eau, & sur-tout les tonneaux qu'on emplit à la Grève & au-dessous du pont Royal.

On a si bien reconnu, dans tous les temps, que l'eau des bords de la Seine où arrivent tous les égouts, ne peut pas être salubre, ou qu'elle est au moins fort dégoûtante, que plusieurs Magistrats, dont la ville révère encore les noms, ont fait établir des fontaines dans les quartiers les plus voisins de la rivière. Telles sont celles de la place Maubert, de S.^t Severin, de la cour du Palais & de l'Apport-Paris. Telles sont encore, mais plus éloignées, celles de la place du palais Royal, de la croix du Trahoir, des Innocens, & celle de S.^{te} Catherine. Il y en a encore eu cinq autres que l'on a supprimées, faute d'eau, pour envoyer le peu qu'on en avoit, dans les quartiers plus éloignés. De ces cinq il y en avoit une contre les murs de l'hôtel de Conti, une au parvis Notre-Dame, une à la place des Barnabites, une à la Grève, & celle que M. le Duc de Sully avoit fait
mettre

mettre au quai de l'École, là où étoit le réservoir de la Samaritaine, comme il a déjà été dit.

L'eau de la Seine est la moitié de l'année comme de la purée *, & en aucun temps elle n'est bien claire, qu'après avoir reposé longtemps dans des réservoirs ou dans des vases, ou avoir passé par des artifices, pour la clarifier. Enfin, quelle eau ont les habitans des quartiers éloignés, c'est-à-dire, les neuf dixièmes de Paris? Celle qu'on leur amène dans des tonneaux trainés & balottés dans les rues, depuis les bords de la rivière où ils la prennent, jusqu'aux extrémités de Paris; eau qu'il faut, par conséquent, payer cher, à cause de l'éloignement, toute dégoûtante qu'elle est, si ce n'est celle des tonneaux qui la prennent à la pointe de l'île S.^t Louis, qui est, sans contredit, la plus pure qu'on puise dans la rivière, celle des égouts ni celle de la rivière des Gobelins n'étant pas encore arrivées au milieu du courant: tonneaux qu'on est pourtant heureux d'avoir, en attendant mieux, montés & établis comme ils le sont; 1.^o parce qu'ils distribuent de l'eau non mélangée avec les égouts; 2.^o parce qu'ils sont toujours prêts à marcher aux incendies, la nuit comme le jour, l'Entrepreneur étant obligé de les emplir tous les soirs avant de se retirer. Ce sage établissement est dû à M. de Sartine, actuellement Lieutenant général de police. On fait tout ce que cet éclairé Magistrat a mis d'ordre & d'intelligence dans cette partie importante du détail immense confié à ses soins; il n'y manque que ce qu'il ne peut y mettre seul, c'est une plus grande abondance d'eau, & on peut l'avoir quand on voudra; l'eau de l'Yvette est toute élevée, il ne lui manque qu'un chemin à faire, une fois pour toutes, pour la faire arriver, tant que Paris subsistera, à l'endroit le plus commode, pour de-là être distribuée dans tous ses quartiers; au lieu d'en élever par des machines, qui chargeroient à perpétuité la Ville & les habitans d'une dépense considérable: si c'étoit par des pompes à feu, outre la dépense énorme dont elles seroient, elles consommeroient une

* L'on a été jusqu'à présent, & sans aucune apparence de raison, dans l'opinion que l'eau trouble étoit plus favorable aux chevaux que l'eau claire; l'on verra prouvé ci-après, par une

lettre de M. Bourgelat, que non-seulement elle n'est pas préférable, mais encore qu'elle est nuisible à leur santé, & à plus forte raison à celle des hommes.

matière déjà devenue très-chère, dont les arts les plus nécessaires ont un besoin indispensable; matière qui emploieroit pour l'extraire, l'amener & employer, des forces beaucoup plus utiles ailleurs.

Je dois ajouter ici ce que M. du Hamel de cette Académie, a vu étant à Londres, en 1734, qu'on y avoit alors abandonné l'usage des pompes à feu, à cause de l'incommodité que la fumée du charbon de terre répandoit dans la ville, du côté où le vent la portoit. On y est pourtant revenu, faute de meilleurs moyens, qu'on ne trouvera vraisemblablement pas dans aucune autre machine; mais une eau salubre qui est toute élevée, & qui peut arriver par la seule pente & à meilleur marché, présente certainement un moyen plus sûr.

Par quels moyens on procure de l'eau aux autres villes, villages & hameaux.

Quand on se représente l'étendue de Paris, contenant une lieue quarrée de terrain, tout couvert de maisons, dont la très-grande partie ont des quatre à cinq étages, & beaucoup six & sept, & dans la moitié de ces maisons plusieurs ménages à chaque étage, on n'est pas étonné que ces maisons renferment sept cents mille ames & plus; mais on l'est beaucoup quand on considère que ce nombre prodigieux d'habitans répandus dans cette grande étendue de terrain, n'est fourni d'eau que par des tonneaux traînés sur des charrettes, ou par des hommes qui la portent sur leurs épaules, depuis la rivière jusqu'aux différens quartiers de la ville; c'est ce que ne peuvent sans doute croire ceux qui ne l'ont pas vu, & que ne pourront se le représenter ceux qui viendront cent ans après que l'Yvette aura été amenée; car le projet sera exécuté tôt ou tard, n'y en ayant pas d'autres capables de fournir Paris, à moins de dépenses énormes. Il n'est pas possible d'imaginer que tant de citoyens, & tout ce qu'il y a de plus considérable dans le Royaume, connoissant la possibilité d'avoir de l'eau, & sachant que la Faculté la reconnoît pour être des plus salubres qu'il y ait, & l'atteste, veuillent se passer éternellement, & dans l'endroit qu'ils habitent le plus,

d'une jouissance aussi solide & aussi essentielle, tandis qu'on se procure toutes les autres, bien moins urgentes que celle-ci : ce seroit trop mal augurer du jugement humain, sur-tout quand on considérera que ce projet réunit tous les avantages qu'on peut désirer ; salubrité, abondance, solidité pour la durée, élévation plus que suffisante pour l'amener, jouissance non interrompue comme l'est celle de l'eau fournie par les machines ; sûreté pour ne jamais manquer, comme le fait de temps à autre, l'eau d'Arcueil. Il y a près de deux ans que le Luxembourg, tout le quartier de l'Université, les faubourgs de S.^t Jacques & S.^t Marcel n'ont point d'eau ; qu'on se mette pour un moment, à la place de tout ce peuple obligé d'aller chercher l'eau à la rivière, ou de n'employer que de l'eau de puits.

Quand les citoyens auxquels l'eau manque le plus, ceux qui n'ont que la plus impure & la plus dégoûtante de Paris, qu'ils payent néanmoins fort chère, & auxquels il en faut davantage, considéreront, comme beaucoup l'ont déjà fait, ce qu'il leur en coûte pour être fournis de cette eau *, qu'ils seront bien persuadés de tous les avantages dont on vient de parler, & combien il leur en coûteroit moins pour être servis, à cet égard, le mieux possible, le très-grand nombre se dira sûrement, si tous ne le font pas ; nous payons nos commodités à la campagne, nous devons les payer à Paris. Les habitans de la campagne font un puits commun, ou amènent une source à leurs dépens ou par leur industrie, pourquoi les habitans de la Capitale n'en feroient-ils pas autant ?

Ceci s'adresse principalement, comme on peut le voir, aux habitans des faubourgs S.^t Germain & S.^t Honoré, qui composent presque tout ce qu'il y a de plus grand & de plus distingué en France, & qui n'ont d'autre eau que celle qu'on puise dans la Seine, à sa sortie de Paris, qui doit être d'autant plus impure, sur-tout pour le faubourg S.^t Germain, que c'est de ce côté qu'entrent dans la Seine tous les égouts de la partie méridionale

* Il y a peu de maisons d'un certain ordre dans les quartiers éloignés de la rivière, où l'on ne dépense pour des 30, 35 ou 40 livres d'eau par mois, & dans plusieurs autres d'avantage ; an lieu qu'il ne leur en coûteroit que 6, 8 ou 10 francs par mois, s'ils avoient une fontaine bien fournie dans leur voisinage, & beaucoup moins s'ils en acquéroient 20 ou 30 lignes.

de Paris, toutes les immondices & infections qui sortent d'un Hôtel-Dieu, où il y a continuellement trois à quatre mille malades ou gens pour les servir, & souvent davantage, & par-dessus tout cela la rivière des Gobelins. C'est-là l'eau que boivent les Grands du Royaume, tant qu'ils sont à Paris, & encore il ne faut pas qu'ils la prodiguent, car elle leur est amenée dans des tonneaux, qui vont de rue en rue, mesurant & distribuant petitement de porte en porte, à droite & à gauche, tant de mesures à cet hôtel-ci, tant à celui-là, tant au suivant, &c. Peut-on appeler cela avoir de l'eau, pour la capitale du plus beau Royaume de l'Europe, & qui plus est, qu'il faille la voiturer de la sorte pour les incendies? Il faut toute la vigilance & toute l'activité des Magistrats qui y volent au premier signal, pour qu'ils ne fassent pas plus de ravages.

Croira-t-on, ayant l'eau de la sorte, qu'on la prodigue dans une cuisine, à laver tout ce qui doit l'être, ou qu'on tire toujours d'un puits toute l'eau nécessaire pour laver tout ce qui en a besoin? Je crois qu'il y a des gens qui n'épargnent ni soins ni peines pour bien remplir leurs devoirs; mais tout le monde n'est pas aussi zélé, & quand on le seroit, cette eau de puits, qui ne peut dissoudre le savon, lave-t-elle aussi-bien tout ce qui est à laver, que de l'eau bien dissolvante? Il ne faut pas être grand Physicien pour sentir que cela ne peut pas être: quelqu'un voudroit-il se baigner dans l'eau de puits de Paris?

Quand je dis que ceci s'adresse principalement aux habitans des faubourgs S.^t Germain & S.^t Honoré, ce n'est pas que je veuille dire que c'est à eux à payer pour les autres, ni plus que les autres; mais ils sont les plus puissans, ceux qui en ont le plus grand besoin, ceux qui seront plus aisément écoutés, & qui détermineront plus tôt. C'est à eux, qui le peuvent, à plaider leur cause, en représentant leurs besoins, & en offrant de payer au prorata de tout le monde. En plaidant leur cause, ils plaideront celle du public ou de tout Paris, personne, ayant vu l'examen de la Faculté & sachant raisonner, ne leur dira plus *l'eau de l'Yvette n'est pas bonne*. Il y a nombre de ces citoyens puissans qui pleins d'humanité, agiroient avec chaleur & empressement pour le seul dernier motif; à plus forte raison le feront-ils, la cause étant commune.

On sent aisément, quand on y réfléchit, que la Ville ne peut pas faire cette entreprise avec ses seuls revenus, qui ont tous leur destination depuis long-temps; & quand ses revenus seroient suffisans, sur quels fondemens prétendrait-on que c'est à elle à faire amener de l'eau salubre dans tous les quartiers, &, pour ainsi dire, à la porte de chaque maison, sans une cotisation? C'est comme si on disoit que c'est à elle à payer les porteurs d'eau & les tonneaux qui la portent chez les particuliers, ou à payer les puits que les propriétaires font faire dans leurs maisons. Je sens bien que beaucoup de personnes aimeroient mieux que la Ville en fit les frais sur ses revenus, ou qu'il se présentât quelque généreux imitateur du Chevalier Hughes Middleton (a); mais les hommes justes (& le nombre en est plus grand que les gens de mauvaise humeur ne pensent) diront que l'eau doit être fournie à Paris, comme dans un village. Chacun paye le puits qu'il fait faire dans sa maison, & on prend si peu garde à cette dépense, ou on la trouve si nécessaire, quoique pour avoir de la mauvaise eau, que les maisons les plus voisines de la rivière en ont. On ne peut pas en être plus près que le sont les maisons des quais; toutes, ou peu s'en faut, ont des puits, & beaucoup en ont deux, parce qu'on a besoin d'avoir de l'eau à la portée, pour cent choses que l'on fait tous les jours. Ce qui prouve encore qu'on manque d'eau toutes les fois qu'il faut l'aller chercher un peu loin.

Les puits que l'on a fait jusqu'à présent dans Paris, vus en gros (b), & pour n'avoir que de la mauvaise eau, ont coûté aux

(a) Le Chevalier Hughes Middleton a fait venir, à ses dépens, la nouvelle rivière à Londres, par un canal de 60 milles de long, & c'est presque la seule eau salubre qu'on ait dans cette ville. Voyez l'*Encyclopédie*, au mot LONDRES.

(b) Je tiens d'une personne des plus en état de le savoir, qu'il y a dans Paris, vingt-cinq mille maisons payant *Vingtième*, & l'on estime qu'il y en a aux environs de cinq mille appartenantes à des gens de main-morte,

qui ne payent pas, & en tout, m'a-t-on assuré, plus de trente mille. Chaque maison n'a pas un puits; quelques-unes n'en ont point, d'autres ont un puits mitoyen: le très-grand nombre ont leur puits particulier, beaucoup en ont deux ou trois, ou davantage; mais ceux-ci ne remplacent pas pour les maisons qui n'en ont point. Plusieurs Entrepreneurs qui connoissent bien Paris, estiment qu'il peut y avoir un huitième moins de puits que de maisons; d'autres disent un sixième:

propriétaires plus de deux fois ce qu'il en coûteroit pour faire arriver l'eau de l'Yvette dans tous les quartiers de Paris.

Il falloit avoir de l'eau, dira-t-on, bonne ou mauvaise, & la dépense des puits est faite. Cela est vrai, mais je ne connois aucun propriétaire de maison, & chacun peut le demander à ceux qu'il connoît, qui n'en fissent encore autant, si on pouvoit leur prouver qu'à même profondeur ils trouveroient une source ou une nappe d'eau salubre, comme celle d'Arcueil ou de Ville-d'Avray; il n'en coûteroit pas la moitié à chaque propriétaire, pour faire venir l'Yvette, & moins pour les petites maisons que pour les grandes; ce qu'ils retrouveroient bien-tôt par les loyers, comme il seroit juste, puisqu'il en coûteroit moins aux locataires, pour avoir l'eau qu'on n'iroit prendre qu'à deux pas, que pour l'aller prendre à la rivière, & rien du tout pour ceux qui voudroient prendre la peine de l'aller chercher, comme le feroient beaucoup de personnes; ce qu'elles ne peuvent pas faire à présent.

Il est tout aussi juste que l'eau nécessaire aux habitants de Paris, soit amenée à leurs dépens, qu'il l'est qu'un puits commun dans un village soit fait aux dépens des habitants du village, ou qu'il l'est qu'un particulier paye ce qu'il fait faire chez lui pour

tenons-nous en à ce dire, comme le moins favorable: il y a donc aux environs de vingt-cinq mille puits dans Paris. Les mêmes Entrepreneurs disent que ces puits, les uns portant les autres, doivent être estimés avoir coûté mille à douze cents francs de notre temps, ou la valeur, en quelque temps qu'on les ait faits; ne disons que mille livres, les puits de Paris ont donc coûté vingt-cinq millions aux propriétaires, & cela pour n'avoir que de la mauvaise eau.

L'eau de l'Yvette ne doit pas coûter la moitié de cette somme, tant pour l'amener que pour la distribuer; ainsi en admettant le nombre de trente mille maisons, cela ne seroit qu'aux environs de quatre cents livres par maison, l'une portant l'autre; les unes cinquante livres; d'autres cent livres, d'autres cinq cents

livres, mille, &c. Peut-on supposer qu'aucun Propriétaire se refusât à payer, une fois pour toutes, un aussi modique contingent? Bien des personnes le payeroient pour la seule satisfaction de voir les rues toujours propres, mais il y a des avantages bien plus réels; les deux principaux sont d'avoir dans Paris beaucoup plus de fontaines, & presque dans toutes les rues, abondamment fournies d'eau, belle & salubre. Cette dépense seroit bientôt rentrée par les loyers qu'on tireroit de plus, ou par ce qu'on payeroit de moins au peu de Porteurs d'eau qu'il faudroit dans Paris: ceux qui en acquéreroient en particulier, l'auroient encore à bien meilleur marché; on trouveroit de plus un secours toujours prêt contre les incendies, &c. &c.

son seul usage. Une déclaration de François I.^{er} y est conforme. Voici comment le dit M. de Freminville, dans sa Piatique de la renovation des terriers, *tome IV, page 518*.

« François I.^{er}, qui pourvoyoit à tout, dit M. de F. nous apprend, par sa déclaration de 1540, pour la Normandie, « qu'ayant visité plusieurs fois cette Province, il avoit reconnu « lui-même que les habitans prenoient peu de soin des eaux, « soit de fontaines, pluviales & de puits, qu'ils négligeoient de « construire en creusant les terres pour y trouver l'eau nécessaire; « pour quoi il ordonne qu'il soit construit des puits publics en « tous les lieux, bourgades & villages, pour les frais desquels « il sera levé les sommes nécessaires sur les habitans des lieux, « où tous les habitans privilégiés & non privilégiés, contri- « bueront. Cette ordonnance est digne d'un grand Roi, qui « pourvoyoit par lui-même, aux besoins les plus nécessaires de « ses Sujets ».

Les hommes ont besoin d'eau salubre en tout temps & en tous lieux; outre qu'il en faut pour la boisson, on ne connoît point d'alimens factices dans la préparation desquels il n'entre de l'eau. La moitié ou davantage de ce que les hommes font, ne s'opère que par l'eau, médiatement ou immédiatement. Plus on peut avoir aisément de l'eau belle & salubre, plus on est naturellement porté à la propreté en tout, tant pour le dedans que pour le dehors, & les Médecins l'ordonnent pour la santé.

Plus nous avons l'eau près de nous, moins il nous en coûte de temps, de peine ou d'argent pour en user; aussi voyons-nous que tout homme qui entend ses intérêts, qui a, ou qui fait une habitation à la campagne, s'il n'a point de sources dans le voisinage, & assez près, il fait la dépense d'un puits, qui est souvent fort cher, & même on en fait plusieurs pour s'épargner du chemin; s'il a une source qu'il puisse amener dans sa maison, il le fait, si ses facultés le lui permettent. Si elle ne peut pas y arriver, mais qu'à peu de frais il puisse l'en approcher de beaucoup, il le fait encore, parce que pour une fois que l'on fait un chemin à l'eau, on s'épargne pour toujours les pas qu'il faudroit faire pour l'aller chercher loin, & souvent plusieurs fois par jour.

Si je disois que feu M. le Duc de la Rochefoucault a fait conduire à son château de la Rocheguyon, quoique situé presque au bord de la Seine, les eaux d'une source qui est à deux mille deux cents toises de-là, & pour laquelle il a fallu couper une montagne de douze à quinze pieds de profondeur réduite, dans une traversée de plus de trois cents cinquante toises; percer plusieurs buttes ou croupes suillantes, dont la côte est crénelée, & faire un pont-aqueduc pour traverser une large cavée, on me répondroit, & avec raison, que M. le Duc de la Rochefoucault étoit un grand Seigneur qui auroit pu faire encore davantage s'il avoit voulu. Cela est vrai, mais il étoit aussi prudent & aussi sage que grand Seigneur; & c'est-là ce qui fait la vraie richesse.

On croira aisément que cette dépense a été considérable, & M. le Duc de la Rochefoucault ne l'eût pas faite s'il n'y avoit trouvé un avantage bien réel pour tous les services d'une grande maison, pour s'assurer un secours prompt en cas de besoin, & autant que tout cela pour se procurer un moyen de satisfaire son penchant à faire le bien, en donnant aux habitans du bourg, deux fontaines abondamment fournies d'une eau pure & salubre, par le trop plein d'un réservoir très-digne d'être vu, taillé dans la masse de la montagne, dans lequel il y a toujours deux mille muids d'eau en réserve, prêts à secourir le château & le bourg, s'il en étoit besoin; & ce n'est pas le seul acte de bienfaisance de ce grand Seigneur*; mais que dira-t-on des payfans de deux provinces dont je vais parler, & sans doute de beaucoup d'autres qui ont le bon jugement de se procurer les mêmes avantages,

* M. le Duc de la Rochefoucault avoit fait établir dans ses terres d'Angoumois, il y a vingt-cinq ou trente ans, des pépinières de mûriers, entretenues avec le plus grand soin, pour l'usage gratuit, non-seulement de ses vassaux, mais pour toute personne connue qui se présentoit pour en avoir, afin d'en établir la culture dans le pays; l'établissement a subsisté tout le temps qui a été nécessaire; c'est par

des actes de cette espèce qu'un grand Seigneur s'honore, & se fait révéler beaucoup plus que par sa naissance, quelqu'illustre qu'elle soit; mais de tout temps la bienfaisance a été du patrimoine de cette Maison. Tout le monde a vu l'acte d'humanité de M. l'Archevêque de Rouen, à son arrivée à sa terre de Gaillon, envers des Cultivateurs qui n'étoient pas ses Fermiers, &c. &c.

&

& qui sentent tout ce qu'ils y gagnent, pour n'avoir pas regret à ce qu'il leur en coûte.

Je tiens de M. Guettard, de cette Académie, & de M. Lavoisier, qui viennent de parcourir ensemble l'Alsace & la Lorraine, qu'ils n'y ont pas vu, non-seulement une ville ni un bourg, mais pas un village ni un hameau où l'on n'ait amené de l'eau de près ou de loin, par le moyen de tuyaux de bois. Ils assurent qu'il n'y a pas même un paysan habitant les champs ou les montagnes, qui n'ait amené de l'eau dans sa cabanne, ou au moins dans le voisinage, laquelle vient souvent de fort loin.

Si de pauvres paysans se procurent cet avantage, que ne doivent pas faire des citoyens aisés, qui ont de quoi fournir à tous les objets de luxe qui passent, & qu'il faut renouveler, qui sont, pour la plupart, fort chers, & toujours de moindre valeur que l'argent qu'on y met? au lieu que l'objet en question, bien plus important que ceux-là, & d'une bien plus grande valeur que l'argent qu'on y emploieroit, serviroit à jamais, & seroit toujours de mode.

Les propriétaires des maisons de Paris faisant venir l'eau de l'Yvette dans toutes les rues, ou au moins dans la plus grande partie, & par conséquent près de la maison de chacun, ou dans la maison même, feroient en commun pour leur habitation de la ville, ce qu'un particulier fait pour lui seul à la campagne, quand il approche une source de sa maison, ou qu'il l'amène dans la maison même.

Par le moyen de l'Yvette, Paris auroit beaucoup plus d'eau que de fontaines pour la distribuer, au lieu qu'il a beaucoup plus de fontaines que d'eau à y faire couler. D'une plus grande abondance d'eau chez les particuliers & dans les fontaines publiques, résulteroit la propreté des rues, comme il a déjà été dit, & conséquemment la salubrité de l'air; & du plus de propreté des rues, ou d'immondices entraînées par l'eau, résulteroit une économie pour l'enlèvement des boues, qui tourneroit à profit pour quelqu'autre objet de la police.

Qu'il me soit permis de rapporter ici une réflexion que j'ai entendu faire par un zélé partisan du projet de l'Yvette, qui

payeroit avec grand plaisir, la part & au-delà, pour contribuer à l'exécution du projet.

Si la place où l'on a bâti Paris, dit-il, avoit été cherchée exprès, & choisie telle que, traversé comme il est, par une grande rivière, il y en eût encore une autre qui arrivât naturellement ou sans qu'on s'en fût mêlé, à la porte Saint-Michel, à une hauteur suffisante pour envoyer de-là les eaux dans tous les quartiers de la ville; distribution qui seroit faite il y a long-temps, tout homme de bon sens qui considéreroit cela, ne pourroit s'empêcher de louer l'heureux choix, supposé fait pour cette grande ville, voyant une rivière navigable en bas, pour la commodité du commerce & des approvisionnemens, & une petite en haut pour l'usage journalier des habitans, pour servir à la propreté & à la fraîcheur des cuisines, offices, salles à manger, bains, lavoirs & abreuvoirs publics, à la propreté des cours, des rues & des égouts, & fournir un secours prompt contre le malheur des incendies.

Cet homme de bon sens, auroit raison. Eh bien ! le projet de l'Yvette offre cet avantage, qu'on admireroit si la Nature l'avoit donné, & il ne tient qu'aux citoyens de se le procurer pour fort peu de chose de la part de chacun, eu égard à l'avantage qu'ils en retireroient; & j'ose dire affirmativement, qu'on n'en aura bien que par l'Yvette.

N'est-il pas juste, disent les vrais citoyens, que les habitans de la Capitale fassent quelque chose pour leur propre jouissance, comme le font les habitans d'un village, comme l'ont fait ceux de Coulanges-la-vineuse, comme viennent de le faire ceux de Nanterre, quoique moins éloignés de la rivière que la moitié des habitans de Paris, & tant d'autres qu'il seroit trop long de citer. Il en coûte plus, toute proportion gardée, aux habitans d'un village ou d'un hameau de la Beauce, pour faire un puits commun, & souvent ils en font deux ou davantage, qu'il n'en coûteroit aux habitans de Paris, pour faire venir l'Yvette dans toutes les rues. N'est-il pas raisonnable, disent ces vrais citoyens, que nous payions ce qui seroit fait pour notre avantage, pour notre bien : & quel plus grand bien peut-on nous faire, que de

nous assurer une abondance considérable d'eau belle, pure & salubre; au moins faut-il se procurer le nécessaire, quand on se donne autant de superflu.

Si la Ville avoit de l'eau à donner dans tous les quartiers, & à fournir dans beaucoup de fontaines, je connois des citoyens qui feroient plus que payer leur contingent; ils feroient construire, à leurs dépens, des fontaines dans leurs quartiers. Combien s'en trouveroit-il qui en feroient autant? en leur promettant seulement, ce qui seroit bien juste, que le monument porteroit leur nom, comme le porte le Puits-certain, que Robert Certain, Curé de S.^t Hilaire, fit faire à ses dépens, pour le service de son quartier; & la fontaine de Marle, rue Salle-au-Comte, que le Chancelier de Marle fit bâtir sur le terrain de son hôtel.

On nous vante toujours les bienfaiteurs Anglois, & on ne dit jamais rien des François; nous avons néanmoins les nôtres, & peut-être en aussi grand nombre. Tout le quartier de l'Université est couvert de monumens de bienfaisance: nous avons eu des Gerard de Poissy (*a*), des Cardinaux de Richelieu & de Mazarin (*b*), des Maréchal de la Feuillade (*c*), des Rouillé de Messai (*d*), des la Peyronie (*e*), des Godinots (*f*), des Grassins (*g*),

(*a*) Gérard de Poissy donna, de son propre mouvement, onze mille marcs d'argent, pour contribuer à faire paver les rues de Paris.

(*b*) Le Cardinal Mazarin donna en 1661, en argent, ou en effets sur la Ville, la valeur de plus de trois millions de fonds pour fonder le collège des Quatre-Nations, dans un temps où le marc d'argent ne valoit que vingt-huit à vingt-neuf livres; il en coûta peut-être autant au Cardinal de Richelieu, pour les collèges de Sorbonne & du Plessis, s'il ne lui en coûta pas davantage.

(*c*) Le Maréchal de la Feuillade a fait faire la place des Victoires à ses dépens.

(*d*) M. Rouillé de Messai donna à l'Académie des Sciences, cent vingt-cinq mille livres de fonds, en contrats

sur la Ville, pour les Prix qu'elle distribue tous les ans, pour l'avancement des Sciences.

(*e*) M. de la Peyronie, premier Chirurgien du Roi, a donné onze à douze cents mille livres aux Écoles de Chirurgie de Paris & de Montpellier, pour l'avancement d'un art aussi utile à l'humanité.

(*f*) M. Godinot, Chanoine de Reims, a fait faire une machine qui donne de l'eau dans tous les quartiers de la Ville, les conduites & les fontaines.

(*g*) M. Grassin, Directeur général des monnoies de France, a fait rétablir, à ses dépens, la moitié ou les trois quarts de la ville d'Arci-sur-Aube, qui avoit été entièrement détruite par un incendie, pendant qu'il en étoit Seigneur.

des d'Onzenbrai (*h*), des de Dieft (*i*), & tant d'autres que j'ignore.

Combien n'a-t-il pas fallu de bienfaits pour mettre les hôpitaux dans l'état où ils sont, & combien n'en faut-il pas encore, pour subvenir à tous leurs besoins? Je n'examine pas si les fondations des couvens sont utiles ou nuisibles, mais toujours ceux qui y ont contribué, ont-ils eu intention de faire le bien; chaque pays a des ames & des cœurs droits, portés à l'humanité & au bien général.

Il y a encore des personnes qui font le bien par la satisfaction qu'elles trouvent à le faire; nous en connoissons tous, mais leur modestie souffriroit si je les désignois. Il y a plus d'hommes vertueux que les autres ne croient. Si on en pouvoit douter, il n'y a qu'à le demander aux Curés de Paris: tous ceux qui pourroient être fastueux, ne le sont pas.

Si l'Yvette étoit amenée à Paris par le concours des propriétaires, la Ville pourroit donner l'eau à ceux qui voudroient en acquérir pour la moitié du prix qu'elle a été vendue jusqu'à présent. Par-là beaucoup de monde en acquerroit, d'autant qu'elle coûteroit moins en conduite, les fontaines étant beaucoup plus fréquentes, parce qu'elle seroit toujours belle & pure, & parce qu'on seroit assuré de l'avoir toute l'année, la rivière haute ou basse, n'y faisant rien, non plus que les réparations des machines, ni les glaces.

Je viens de dire que beaucoup plus de propriétaires acquerroient de l'eau, si on la donnoit à cent livres la ligne, moitié de ce qu'elle a été vendue jusqu'à présent; mais chacun en prendroit encore davantage, parce que ce sont de ces dépenses qu'on ne fait qu'une fois, bien différentes de presque toutes les autres, qu'il faut recommencer tous les jours ou très-souvent, & beaucoup qui sont incomparablement moins essentielles & nécessaires que

(*h*) M. d'Onzenbrai a donné à l'Académie son cabinet d'histoire naturelle, un des plus complets du royaume.

(*i*) M. de Dieft, Médecin de la Faculté de Paris, a donné soixante

mille livres de fonds aux Écoles de Médecine, dont la rente est employée à fournir aux frais de réception d'un étudiant en Médecine, par licence; avantage qui doit être remporté au concours.

telles-ci ; on s'y livreroit d'autant plus aisément , que le surplus de la dépense en conduite & en réservoir , est pour vingt lignes comme pour quarante ou cinquante lignes. Que deux ou trois mille francs dépensés une seule fois , sont peu de chose pour les personnes qui peuvent se procurer de l'eau dans leur maison , & que vingt ou trente lignes d'eau en sus de ce que l'on a cru nécessaire & suffisant , donnent une abondance considérable d'une denrée dont on n'a jamais assez ! car je ne connois personne ayant de l'eau à la campagne , qui n'en cherche encore. On met bien souvent mille écus d'augmentation , pour avoir un ameublement un peu plus beau , qui ne sert pas mieux qu'un autre , qui se ternit , s'use & se passe plus vite. Beaucoup de personnes sentiroient que telle ou telle somme employée à acquérir une eau qui ne pourra plus manquer , augmente d'autant la valeur de leur maison.

Nombre de personnes riches feroient à Paris , comme à la campagne ; elles construiraient dans leurs maisons (& avec bien de la raison , au moins pour l'hiver) , des lavoirs pour leur linge , avec des réservoirs pour les fournir. Quel bien tout cela ne feroit-il pas pour la propreté des rues ? Quels abondans & prompts secours , en cas de besoin , ne retireroit-on pas de tous ces réservoirs particuliers , même sans le demander ? Il n'y a personne qui ne se fit un devoir de faire lâcher son eau , au premier signal , ou l'offrir pour la faire lâcher à l'heure qu'on voudroit , lorsque le ruisseau pourroit la conduire là où seroit le mal.

Les fonds provenans de ces concessions d'eau étant employés en constructions de nouvelles fontaines , ou de lavoirs & abreuvoirs publics dans tous les quartiers éloignés de la rivière , toutes les commodités en seroient d'autant plus augmentées avec la seule première dépense faite pour faire venir l'Yvette ; l'eau des lavoirs & abreuvoirs étant lâchée tous les soirs , nettoieroit d'autant mieux les rues & les égouts , & les contribuans verroient tous leurs fonds employés à leur destination.

J'ai déjà fait voir bien des avantages qui résulteroient de l'arrivée de l'eau de l'Yvette à Paris , j'en trouverois encore plusieurs autres , si je ne craignois de devenir minutieux ; il en est

néanmoins un, dont je n'ai encore rien dit dans aucun de mes Mémoires, & qui vaut pourtant bien la peine qu'on le compte; il concerne les chevaux, ces animaux si précieux par les services qu'ils nous rendent; la sensibilité & notre intérêt demandent qu'on pense à eux, tant pour leur éviter des maladies, que pour prolonger leur vie & leur service, s'il y a lieu.

On a la fâcheuse habitude, dans les neuf dixièmes des maisons de Paris, d'abreuver les chevaux avec l'eau de puits; car on ne voit guère que les rouliers mener leurs chevaux boire & se laver à la rivière. On croit qu'en tirant l'eau d'un puits, deux ou trois heures avant de la leur donner, elle devient beaucoup meilleure ou moins mauvaise. Peut-on penser sérieusement que leurs viscères soient beaucoup moins sensibles que les nôtres? Ils boivent l'eau qu'on leur donne, parce qu'ils n'en ont point d'autre, ainsi que bien des hommes dans les faubourgs & dans les marais. J'étois bien persuadé que la mauvaise eau devoit être pour eux, comme pour nous; mon opinion toute seule, n'auroit pas été d'un grand poids: j'en ai écrit à M. Bourgelat, Chef & créateur de l'école vétérinaire, Correspondant de cette Académie, & le Juge souverain de ces matières, pour le prier de me marquer son sentiment. J'aurois mis ici la Lettre en entier, si mon Mémoire n'étoit déjà très-long, mais je vais en rapporter le plus nécessaire à savoir.

EXTRAIT de la Lettre de M. Bourgelat.

NOUS ne sommes plus dans le temps, Monsieur, où l'on pensoit, même d'après de grands hommes, que les chevaux préfèrent pour leur boisson, l'eau la moins limpide; & que celle qui se trouve chargée de beaucoup de particules hétérogènes, les engraisse. . . . Plus éclairés sur le mécanisme des corps animés, nous avons banni de l'art vétérinaire ces anciennes erreurs. . .

M. Bourgelat établit ensuite les principes fondés sur les connoissances anatomiques, d'où il déduit que les seules eaux bienfaisantes sont celles qui, légères, pures, simples & claires, passeront avec facilité, dans tous les vaisseaux excrétoires, & que celles qui sont crues, pesantes, croupissantes, inactives, terrestres & imprégnées en un mot de parties grossières, formeront une

boisson très-nuisible, attendu la peine qu'elles auront à se frayer une route à travers les canaux, à l'extrémité desquels elles ne parviendront jamais qu'elles n'y causent des obstructions, moins, à la vérité, dans le cheval que dans l'homme, à cause de la force de ses organes digestifs, & du genre d'alimens dont il se nourrit; mais toujours est-il mieux de les abreuver avec l'eau salubre... Les eaux trop vives, dit M. Bourgelat, suscitent en eux des avives, des fortes tranchées : les eaux de neiges provoquent ordinairement une toux violente, un engorgement considérable dans les glandes; elles excitent un flux plus ou moins copieux par les naseaux, d'une humeur plus ou moins épaisse & plus ou moins foncée; les eaux de certains puits, tels que celui de la maison que j'habite, ont donné à mes chevaux des tranchées, & elles ont produit en eux une toux assez opiniâtre, un engorgement & un écoulement semblables à ceux dont je viens de faire mention... Je ne doute pas que les eaux d'une très-grande quantité de puits de Paris, ne soient de nature pareille, & je ne serois pas éloigné de croire que si celles des autres puits ne se montrent pas d'abord insalubres, par des effets aussi marqués & aussi prompts, & sont assez avidement bues par les chevaux qui y sont habitués; elles n'en sont pas moins une source féconde de maladies, & principalement de celles dont l'origine est dans l'embarras & dans le défaut des sécrétions. Je fais à présent abreuver mes chevaux de la même eau dont je m'abreuve moi-même.

RÉCAPITULATION des avantages résultans de l'arrivée de l'eau de l'Yvette à Paris; la privation de chacun de ces avantages prouve le besoin que cette Ville a d'avoir de l'eau.

- 1.° On aura de l'eau salubre dans tous les quartiers, & à portée de tout le monde.
- 2.° On en aura abondamment.
- 3.° On l'aura l'hiver, & pendant les plus grands froids comme dans les plus grandes chaleurs, tant pour les usages journaliers, que pour avoir un secours toujours assuré contre les incendies, ce qu'on ne peut point avoir par les machines, lorsqu'il gèle. Quel avantage pour les propriétaires & locataires, de voir d'autant en sûreté leurs maisons, leurs meubles, leurs

apiers & autres effets, & souvent toute leur fortune, les dépôts royaux, publics & particuliers, &c.

4.^o Les rues, au moins les grandes & les moyennes, seront toujours propres & fraîches, excepté pendant les gelées, que l'eau de trop ira dans les puits.

5.^o On sera assuré que les infections qui coulent des boucheries ou d'ailleurs, ne croupiront pas, & ne fermenteront pas des étés entiers dans les égouts couverts, comme elles le font à présent; ce qui infecte l'air qu'on respire, comme on peut s'en apercevoir lorsqu'on passe auprès de leurs ouvertures.

6.^o Il résultera de l'arrivée de l'eau de l'Yvette, que l'on pourra débarrasser le pont Neuf & le pont Notre-Dame, des machines & des digues qu'on y a construites, établissement très-incommode à la navigation, & très-fâcheux lors des inondations qu'ils rendent plus grandes, & les débâcles plus funestes : sans un gros & fort bateau marnois qui a garanti la pompe du pont Notre-Dame, en Janvier 1768, & trois moulins sur bateaux, qui ont péri devant l'arche de la Samaritaine, il étoit à craindre que ces machines renversées ne causassent de plus grands malheurs.

7.^o Les maisons royales étant abondamment fournies d'eau, les bâtimens de Sa Majesté seront débarrassés à jamais, aussi-bien que la Ville, de l'entretien des machines qui sont sous les ponts Neuf & de Notre-Dame, qui, en les embarrassant, empêchent qu'on ne jouisse de la beauté de ces ponts.

8.^o Cette eau ne sera pas sujette à manquer, comme celle d'Arcueil. Cette dernière vient de sources hautes, & celle de l'Yvette de sources basses, eu égard au terrain d'où elles sortent.

9.^o On pourra établir des abreuvoirs ou auges dans le voisinage des fontaines, pour abreuver les chevaux avec de l'eau salubre : article plus important qu'on n'a cru jusqu'à présent.

10.^o Cette eau sera toute l'année, belle & pure, ne pouvant recevoir aucune eau pluviale, dans les sept lieues qu'elle a à faire de Vaugien à Paris.

11.^o Depuis le mois de Décembre jusqu'en Avril, on ne boit par la Seine que de l'eau mêlée de la fonte des neiges de la Bourgogne, avec les autres eaux ordinaires. Comme il neige fort

fort peu dans ce pays-ci, & que le peu qui tombe est presque toujours passé en moins de douze à quinze jours, on n'aura que pendant ce temps la fonte des neiges mêlée avec l'eau des sources, qui forme le fonds de l'Yvette.

12.^o De la propreté des rues résultera qu'on respirera en tout temps, un air sain & pur, au lieu de l'air puant & plein de tout ce qui s'exhale des boues, qui doit faire sur nos poumons quelque effet fâcheux, comme il fait sur le linge blanc, sur les cartes & estampes, sur l'or & l'argent, &c.

13.^o L'eau coulant dans les rues, & entraînant avec elle une grande partie des boues & immondices, il devra en coûter quelque chose de moins pour les faire enlever.

14.^o Les rues ne seront plus embarrassées par les voitures qui mènent les tonneaux, & le seront moins par les tombereaux des boues.

15.^o Il faudra incomparablement moins de porteurs d'eau, & ce seront autant de bras restitués à la culture des terres.

16.^o Les personnes qui voudroient avoir de l'eau chez elles, l'auroient à beaucoup meilleur marché, & elle sera toujours bien fournie.

17.^o Conséquemment l'usage des bains, si nécessaires pour la propreté & pour la santé, sera d'autant plus aisé, & moins coûteux pour les avoir chez soi, &c. &c. &c.

Sauval dit qu'avant Philippe-Auguste, on n'avoit osé entreprendre de paver Paris, à cause de la dépense : on y fut contraint par la nécessité, & on le fit. Cette ville, dit-il, est à présent la mieux pavée qu'il y ait au monde. Paris a aujourd'hui autant besoin d'eau qu'il avoit alors besoin d'être pavé. Il pourra bien arriver qu'on balance autant pour y amener l'Yvette, qu'on a fait pour le paver. Le besoin (déjà très-grand), y contraindra de plus en plus, & les propriétaires la feront venir à la fin, comme leurs prédécesseurs firent paver les rues ; ce sera alors une des Villes du Royaume les mieux fournies d'eau, comme elle le seroit il y a long-temps, si on en avoit connu le moyen. Il en coûtera autant, dans quelque temps qu'on le fasse, qu'il en coûteroit aujourd'hui, s'il n'en coûte pas davantage ; & tout le

temps qu'on aura laissé écouler, sera autant de jouissance perdue.

Après la première annonce de ce projet, il s'est trouvé plusieurs personnes qui avoient des doutes sur la bonne qualité de l'eau de l'Yvette, à cause de son goût de marais, & on ne peut les en blâmer; on n'avoit pas encore eu occasion d'examiner la cause, presque tout le monde l'ignoroit; mais depuis que la Faculté de Médecine a fait examiner cette eau avec tous les soins qu'il étoit possible d'y apporter, & que l'on fait que toutes les eaux de rivière ont le goût de marais plus ou moins sensiblement, il ne reste plus guère de personnes qui doutent; s'il y en a, ce ne peut être que quelqu'un de ceux qui n'auront pas vu le compte qu'en ont rendu à la Faculté, les Commissaires qu'elle avoit nommés. Tout ce qu'il y a de Citoyens aimant le bien public, savent à présent à quoi s'en tenir, & doivent laisser dire ceux que des intérêts contraires font parler autrement; car celui qui voudroit aujourd'hui soutenir que l'eau de l'Yvette n'est pas aussi salubre que celle de la Seine prise au-dessus de Paris, fût-il un des plus habiles Chimistes qu'il y ait, ne l'emporteroit pas sur sept Chimistes du premier ordre, d'accord entr'eux, qui affirment que l'eau de l'Yvette est des plus salubres; à plus forte raison, doit-on laisser dire ceux qui n'ont rien appris de ce qu'il faut pour examiner les eaux. En effet, s'ils en avoient les plus simples élémens, ils seroient d'accord avec les sept Savans déjà cités, parce que tout Chimiste ne peut trouver dans une eau que ce qu'il y a. Il faudroit avoir bien de la confiance en ses propres idées, ou être bien peu jaloux de ce qu'on avance, pour s'imaginer que les Ministres, les Magistrats, & tout ce qu'il y a de Citoyens éclairés, s'en rapporteroient à de semblables propos, préférablement au jugement de la Faculté, & des autres Savans qui ont examiné cette eau, & pour croire qu'on a seul raison, & que tous les autres se trompent, même les plus instruits sur la matière en question. Vis-à-vis de tels examinateurs, une semblable prétention seroit par trop absurde.



SUITE DES RECHERCHES
SUR
LES VERRES OPTIQUES.

Troisième Mémoire.

Par M. D'ALEMBERT.

JE donnerai d'abord dans ce Mémoire différentes combinaisons d'objectifs à trois lentilles contiguës; combinaisons desquelles il résulte assez peu d'aberration pour qu'on puisse employer ces lentilles avec succès: j'exposerai ensuite une méthode simple pour trouver les formules convenables à un objectif achromatique, formé de trois lentilles non contiguës, & la manière d'employer ces formules pour donner à de tels objectifs le plus de perfection qu'il est possible. On trouvera de plus ici des formules & des Tables, au moyen desquelles le calcul des objectifs achromatiques peut être extrêmement abrégé; des réflexions sur ce qui peut ressembler encore d'aberration dans ces objectifs; une réponse à quelques objections de M. Euler, avec des remarques sur la structure des yeux des Poissons; enfin de nouvelles recherches sur la combinaison des oculaires avec les objectifs achromatiques, & des considérations sur quelques autres objets relatifs à la perfection des lunettes.

Lû en Mat
& Juin 1767.

§. I.

Examen de différentes combinaisons pour la construction d'un objectif formé de trois lentilles immédiatement contiguës.

(I.) En appelant, comme dans les Mémoires précédens, r, p, r', p' , &c. les rayons des surfaces, & en faisant

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p'}, \quad \frac{1}{r} - \frac{1}{p} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{\lambda};$$

soit $\frac{1}{p} = \frac{m}{r}$, on aura $\frac{1-m}{r} = \frac{1}{p'}$; soit $\frac{1}{r'} = \frac{n}{r}$;

F ij

$\frac{1}{p'} = \frac{s}{r}$, on aura les deux équations $\frac{m-n}{r} = -\frac{2}{3\lambda}$;

& $\frac{1-m+n-s}{r} = \frac{1}{\lambda}$; d'où l'on tire, en faisant évanouir r , $m-n = -2+s$.

(2.) Cette équation donne la relation qui doit être entre m , n & s ; par exemple, si $m = -1$, ce qui rendra la première lentille bi-convexe, on aura $-n = -1 + 2s$, & si l'on fait encore $n = 1$, ce qui rend la seconde lentille bi-concave ifocèle, on aura $s = 0$.

(3.) Dans ce cas la troisième lentille sera convexe plane, & on aura $\frac{1}{r} = \frac{1}{2p}$, & $\frac{1}{r} = +\frac{1}{3\lambda}$; donc $\frac{1}{p} = \frac{2}{3\lambda}$; substituant ces valeurs dans les formules d'aberration (*Mémoires de 1764*, art. 2, §. IX; & art. 4, §. X) elles deviendront

$$\frac{1}{2} \times \left[\frac{0,3596}{9} + \frac{2 \times 0,1029}{9} - \frac{3 \times 0,2479}{9} - \frac{0,0980 \times 4}{9} + \frac{0,0681 \times 6}{9} + \frac{2 \times 0,0223}{9} \right] = +0,0021$$

pour l'aberration en longueur, qui n'est pas la moitié de celle d'une lentille simple bi-convexe ifocèle (*Mémoires de 1764*, page 106); &

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{0,2548}{3} + \frac{0,0424 \times 2}{3} - \frac{0 \times 0,940 \times 3}{3} \right) = +0,0086,$$

pour l'aberration en largeur, qui n'est guère que la moitié de celle d'une lentille simple.

(4.) Supposant toujours $m = -1$, si on faisoit de plus $n = -s$, afin que la troisième lentille fût aussi bi-convexe ifocèle, on auroit $n = -1$, & par conséquent $m = n$, ce qui ne se peut admettre; car en ce cas la deuxième lentille auroit ses deux surfaces parallèles, & par conséquent seroit sans effet.

(5.) Soit en général $\frac{r}{r} = \frac{\omega}{\lambda}$; $\frac{1}{p} = \frac{\sigma}{\lambda}$; $\frac{1}{r'} = \frac{\vartheta}{\lambda}$; $\frac{1}{p'} = \frac{\theta}{\lambda}$; il faudra que $\sigma - \vartheta = -2\omega + 2\theta$, pour que l'objectif soit exempt de l'aberration de réfrangibilité, dans

Hypothèse de $\frac{dP}{dP'} = \frac{2}{3}$. Faisons ensuite $\mathcal{S} = -\sigma$, & $\theta = -\mathcal{S}$, afin que la deuxième & la troisième lentille soient isocèles, l'une concave, l'autre convexe; on aura $\omega = 0$, ce qui rendra la première lentille plane du côté de l'objet; de plus on aura $\frac{1}{p} = -\frac{\sigma}{\lambda}$; & $\frac{\sigma - \mathcal{S}}{\lambda}$ ou $+\frac{2\sigma}{\lambda} = -\frac{2}{3\lambda}$; ce qui donne $\sigma = -\frac{1}{3}$.

(6.) Dans ce cas, $\frac{1}{r}$ étant $= 0$, & $\frac{1}{p'} = \frac{1}{3\lambda}$, on aura pour l'aberration en longueur $\frac{1}{2} \times \left(-\frac{0,0780}{9} + \frac{0,0681 \times 3}{9} + \frac{0,0223 \times 9}{9} \right) = +\frac{1}{2} \times \frac{0,3070}{9} = +\frac{1}{2} \times 0,0341$, qui est plus grande de beaucoup que celle d'une lentille ordinaire; & pour l'aberration en largeur $\frac{1}{2} \times \left(+\frac{0,0424}{3} - \frac{0,0940 \times 3}{3} \right) = -\frac{1}{2} \times \frac{0,2396}{3} = -\frac{1}{2} \times 0,0799$, qui est aussi beaucoup plus grande que l'aberration en largeur d'une lentille ordinaire.

(7.) Ainsi des trois combinaisons précédentes, dans lesquelles deux des lentilles sont supposées isocèles, il n'y a de bonne que la première (art. 3) qui donne $\frac{1}{r} = +\frac{1}{3\lambda}$; $\frac{1}{p} = -\frac{1}{3\lambda}$; $\frac{1}{p'} = +\frac{1}{3\lambda}$; & $\frac{1}{r'} = 0$. La seconde combinaison (art. 4), où la première & la troisième lentille seroient isocèles, ne vaudroit rien, la lentille du milieu devant alors avoir ses surfaces parallèles: & la troisième combinaison qui donneroit $\frac{1}{r} = 0$; $\frac{1}{p} = -\frac{1}{3\lambda}$; $\frac{1}{p'} = +\frac{1}{3\lambda}$; $\frac{1}{r'} = -\frac{1}{3\lambda}$, & qui ne seroit que la première renversée, donneroit une trop grande aberration de sphéricité.

(8.) Soit $\mathfrak{S} = -\sigma$, & $\theta = -\omega$, ce qui donne la lentille intérieure ifocèle, & les deux lentilles extérieures égales & semblables, on aura $\sigma = -2\omega$, & $\frac{2\sigma}{\lambda} = -\frac{2}{3\lambda}$, donc $\sigma = -\frac{1}{3}$, & $\omega = +\frac{1}{6}$; d'où $\frac{1}{r} = \frac{1}{6\lambda}$, & $\frac{1}{p} = \frac{1}{2\lambda}$; & on aura l'aberration en longueur $= +\frac{1}{2} \times \left(\frac{0,3596}{36} + \frac{0,1029}{6 \times 2} - \frac{0,2479}{6} - \frac{0,0980}{4} + \frac{0,0681}{2} + 0,223 \right) = \frac{1}{2} \times (+0,0090)$, plus petite que l'aberration d'une lentille ordinaire; & l'aberration en largeur $\frac{1}{2} \times (-0,0304)$ qui n'est guère plus grande que celle d'une lentille ordinaire. Ainsi cette combinaison est encore bonne.

(9.) Ces différens résultats s'accordent avec ceux que M. Clairaut a trouvés par une autre méthode (*Mém. Acad. 1762*): mais on peut les rendre beaucoup plus généraux & applicables à un bien plus grand nombre de cas. En effet, si on prend les quantités σ , \mathfrak{S} , ω , θ , telles qu'elles satisfassent à l'équation $\sigma - \mathfrak{S} = -2\omega + 2\theta$, & qu'on substitue ensuite les valeurs de $\frac{1}{r}$ & de $\frac{1}{p}$ dans les formules d'aberration
$$\frac{1}{2} \left(\frac{0,3596}{rr} + \frac{0,1029}{rp} - \frac{0,2479}{r\lambda} - \frac{0,0980}{pp} + \frac{0,0681}{p\lambda} + \frac{0,0223}{\lambda\lambda} \right)$$
 &
$$\frac{1}{2} \left(\frac{0,2548}{r} + \frac{0,0424}{p} - \frac{0,0940}{\lambda} \right)$$
, on verra tout d'un coup si l'objectif supposé donne une assez petite aberration de sphéricité pour pouvoir être mis en usage.

(10.) Il faudra seulement prendre garde que les quantités σ , ω , \mathfrak{S} , θ ne soient pas plus grandes que l'unité, afin que les rayons des surfaces ne soient jamais plus petits que $\lambda = 0,15R$, & qu'ainsi les surfaces n'aient pas une trop grande courbure. Il est bon aussi que ces mêmes nombres ne soient pas trop petits;

afin que les surfaces n'aient pas trop peu de courbure; ce qui les rendroit difficiles à tailler.

(11.) Donc puisqu'on a $\sigma + 2\omega = \vartheta + 2\theta$, soit supposé que les limites de σ & de ω , ainsi que celles de ϑ & θ soient ± 1 , & $\pm 0, k$; la plus grande valeur positive ou négative de $\sigma + 2\omega$ sera ± 3 , & la plus petite valeur, positive ou négative $= \pm 0,3k$; de sorte que toutes les valeurs possibles de $\sigma + 2\omega$ s'étendront depuis ± 3 jusqu'à $\pm 0,3k$. Cela posé, on tracera une ligne droite rapportée à des coordonnées rectangles x & y , & qui soit tellement dirigée, que $dy + 2dx = 0$, ce qui est très-facile; on prendra ensuite sur une ligne parallèle aux y , & passant par l'origine des coordonnées, les limites des valeurs que doit avoir $\sigma + 2\omega$, c'est-à-dire, depuis $+3$ jusqu'à $-0,3k$, & depuis -3 jusqu'à $+0,3k$; & par les points qui déterminent ces limites, on fera passer quatre lignes droites parallèles, qui aient pour équation $dy + 2dx = 0$. Cela fait, deux coordonnées x , y , correspondantes à volonté, donneront les valeurs de θ & de ϑ , pourvu que ces coordonnées soient toujours entre les limites ± 1 & $\pm 0, k$; c'est-à-dire qu'en prenant l'abscisse x (positive ou négative) $=$ ou $< +1$, & $=$ ou $> +0, k$, on ait l'ordonnée y correspondante $=$ ou $<$ que la première de ces quantités, & $=$ ou $>$ que la seconde.

(12.) Soit en général $\frac{dP}{dP'} = \frac{p'}{q}$, on aura $\frac{\omega - \sigma + \vartheta - \theta}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$, & $-\frac{p}{q\lambda} = \frac{\sigma - \vartheta}{\lambda}$; donc $\frac{p\omega}{q-p} + \sigma = \frac{p\vartheta}{q-p} + \vartheta$; d'où il est aisé de tirer une construction géométrique, analogue à celle de l'article précédent, (en mettant simplement $dy - \frac{p dx}{q-p} = 0$, au lieu de $dy - 2dx = 0$); mais il faut remarquer de plus que les suppositions qu'on fera sur les valeurs de σ & de ω , doivent être telles qu'il n'en résulte ni $\sigma = \omega$, ni $\vartheta = \sigma$, ni $\vartheta = \theta$; autrement une des lentilles auroit ses deux faces parallèles, & seroit par conséquent d'un usage inutile dans l'objectif.

(13.) Si l'aberration d'un objectif composé de trois lentilles; est A en longueur & B en largeur, & que dans cet objectif on mette $\frac{1}{r} + \frac{\alpha}{\lambda}$ au lieu de $\frac{1}{r}$, & $\frac{1}{p} + \frac{c}{\lambda}$ au lieu de $\frac{1}{p}$, l'aberration totale sera (*Mémoires de 1764, §. XV, art. 1*)
 $A + \left(\frac{0,7192}{2r\lambda} - \frac{0,2479}{2\lambda^2} + \frac{0,1029}{2p\lambda} + \frac{0,3596\alpha}{2\lambda^2} \right) \times \alpha$
 $+ \left(\frac{0,1029}{2r\lambda} + \frac{0,0681}{2\lambda^2} - \frac{0,1960}{2p\lambda} - \frac{0,0980c}{2\lambda^2} \right) c + \frac{0,1029\alpha c}{2\lambda\lambda}$
 en longueur, & $B + \frac{0,2548\alpha}{2\lambda} + \frac{0,0424c}{2\lambda}$ en largeur.

(14.) Or si dans l'objectif de l'art. 3, on laisse la lentille du milieu bi-concave isocèle, & qu'on mette au lieu de $\frac{1}{r}$,
 $\frac{1}{r} + \frac{\alpha}{\lambda} = \frac{1}{3\lambda} + \frac{\alpha}{\lambda}$, & au lieu de $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{p} + \frac{c}{\lambda} = \frac{2}{3\lambda} + \frac{c}{\lambda}$, on aura $\frac{1}{p} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p} + \frac{\alpha - c}{\lambda}$, laquelle quantité étant supposée invariable, donnera $\alpha = c$.

(15.) Mettant donc dans l'art. 13 pour $\frac{1}{r}$ la valeur $+\frac{1}{3\lambda}$ & pour $\frac{1}{p}$ la valeur $+\frac{2}{3\lambda}$, l'augmentation de l'aberration sera, en longueur, $+\frac{0,0604\alpha}{2\lambda\lambda} - \frac{0,0283c}{2\lambda\lambda} + \frac{0,3596\alpha^2}{2\lambda\lambda} - \frac{0,0980c^2}{2\lambda\lambda} + \frac{0,1029\alpha c}{2\lambda\lambda}$; & en largeur $+\frac{0,2548\alpha}{2\lambda} + \frac{0,0424c}{2\lambda}$.

(16.) Et faisant $\alpha = c$, & $\lambda = 1$, l'augmentation en longueur sera $+0,016\alpha + 0,1922\alpha^2$, & en largeur $+0,1486\alpha$.

(17.) Donc en ce cas l'aberration étant déjà $+0,0021$, en longueur (art. 3), avant qu'on changeât rien à l'objectif, elle deviendra après le changement $+0,0021 + 0,016\alpha + 0,1922\alpha^2$ en longueur, & l'aberration en largeur sera $+0,0086 + 0,1486\alpha$.

(18.)

(18.) Soit donc $\alpha = -\frac{1}{10}$, l'aberration en longueur qui étoit $+\text{o},0021$, deviendra $-\text{o},0005 + \text{o},0019 = +\text{o},0014$, qui sera par conséquent diminuée d'un tiers; & l'aberration en largeur sera $-\text{o},0062$ qui sera diminuée d'environ un quart.

(19.) Dans ce cas on aura $\frac{1}{r} = \frac{1}{3\lambda} - \frac{1}{10\lambda}$, ou $\frac{1}{r} = \frac{7}{30\lambda}$; donc $r = \frac{45R}{70}$; & comme la lentille du milieu est supposée invariable (*article 14*), & qu'il faut que $\sigma + 2\omega = \vartheta + 2\theta$ (*art. 5*); on aura donc (à cause de $\omega = \frac{7}{30}$, $\sigma = -\frac{1}{3} = -\vartheta$), $\theta = \omega - \frac{1}{3} = -\frac{1}{10}$; donc $\frac{1}{\rho'} = -\frac{1}{10\lambda}$; & à cause de $\lambda = \text{o},15R$, $\rho' = -1,5R$.

(20.) En général, si on prend la quantité α telle que les formules d'aberrations de l'*art. 17*, ne soient pas plus grandes que celle d'une lentille simple bi-convexe isocèle, on aura (en laissant subsister la lentille du milieu bi-concave isocèle & d'un rayon $= \text{o},45R$) le rayon $r = \text{o},15R \times \frac{3}{1+3\alpha}$, & le rayon $\rho' = +\frac{\text{o},15R}{\alpha}$; formules qu'on pourra toujours employer avec d'autant plus de succès que α sera plus petit: cependant il sera bon (*art. 10*) de prendre α tel que r & ρ' ne soient pas trop grands.

S. I I.

D'un objectif à trois lentilles, qui ne sont pas contiguës; les deux lentilles extérieures étant de la même matière.

(1.) Nous avons donné (*Mémoires de 1765, S. XIV, art. 7 & suiv.*) les formules pour trouver cette aberration; mais pour calculer ces formules d'une manière plus simple, voici la *Mém. 1767.*

. G

méthode dont on peut faire usage; elle est analogue, comme nous l'avons déjà annoncé (*Mém. de 1765, S. XIV, art. 9*) à celle des *Mémoires de 1764, pages 97 & 98*, pour trouver les coefficients lorsque l'objectif est formé de trois lentilles immédiatement contiguës.

$$(2.) \text{ Soit } \frac{A''}{2rrp} + \frac{B''}{2rp^2} + \frac{C''}{2r'^2\lambda} + \frac{D''}{2r'\lambda^2} + \frac{E''}{2\lambda^3} \\ + \frac{F''}{2\lambda p^2} + \frac{G''}{2r'\lambda p} + \frac{H''}{2\lambda^2 p} + \frac{K''}{2r''r''} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p} \right) + \\ \frac{L''}{2r''\lambda^2} + \frac{M''}{2r''\lambda p} + \frac{N''}{2r''p^2} + \frac{P''}{2p^3} = 0, \text{ l'équation de l'aberration en longueur, \& } \frac{Q''}{2p^2} + \frac{R''}{2pr} + \frac{S''}{2\lambda^2} + \frac{T''}{2r'\lambda}$$

+ $\frac{U''}{2p\lambda} + \frac{V''}{2r'\lambda} + \frac{Y''}{2r''p} = 0$, celle de l'aberration en largeur, dans un objectif dont les lentilles ne sont pas immédiatement appliquées l'une contre l'autre, r étant le rayon de la première surface de la première lentille, r' celui de la première surface de la seconde lentille, r'' celui de la première surface de la troisième lentille; soient ensuite supposées les lentilles immédiatement contiguës; ce qui donne $\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p}$,

$$\frac{1}{r''} = \frac{1}{r'} + \frac{k}{\lambda} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p} + \frac{k}{\lambda}; \text{ l'équation de l'aberration en largeur fera } \frac{Q''}{2p^2} + \frac{R''}{2pr} + \frac{S''}{2\lambda^2} + \frac{T''}{2\lambda r} - \\ \frac{T''}{2\lambda p} + \frac{V''}{2\lambda p} + \frac{X''}{2r\lambda} - \frac{X''}{2\lambda p} + \frac{kX''}{2\lambda\lambda} + \frac{Y''}{2rp} - \frac{Y''}{2pp} \\ + \frac{kY''}{2p\lambda} = 0 : \text{ or cette formule doit être identique à l'équation}$$

$\frac{G'}{2r\lambda} + \frac{L'}{2p\lambda} + \frac{M'}{2\lambda\lambda} = 0$, trouvée (*Mém. de 1764, p. 97*) pour l'objectif formé de trois lentilles contiguës; d'où l'on tire $Q'' = Y''$, $R'' = -Y''$, ce qui a lieu en effet, comme il est aisé de le voir par nos précédentes formules (*Mém. 1765,*

(*S. XIV, art. 8*); $S'' + kX'' = M'$; $T'' + X'' = G'$; — $T'' + V'' - X'' + kY'' = L'$. On remarquera de plus que $Y'' = -X'' = Q$, puisqu'on a (*Mém. 1765, S. XIV, art. 8*) $X'' = P - m$, $Y'' = -P + m$, & $Q = -P + m$; de sorte qu'ayant calculé la quantité très-simple Q'' , on aura $S'' = M' + kQ''$, $T'' = G' + Q''$, $V'' = L' + T'' - Q'' - kQ'' = L' + G' - kQ''$; formules très-aisées à calculer, puisque $Q'' = m - P = -0,9048$ dans le cas où $P = 1,55$, & que M' , G' , L' , sont déjà connues (*Mém. 1764, page 100*).

(3.) On peut employer une méthode semblable pour trouver les coefficients A'' , B'' , &c. de la formule de l'aberration en longueur; car en faisant les substitutions indiquées ci-dessus, on aura

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2rrp} (A'' - K'') + \frac{1}{2rp^2} (B'' + 2K'' + N'') + \\ & \frac{1}{2rr\lambda} (C'' + K'') + \frac{1}{2rp\lambda} (-2C'' + G'' - 2K'' - 2K''k \\ & + M'') + \frac{1}{2pp\lambda} (C'' - G'' + F'' + K'' + 2K''k \\ & - M'' - N''k) + \frac{1}{2r\lambda^2} (D'' + 2K'' + L'') + \frac{1}{2p\lambda^2} \times \\ & (-D'' + H'' - 2K''k - k^2K'' - L'' + kM'') + \\ & \frac{1}{2\lambda^2} (E'' + k^2K'' + kL'') + \frac{1}{2p^2} (-K'' - N'' + P'') = 0. \end{aligned}$$

Or cette équation doit être identique à l'équation $\frac{A'}{2rr\lambda} +$

$$\frac{B'}{2rp\lambda} + \frac{C'}{2r\lambda^2} + \frac{D'}{2pp\lambda} + \frac{E'}{2p\lambda^2} + \frac{F'}{2\lambda^2} = 0,$$

(*Mémoires de 1764, pages 97 & 100*). On aura donc

$$A'' - K'' = 0.$$

$$B'' + 2K'' + N'' = 0.$$

$$C'' + K'' = A'.$$

$$-2C'' + G'' - 2K'' - 2K''k + M'' = B'.$$

$$D'' + 2K'' + L'' = C'.$$

$$C'' - G'' + F'' + K'' + 2K''k - M'' + N''k = D'.$$

$$- D'' + H'' - 2K''k - k^2 K'' - L'' + kM'' = E'.$$

$$E'' + k^2 K'' + kL'' = F'.$$

$$- K'' - N'' + P'' = 0.$$

(4.) Maintenant, on a (*Mém. de 1765, §. XIV, art. 7*)

$$A'' = P + 1 - 2m.$$

$$B'' = 1 + P - 2P^2.$$

Donc les deux premières équations donneront aisément K'' & N'' , d'autant que A'' & B'' sont égaux aux quantités A & B déjà calculées (*Mém. de 1764, pages 94 & 99*).

La quantité C'' se trouvera par l'équation $C'' + K'' = A'$, & d'ailleurs est égale (*Mém. de 1765, §. XIV, art. 7*) à la quantité $E = -k \cdot (P' + 1 - 2m')$ déjà calculée dans les *Mémoires de 1764, page 99*.

On aura ensuite $2C'' + 2K'' - G'' + 2K''k - M'' = B'$, ou $2A' - G'' + 2K''k - M'' = B'$; or $G'' = 4k(P' - m')$ ($P - 1$) (*Mém. 1765, §. XIV*) & cette quantité a déjà d'ailleurs été calculée pour avoir la valeur de D (*Mém. 1764, page 94*). Donc on aura M'' .

L'équation suivante $D'' + 2K'' + L'' = C'$ donnera L'' , D'' étant $= (1 + P' - 2P'^2)k^2$, & ayant déjà été calculée (*Mém. 1764, p. 94*) dans la valeur de D .

L'équation suivante $C'' - G'' + K'' + F'' + 2K''k - M'' + N''k = D'$, ou $A' - G'' + F'' + 2K''k - M'' + N''k = D'$, donnera F'' ; toutes les autres quantités étant connues par les calculs précédens.

L'équation $D'' - H'' + 2K''k + k^2K'' + L'' - kM'' = E'$, donnera H'' , tout le reste étant connu par les calculs précédens.

L'équation $E'' + k^2K'' + kL'' = F'$, donnera E'' .

Enfin l'équation $K'' + N'' - P'' = 0$, donnera P'' .

(5.) C'est ainsi qu'en calculant d'abord les formules pour les objectifs à deux lentilles non contiguës, ensuite pour les objectifs à trois lentilles contiguës, on trouvera aisément les formules pour les objectifs à trois lentilles non contiguës. Nous donnerons dans la suite de ce Mémoire des Tables & des formules, par le moyen desquelles ces calculs pourront encore être abrégés dans bien des cas. Passons maintenant à quelques autres considérations sur les objectifs à trois lentilles non contiguës.

(6.) Si on a $r'' = -p$, $p'' = -r$, c'est-à-dire si la première & la troisième lentille sont égales & semblables, & semblablement disposées par rapport à celle du milieu, donc $\frac{1}{r} = \frac{1}{p} + \frac{1}{r''} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{p''}$, ou $\frac{1}{\lambda} = \frac{2}{r} - \frac{2}{p}$; soit de plus $r' = -p'$, c'est-à-dire soit supposée la lentille du milieu isocèle; donc $\frac{2}{r'} = -\frac{k}{\lambda}$; & puisque $\frac{1}{r} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p'}$, donc $\frac{2}{p} = \frac{1}{\lambda}$, & $\frac{1}{p} = -\frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{r}$; donc $\frac{1}{r'} = +\frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{r}$; ainsi en mettant pour $\frac{1}{r'}$, $\frac{1}{p'}$ & $\frac{1}{p}$, leurs valeurs en $\frac{1}{\lambda}$ & $\frac{1}{r}$, dans l'expression de l'aberration latitudinale, on aura une quantité dans laquelle il ne se trouvera plus que $\frac{1}{\lambda}$, & qui par conséquent sera toujours la même quelle que soit r .

(7.) En général, soit $\frac{1}{p'} = \frac{\zeta}{\lambda}$, $\frac{1}{r'} = \frac{\xi}{\lambda}$; il est aisé

de voir par la formule de l'article 8, §. XIV des *Mém. de 1765*, que dans l'expression de l'aberration latitudinale, il ne restera plus que $\frac{1}{\lambda}$, si r'' est telle que $\frac{1}{pr} + \frac{1}{r''} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p} \right)$ soit égale à $\frac{\Omega}{\lambda\lambda}$, puisque dans cette expression le coefficient de $\frac{1}{pr}$ & celui de $\frac{1}{r''} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p} \right)$ est le même. On aura donc en ce cas $\frac{1}{r''} = \frac{\Omega}{\lambda} - \frac{\zeta}{r(1-\zeta)}$, Ω & ζ étant des coefficients donnés & constants, & ζ étant d'ailleurs tout ce qu'on voudra, c'est-à-dire le rapport de $\frac{1}{r'}$ à $\frac{1}{p'}$ dans l'équation $\frac{1}{r'} - \frac{1}{p'} = -\frac{k}{\lambda}$ étant donné à volonté, & indépendamment des deux autres équations $\frac{1}{p} = \frac{\zeta}{\lambda}$, & $\frac{1}{pr} + \frac{1}{r''} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p} \right) = \frac{\Omega}{\lambda\lambda}$. Ainsi la remarque qui a été faite dans les *Mémoires de 1762*, page 630, sur la nature de l'aberration, lorsque $r'' = -p$, $p'' = -r$ & $r' = -p'$, n'est qu'un cas particulier du théorème général précédent. Dans tous ces cas il sera impossible de détruire l'aberration latitudinale; parce qu'il ne se trouvera dans l'expression de cette aberration aucune inconnue; mais on détruira l'aberration longitudinale par l'inconnue $\frac{1}{r}$, qui reste seule dans la valeur de cette aberration.

(8.) Il est aisé de voir que dans tous les cas dont nous venons de parler, & autres semblables, il n'y a réellement que trois inconnues; car la condition de $\frac{1}{p} = \frac{\zeta}{\lambda}$, donne $\frac{1}{p} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p} = \frac{1}{r} - \frac{\zeta}{\lambda}$, & par conséquent p sera connue dès qu'on connoîtra r & λ ; l'équation $\frac{1}{pr} + \frac{1}{r''} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p} \right) = \frac{\Omega}{\lambda\lambda}$, donne r'' en λ , dès que r sera

connue; l'équation $\frac{1}{r} - \frac{1}{p} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{\lambda}$,
 donne p'' , d'après les équations précédentes; enfin l'équation sup-
 posée entre $\frac{1}{p'}$ & $\frac{1}{r'}$, combinée avec l'équation $\frac{1}{r} - \frac{1}{p'} = -\frac{k}{\lambda}$,
 donne r' & p' en λ . Ainsi n'ayant que trois in-
 connues & quatre conditions à remplir, il n'est pas surprenant
 qu'une des deux aberrations ne puisse être détruite. Mais la sup-
 position particulière de $\frac{1}{pr} + \frac{1}{r'} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p} \right) = \frac{\Omega}{\lambda\lambda}$,
 fait que dans le cas dont il s'agit, c'est l'aberration latitudinale
 qu'on ne sauroit détruire. On peut remarquer de plus, à cause de
 $\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p} = \frac{1}{r'} - \frac{1}{p'}$, qu'en faisant $\frac{1}{r'} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{p'}$,
 on aura $\frac{1}{pr} + \frac{1}{r'p'} = \frac{\Omega}{\lambda\lambda}$, équation d'une forme assez
 simple. Venons maintenant à une hypothèse plus générale.

(9.) Comme il reste encore deux indéterminées à volonté,
 lorsque l'objectif est à trois lentilles non contiguës, on pourra,
 suivant l'art. 11, §. XIV des *Mémoires de 1765*, faire $= 0$
 la différentielle des termes où k se trouve, en ne faisant varier
 que cette quantité k ; ce qui donnera pour l'aberration latitudinale
 l'équation $\frac{\gamma''}{2\lambda^2} + \frac{\eta''}{2r'\lambda} + \frac{\mu''}{2p'\lambda} = 0$; & pour l'aberration
 longitudinale, l'équation $\frac{\alpha''}{2r'^2\lambda} + \frac{\zeta''}{2r'\lambda^2} + \frac{\delta''}{2\lambda^3} + \frac{\epsilon''}{2p'^2\lambda} +$
 $\frac{\phi''}{2r'\lambda p} + \frac{\theta''}{2\lambda^2 p} + \frac{\pi''}{2r''\lambda^2} + \frac{\omega''}{2r'\lambda p} = 0$; la première équation
 donnera $\frac{1}{r'}$ en $\frac{1}{p}$ & en $\frac{1}{\lambda}$; la seconde donnera $\frac{1}{r''}$ en
 $\frac{1}{r'}$, $\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{\lambda}$, c'est-à-dire en $\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{\lambda}$; d'où en substituant
 on aura deux équations finales en $\frac{1}{r}$ & $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{\lambda}$ étant
 supposée donnée.

(10.) Nous avons déjà remarqué (*Mém.* 1765, S. XIV) que les objectifs à trois lentilles, devoient être préférés, par plusieurs raisons, aux objectifs qui n'en auroient que deux. Une nouvelle raison qui doit y engager, c'est que, toutes choses d'ailleurs égales, la courbure des surfaces y est moindre: en effet, supposons, par exemple, un objectif composé de deux lentilles seulement, dont les surfaces soient de courbure égale; la première lentille sera bi-convexe, & à cause de $\lambda = 0,15R$, & de $\frac{2}{r} = \frac{1}{\lambda}$, on aura $r = 0,3R$ pour les rayons des deux surfaces; de même à cause de $\frac{1}{\lambda'} = -\frac{2}{3\lambda}$ & de $\frac{2}{r'} = \frac{1}{\lambda'}$, on aura $r' = +2\lambda' = -3\lambda = -0,45R$; c'est-à-dire que la seconde lentille sera bi-concave, & chaque rayon $= \frac{9R}{20}$; mais si on se sert de trois lentilles dont les deux extrêmes soient pareilles & bi-convexes isocèles, on aura, comme il est aisé de le voir, $r = 0,6R$, celle du milieu étant toujours bi-concave isocèle & de rayon $= 0,45R$; & si on mettoit deux lentilles bi-concaves & isocèles au milieu, ce qui feroit quatre lentilles en tout, on auroit le rayon des lentilles intérieures $= 0,9R$; d'où l'on voit qu'en substituant à une lentille isocèle, deux lentilles isocèles de même foyer, le rayon de ces dernières devient double, & par conséquent la courbure diminue de moitié; ce qui doit diminuer, toutes choses d'ailleurs égales, l'aberration de sphéricité. On peut ajouter que l'épaisseur des deux lentilles, prises ensemble, ne sera pas plus grande, à égale ouverture, que celle de la lentille simple; car l'épaisseur d'une lentille est, à même ouverture, en raison de $\frac{1}{2r} - \frac{1}{2\rho}$; & celle des deux lentilles en raison de $\frac{1}{2r} - \frac{1}{2\rho} + \frac{1}{2r'} - \frac{1}{2\rho'} = \frac{1}{2\lambda}$; d'où il est aisé de voir que l'épaisseur sera la même, pour une double lentille que pour celle d'une lentille simple de même foyer & de même matière; je fais cette remarque, parce qu'il me paroît que des Écrivains modernes d'Optique, ont supposé faussement que le foyer & l'ouverture

L'ouverture d'une lentille étant donnés, son épaisseur pourroit être variable, en vertu du seul rapport des rayons des surfaces; ce qui n'est pas vrai.

(11.) Mais il faut remarquer en même temps que l'épaisseur de l'objectif composé achromatique, sera plus grande, à même ouverture, que celle d'un objectif simple, bi-convexe & isocèle, de même foyer; car dans le premier, par exemple, de nos deux objectifs des *Mém. de 1764*, l'épaisseur, en supposant même nulle ou comme nulle celle du verre bi-convexe du milieu, est proportionnelle à $\frac{1}{2\lambda} = \frac{1}{0,30R}$; & celle d'un verre biconvexe isocèle seroit proportionnelle à $\frac{1}{R}$ à peu près. Donc la première est à la seconde, comme 10 est à 3, c'est-à-dire plus de trois fois plus grande.

S. III.

Calcul de différens objectifs à deux lentilles.

(1.) On a dû voir par les Mémoires précédens, & par celui-ci, combien on peut abrégér le calcul des objectifs à trois lentilles, contiguës & non contiguës, lorsqu'on a calculé les objectifs à deux lentilles. Cette considération, & d'autres raisons qu'on verra dans le *paragraphe suivant*, m'ont engagé à calculer une quinzaine d'objectifs à deux lentilles, dans différentes hypothèses: voici le résultat de mon travail.

(2.) Je suppose, comme dans les Mémoires précédens, que dans un objectif à deux lentilles, non contiguës, la première de la matière *a*, la seconde de la matière *b*, les rayons des surfaces soient *r*, *p* pour la première lentille, & *r'*, *p'* pour la seconde; que de plus on ait $\frac{1}{r} = \frac{1}{p} = \frac{1}{a}$; & les équations suivantes

Mém. 1767.

. H

1.° pour l'aberration en longueur, $\frac{1}{2} \left(\frac{A}{rr\lambda} + \frac{B}{r\lambda\lambda} + \frac{C}{\lambda^3} + \frac{D}{\lambda\lambda\lambda'} + \frac{E}{\lambda'^2\lambda} \right) = 0$; 2.° pour l'aberration en largeur, $\frac{1}{2} \times \left(\frac{F}{r\lambda} + \frac{K}{\lambda\lambda} + \frac{H}{\lambda'\lambda} \right) = 0$.

(3.) Je suppose de plus que dans un objectif à trois lentilles immédiatement contiguës, la première de la matière *a*, la seconde de la matière *b*, la troisième de la matière *a*, les rayons des surfaces étant par ordre, *r*, *p*, *r'*, *p'*, on ait $\frac{1}{r} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p'}$; $\frac{1}{r} - \frac{1}{p} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{\lambda}$; & les équations suivantes, 1.° pour l'aberration en longueur $\frac{1}{2} \left(\frac{A'}{rr\lambda} + \frac{B'}{pr\lambda} + \frac{C'}{r\lambda\lambda} + \frac{D'}{pp\lambda} + \frac{E'}{p\lambda\lambda} + \frac{F'}{\lambda^3} \right) = 0$; 2.° pour l'aberration en largeur $\frac{1}{2} \left(\frac{G'}{r\lambda} + \frac{L'}{p\lambda} + \frac{M'}{\lambda\lambda} \right) = 0$; voici maintenant les valeurs de *A*, *B*, &c. dans différentes suppositions.

I.^{re} SUPPOSITION.

(4.) $P = 1,54$, $P' = 1,598$, k ou $\frac{dP}{dP'} = \frac{2}{3}$.

$A = 1,2412$, $B = -2,2032$, $C = +1,1656$,
 $D = +0,2847$, $E = -0,8976$, $F = +0,8906$,
 $K = -0,6910$, $H = -0,6481$, d'où l'on tire
 $-\frac{0,1908}{rr} + \frac{0,3438}{r\lambda} - \frac{0,0676}{\lambda\lambda} = 0$; ce qui donne
 $\frac{1}{r} = +\frac{0,2246}{\lambda}$; $\frac{1}{p} = -\frac{0,7754}{\lambda}$; $\frac{1}{r'} = -\frac{0,7576}{\lambda}$;
 $\frac{1}{p'} = -\frac{0,091}{\lambda}$.

II.^{me} SUPPOSITION.

$P = 1,54$, $P' = 1,598$, $k = \frac{2}{3} \left(\frac{21}{20} \right)$; ce qui donne

$K' = + \frac{1}{30}$; en prenant k' pour l'excès de k sur $\frac{2}{3}$.

$$A = 1,2412, B = -2,2032, C = +1,1548, \\ D = +0,2404, E = -0,9425, F = +0,8906, \\ K = -0,7062, H = -0,6805.$$

III.^e SUPPOSITION.

$P = 1,54, P' = 1,598, k = \frac{2}{3} \left(\frac{19}{20} \right)$, ce qui donne $k' = - \frac{1}{30}$.

$$A = 1,2412, B = -2,2032, C = +1,1737, \\ D = +0,3234; E = -0,8527; F = +0,8906; \\ K = -0,6779; H = -0,6157.$$

IV.^e SUPPOSITION.

$P = 1,54; P' = 1,598; k = \frac{2}{3} \times 1,08$; ce qui donne $k' = + \frac{16}{300} = \frac{4}{75}$.

$$A = +1,2412; B = -2,2032; C = +1,1470; \\ D = +0,2111; E = -0,9694; F = +0,8906; \\ K = -0,7165; H = -0,6999.$$

V.^e SUPPOSITION.

$P = 1,55; P' = 1,598; k = \frac{2}{3}$; ce qui donne $a = + \frac{1}{100}$, en prenant a pour l'excès de P sur 1,54.

$$A = +1,2596; B = -2,2550; C = +1,2029; \\ D = +0,3107; E = -0,8976; F = +0,9048; \\ K = -0,7015; H = -0,6481; \text{d'où l'on tire} \\ - \frac{0,2059}{11} + \frac{0,3745}{11} - \frac{0,0778}{11} = 0; \text{ ce qui donne}$$

$\frac{1}{r} = + \frac{0,2392}{\lambda}$; d'où l'on aura facilement les autres rayons;

VI.^e SUPPOSITION.

$P = 1,53$; $P' = 1,598$; $k = \frac{2}{3}$; ce qui donne

$$\alpha = - \frac{1}{100}.$$

$A = 1,2228$; $B = - 2,1518$; $C = + 1,1277$;
 $D = + 0,2588$; $E = - 0,8976$; $F = + 0,8764$;
 $K = - 0,6808$; $H = - 0,6481$; d'où l'on tire
 $-\frac{0,1758}{2r} + \frac{0,3144}{r\lambda} - \frac{0,0566}{\lambda\lambda} = 0$; ce qui donne
 $\frac{1}{r} = + \frac{0,2031}{\lambda}$; d'où l'on aura aisément les autres rayons.

VII.^e SUPPOSITION.

$P = 1,54$; $P' = 1,583$; $k = \frac{2}{3}$; ce qui donne;
 en prenant α' pour l'excès de P' sur $1,598$, $\alpha' = - \frac{15}{100}$.

$A = 1,2412$; $B = - 2,2032$; $C = + 1,1691$;
 $D = + 0,2904$; $E = - 0,8797$; $F = + 0,8906$;
 $K = - 0,6893$; $H = - 0,6342$; d'où l'on tire
 $-\frac{0,1986}{rr} + \frac{0,3580}{r\lambda} - \frac{0,0747}{\lambda\lambda} = 0$.

VIII.^e SUPPOSITION.

$P = 1,53$; $P' = 1,583$; $k = \frac{2}{3}$; ce qui donne
 $\alpha = - \frac{1}{100}$, $\alpha' = - \frac{15}{100}$.

$A = 1,2228$; $B = - 2,1518$; $C = + 1,1314$;
 $D = + 0,2650$; $E = - 0,8797$; $F = + 0,8764$;

$$K = -0,6789; H = -0,6342; \text{d'où l'on tire}$$

$$-\frac{0,1839}{rr} + \frac{0,3287}{r\lambda} - \frac{0,0645}{\lambda\lambda} = 0^*.$$

IX.^e SUPPOSITION.

$$P = 1,55; P' = 1,6000; k = \frac{2}{3}; \text{ce qui donne}$$

$$a = +\frac{1}{100}, a' = +\frac{2}{1000}.$$

$$A = 1,2596; B = -2,2550; C = +1,2026;$$

$$D = +0,3100; E = -0,9000; F = +0,9048;$$

$$K = -0,7016; H = -0,6500; \& -\frac{0,2046}{rr} +$$

$$\frac{0,3722}{r\lambda} - \frac{0,0764}{\lambda\lambda} = 0; \text{ce qui donne } \frac{1}{r} = +\frac{0,2358}{\lambda}$$

$$\frac{1}{p} = -\frac{0,7642}{\lambda}; \frac{1}{r'} = -\frac{0,7511}{\lambda}, \frac{1}{p'} = -\frac{0,0845}{\lambda}.$$

X.^e SUPPOSITION.

$$P = 1,53; P' = 1,598; k = \frac{2}{3} \left(\frac{21}{20} \right); \text{ce qui}$$

$$\text{donne } a = -\frac{1}{100}, k' = +\frac{1}{30}.$$

$$A = 1,2228; B = -2,1518; C = +1,1162;$$

$$D = +0,2132; E = -0,9425; F = +0,8764;$$

$$K = -0,6966; H = -0,6805; \& -\frac{0,1576}{rr} +$$

$$\frac{0,2815}{r\lambda} - \frac{0,0415}{\lambda\lambda} = 0.$$

XI.^e SUPPOSITION.

$$P = 1,53; P' = 1,598; k = \frac{2}{3} \left(\frac{19}{20} \right); \text{ce qui donne}$$

$$a = -\frac{1}{100}, k' = -\frac{1}{30}.$$

* Dans cette hypothèse, si les deux lentilles sont contiguës, on doit avoir
à très-peu près $+\frac{0,3432}{rr} - \frac{0,1270}{r\lambda} - \frac{0,0132}{\lambda\lambda} = 0.$

$$A = 1,2228; B = -2,1518; C = +1,1365;$$

$$D = +0,2988; E = -0,8527; F = +0,8764;$$

$$K = -0,6671; H = -0,6157; \& -\frac{0,1916}{11} +$$

$$\frac{0,3428}{11} - \frac{0,0715}{11} = 0.$$

XII.^e SUPPOSITION.

$$P = 1,54; P' = 1,583; k = \frac{2}{3} \left(\frac{21}{20} \right); \text{ ce qui donne }$$

$$z' = -\frac{15}{1000}, k' = +\frac{1}{30}.$$

$$A = 1,2412; B = -2,2032; C = +1,1591;$$

$$D = +0,2483; E = -0,9237; F = +0,8906;$$

$$K = -7037; H = -6659; \& -\frac{0,1824}{12} +$$

$$\frac{0,3281}{11} - \frac{0,0598}{11} = 0.$$

XIII.^e SUPPOSITION.

$$P = 1,54; P' = 1,583; k = \frac{2}{3} \left(\frac{19}{20} \right); \text{ ce qui donne }$$

$$a' = -\frac{15}{1000}, k' = -\frac{1}{30}.$$

$$A = 1,2412; B = -2,2032; C = +1,1766;$$

$$D = +0,3272; E = -0,8357; F = +0,8906;$$

$$K = -0,6769; H = -0,6025; \& -\frac{0,2124}{11} +$$

$$\frac{0,3833}{11} - \frac{0,0892}{11} = 0.$$

Nous verrons dans la suite l'usage commode qu'on peut faire de ces calculs, pour trouver dans beaucoup d'autres hypothèses les résultats au moins très-approchés, qui y conviennent.

(5.) Voici encore quelques autres hypothèses dont j'ai calculé les résultats,

Si $P = 1,598$; $P' = 1,54$; & $k = \frac{3}{2}$, on aura pour un objectif à deux lentilles,

$$\begin{aligned} A &= + 1,3466; B = - 2,5092; C = + 0,0432; \\ D &= - 1,7794; E = - 1,8621; F = + 0,9723; \\ K &= - 1,5435; H = - 1,3360; \text{ \& si les deux lentilles} \\ \text{se touchent, } & - \frac{0,5155}{rr} - \frac{0,5644}{r\lambda} - \frac{0,0395}{\lambda\lambda} = 0. \end{aligned}$$

(6.) Si $P = 1,598$; $P' = 1,53$; & $k = \frac{3}{2}$, on aura pour un objectif à deux lentilles,

$$\begin{aligned} A &= + 1,3466; B = - 2,5092; C = + 0,1062; \\ D &= - 1,6970; E = - 1,8342; F = + 0,9723; \\ K &= - 1,5186; H = - 1,3146. \end{aligned}$$

D'où l'on voit que la seule supposition que P' diminue de $\frac{1}{100}$, fait augmenter le coefficient C de plus du double; ce qui paroît digne d'être remarqué.

(7.) Si $P = 1,583$; $P' = 1,54$; $k = \frac{3}{2}$, on aura

$$\begin{aligned} A &= 1,3196; B = - 2,4287; C = - 0,0637; \\ D &= - 1,8595; E = - 1,8621; F = + 0,9513; \\ G &= - 1,5428; H = - 1,3360. \end{aligned}$$

On peut encore remarquer ici que la seule supposition que P diminue de $\frac{15}{1000}$, P' & k restant les mêmes, donne au coefficient C un signe contraire & une valeur très-différente.

(8.) Si $P = 1,583$; $P' = 1,53$; $k = \frac{3}{2}$, nous avons trouvé dans le 3.^e volume de nos *Opuscles*, art. 741,

$$\begin{aligned} A &= + 1,3196; B = - 2,4287; C = + 0,0008, \\ \text{c'est-à-dire à peu près zéro;} D &= - 1,7759; E = - 1,8342; \\ F &= + 0,9513; K = - 1,5174; H = - 1,3146. \end{aligned}$$

(9.) Si $P = 1,54$; $P' = 1,598$; $k = \frac{2}{3}$, on aura pour un objectif à trois lentilles contiguës,

$$A' = +0,3426; B' = +0,1200; C' = -0,2433; \\ D' = -0,1132; E' = +0,0793; F' = +0,0172; \\ G' = +0,2425; L' = +0,0494; M' = -0,0922.$$

D'où l'on tire $-\frac{7256}{pp} + \frac{7138}{p\lambda} - \frac{1508}{\lambda\lambda} = 0$; & par conséquent $\frac{1}{p} = +\frac{0,6766}{\lambda}$, ou $\frac{1}{p} = +\frac{0,3072}{\lambda}$; donc $\frac{1}{r} = +\frac{0,2424}{\lambda}$, ou $\frac{1}{r} = +\frac{0,3177}{\lambda}$.

Donc dans le premier cas

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} = +\frac{0,2424}{\lambda}; \\ \frac{1}{p} = -\frac{0,4342}{\lambda}; \\ \frac{1}{r'} = +\frac{0,2324}{\lambda}; \\ \frac{1}{p'} = -\frac{0,0910}{\lambda}; \end{array} \right.$$

ou bien

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} = +\frac{0,3177}{\lambda}; \\ \frac{1}{p} = +\frac{0,0105}{\lambda}; \\ \frac{1}{r'} = +\frac{0,6771}{\lambda}; \\ \frac{1}{p'} = -\frac{0,0157}{\lambda}; \end{array} \right.$$

& à cause de $\frac{P-1}{\lambda} = \frac{(P'-1)k}{\lambda} = \frac{1}{R}$, qui

donne $\lambda = 0,1413R$, on trouvera dans le premier cas,

$$\left. \begin{array}{l} r = +0,5829R; \\ p = -0,3254R; \\ r' = +0,6080R; \\ p' = -1,5528R; \end{array} \right\} \text{Et dans le second cas, } \left\{ \begin{array}{l} r = +0,3533R; \\ p = +13,457R; \\ r' = +0,2087R; \\ p' = -9R. \end{array} \right.$$

(10.) Si $P = 1,6$; $P' = 1,55$; $k = \frac{3}{2}$, on aura pour un objectif à deux lentilles,

$$A = 1,3500; B = -2,5200; C = -0,0028; \\ D = -1,8164; E = -1,8894; F = +0,9750; \\ K = -1,5688; H = -1,3572; \lambda = -0,2250 R.$$

(11.) Et si dans ce cas les deux lentilles sont immédiatement appliquées l'une contre l'autre, on aura pour l'aberration en longueur,

$$\frac{1}{2} \times \left(-\frac{0,5394}{r r \lambda} - \frac{0,5576}{r \lambda^2} - \frac{0,0758}{\lambda^3} \right), \text{ \& pour l'aberration en largeur, } \frac{1}{2} \times \left(-\frac{0,3822}{r \lambda} - \frac{0,2116}{\lambda \lambda} \right).$$

(12.) Si $P = 1,6$; $P' = 1,55$; $k = \frac{3}{2}$, on aura pour un objectif à trois lentilles,

$$A' = -0,5394; B' = -0,2216; C' = -0,3360; \\ D' = +0,2301; E' = -0,3303; F' = -0,0244; \\ G' = -0,3822; L' = -0,0954; M' = -0,1162.$$

(13.) Il ne faut pas oublier de remarquer que quand $P = 1,6$; $P' = 1,55$; $k = \frac{3}{2}$; on a $\lambda = -0,225 R$, au lieu de $\lambda = +0,15 R$, qu'on trouve dans le cas où $P = 1,55$; $P = 1,6$; & comme $225 = 150 \times \frac{3}{2}$, il s'enfuit qu'au lieu des formules $\frac{0,0051605}{\lambda^3}$, & $\frac{0,014879}{\lambda \lambda}$ qui représentent dans le second cas l'aberration d'une lentille bi-convexe ifocèle de verre commun, il faudra prendre $\frac{0,0051605}{\lambda^3} \times \frac{27}{8}$, & $\frac{0,014879}{\lambda^2} \times \frac{9}{4}$; & on peut remarquer en passant, que la seconde de ces valeurs est à peu près double de la première, puisqu'en les réduisant à leurs expressions approchées $\frac{5}{1000} \times \frac{27}{8}$, & $\frac{15}{1000} \times \frac{9}{4}$, elles seront $\frac{135}{8000}$ & $\frac{135}{4000}$.

(14.) Comme les quantités qu'on trouvera dans la première colonne horizontale de la Table suivante, entrent dans les valeurs des coefficients A, B, C , &c. (*Mém.* 1764) & que ces coefficients sont très-aisés à calculer, lorsque les quantités dont il s'agit sont connues, j'en ai dressé la Table pour différentes hypothèses.

Mém. 1767.

. I

T A B L E.

P	m	$P+1-2m$	P^2	P^3	$1+P-2P^2$	P^3-P^2
1,53	0,6536	1,2228	2,3409	3,5815	-2,1518	1,2406
1,54	0,6494	1,2412	2,3716	3,6523	-2,2032	1,2807
1,55	0,6452	1,2596	2,4025	3,7238	-2,2550	1,3213
1,583	0,6317	1,3196	2,3059	3,9668	-2,4288	1,4609
1,598	0,6258	1,3464	2,5536	4,0806	-2,5092	1,5270
1,6	0,6250	1,3500	2,5600	4,0960	-2,5200	1,5360
1,61	0,62112	1,3678	2,5921	4,1733	-2,5742	1,5812
1,6640	0,60096	1,4620	2,7689	4,6075	-2,8738	1,8386
1,7240	0,58005	1,5640	2,9722	5,1290	-3,2204	2,1518
1,7320	0,57737	1,5772	2,9998	5,1957	-3,2676	2,1959
1,7870	0,55960	1,6678	3,1934	5,7065	-3,5998	2,5131
1,8300	0,54645	1,7372	3,3489	6,1285	-3,8678	2,7796
2,0180	0,49554	2,0270	4,0723	8,2179	-5,1266	4,1456

Autre TABLE pour différentes valeurs de k ou $\frac{dP}{dP'}$.

$\frac{dP'}{dP}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3^1}{20}$	$\frac{3^2}{20}$	$\frac{5}{4}$	1,3540
$\frac{dP}{dP'}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{20}{31}$	$\frac{20}{32}$	$\frac{4}{5}$	0,73855

On peut mettre dans cette Table, au lieu de $\frac{3}{2}$, $\frac{3^1}{20}$, $\frac{3^2}{20}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{20}{31}$, $\frac{20}{32}$, $\frac{4}{5}$, leurs valeurs en décimales 1,5; 1,55; 1,6; 1,25; 0,6666; 0,6452; 0,6250; 0,8.

TABLE.

P	$P - m$	$P - P^2$	$3P - 1 - 2m$	$1 + 2P - 3P^2$	$2P - 1 - m$	$(P - 1)^2$
1,53	0,8764	-0,8109	2,2828	-2,9627	1,4064	0,2809
1,54	0,8906	-0,8316	2,3212	-3,0348	1,4306	0,2916
1,55	0,9048	-0,8525	2,3596	-3,1075	1,4548	0,3025
1,583	0,9513	-0,9229	2,4856	-3,3517	1,5343	0,3398
1,598	0,9722	-0,9556	2,5424	-3,4648	1,5702	0,3576
1,6	0,9750	-0,9600	2,5500	-3,4800	1,5750	0,3600
1,61	0,9889	-0,9821	2,5878	-3,5563	1,5989	0,3721
1,6640	1,0630	-1,1049	2,7900	-3,9787	1,7270	0,4409
1,7240	1,1440	-1,2482	3,0120	-4,4686	1,8680	0,5242
1,7320	1,1546	-1,2678	3,0412	-4,5354	1,8866	0,5358
1,7870	1,2274	-1,4064	3,2418	-5,0062	2,0144	0,6194
1,8300	1,2836	-1,5189	3,3972	-5,3867	2,1136	0,6889
2,0180	1,5225	-2,0543	4,0630	-7,1809	2,5405	1,0363

Autre TABLE pour différentes valeurs de k ou $\frac{dP}{dP'}$.

$\frac{dP'}{dP}$	1,8000	2,2070	3,2590	3,5500	4,800
$\frac{dP}{dP'}$	0,55555	0,4531	0,30684	0,28169	0,20833

Les différentes suppositions de cette Table sur les valeurs de P , & de $\frac{dP'}{dP}$, sont tirées du III.^e volume de mes Opuscules, pages 279 & 404.

(15.) Pour faire plus aisément, au moyen de cette Table, les calculs des quantités A, B, C , &c. A', B', C' , &c. A'', B'', C'' , &c. dont les premières donnent les formules pour deux lentilles non contiguës, les secondes pour trois lentilles contiguës, les troisièmes pour trois lentilles non contiguës, on pourroit joindre à la Table précédente une Table des logarithmes des différentes quantités que la Table contient: par-là on aura facilement la valeur des différentes quantités qui composent (*Mém.* 1764, pages 94 & 97) les coefficients C, D, K, B', D', E', L' , lesquels sont les plus composés; après quoi on achèvera sans peine & en peu de temps le reste du calcul.

§. I V.

Formules générales très-approchées pour les dimensions d'un grand nombre d'objectifs.

(1.) Les formules que j'ai données dans le *paragraphe précédent*, pour les dimensions des objectifs dans le cas de différentes valeurs de P, P', k , peuvent servir à faire trouver un beaucoup plus grand nombre de formules pour les cas où les quantités P, P', k , différeroient peu des valeurs 1,55; 1,6, $\frac{2}{3}$: car il n'est pas absolument nécessaire de détruire entièrement l'aberration de sphéricité, puisque cette aberration subsiste dans les télescopes même de réflexion.

(2.) J'ai calculé les valeurs des coefficients, en supposant $P = 1,54$; $P' = 1,598$; $k = \frac{2}{3} (1 + \frac{1}{20})$, & en négligeant le carré de $\frac{1}{20}$ & les puissances plus hautes, & j'ai trouvé $A = 1,2412$; $B = -2,2032$; $C = +1,1615$; $D = +0,2436$; $E = -0,9424$; $F = +0,8906$; $K = -0,7051$; $H = -0,6804$. Comparant ces résultats avec ceux de la seconde supposition ci-dessus, p. 58 & 59, qui ont été faits plus en rigueur & dans la même hypothèse, on voit

que la plus grande différence tombe sur le coefficient C ; ce qui doit être en effet, parce que ce coefficient contient un plus grand nombre de termes, & outre cela le cube de la quantité k , ce qui n'a pas lieu dans les autres; la différence est $\frac{67}{10000}$, c'est-à-dire à peu-près $\frac{7}{1000}$: or dans cette dernière hypothèse où l'on néglige les quarrés de $\frac{1}{20}$, on trouve $-\frac{0,1719}{rr} + \frac{0,3096}{r\lambda} - \frac{0,0468}{\lambda\lambda} = 0$; & en ôtant $\frac{7}{1000}$ de C , on trouve que le coefficient $-0,0468$ devient $-0,0471$; ainsi je crois qu'on peut prendre, sans craindre de se tromper beaucoup, $-\frac{0,1719}{rr} + \frac{0,3096}{r\lambda} - \frac{0,471}{\lambda\lambda} = 0$, pour l'équation entre r & λ dans l'hypothèse de $P = 1,54$; $P' = 1,598$; $k = \frac{2}{3} \left(\frac{21}{20} \right)$.

(3.) Dans la V.^e supposition, la valeur de P est troisième proportionnelle arithmétique aux deux valeurs de P dans la I.^{re} & dans la VI.^e, & les autres hypothèses sont absolument les mêmes: or, si on prend les troisièmes proportionnelles arithmétiques entre les valeurs des coefficients dans la I.^{re} & la VI.^e supposition, on aura $A = 1,2596$; $B = -2,2546$; $C = +1,2035$; $D = +0,3106$; $E = -0,8976$; $F = +0,9048$; $K = -0,7012$; $H = -0,6481$; ce qui diffère très-peu des valeurs réelles des coefficients trouvées dans la V.^e supposition.

(4.) Ce n'est pas tout; les valeurs de HH , FF , DH , $2FE$, prises par des troisièmes proportionnelles arithmétiques, sont $+0,4200$; $+0,8183$; $+0,4915$; $-0,2013$; $-1,6243$; & ces valeurs calculées exactement, sont $+0,4200$; $+0,8187$; $+0,4921$; $-0,2014$; $-1,6243$; qui diffèrent très-peu des précédentes; de même les valeurs de AH^2 , EF^2 , $2FEK$, $-FDH$, $+BHH$, EKK , $-KDH$, CHH , qui

servent à former les coefficients de l'équation finale (*Mém.* 1764, page 95) sont par la proportion arithmétique 0,5290; — 0,7346; + 1,1385; + 0,1816; — 0,9469; — 0,4432; — 0,1408; + 0,5054; & les valeurs réelles sont + 0,5290; — 0,7349; + 1,1394; + 0,1816; — 0,9471; — 0,4417; — 0,1413; + 0,5052, qui diffèrent peu des précédentes: enfin les valeurs des coefficients de $\frac{1}{rr}$, $\frac{1}{r\lambda}$, $\frac{1}{\lambda\lambda}$ dans l'équation finale, sont, par la proportion arithmétique, 0,2058; 0,3732; 0,0786; qui ne diffèrent pas non plus beaucoup des valeurs réelles 0,2059; 0,3745; 0,0798.

(5.) De-là il s'en suit qu'on peut négliger, dans les calculs, les quarrés de α & de α' , & les puissances plus hautes, sans avoir à craindre d'erreurs considérables; d'autant, comme nous l'avons déjà dit, que cette erreur n'influe que sur l'aberration de sphéricité, qui restera toujours très-petite, & qu'il est beaucoup moins essentiel de détruire absolument que l'aberration de réfrangibilité; par une raison à peu près semblable (comme l'erreur de k peut être plus considérable & plus à craindre que celle de P & de P' , *Mém.* 1765, §. VI) on pourra s'en tenir au quarré k'^2 & négliger les puissances plus hautes, ainsi que les produits $\alpha'k$, $\alpha'k'$.

(6.) Prenons donc pour la valeur de P , 1,54; pour celle de P' , 1,598; & pour celle de k , $\frac{2}{3}$, ce qui est la I.^{re} des hypothèses ci-dessus: & comparant la I.^{re} avec la VI.^{me}, nous trouverons en supposant $P = 1,54 + \alpha$; $P' = 1,598$; $k = \frac{2}{3}$, les équations suivantes.

$$A = + 12412 + 18400 \alpha;$$

$$B = - 22032 - 51400 \alpha;$$

$$C = + 11656 + 37900 \alpha;$$

$$D = + 2847 + 25900 \alpha;$$

$$E = - 8976;$$

$$F = + 8906 + 14200\alpha;$$

$$K = - 6910 - 10200\alpha;$$

$$H = - 6481;$$

$$\& - \frac{1908 + 15000\alpha}{rr} + \frac{3438 + 29400\alpha}{r\lambda} - \frac{676 + 11000\alpha}{\lambda\lambda} = 0.$$

(7.) En comparant la I.^{re} avec la VII.^e, nous trouverons qu'en supposant $P = 1,54$; $P' = 1,598 + \alpha'$; $k = \frac{2}{3}$,

$$\text{on aura à cause de } \frac{15}{1000} = \frac{1}{100} \times \frac{3}{2},$$

$$C = + 11656 - 3500\alpha' \times \frac{2}{3};$$

$$D = + 2847 - 5700\alpha' \times \frac{2}{3};$$

$$E = - 8976 - 17900\alpha' \times \frac{2}{3};$$

$$K = - 6910 - 1700\alpha' \times \frac{2}{3};$$

$$H = - 6481 - 13900\alpha' \times \frac{2}{3};$$

$$\& - \frac{1908 - 7800\alpha' \times \frac{2}{3}}{rr} + \frac{3438 - 14200\alpha' \times \frac{2}{3}}{r\lambda} - \frac{676 - 7100\alpha' \times \frac{2}{3}}{\lambda\lambda} = 0.$$

(8.) Ayant ainsi les valeurs de A, B, C, D, E, F, G, H , pour le cas de $P + \alpha, P' + \alpha'$, on aura par les formules des *Mém. de 1764, page 97*, celles de B', D', E', L' , pour les mêmes cas; en effet, supposant que P varie de la quantité dP , & P' de la quantité dP' , on trouvera

$$dB = 2k \left[dP - dP' - \frac{2P' dP}{P^2} + \frac{2P dP'}{P'^2} + \frac{2 dP'}{P} - \frac{2 dP}{P'} \right].$$

$$dD' = 2k \left[\frac{2P dP}{P'} - \frac{P^2 dP'}{P'^2} - \frac{dP}{2} - \frac{dP'}{2} \right].$$

$$dE' = 2k^2 \left[\frac{2F' dP'}{P} - \frac{P'^2 dP}{P^2} - \frac{dP}{2} - \frac{dP'}{2} \right].$$

$$dL' = k \left[- \frac{P' dP}{P^2} + \frac{dP'}{P} + \frac{P dP'}{P'^2} - \frac{dP}{P'} \right].$$

(9.) De-là on tirera (*Mém. 1764, page 98*) les valeurs de A', C, F, G, M' , pour le cas d'un objectif triple.

(10.) A l'égard des valeurs des coefficients, dans le cas où l'on mettroit $k + k'$ à la place de k , ou, ce qui est la même chose, $k (1 + v)$, on les trouvera facilement par les formules des *Mém. de 1764, pages 127 & 128*; d'où il sera aisé de parvenir aux équations finales qui servent à trouver la valeur de $\frac{1}{r}$, & celles des autres rayons, en supposant $P + a$ ou $1,54 + a$, au lieu de P , $P' + a'$ ou $1,598 + a'$ au lieu de P' , & $\frac{2}{3} (1 + v)$ au lieu de $\frac{2}{3}$.

(11.) De-là & des calculs précédens, il s'enfuit qu'en supposant $P = 1,55 + a$, $P' = 1,6 + a'$, $k = \frac{2}{3} (1 + v)$, on aura pour un objectif à deux lentilles,

$$A = 12596 + 18400a.$$

$$B = - 22550 - 51400a.$$

$$C = + 12026 + 37900a - 2333a' - 1786v - 5146v^2.$$

$$D = + 3100 + 25900a - 3800a' - 8100v - 11200v^2.$$

$$E = - 9000 - 11933a' - 9000v.$$

$$F = 9048 + 14200a.$$

$$K = - 7016 - 10200a - 1133a' - 2757v - 4266v^2.$$

$$H = - 6500 - 9266a' - 6500v.$$

(12.) Et pour un objectif à trois lentilles,

$$B' = 1029 - 21093a + 20016a' + 1029v.$$

$$D' = - 980 - 19165a - 19179a' - 980v.$$

$$E' = + 681 - 13917a - 13908a' + 1362v + 681v^2.$$

$$L' = 424 - 8607a + 8338a' + 424v.$$

D'où

D'où l'on tirera (*Mém. Ac. 1764, p. 97 & 98*) les valeurs de A', C', F', G', M' , pour le cas d'un objectif à trois lentilles immédiatement contiguës; & ensuite (*S. 11 ci-dessus*) les valeurs de $A'', B'',$ &c. pour les objectifs à trois lentilles non contiguës.

(13.) Nous avons donné (*art. 7*) les équations finales approchées du second degré, qui servent à trouver la valeur de $\frac{1}{r}$, en $-\frac{1}{\lambda}$ dans l'hypothèse de $1,54 + a$, au lieu de P , & de $1,598 + a'$ au lieu de P' . Mais il sera souvent encore plus exact de calculer immédiatement ces équations; de plus, quand on aura trouvé les valeurs des rayons pour un certain nombre de suppositions sur la valeur de P, P', k , on pourra trouver aisément par la méthode des interpolations les valeurs des mêmes rayons pour toute autre hypothèse peu différente.

(14.) En effet, soit, par exemple, φ la valeur du rayon r pour le cas de $P = 1,54; P' = 1,598; k = \frac{2}{3}$; on aura pour le cas de $P + a, P' + a', k + k'$, la valeur du rayon $r = \varphi + Aa + Ba' + Ck' + Dk'^2$; d'où il est aisé de voir que si on a la valeur de r dans quatre autres suppositions différentes, par exemple,

$$P = 1,55, P' = 1,598, k = \frac{2}{3};$$

$$P = 1,54, P' = 1,583, k = \frac{2}{3};$$

$$P = 1,54, P' = 1,598, k = \frac{2}{3} (1 + \frac{1}{20});$$

$$P = 1,54, P' = 1,598, k = \frac{2}{3} (1 - \frac{1}{20});$$

on aura facilement les coefficients A, B, C, D . Car soient $\varphi', \varphi'', \varphi''', \varphi''''$, les valeurs des rayons dans ces quatre hypothèses,

Mém. 1767.

. K

$$\text{on aura } \varphi' = \varphi + \frac{A}{100};$$

$$\varphi'' = \varphi + B \times \frac{15}{1000};$$

$$\varphi''' = \varphi + C \times \frac{1}{30} + \frac{D}{900};$$

$$\varphi'''' = \varphi - C \times \frac{1}{30} + \frac{D}{900};$$

$$\text{d'où l'on tire } A = 100 \times (\varphi' - \varphi); B = \frac{1000}{15} (\varphi - \varphi'');$$

$$D = \frac{900}{2} (\varphi''' + \varphi'''' - 2\varphi); C = \frac{30}{2} (\varphi''' - \varphi'').$$

(15.) Il faut seulement remarquer que si deux valeurs d'un rayon se trouvoient de signe contraire dans deux suppositions peu différentes, ce qui peut très-bien arriver; alors il ne faudroit pas prendre, dans une supposition moyenne entre ces deux-là, la partie proportionnelle, parce que le résultat en seroit trop peu exact; attendu qu'il y auroit dans quelque hypothèse moyenne entre les deux proposées, une valeur du rayon égale à l'infini: il faudra pour lors calculer plus exactement le rayon cherché.

$$(16.) \text{ L'équation } \frac{P-1}{\lambda} + \frac{(P'-1) \times k}{\lambda} = \frac{1}{R};$$

qui sert à détruire l'aberration de réfrangibilité, est celle où il est le plus important de ne rien négliger, parce que l'aberration de réfrangibilité est, sans comparaison, celle qui nuit le plus à la bonté des objectifs; donc, si on suppose que P devienne $P + \alpha$, P' , $P' + \alpha'$, & k' , $k + k'$; on aura $\frac{P-1}{\lambda} = \frac{k(P'-1)}{\lambda}$
 $+ \frac{\alpha}{\lambda} = \frac{k'(P'-1)}{\lambda} = \frac{k\alpha'}{\lambda} = \frac{k'\alpha'}{\lambda} = \frac{1}{R}.$

$$(17.) \text{ Donc si } P = 1,55, P' = 1,6000, \& k = \frac{2}{3};$$

$$\text{on aura } \frac{0,15}{\lambda} + \frac{\alpha}{\lambda} = \frac{k\alpha'}{\lambda} = \frac{k'\alpha'}{\lambda} = \frac{1}{R}; \&$$

$$\lambda = 0,15 R + \alpha R - k\alpha' R = k'\alpha' R. \text{ Donc } \frac{1}{\rho} = \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{r} - \frac{1}{(0,15 + \alpha - k\alpha' - k'\alpha')R}; \text{ \& } \frac{1}{p'} = \frac{1}{r'} - \frac{1}{(0,15 + \alpha - k\alpha' - k'\alpha')R};$$

$$\frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{r'} - \frac{k + k'}{\lambda} = \frac{1}{r'} - \frac{k + k'}{(0,15 + \alpha - k\alpha' - k'\alpha')R};$$

(18.) On voit par ces formules, qu'en supposant seulement

$$\alpha = + \frac{1}{100}, \alpha' = - \frac{3}{2.100} \text{ \& } k' = 0; \text{ la valeur}$$

de λ qui étoit $0,15R$ dans le cas de α & $\alpha' = 0$, devient $0,17R$, & par conséquent beaucoup plus grande. Cependant ce n'est pas à la valeur rigoureuse de λ qu'il faut s'attacher. On peut commettre quelque erreur dans cette valeur, pourvu qu'elle se répande proportionnellement sur les valeurs de r, p, r' ; mais il faut avoir grand soin de ne pas négliger la quantité k' dans l'équation qui donne la valeur du quatrième rayon, savoir :

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{r'} - \frac{k + k'}{\lambda}; \text{ car c'est de l'attention qu'on aura à cette quantité } k', \text{ que dépend la destruction des couleurs.}$$

(19.) Et en général, quand on aura trouvé, pour un objectif formé de tant de lentilles qu'on voudra, les valeurs de tous les rayons, moins un seul, exprimées en λ , il faut avoir soin de prendre la valeur du rayon restant telle, que l'aberration de réfrangibilité soit entièrement détruite, c'est-à-dire qu'on ait exactement, autant qu'il est possible, $dP \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{p} \right) +$

$$dP' \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{p'} \right) + dP'' \left(\frac{1}{r''} - \frac{1}{p''} \right) \text{ \&c. } = 0;$$

les valeurs de $\frac{dP}{dP}, \frac{dP'}{dP}, \text{ \&c.}$ étant supposées connues exac-

tement, ou du moins à très-peu près: car c'est de-là que dépend sur-tout la bonté de l'objectif. Il faut seulement observer que parmi les rayons des surfaces de l'objectif, on doit faire tomber l'altération sur celui que cette altération ne rendra pas trop petit ni trop grand, à cause des inconvéniens auxquels est sujet un rayon trop grand ou trop petit. Les formules du §. XX des *Mémoires de 1764*, & du §. IV des *Mémoires de 1765*,

donneront le moyen facile de choisir celui des rayons qu'on doit altérer de préférence.

(20.) Non-seulement il n'est pas nécessaire, pour la bonté de l'objectif, que l'aberration de sphéricité y soit aussi exactement détruite que l'autre; il ne faut pas même (du moins si j'en dois croire un habile Artiste) rejeter un objectif par cette seule raison que son aberration de sphéricité seroit plus grande que celle d'une lentille bi-convexe isocèle simple. Cet Artiste m'a assuré qu'ayant construit les deux objectifs suivans, ils se sont trouvés très-bons; or ces objectifs ont une très-grande aberration de sphéricité.

(21.) Le premier est composé de deux lentilles appliquées immédiatement l'une contre l'autre, la première de cristal, la seconde de verre commun; le foyer est de 38 pouces; les deux surfaces extérieures sont convexes & égales, & de 3 pieds de rayon; les deux surfaces intérieures, la première concave, la seconde convexe, appliquées immédiatement l'une contre l'autre, sont de 8 pouces de rayon. Or il est visible 1.^o en supposant $P = 1,6$;

$$P' = 1,54; k = \frac{32}{20}, \text{ que l'aberration de réfrangibilité} = dP \times \frac{32}{20} \times \left(\frac{38}{36R} - \frac{38}{8R} \right) + \left(\frac{38}{8R} + \frac{38}{36R} \right) = -\frac{dP \times 12}{72R},$$

qui n'est qu'un douzième de l'aberration $\frac{2dP}{R}$ d'une lentille bi-convexe isocèle de verre commun; d'où l'on voit que l'aberration même de réfrangibilité n'est pas tout-à-fait détruite dans cet objectif; 2.^o en supposant même les rayons des surfaces tels, que l'aberration de réfrangibilité soit absolument nulle, ce qui donne

$$\frac{32}{20} \times \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r} = 0, \text{ on aura } \frac{52}{r} - \frac{12}{\rho} = 0, \text{ d'où } \rho = \frac{12}{52r}, \text{ \& à cause de } \frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\lambda}, \frac{40}{r} - \frac{12}{\lambda} = 0, \text{ d'où } \frac{1}{r} = \frac{3}{10\lambda};$$

ainsi par les formules de l'article 11 du §. III ci-dessus, l'aberration en longueur sera à très-peu près $\frac{1}{2} \times \left(-\frac{54}{100} \times \frac{2}{100} - \frac{56 \times 30}{10000} - \frac{758}{10000} \right) = -\frac{2904}{2.10000}$, beaucoup plus grande que l'aberration approchée en longueur $\frac{135}{8000}$ d'un objectif bi-convexe isocèle (§. III, art. 13).

(22.) Le second objectif est composé d'une lentille de cristal d'Angleterre plane concave, la surface plane du côté de l'objet, & d'un verre lenticulaire isocèle appliqué contre le cristal, mais sans y toucher; la seconde surface de la première lentille est supposée avoir un rayon égal aux trois quarts de celui du verre. En ce cas donc, supposant $\frac{dP'}{dP} = \frac{3}{2}$, on aura $\frac{3}{2} \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{\rho} \right) + \frac{2 \times 3}{4\rho} = 0$; ainsi l'aberration de réfrangibilité sera nulle; de plus à cause de $\frac{1}{r} = 0$, on aura $\frac{1}{\rho} = -\frac{1}{\lambda}$, & $\frac{1}{r} = (\text{hyp.}) \frac{3}{4\rho} = -\frac{3}{4\lambda}$; donc l'aberration de sphéricité en longueur sera (§. III, art. 10 ci-dessus) $\frac{1}{2} \left(-0,0028 + 1,8164 \times \frac{3}{4} - 1,8894 \times \frac{2}{16} \right) =$ à peu-près $\frac{1}{2} \left(-0,0028 + 1,8000 \times \frac{3}{4} - 1,8900 \times \frac{2}{16} \right) = \frac{1491}{20000}$, quantité beaucoup plus grande que l'aberration $\frac{135}{8000}$ d'une lentille bi-convexe isocèle.

(23.) Pour terminer & compléter toutes nos remarques sur l'effet de l'aberration dans les objectifs, nous allons faire voir par le calcul suivant, qu'il est comme impossible d'éviter dans les lunettes achromatiques une aberration de réfrangibilité moindre que l'aberration de sphéricité des lunettes simples, & à plus forte raison que celle des télescopes. Pour cela, on considérera que l'aberration de la lunette simple, en nommant ω le diamètre de

l'ouverture, est $\frac{\omega \omega}{4} \times \frac{0,0051605}{\lambda^3}$, & celle du télescope $\frac{\omega \omega}{4} \times \frac{0,000423}{\lambda^3}$. Or dans la lunette simple $\frac{\omega \omega}{\lambda}$ est constant, puisque cette quantité est $= \frac{\omega \omega}{0,15 R}$, & que $\frac{\omega \omega}{R}$ est constant. De plus, on trouve par les Tables que si $R = 30$ pieds, $\omega = 3$ pouces; donc $\frac{\omega \omega}{R} = \frac{1}{40}$ pouce $= \frac{3}{10}$ de ligne, & $\frac{\omega \omega}{0,15 R} = 2$ ligne; donc si μ est l'erreur commise dans k' , & que $R = Q$ pieds, l'aberration sphérique de la lunette simple est à l'aberration $\frac{d k' d P'}{\lambda'}$ ou plutôt $\frac{2 d k' d P}{\lambda}$ d'une lunette achromatique, comme $\frac{1}{3}$ ligne $\times \frac{0,0051605}{\lambda^2} : \frac{1}{50} \times \mu \times \frac{100}{15 R}$, c'est-à-dire comme $0,0051605 : \frac{1}{25} \times \mu \times 0,15 \times 144 Q$, ou en mettant pour μ la valeur $\frac{56}{3}$, comme $0,0051605 : 6 \times \frac{144 Q}{100}$. Donc il faut que \mathcal{E} soit $=$ ou $< \frac{51605}{14400000 Q} = \frac{0,003586}{Q}$, afin que l'aberration de réfrangibilité dans l'objectif achromatique ne soit pas plus grande que l'aberration de sphéricité dans une lunette simple de même foyer & de même ouverture; & comme l'ouverture de l'objectif achromatique doit être beaucoup plus grande que celle de la lunette simple, il s'ensuit que \mathcal{E} doit être beaucoup plus petit que $\frac{0,00358}{Q}$, pour que l'aberration de réfrangibilité restante dans l'objectif achromatique ne soit pas plus grande que l'aberration de sphéricité d'une lunette simple de même longueur. Ainsi, par exemple, si la lunette simple est de 18 pieds; il faut que \mathcal{E} soit beaucoup plus petit que $\frac{1}{10000}$; & comme l'angle des prismes qui servent à mesurer \mathcal{E} , n'est guère que de 15 à 20 degrés tout au plus, il s'ensuit que \mathcal{E} doit être beaucoup

plus petit que $\frac{40.60.60''}{10000}$, c'est-à-dire que 14 secondes *. Cette quantité doit encore être réduite à la moitié, c'est-à-dire à 7'', parce que le foyer de l'aberration de sphéricité étant, comme on fait, au quart de cette aberration, & celui de l'aberration de réfrangibilité à la moitié, il faut dans le calcul précédent, diviser 0,0051605 par 4 & $\frac{1}{50}$ par 2.

(24.) Quant aux télescopes, on remarquera que $\frac{\omega^4}{R^3}$ y est constant, & par conséquent aussi $\frac{\omega \omega}{\lambda \sqrt{\lambda}}$. Soit donc dans ces télescopes $\frac{\omega \omega}{\lambda \sqrt{\lambda}} = \zeta \sqrt{(1 \text{ ligne})}$; & l'aberration du télescope sera à celle de la lunette achromatique comme $\frac{0,000423}{4} \times \zeta : \frac{1}{50} \times \frac{56}{3} \times \frac{\sqrt{(15)}}{10} \times 12 \sqrt{Q}$; or on a par les Tables $\frac{\omega \omega}{R \sqrt{R}} = \frac{(18)^4}{12.12.12} = \frac{3}{16} \sqrt{(1 \text{ ligne})}$; donc $\zeta = \frac{3}{16} \times \frac{1000}{15 \sqrt{15}}$; donc $\zeta =$ ou $< \frac{0,000423}{4 \sqrt{Q}} \times \frac{1000}{3.16}$, qu'il faut encore (*art. précéd.*) réduire à la moitié, c'est-à-dire à $\frac{0,000423}{\sqrt{Q}} \times \frac{125}{48}$.

* Nous avons supposé dans le calcul de cet article $\frac{\omega \omega}{R}$ constant, & $= \frac{3}{10}$ de ligne, suivant les Tables

données par M. l'abbé de la Caille dans ses leçons d'Optique. Cependant il est bon d'observer que d'autres

Tables donnent $\frac{\omega \omega}{R} = \frac{4}{13}$ ligne, &

quelques-unes encore d'autres valeurs;

il faut de plus remarquer que $\frac{\omega \omega}{R}$

n'est pas absolument constant dans ces différentes Tables, quoique suivant la théorie il le doit être; par exemple, dans les Tables de M. l'abbé de la Caille, si $R = 4$ pieds, on aura

$\omega = 1$ po. 1 ligne; si $R = 30$ pieds, on aura $\omega = 3$ po. & si $R = 35$ pieds, on aura $\omega = 3$ pouces 3 lignes. Or

$\frac{(3 \text{ pouc. } 3 \text{ lign.})^4}{35 \text{ pieds}}$ n'est rigoureusement

égal ni à $\frac{(1 \text{ pouce } 1 \text{ ligne})^4}{4 \text{ pieds}}$ ni à

$\frac{(3 \text{ pouces})^4}{30 \text{ pieds}}$. Les autres Tables, au

moins celles qui me sont connues,

ont ce même inconvénient, que $\frac{\omega \omega}{R}$

n'y est ni rigoureusement constant, ni rigoureusement égal à $\frac{3}{10}$ de ligne; mais les différences sont si petites, qu'il n'en résulte point de changemens remarquables dans le calcul ci-dessus.

(25.) Donc si on suppose le télescope de 16 pieds, par exemple, l'erreur ϵ ne devra pas être plus grande que $\frac{1}{10000} \times \frac{5}{2}$; pour que l'aberration de réfrangibilité de l'objectif achromatique ne soit pas plus grande que l'aberration de sphéricité d'un télescope de cette longueur & de la même ouverture; c'est-à-dire (*art. 23*) que dans le cas présent l'erreur commise dans la mesure des angles des prismes ne doit pas être plus grande que 17 à 18 secondes; & si on suppose, ce qui a lieu en effet, qu'il faille diminuer beaucoup l'ouverture du télescope pour la rendre égale à celle de la lunette achromatique, alors l'erreur ϵ sera évidemment beaucoup plus petite.

(26.) On voit donc qu'une très-petite erreur commise dans la mesure du rapport des angles des prismes, & même une erreur telle qu'on ne peut raisonnablement se promettre de l'éviter, produira dans la lunette achromatique une aberration de réfrangibilité qui sera plus grande que l'aberration de sphéricité d'un télescope; & souvent même que celle d'une lunette simple de même foyer. Il est donc comme impossible de pouvoir diminuer l'aberration de réfrangibilité dans les lunettes dioptriques achromatiques, jusqu'au point de la rendre plus petite que l'aberration de sphéricité d'un télescope de même longueur. C'est vraisemblablement pour cette raison que les meilleures lunettes achromatiques construites jusqu'à présent, ne comportent pas des oculaires d'un foyer plus court que les télescopes de même longueur, & pour l'ordinaire même demandent des oculaires d'un plus long foyer. Celle de ces lunettes qui paroît jusqu'ici la plus parfaite de toutes, la lunette achromatique de M. Dollond le fils, formée d'un objectif composé de trois lentilles, & de 3 pieds & demi de foyer, porte une ouverture d'environ 3 pouces & demi, & augmente environ cent cinquante fois; ainsi elle a à peu près la même ouverture & le même pouvoir *augmentatif* qu'un télescope de même longueur; mais elle est préférable au télescope, en ce qu'elle donne beaucoup plus de clarté & de vivacité à l'image.

S. V.

Réponse à quelques Objections de M. Euler, avec des remarques sur la structure des yeux des Poissons.*

(1.) M. Euler assure d'abord que j'ai très-mal deviné, p. 23 & 24 du Tome III de mes *Opuscules*, les raisons qui lui ont fait supposer quatre surfaces pour détruire l'aberration seule de réfrangibilité, quoique trois soient suffisantes pour cet objet : il dit que voulant renfermer de l'eau entre deux ménisques, il avoit besoin de faire polir quatre surfaces, & qu'il lui importoit fort peu, que les deux surfaces d'une des lentilles pussent être parallèles entr'elles; pour moi, il me semble qu'il importoit de remarquer 1.^o que la solution du problème n'exigeoit que trois indéterminées, au lieu de quatre qu'il a supposées; 2.^o que quoiqu'on fût obligé de polir quatre surfaces pour y renfermer de l'eau, deux de ces surfaces pouvoient & devoient même être parallèles pour résoudre le problème avec la plus grande simplicité possible : je ne vois pas non plus pourquoi ce grand Géomètre n'a pas, dès ce moment, employé, comme il le pouvoit, les trois surfaces, à détruire non-seulement l'aberration de réfrangibilité, mais même celle de sphéricité, au moins pour les objets placés dans l'axe. En employant, comme il le fait, quatre surfaces différentes, il pouvoit même détruire l'aberration de sphéricité pour les objets placés hors de l'axe.

(2.) Cette considération de l'aberration de sphéricité qu'il faut anéantir dans les objectifs achromatiques, est d'autant plus nécessaire, que si l'on n'y a point d'égard, comme l'avoit d'abord fait M. Dollond d'après les formules de M. Euler, il en résulte dans les surfaces une courbure trop considérable (*Voyez Mém. Acad. 1756, p. 385*); courbure qui ne permet pas de donner assez d'ouverture à l'objectif.

(3.) M. Euler croit qu'il est absolument nécessaire pour la

* Ces objections se trouvent dans le Journal encyclopédique du mois de Mars 1765, tome II, page 114.

Mém. 1767.

vision distincte, que l'aberration de réfrangibilité soit *entièrement & rigoureusement détruite* dans l'œil. Je ne puis être en cela de son avis, je pense qu'il suffit que cette aberration soit détruite, non pas rigoureusement, mais à peu près; & voici mes raisons.

I. M. Euler convient que la vision peut être sensiblement distincte, quoique l'aberration de sphéricité ne soit pas entièrement détruite au fond de l'œil, pourvu qu'elle soit très-petite. Or pourquoi n'en seroit-il pas de même de l'aberration de réfrangibilité? L'aberration de sphéricité devoit en rigueur faire voir une espèce de nuage, ou d'atmosphère, ou de pénombre, autour de l'objet; elle ne le fait pas lorsqu'elle est fort petite; pourquoi l'aberration de réfrangibilité, quand elle sera aussi très-petite, seroit-elle voir des cercles colorés autour de l'objet? Dans le premier cas, la petite atmosphère n'est point sensible à cause de son peu d'étendue; dans le second, les cercles colorés étant très-près les uns des autres, se confondront sensiblement entr'eux, & ne laisseront apercevoir aucune espèce d'iris.

II. N'est-il pas très-naturel de croire que l'ébranlement causé à un point de la rétine * par un rayon qui y tombe, se communique à une très-petite distance aux points environnans? D'où il est aisé de conclure que chacun de ces points est agité par un ébranlement total, causé à la fois par plusieurs rayons colorés, & qu'ainsi il en résulte l'impression d'une couleur unique.

III. M. Euler semble lui-même convenir de cette vérité, quand il accorde que si le foyer des rayons moyens, c'est-à-dire des rayons *verts*, tomboit exactement sur la rétine, on ne verroit point d'iris quoiqu'il y eût une petite aberration de réfrangibilité. En effet l'image seroit alors verte au centre, & entourée de trois cercles, dont le plus petit seroit formé par la coïncidence du jaune & du bleu, ce qui produit le vert, le suivant par la coïncidence de l'orangé & de l'indigo, & le troisième par celle du rouge &

* Je dis un point de la *rétine*, sans entrer dans la question si la rétine est l'organe de la vue; quel que soit cet organe, il n'y a qu'à le substituer à la rétine.

du violet. Or sans la supposition faite dans l'article précédent, il ne résulteroit point de ces différens cercles la sensation du blanc, comme M. Euler semble le supposer avec raison.

IV. M. Euler prétend que si l'aberration de réfrangibilité n'étoit pas absolument nulle pour les objets placés dans l'axe de l'œil, elle devroit devenir insupportable dans les objets qui en seroient éloignés d'un angle de 30 degrés & au-delà, jusqu'où la vue s'étend. Je réponds en premier lieu que l'aberration de réfrangibilité n'est pas plus grande pour les objets placés hors de l'axe, que pour ceux qui sont dans l'axe même, comme nos formules le prouvent (*Voyez Mém. 1764, §. VII, art. 8*); ainsi l'aberration de réfrangibilité étant supposée très-petite par rapport à ceux-ci, le fera de même par rapport aux autres. Je réponds en second lieu qu'à l'égard des objets placés hors de l'axe, l'image ne sauroit jamais être entièrement délivrée de l'aberration de sphéricité, comme je l'ai aussi prouvé, du moins en faisant abstraction de l'épaisseur du cristallin * & de l'humeur aqueuse, dont l'effet ne paroît pas devoir être fort considérable. Or cette aberration n'empêche pas qu'on ne voie distinctement les objets dont il s'agit; d'où il résulte qu'on pourroit aussi les voir distinctement, quoique l'aberration de réfrangibilité ne fût pas rigoureusement nulle.

V. M. Euler croit que si l'on peut rendre insensible cette dernière aberration dans les lunettes, on viendra à bout de l'anéantir tout-à-fait. Je crois avoir démontré le contraire, & avoir prouvé (*art. 791 du tome III de mes Opuscules*) que quand on parviendroit à anéantir sensiblement l'aberration des rayons rouges & des violets, il resteroit encore quelqu'aberration causée par les rayons intermédiaires. Or cet inconvénient, qui a nécessairement lieu dans les lunettes, doit aussi très-vraisemblablement avoir lieu dans l'œil, quoiqu'au fond il n'en résulte, ainsi que nous venons de le voir, aucun désavantage réel & sensible pour la netteté de la vision.

VI. Il résulte de notre théorie des lunettes achromatiques (*Opusc. t. III, p. 320 & suiv. & Mém. 1765, §. I—VIII*), qu'on ne sauroit se flatter de détruire entièrement & rigoureusement,

* Voyez le troisième volume des Opuscules Mathématiques, art. 694.

ni l'aberration de réfrangibilité ni celle de sphéricité dans les objectifs achromatiques. Cependant l'expérience montre qu'on peut rendre ces objectifs tels, que l'aberration y soit absolument insensible; donc il n'est point nécessaire que l'aberration des objectifs (tant celle de sphéricité, que celle de réfrangibilité dont il est sur-tout question ici) soit absolument nulle, pour être entièrement insensible aux yeux. Donc il n'est pas nécessaire que l'image de plusieurs points différemment colorés, & très-proches l'un de l'autre, ne forme qu'un point au fond de l'œil, pour nous faire paroître cette image comme un point unique & sans couleurs sensibles; donc par la même raison il n'est pas nécessaire que l'œil réunisse exactement & rigoureusement au même foyer tous les rayons différemment colorés qui partent d'un même point, pour que ce point ne paroisse pas sensiblement coloré.

(4.) M. Euler pense qu'il est inutile de chercher à détruire l'aberration dans les rayons qui ne partent point de l'axe. Je ne saurois être en cela de son avis: car le calcul démontre (*Voyez les Mémoires de 1762, pages 619, 623, 624*) que telle lunette qui détruiroit assez bien l'aberration pour les objets placés dans l'axe, produiroit pour les objets un peu éloignés de l'axe une aberration considérable, qu'il faut s'appliquer par conséquent, ou à détruire, ou du moins à diminuer. Je ne parle point d'une autre objection de ce grand Géomètre contre l'avantage des objectifs composés; objection à laquelle j'ai répondu à la fin de mon Mémoire de 1765.

(5.) M. Euler paroît surpris de ce qu'ayant promis une théorie complète pour la perfection des lunettes & des microscopes, je n'ai point parlé de la multiplication des oculaires. Ma réponse est que je n'ai point annoncé une *théorie complète* à beaucoup près. (*Voyez dans l'avertissement du III.^e volume de mes Opuscules, la fin de la page xiiij & le commencement de la page xiv*). Bien loin de croire que j'aie épuisé la matière dans mes Opuscules, je pense au contraire qu'il reste encore maintenant beaucoup à ajouter à mes recherches.

(6.) Pour faire voir qu'il n'est pas nécessaire que les couleurs

soient absolument détruites au fond de l'œil, nous allons montrer qu'il y a en effet tout lieu de croire que les couleurs ne sont pas détruites dans l'œil de certains poissons. Nous supposons d'abord que l'humeur aqueuse des poissons a la même réfraction que l'eau, afin que la réfraction ne commence qu'au cristallin; nous examinerons ensuite le cas où l'humeur aqueuse des poissons n'auroit pas la même réfraction que l'eau. « L'humeur aqueuse qu'on a dit manquer aux Poissons (dit M. Haller, *Mém. Acad.* 1762. *page* 94), ne leur est pas tout-à-fait refusée; ils en ont tous, & quelques-uns d'eux considérablement, comme la lotte & même le saumon. Il est bien vrai qu'elle est visqueuse dans une partie des poissons, mais elle est très-fluide dans le saumon. »

(7.) Cela posé, suivant les formules de la *page* 52, t. III de mes *Opuscules*, soit δ la distance du point lumineux au sommet du cristallin, A le rapport du sinus de réfraction au sinus d'incidence en entrant de l'humeur aqueuse dans le cristallin, B le rapport des mêmes sinus en passant du cristallin dans l'humeur vitrée, a le rayon du cristallin à sa face antérieure, b son rayon à sa face postérieure, e l'épaisseur du cristallin, on aura $\delta' = \frac{a\delta}{D\delta - Aa}$;
 $\delta'' = \frac{b\delta' - eb}{E\delta' - Ee + Bb} = \frac{ba\delta - eb(D\delta - Aa)}{Ea\delta + (Bb - Ee)(D\delta - Aa)}$.

(8.) Or si le cristallin est sphérique comme celui des poissons, & que l'humeur aqueuse soit supposée avoir la même réfraction que l'eau, on aura $b = -a$; $e = 2a$; & par conséquent

$$(\text{Opusc. t. III, art. 126}) * \delta'' = \frac{-aa\delta + 2aa(D\delta - Aa)}{Ea\delta + (D\delta - Aa)(-Ba - 2Ea)}$$

$$= (\text{en mettant pour } D \text{ la valeur } 1 - A \text{ \& pour } E \text{ la valeur } 1 - B) \frac{aa\delta - 2Aaa\delta - 2Aa^3}{a\delta(-1 + 2A - BA) + aa(2A - BA)}.$$

Donc
alors $H = a - 2Aa$; $L = -2Aa^2$; $M = -1 + 2A - BA$; $N = (2A - BA)a$; il faut donc

* On prend ici la distance primitive δ , à compter, non de l'humeur aqueuse, où il n'y a point (*hyp.*) de réfraction, mais du cristallin.

(*Opusc. t. III, art. 130*) qu'on ait alors les équations suivantes;

$$1.^{\circ} \frac{dA}{A} = \frac{2dA - d(BA)}{2A - BA};$$

$$2.^{\circ} \frac{-2dA}{1 - 2A} = \frac{2dA - d(BA)}{-1 + 2A - BA};$$

$$3.^{\circ} \frac{2dA - d(BA)}{2A - BA} = \frac{2dA - d(BA)}{-1 + 2A - BA};$$

$$\text{ou } 4.^{\circ} \frac{-1 + 2A - BA}{1 - 2A} = \frac{2A - BA}{-2A}.$$

Or il est visible d'abord que la troisième équation ne peut avoir lieu. Donc il faut substituer la quatrième à la troisième, & cette quatrième équation donne $2A - BA = 2A$; ce qui est encore impossible.

(9.) D'où l'on voit que si on suppose l'humeur aqueuse des poissons de la même réfraction que l'eau, les yeux des poissons ne sauroient être exempts de l'aberration de réfrangibilité.

(10.) Et si l'humeur aqueuse dans les poissons n'avoit qu'une réfraction très-peu différente de celle de l'eau, alors on devroit encore avoir à très-peu près l'équation $2A - BA = 2A$; ou $2 - B = 2$; & comme il s'en faut beaucoup que cette équation puisse jamais avoir lieu, même à peu-près, il s'ensuit ou que l'humeur aqueuse des poissons a une réfraction très-différente de celle de l'eau, ou que les yeux des poissons ne sont pas exempts de l'aberration de réfrangibilité. Or il ne paroît pas que l'humeur aqueuse des poissons ait une réfraction fort différente de celle de l'eau, 1.^o parce qu'on a vu (*art. 6*) qu'il y a des poissons où l'humeur aqueuse est très-fluide; 2.^o parce qu'il paroît que le cristallin des poissons n'a reçu la figure sphérique que pour remédier au peu de réfraction que les rayons souffrent en passant dans l'humeur aqueuse. Ajoutons que la cornée étant fort plate dans la plupart des poissons (*Mém. Acad. 1762, page 94*), c'est encore une raison pour que la réfraction dans l'humeur aqueuse des poissons soit nulle ou fort petite. Il y a donc toute apparence que l'aberration de réfrangibilité a lieu dans les yeux des poissons; mais il paroît en même temps par ce qui a été dit ci-dessus

(p. 82, n.º I, II & III) que l'effet de cette aberration peut n'être pas sensible. Pour le faire encore sentir d'une autre manière, supposons l'objet assez éloigné pour que la distance \mathcal{D} puisse être regardée comme infinie, & nous allons faire voir qu'en ce cas l'aberration de réfrangibilité peut être nulle; d'où il résultera que dans les autres cas elle doit être peu considérable, si \mathcal{D} est beaucoup plus grand que a , comme on doit toujours le supposer.

(11.) Soit supposée \mathcal{D} infinie dans la formule que nous avons donnée (article 8) pour les yeux des poissons, savoir

$\frac{aa\mathcal{D} - 2Aaa\mathcal{D} - 2Aa^3}{a\mathcal{D}(2A - BA - 1) + aa(2A - BA)}$; la distance focale sera

$\frac{a(1 - 2A)}{2A - BA - 1}$; d'où l'on voit qu'il n'y aura point en ce cas

d'aberration de réfrangibilité si la différence de $\frac{1 - 2A}{2A - BA - 1}$

est $= 0$; ce qui arrivera 1.º si on a en général $1 - 2A = p(2A - BA - 1)$, p étant un nombre constant, c'est-à-dire si $2pA + 2A - p - 1 = pBA$. Sur quoi il faut remarquer que l'épaisseur du cristallin étant $= 2a$, la distance focale doit être $> 2a$; donc $p > 2$; donc $p = 2 + \epsilon$;

donc $B = 2 + \frac{2}{2 + \epsilon} - \frac{1}{A} - \frac{1}{(\epsilon + 2)A}$; donc en supposant $\frac{1}{A} = 1 + p$, il faut que $B = (1 - p) \times$

$(1 + \frac{1}{2 + \epsilon})$. 2.º On aura encore la différence de

$\frac{1 - 2A}{2A - BA - 1} = 0$, si $\frac{1 - 2A}{1 - 2A} = \frac{d(2A - BA - 1)}{2A - BA - 1}$; ce qui

donne $BdA + AdB = 2AAdB$, & $\frac{dB}{dA} = \frac{B}{2AA - A}$;

quels que soient d'ailleurs A & B . Dans ces deux cas l'aberration de réfrangibilité sera nulle.

§. VI.

Nouvelles Recherches sur la combinaison des oculaires avec les objectifs achromatiques.

(1.) Nous avons vu (*Mém.* 1764, §. IV, art. 3) qu'il est impossible d'anéantir entièrement l'aberration de sphéricité en largeur dans un objectif quelconque, simple ou achromatique. Heureusement il n'est pas fort nécessaire d'anéantir cette aberration, puisqu'elle subsiste dans les télescopes catoptriques, à la bonté desquels elle ne nuit pas, & que d'ailleurs elle est d'autant moindre que la distance focale est plus grande. Cependant voici de quelle manière on pourroit s'y prendre pour l'anéantir, par le moyen d'un oculaire composé & combiné avec l'objectif.

(2.) En conservant les noms donnés dans les *Mém.* de 1764, §. I, art. 1, soit Δ la distance de l'image à l'objectif, Δ' la distance de cette image à l'oculaire, L la distance entre l'objectif & l'oculaire; soit p la partie de la valeur de $\frac{1}{\Delta}$ qui ne contient point les variables, γ, n, α ; soit ϕ l'autre partie; soit aussi π le rapport de réfraction dans l'oculaire, & $\frac{1}{\Delta}$ égal à la différence des courbures des surfaces de l'oculaire: je suppose de plus γ' pour l'oculaire $= \frac{\gamma \times \Delta'}{\Delta}$; n' pour l'oculaire doit être tel que l'on ait $= (n - \alpha') \times \frac{1}{\Delta} = - \frac{\alpha' - n'}{\Delta'}$; donc $n' = \alpha' - \frac{(\alpha' - n)\Delta'}{\Delta}$. De plus, $\frac{1}{\Delta'} = \frac{1}{\Delta - L} = - \frac{1}{L - \Delta}$; enfin on mettra $\frac{\alpha \Delta}{p}$ au lieu de α' dans la valeur de la quantité n' .

(3.) Cela posé, on aura $\frac{1}{\Delta} = p + \phi$; par conséquent $\Delta = \frac{1}{p + \phi} = \frac{1}{p} - \frac{\phi}{p^2}$ à très-peu près, ou $\frac{1}{p} - \phi \Delta \Delta$ à très-

à très-peu près; donc $-\frac{1}{\Delta'} = \frac{1}{L - \frac{1}{p} + \frac{\phi}{p^2}} =$

$$\frac{1}{L - \frac{1}{p}} - \frac{\phi}{p^2 \left(L - \frac{1}{p}\right)^2}; \quad \frac{\alpha'}{\Delta'} = \frac{\alpha \Delta}{\delta} \times \frac{1}{\Delta'} =$$

$$-\frac{\alpha \Delta}{\delta} \times \frac{1}{L - \frac{1}{p}} = -\frac{\alpha}{\delta} \times \frac{1}{L p - 1}; \text{ on substituera}$$

cette valeur de $\frac{\alpha'}{\Delta'}$ au lieu de $\frac{\alpha}{\delta}$, dans les calculs qu'on fera pour l'oculaire, excepté dans le premier terme de la valeur de α' ;

car dans ce premier terme il faudra mettre au lieu de $\frac{\alpha \Delta}{\delta}$ la quantité $\frac{\alpha \Delta''}{\Delta'}$, Δ'' étant la distance focale après la réfraction

dans l'oculaire, & $\frac{\alpha \Delta}{\delta} (1 + \psi)$ représentant la valeur de α au sortir de l'objectif; ainsi cette quantité $\frac{\alpha \Delta''}{\Delta'}$ =

$$\frac{\alpha \Delta'' \Delta}{\delta} (1 + \psi) \times - \left(\frac{1}{L - \frac{1}{p}} - \frac{\phi}{p^2 \left(L - \frac{1}{p}\right)^2} \right) =$$

$$-\frac{\alpha \Delta''}{\delta} \left[\frac{1}{p} - \frac{\phi}{p^2} + \frac{\psi}{p} \right] \left[-\frac{1}{L - \frac{1}{p}} + \frac{\phi}{p^2 \left(L - \frac{1}{p}\right)^2} \right]$$

$$= -\frac{\alpha \Delta''}{\delta \left(L - \frac{1}{p}\right)} \left[\frac{1}{p} - \frac{\phi}{p^2} + \frac{\psi}{p} - \frac{\phi}{p^3 \left(L - \frac{1}{p}\right)^2} \right].$$

(4.) Maintenant on a $\gamma'^2 = \frac{\gamma^2 \times \Delta'^2}{\Delta^2} = \gamma^2 \left(L - \frac{1}{p}\right)^2 p^2$

$$= \gamma^2 (L p - 1)^2; \quad \eta' = \frac{\alpha' (-\Delta' + \Delta)}{\Delta} + \frac{\eta \Delta'}{\Delta} =$$

$$\frac{\alpha \Delta}{\delta} \times \left(\frac{-\Delta' + \Delta}{\Delta} \right) + \frac{\eta \Delta'}{\Delta} = \frac{\alpha L}{\delta} - \eta (L p - 1);$$

donc on aura $\eta'^2 = \frac{\alpha^2 L^2}{\delta^2} - \frac{2 \alpha \eta}{\delta} (L L p - L) + \eta^2 (L p - 1)^2;$

Soit ensuite $\varphi = (\gamma^2 + \eta^2) \omega + \frac{2\alpha\eta}{\delta} \times \varpi + \frac{\alpha^2}{\delta^2} \sigma$; on

$$\text{aura } \frac{2\alpha'\eta'}{\Delta'} = - \frac{2\alpha\Delta}{\delta(L - \frac{1}{\rho})} \left[\frac{\alpha L}{\delta} - \eta(L\rho - 1) \right]$$

$$= - \frac{2\alpha^2 L}{\delta\delta(L\rho - 1)} + \frac{2\alpha\eta}{\delta^2}.$$

$$(5.) \text{ Donc } \frac{1}{\Delta'} = \frac{\pi - 1}{\Lambda} + \frac{1}{\Delta'} + \zeta = \frac{\pi - 1}{\Lambda} - \frac{1}{L - \frac{1}{\rho}}$$

$$+ \frac{(\gamma^2 + \eta^2)\omega}{\rho\rho(L - \frac{1}{\rho})^2} + \frac{2\alpha\eta\varpi}{\delta \cdot \rho\rho(L - \frac{1}{\rho})^2} + \frac{\alpha^2\sigma}{\delta^2\rho^2(L - \frac{1}{\rho})^2}$$

$$+ [\gamma^2(L\rho - 1)^2 + \frac{\alpha^2 L^2}{\delta^2} - \frac{2\alpha\eta}{\delta}(LL\rho - L)]$$

$$+ \eta^2(L\rho - 1)^2] M - \left[\frac{2\alpha^2 L}{\delta\delta(L\rho - 1)} - \frac{2\alpha\eta}{\delta} \right] N +$$

$$\frac{\alpha^2}{\delta\delta(L\rho - 1)^2} K. \text{ Dans cette formule, les quantités } M, N, K,$$

sont formées par le moyen de l'oculaire, comme ω, ϖ, σ , le sont par le moyen de l'objectif, en mettant les dimensions de l'oculaire au lieu de celles de l'objectif, & au lieu de $\delta, L - \Delta$,

c'est-à-dire $L - \frac{1}{\rho}$ pour δ .

$$(6.) \text{ Soit fait ensuite } \psi = - (\gamma^2 + \eta^2) \pi - \frac{2\alpha\eta \cdot \xi}{\delta};$$

$$\text{on aura par la même raison } a' = - \frac{\alpha\Delta''}{\delta(L - \frac{1}{\rho})\rho} \times$$

$$\left[1 - \frac{(\gamma^2 + \eta^2)\omega}{\rho} - \frac{2\alpha\eta\varpi}{\delta\rho} - \frac{\alpha^2\sigma}{\delta^2\rho} - (\gamma^2 + \eta^2)^2 \cdot \varpi \right]$$

$$- \frac{2\alpha\eta\xi}{\delta} - \frac{(\gamma^2 + \eta^2)\omega}{\rho\rho(L - \frac{1}{\rho})} - \frac{2\alpha\eta\varpi}{\delta\rho^2(L - \frac{1}{\rho})}$$

$$- \frac{\alpha^2\sigma}{\delta^2\rho^2(L - \frac{1}{\rho})} - [\gamma^2 \cdot (L\rho - 1)^2 + \frac{\alpha^2 L^2}{\delta^2} - \frac{2\alpha\eta \cdot (LL\rho - L)}{\delta}]$$

$+ n^2 (L_p - 1)^2] N + \left[\frac{2\alpha^2 L}{\delta^2 \delta (L_p - 1)} - \frac{2\alpha n}{\delta} \right] Q$;
 Q étant pour l'oculaire une quantité analogue à ξ pour l'objectif.

(7.) Pour ne pas se tromper dans les valeurs de M, N, K, Q , il faut prendre les valeurs de $\omega, \varpi, \sigma, \xi$, qui leur sont analogues, de manière que $\frac{1}{\delta}$ n'y soit pas égale à zéro; par la raison qu'on doit substituer $\frac{P}{L_p - 1}$ au lieu de $\frac{1}{\delta}$ dans les valeurs de ω, ϖ, σ , &c. pour avoir celles de M, N, K , &c. Il n'y a que le coefficient ξ dans lequel δ ne doit point se trouver, quelle que soit sa valeur.

(8.) On aura donc (*Mém. de 1764, S. VI*) l'équation

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{3P - 1 - 2m}{2\delta^2 \delta \lambda} + \frac{4P - 4m}{2\delta^2 r \lambda} + \frac{1 + 2P - 3P^2}{2\delta^2 \lambda \lambda} \\ &+ \frac{P + 1 - 2m}{2r r \lambda} + \frac{1 + P - 2P^2}{2r \lambda \lambda} + \frac{P^3 - P^2}{2\lambda^3} + \\ &\frac{3P' - 1 - 2m'}{2\lambda'} \left(\frac{P - 1}{\lambda} + \frac{1}{\delta} \right)^2 + \frac{4P' - 4m'}{2r' \lambda'} \times \\ &\left(\frac{P - 1}{\lambda} + \frac{1}{\delta} \right) + \frac{1 + 2P' - 3P'^2}{2\lambda' \lambda'} \times \left(\frac{P - 1}{\lambda} + \frac{1}{\delta} \right) \\ &+ \frac{P' + 1 - 2m'}{2r' r' \lambda'} + \frac{1 + P' - 2P'^2}{2r' \lambda' \lambda'} + \frac{P'^3 - P'^2}{2\lambda'^3} \&c. \\ \varpi &= \frac{P - P^2}{2\lambda^2} + \frac{P - m}{2\lambda r} + \frac{1}{2\delta \lambda} (1 + m - 2P) \\ &+ \frac{P' - P'^2}{2\lambda'^2} + \frac{P' - m'}{2\lambda' r'} + \frac{1}{2\lambda'} (1 + m' - 2P') \\ &\times \left(\frac{P - 1}{\lambda} + \frac{1}{\delta} \right) \&c. \\ \sigma &= \frac{P - m}{2\lambda} + \frac{P' - m'}{2\lambda'} \&c. \\ \xi &= \frac{P - 1}{2\lambda} + \frac{P' - 1}{2\lambda'} \&c. \end{aligned}$$

Et par conséquent on aura, par analogie, M , en mettant, dans la valeur de ω, ϖ au lieu de P, μ au lieu de m , &c. & de

même on trouvera la quantité N analogue à π , K analogue à σ & Q analogue à ξ .

(9.) Cela posé, pour anéantir l'aberration de réfrangibilité tant en longueur qu'en largeur, on fera

$$1.^{\circ} d\left(\frac{1}{\Delta''}\right) = 0, \text{ c'est-à-dire } d\left[\frac{\pi-1}{\Lambda} - \frac{1}{L-\frac{1}{p}}\right] = 0,$$

ou $\frac{d\pi}{\Lambda} = \frac{dp}{p^2(L-\frac{1}{p})}$.

$$2.^{\circ} d\left(\frac{\alpha \Delta''}{\delta(Lp-1)}\right) = 0.$$

Et comme δ , α , L sont constants, & que $d\Delta''$ est déjà $= 0$ par l'équation précédente, il s'ensuit qu'on aura $d(Lp-1) = 0$, ou $dp = 0$.

3.^o De-là & de l'équation précédente, on tire $d\pi = 0$.

(10.) On voit par-là que si on veut détruire l'aberration de réfrangibilité, tant en longueur qu'en largeur, pour l'image résultante de la combinaison de l'objectif avec l'oculaire, il faut deux équations, qui sont les mêmes que si l'oculaire & l'objectif séparément ne devoient point avoir d'aberration de réfrangibilité.

(11.) De plus, pour anéantir l'aberration de sphéricité, il faudra quatre équations, savoir deux pour chaque coefficient de $\gamma^2 + \eta^2$ dans les valeurs de $\frac{1}{\Delta''}$ & de a' , & deux pour chaque coefficient de $\frac{2\alpha\eta}{\delta}$ dans ces deux valeurs.

(12.) Enfin on aura la valeur de R en rayons de l'objectif; ce qui fera en tout sept équations.

(13.) Il faut donc 1.^o que l'oculaire soit au moins de deux matières, & par conséquent qu'il ait au moins trois surfaces; 2.^o que l'objectif en ait au moins quatre, afin de pouvoir satisfaire aux sept équations qu'on vient de prescrire pour anéantir toutes les aberrations.

(14.) Par-là on auroit, s'il n'y avoit point de racines

imaginaires dans la solution des équations, les valeurs des rayons de l'objectif & de l'oculaire, en supposant l'objectif de quatre surfaces, & l'oculaire de trois seulement; mais il est essentiel que la distance focale de l'oculaire, qui viendra de ce calcul, soit beaucoup plus petite que celle de l'objectif d'une lunette simple de même foyer; sans quoi la lunette n'augmenteroit pas assez l'objet.

(15.) Pour parvenir plus aisément à remplir cette condition, on pourroit supposer l'oculaire composé de quatre surfaces, afin qu'il restât une indéterminée, au moyen de laquelle on pût donner, si cela étoit possible, à l'oculaire un foyer beaucoup plus court qu'à l'objectif, & plus court même que dans une lunette simple; sauf à réduire ensuite l'oculaire à trois surfaces, si la condition dont il s'agit étoit suffisamment remplie par cette hypothèse.

(16.) Comme cette nouvelle vue que je propose pour perfectionner les lunettes achromatiques, demande, pour être mise en œuvre, beaucoup de temps, de combinaisons & de calculs, je me contente de la proposer pour le présent à ceux qui voudront la suivre; & je me borne à une lunette composée d'un objectif à trois lentilles, deux de verre commun & une de cristal d'Angleterre, & d'un oculaire à deux lentilles de la même matière, construites suivant les formules du §. *X des Mémoires de 1765.*

(17.) Cet oculaire, il est vrai, étant combiné avec l'objectif, ne pourra jamais détruire entièrement l'aberration en largeur, même celle qui vient de la réfrangibilité. Car il faudroit pour cela (*article 10 ci-dessus*) qu'un tel oculaire fût par lui-même achromatique, indépendamment de sa combinaison avec l'objectif; & c'est ce qui n'a pas lieu ici, par la nature supposée de cet oculaire même, qui n'est pas composé de deux matières différentes, comme il le doit être nécessairement pour être achromatique par lui-même (*Opusc. tome III, art. 764*). Mais je ne crois pas que cet inconvénient puisse nuire sensiblement à la bonté de la lunette, puisqu'il a lieu dans les télescopes catoptriques sans y produire d'effet sensible, & que même dans ces télescopes l'aber-

ration longitudinale des couleurs n'est pas & ne sauroit être entièrement détruite, à cause de l'oculaire de verre qui y est adapté; en quoi ils doivent être inférieurs à la lunette proposée, dans laquelle le peu d'aberration longitudinale qui peut rester à l'objectif est détruit par l'oculaire.

(18.) Nous avons donné dans le §. X des *Mémoires de 1765*, les formules nécessaires pour trouver les rayons des surfaces dans ce double oculaire. Nous avons réduit ces formules à l'équation $\frac{\mu}{rr} + \frac{v}{r} + \omega = 0$, μ , v & ω étant des coefficients dont nous avons assigné la valeur (*art. 5 du §. X cité*); & ces coefficients dépendent eux-mêmes du rapport entre les distances focales de chacun des oculaires, rapport qui est indéterminé.

(19.) Si donc on prend ces coefficients tels que $4\omega\mu - vv = 0$, la valeur de $\frac{1}{r}$ sera la plus avantageuse qu'il est possible; car puisque $\frac{\mu}{rr} + \frac{v}{r} + \omega = 0$, donc en mettant $\frac{1}{r} + \alpha$ au lieu de $\frac{1}{r}$, on aura l'aberration $= \frac{2\mu\alpha}{r} + \mu\alpha^2 + v\alpha =$ (à cause de $\frac{1}{r} = -\frac{v \pm \sqrt{-4\mu\omega + vv}}{2\mu}$) $\mu\alpha^2 \pm \alpha v(-4\mu\omega + v^2) = \mu\alpha^2$, à cause de $4\mu\omega - v^2 = 0$. Donc l'erreur α commise dans la valeur de $\frac{1}{r}$, ne donneroit qu'une aberration de l'ordre de α^2 , c'est-à-dire qu'on peut regarder comme nulle, si l'erreur α est petite.

(20.) On peut encore remarquer que si $-4\mu\omega + vv$ n'étoit pas absolument $= 0$, mais très-petit & positif, alors $\alpha v(-4\mu\omega + vv)$ étant une très-petite quantité, l'aberration resteroit très-petite.

(21.) Donc supposant que $-4\mu\omega + v^2$ soit nulle, ou même seulement une quantité très-petite & positive, la valeur de r qu'on en tirera, sera telle qu'on pourra y commettre une petite erreur en moins ou en plus, sans avoir à craindre que

l'aberration de sphéricité en soit sensiblement augmentée. Il est vrai (*Mém.* 1765, §. X, art. 5) que l'erreur $+a$ (positive ou négative) commise dans la valeur de $\frac{1}{r}$, demande que pour rendre l'aberration en longueur presque nulle, on commette une erreur analogue dans la valeur de $\frac{1}{r}$, c'est-à-dire une erreur égale à $-\frac{a}{\lambda}$.

S. V I I.

De quelques causes d'imperfection dans les Objectifs, différentes de celles qui ont fait jusqu'ici l'objet de nos recherches.

(1.) Nous avons supposé dans toutes les recherches précédentes que le sinus d'incidence étoit toujours au sinus de réfraction en raison constante; mais comme la théorie qui donne ce rapport constant est sujette à des difficultés (*Opusc.* tome III, page 342 & suiv.) & que les expériences qui en ont été faites, pourroient bien ne donner ce rapport qu'à peu près constant dans les petits angles (*ibid.* art. 970 & 971); voyons ce qui devoit en résulter.

(2.) Si l'on suppose, par exemple, que le sinus d'incidence étant h , le sinus de réfraction soit $mh + nmh^2$, alors il faudra mettre dans les formules des lentilles (*Mém.* 1764, §. I, art. 1) au lieu de m , $m + nmh$; & au lieu de h , dans h^2 , la quantité $\mathcal{C} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{r} \right)$, d étant la distance de l'objet, & \mathcal{C} le demi-diamètre de la lentille; & cette substitution n'aura lieu que dans les termes qui ne seront pas affectés de \mathcal{C}^2 ; donc il faudra ajouter à la valeur de $\frac{1}{v}$, la quantité $-nm\mathcal{C}$;
 $\times \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{r} \right)^2$.

(3.) D'où il est aisé de voir 1.^o que si q est < que 3, & que n ne soit pas fort petit, l'aberration qui viendra de ce terme sera plus grande que l'aberration de sphéricité, trouvée par le principe ordinaire; car en ce cas \mathcal{C}^{q-1} sera $> \gamma^2 + n$.

2.^o Qu'après deux réfractions, il faudra au lieu de $\frac{1}{r} + \frac{m}{s}$, mettre dans la quantité $\frac{1}{s'}$, $\frac{1}{r} - (m' + n'm'h'^{q-1}) \times \left[-\frac{1}{s'} + \frac{1}{r} + nm\mathcal{C}^{q-1} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{r} \right)^q \right]$; ce qui donnera la quantité $-n'm'h'^{q-1} \times \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} - \frac{m}{s} + \frac{m}{s} \right) - nm'm'\mathcal{C}^{q-1} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{r} \right)^q$; & mettant pour h' sa valeur $\mathcal{C} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = \mathcal{C} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} - \frac{m}{s} + \frac{m}{s} \right)$ & pour $m'm'$ sa valeur que je suppose ici $= 1$, l'expression se réduira (en faisant pour plus de simplicité $q' = q$ & $n' = -nm^{-q+1}$) à la quantité $+ n\mathcal{C}^{q-1} \left(\frac{1}{m's} - \frac{1}{m'r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} \right)^q - n\mathcal{C}^{q-1} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s} \right)^q$.

(4.) On peut remarquer en passant que la supposition de $q' = q$ & $-nm^{-q+1} = n'$, fera que les rayons en sortant d'un verre plan des deux côtés, seront à très-peu près parallèles à leur première situation; car puisque $h' = mh + nmh^q$, & que $h'' = m'h' + n'm'h'^q$, on aura $h'' = m'm'h + m'n'm'h^q + n'm'h^q = h' + nh^q + n'm'm^q h^q = h$.

(5.) En général, quels que soient m & m' , la quantité qu'il faudra ajouter à $\frac{1}{s'}$ sera (en faisant $\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{r}$) $-n'm'm^q\mathcal{C}^{q-1} \left(-\frac{1}{m\lambda} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} \right)^q - nm'm'\mathcal{C}^{q-1} \times \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{r} \right)^q$; & si $q' = q$, cette quantité se réduira à $\mathcal{C}^{q-1} \left[-n'm'm^q \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s} - \frac{1}{m\lambda} \right)^q - nm'm' \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{r} \right)^q \right]$. (6.)

(6.) Non-seulement nous avons supposé dans nos recherches, avec tous les Opticiens, que le rapport des sinus étoit constant; nous avons supposé de plus, aussi avec tous les Opticiens, (*art. 16, tome III de nos Opuscules*), que si en passant de l'air dans un milieu quelconque A , le sinus d'incidence est au sinus de réfraction comme 1 à m , & en passant de l'air dans un autre milieu B , comme 1 à M , le rapport $\frac{1}{m'}$ du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant du milieu A dans le milieu B , sera $\frac{M}{m}$. Or cette conséquence, comme nous l'avons insinué dans nos *Opuscules, Tome III, page 413*, & prouvé depuis dans le *Tome V.^e XLIII.^e Mémoire, §. VI*, n'est pas rigoureusement démontrée. Si donc on suppose que m' au lieu d'être $\frac{M}{m}$, soit $\frac{M+\alpha}{m}$, & que $M = \frac{1}{m'}$, on aura (*Opusc. t. III, art. 17*)

$$\frac{1}{f''} = \frac{1-m''}{f'} + \frac{m'-m''m'}{f'} + \frac{m''m'}{r} - \frac{m''m'x}{r}$$

$$- \frac{m''m'm}{f}; \text{ or } m'' = \frac{1}{M} = P', m = \frac{1}{P}; \text{ donc on aura}$$

$$\frac{1}{f''} = \frac{1-P'}{f'} + \frac{P'}{f'} - \frac{P(M+\alpha)}{Mr'} + \frac{P(M+\alpha)}{Mr} - \frac{M+\alpha}{Mr}$$

$$- \frac{M+\alpha}{Mf} = (P-1) \left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{f''} \right) + (P'-1) \times$$

$$\left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{f''} \right) - \frac{1}{f} + \frac{\alpha}{M} \left(\frac{P-1}{r} - \frac{P}{r} - \frac{1}{f} \right);$$

d'où l'on voit que la quantité $\frac{1}{f''}$ seroit augmentée de $\frac{\alpha}{M} \left(\frac{P-1}{r} - \frac{P}{r} - \frac{1}{f} \right)$. C'est ce qu'il seroit facile de vérifier, en dis-

posant d'abord deux lentilles de différentes matières, de manière que leurs surfaces fussent immédiatement contiguës, & en écartant ensuite tant soit peu ces lentilles l'une de l'autre, pour voir (en tenant compte de cet écartement) si le foyer sera ou ne sera pas le même que dans le cas de la contiguïté. J'ai proposé, il y a déjà long-temps, cette expérience à un habile Opticien, & j'invite à

Mém. 1767.

. N

la faire tous ceux qui peuvent se procurer aisément des lentilles de différentes convexités & de différentes matières.

(7.) Il pourroit enfin y avoir une troisième cause, quoique très-légère, d'aberration dans les objectifs; c'est que les rayons qui ont pénétré la première surface de l'objectif, souffrent des réflexions dans les autres surfaces, & après quelques réflexions successives, peuvent être renvoyés à l'œil, ce qui produira de nouveaux foyers, à la vérité très-foibles. Quoiqu'il ne paroisse pas que ces foyers doivent troubler sensiblement la vision, cependant nous donnerons la méthode de les trouver, parce qu'elle pourra être utile dans d'autres recherches. Si l'on veut savoir, par exemple, le foyer de réfraction d'un objectif simple, après une réflexion à la seconde surface, il faudra, dans nos formules pour les lentilles, mettre -1 à la place de m' , $\frac{1}{m}$ à la place de m'' , & $-e$ à la place de e' ; ce qui donnera, dans le cas de δ infinie, $\frac{1}{\delta''} = \frac{2}{r} - (\frac{1-m}{r}) - e (\frac{1-m}{r})^2$. Pour avoir le foyer de réfraction après deux réflexions dans l'intérieur de l'objectif, il faudra mettre -1 à la place de m' & de m'' , $\frac{1}{m}$ à la place de m''' , $-e$ à la place de e' , & e à la place de e'' , &c. & ainsi de suite. En général on supposera dans ces calculs l'épaisseur négative, toutes les fois qu'il sera question de la réflexion ou de la réfraction sur une surface antérieure à celle où le rayon a été réfléchi ou réfracté précédemment; de plus, afin de faciliter le calcul, on supposera toujours, comme nous l'avons fait dans nos formules (*Mém.* 1764) que les distances δ , δ' , δ'' , &c. de l'objet ou de l'image, se trouvent d'un même côté de la lentille, & du côté où doit tomber le foyer, c'est-à-dire du côté de l'œil. Lorsque δ sera négative, ce qui est le cas ordinaire, il sera très-aisé de faire aux calculs les changemens convenables, en changeant simplement le signe de δ dans les dernières formules.

§. VIII.

Remarques sur quelques articles des Mémoires précédens.

I. Dans les *Mém. de 1765, §. XII, art. 1*, en cherchant la plus parfaite des lentilles simples, nous avons substitué $\frac{c(P-1)}{\lambda}$ à $\frac{a}{f}$, parce qu'il étoit question de l'aberration pour la plus grande valeur de $\frac{a}{f}$; si au lieu de substituer $\frac{c(P-1)}{\lambda}$ à $\frac{a}{f}$, on substituoit $\frac{c\mu(P-1)}{\lambda}$, μ étant < 1 , on auroit au

lieu de l'équation 2 $\left(1 + \frac{P}{2}\right) \frac{1}{r} = \frac{\frac{P}{2} + P^2 - P^2 + 1}{\lambda}$
 (art. 2 du paragraphe cité) l'équation 2 $\left(1 + \frac{P}{2}\right) \frac{1}{r} = \frac{\frac{P}{2} + P^2 - \mu P^2 + \mu}{\lambda}$, ou $\frac{1}{r} = \frac{P + 2P^2 - 2\mu P^2 + 2\mu}{(4 + 2P)\lambda}$,
 quantité qui sera $< \frac{P^2}{(P+1)\lambda}$, puisque l'on trouvera $2\mu P^2 + P + 2\mu < 2\mu P^2 + P^2 + 2\mu P^3$.

Dans la même supposition, l'équation 2 $\left(1 + \frac{P}{2}\right) \frac{1}{r} = \frac{P^2 + \frac{P}{2} + P^2 - 1}{\lambda}$ (art. 3. du même §. XII. *Mém. 1765*)

deviendra 2 $\left(1 + \frac{P}{2}\right) \frac{1}{r} = \frac{P^2 + \frac{P}{2} + \mu P^2 - \mu}{\lambda}$, ou
 $\frac{1}{r} = \frac{P - 2\mu + 2P^2 + 2\mu P^2}{(4 + 2P)\lambda}$, qui sera $> \frac{PP}{(P+1)\lambda}$, si
 $P + 2\mu P^2 + 2\mu P^3$ est $> P^2 + 2\mu P^2 + 2\mu$, c'est-à-dire si $2\mu P^3 + (2\mu - 1)P^2$ est $> 2\mu + (2\mu - 1)P$.
 Ce qui est d'abord évident si $2\mu - 1$ est $= 0$ ou positif;
 & si $2\mu - 1$ est négatif, il faudra que $2\mu(P^3 + P^2 - P - 1)$

soit $> P^2 - P$, c'est-à-dire que $2\mu (P^2 - 1) (P + 1)$
 soit $> P^2 - P$, d'où l'on tire $2\mu (P + 1)^2 > P$ &
 $\mu > \frac{P}{2(P + 1)^2}$.

Soit, par exemple, $P = \frac{3}{2}$, on aura $\mu > \frac{3}{25}$; si $P = \frac{8}{5}$,
 on aura $\mu > \frac{8.5^2}{10.(13)^2} = \frac{20}{169} < \frac{3}{25}$.

En général, plus P sera grand, plus il est visible que $\frac{P}{(P + 1)^2}$
 sera petit, & par conséquent μ . Il résulte de ce calcul que dans
 le seul cas de l'*art. 3 du §. cité*, & jamais dans celui de l'*art. 2*,
 il faut mettre quelque restriction à la proposition énoncée dans
 cet *article 3*; mais comme cette restriction ne tombera que sur
 l'aberration causée par des rayons très-proches de l'axe, & d'autant
 plus proches que μ sera plus petit, elle ne nuira en rien aux consé-
 quences que nous avons tirées de ces *art. 2 & 3* sur la plus
 grande perfection des lentilles simples; par la raison que l'aber-
 ration la plus essentielle à considérer est celle des rayons extrêmes,
 ou les plus éloignés de l'axe; & que cette aberration est en effet
 la plus petite qu'il est possible dans les lentilles simples, telles que
 nous les avons déterminées.

II. Nous avons donné dans le §. IV du présent Mémoire
 (*art. 14 & suiv.*) des formules approchées pour les dimensions
 d'un grand nombre d'objectifs, en négligeant les puissances de v
 plus hautes que le quarré, & en n'ayant égard qu'aux termes où
 α & α' se trouvent d'une seule dimension. Voici des formules
 encore plus générales & plus exactes, d'après lesquelles on pourra
 calculer des Tables, si on le juge à propos.

Soit k ou $\frac{dP}{dP'}$ augmenté de la quantité k' , que je suppose
 assez petite, par exemple, $\frac{1}{20}$; on aura 1.^o pour $k + k'$, le
 rayon de la première surface $r = A + \beta k' + \gamma k'^2 + \epsilon k'^3$;
 2.^o pour $k - k'$, $r = A - \beta k' + \gamma k'^2 - \epsilon k'^3$;

d'où l'on tire d'abord, en nommant s la somme de ces deux valeurs de r , & δ leur différence, $\frac{s-2A}{2k'^2} = \gamma$; & $\beta k' + \epsilon k'^3 = \frac{\delta}{2}$; ou $\beta = \frac{\delta}{2k'} - \epsilon k'^2$.

Soit à présent r'' une troisième valeur de r pour $k + k''$, on aura cette valeur $= A + (\frac{\delta}{2k'} - \epsilon k'^2) k'' + (\frac{s-2A}{2k'^2}) k''^2 + \epsilon k''^3$; d'où l'on tirera la valeur de ϵ ; c'est-à-dire $\epsilon = [r'' - A - \frac{\delta k''}{2k'} - k''^2 (\frac{s-2A}{2k'^2})] : [k''^3 - k''k'^2] = [r'' - A] : [k''^3 - k''k'^2] - \frac{\delta}{k''^3 - k'^3} - \frac{\gamma k''}{k''^2 - k'^2}$.

Telles sont les valeurs de β , γ , ϵ , qu'on trouvera pour les différentes valeurs de $\frac{dP}{dP'} = k + k'$, A étant supposé connu pour la valeur de $\frac{dP}{dP'} = k$, & P , P' étant supposées les mêmes.

Voyons maintenant ce qui doit résulter de l'altération des quantités P & P' . Soit donc P augmenté de la quantité a , que je suppose $= \frac{1}{100}$ ou au-dessous, P' augmenté de la quantité a' , A la valeur de r qui répond à P & à P' , on aura 1.^o pour $P + a$, $r = A + Ba + Ca^2$; 2.^o pour $P - a$, $r = A - Ba + Ca^2$. Donc si on suppose $s =$ à la somme de ces deux valeurs de r , on aura $\frac{s-2A}{2a^2} = C$; & si on suppose $\delta =$ à leur différence, on aura $\frac{\delta}{2a} = B$.

On aura pareillement pour $P' + a'$, & $P' - a'$, P restant le même, les équations $\frac{s'-2A}{2a'^2} = C'$; & $\frac{\delta'}{2a'} = B'$.

Donc pour $P + a$, & $P' + a'$, on aura $r'' = A + Ba + Ca^2 + B'a' + C'a'^2 + Da a'$, formule dans

laquelle B, C, B', C' sont connus. Donc on aura à très-peu près

$$D = \frac{r' - A}{a a'} - \frac{B}{a'} - \frac{B'}{a} - \frac{C a'}{a'} - \frac{C' a'}{a}.$$

Si C' étoit inconnue aussi-bien que D , il est visible que deux valeurs de r pour deux valeurs différentes de $P + a$ & de $P' + a'$, donneroient C' & D ; car appelons r la valeur qui résulte de $P + a$ & $P' + a'$, & r' celle qui résulte de $P + \mathcal{C}$ & $P' + \mathcal{C}'$, & soit $\rho = r - A - Ba - Ca^2 - B'a'$; & $\rho' = r' - A - B\mathcal{C} - C\mathcal{C}^2 - B'\mathcal{C}'$, on aura $\rho = C'a'^2 + Da a'$; $\rho' = C'\mathcal{C}^2 + D\mathcal{C}\mathcal{C}'$; d'où l'on tire $\frac{\rho\mathcal{C}^2 - \rho'a'^2}{a a'\mathcal{C}^2 - \mathcal{C}\mathcal{C}'a'^2} = D$; & $\frac{\rho\mathcal{C}\mathcal{C}' - \rho a a'}{a'\mathcal{C}\mathcal{C}' - \mathcal{C}'a a'} = C'$.

De tout ce qui précède, il s'ensuit 1.^o qu'en supposant P & P' constants, & k variable d'une petite quantité k' , quatre suppositions différentes sur la valeur de k' , l'une desquelles suppositions sera $k' = 0$, donneront toutes les solutions possibles, pourvu que k' soit une quantité assez petite.

2.^o Qu'en supposant k constante, & P, P' variables d'une très-petite quantité, cinq suppositions différentes donneroient toutes les solutions possibles, savoir $P + a$ & $P', P - a$ & $P', P' + a'$ & $P, P' - a'$ & P ; enfin $P + a$ & $P' + a'$ à la fois; ou $P + a$ & $P', P - a$ & $P', P' + a'$ & $P, P + a$ & $P' + a', P + \mathcal{C}$ & $P' + \mathcal{C}'$.

3.^o Qu'en supposant k, P & P' variables à la fois, on aura de plus quatre nouveaux coefficients à déterminer, celui de $k'a$, celui de $k'a'$, celui de k'^2a & celui de k'^2a' : ce qui demande quatre nouvelles hypothèses de $k + k', P + a$ & $P'; k + k', P + \mathcal{C}$ & $P'; k + k', P' + a'$ & $P; k + k', P' + \mathcal{C}'$ & P . Ces quatre dernières suppositions donneront les coefficients de $a k', a' k', a k'^2$, & $a' k'^2$, en négligeant le coefficient de la quantité très-petite $a a' k'$.

Donc au moyen des résultats qui ont été donnés ci-dessus (§, III) pour différentes valeurs de P, P' , & k , on trouvera aisément les équations très-approchées pour un très-grand nombre

de lentilles dans lesquelles P ne différera pas beaucoup de 1,54, P' de 1,598, & k de $\frac{2}{3}$.

III. Dans les calculs du même §. IV ci-dessus, on a supposé que les quantités a & a' , que j'appelle ici ∂P & $\partial P'$, étoient assez petites pour qu'on pût négliger les termes où ces quantités feroient de deux dimensions. Si on vouloit ne les pas négliger, & de plus avoir égard en même temps aux erreurs qui pourroient avoir été commises dans la mesure de k , on pourroit alors se servir de la méthode indiquée *art. 805 & suiv. du III.^e Vol. de mes Opuscles*. Par cette méthode, il est aisé de voir que si A est une fonction de P, P', k , & qu'on suppose que P se change en $P + \partial P$, P' en $P' + \partial P'$ & k en $k + dk$, la quantité A deviendra

$$1.^{\circ} \text{ En ne faisant varier que } P, A + \frac{\partial P dA}{dP} + \frac{\partial P^2 ddP}{2dP^2} + \frac{\partial P^3 d^3A}{2.3dP^3} \&c.$$

$$2.^{\circ} \text{ En faisant varier } P \& P', A + \frac{\partial P dA}{dP} + \frac{\partial P^2 d^2A}{2dP^2} + \frac{\partial P^3 d^3A}{2.3dP^3} + \partial P \left(\frac{dA}{dP} + \frac{\partial P' ddA}{dP dP'} + \frac{\partial P^2 d^2A}{2dP dP^2} \right) + \partial P^2 \left(\frac{ddA}{2dP^2} + \frac{\partial P' d^3A}{2dP^2 dP'} \right) + \partial P^3 \left(\frac{d^3A}{2.3dP^3} \right) \&c. \text{ ou bien}$$

$$A + \frac{\partial P dA}{dP} + \frac{\partial P' dA}{dP'} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial P^2 ddA}{dP^2} + \frac{2\partial P \partial P' ddA}{dP dP'} + \frac{\partial P'^2 ddA}{dP'^2} \right) + \frac{1}{2.3} \left(\frac{\partial P^3 d^3A}{dP^3} + \frac{3\partial P^2 \partial P' d^3A}{dP^2 dP'} + \frac{3\partial P \partial P'^2 d^3A}{dP dP'^2} + \frac{\partial P'^3 d^3A}{dP'^3} \right) \&c.$$

$$3.^{\circ} \text{ En faisant varier } P, P' \& k, A + \frac{dk dA}{dk} + \frac{dk^2 ddA}{2dk^2} + \frac{dk^3 d^3A}{2.3dk^3} + \partial P \left(\frac{dA}{dP} + \frac{dk ddA}{dP dk} + \frac{dk^2 d^2A}{2dP dk^2} \right) + \partial P' \left(\frac{dA}{dP'} + \frac{dk d^2A}{dP' dk} + \frac{dk^2 d^3A}{2dP' dk^2} \right) + \partial P^2 \left(\frac{ddA}{2dP^2} + \frac{dk d^3A}{2dP^2 dk} \right) + \partial P^2 \left(\frac{ddA}{2dP^2} + \frac{dk d^3A}{2dP^2 dk} \right) + \frac{\partial P \partial P'}{2} \&c.$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{2ddA}{dPdP'} + \frac{2d^3A.dk}{dPdP'dk} \right) + \frac{1}{2,3} \left(\frac{\partial P^3 d^3 A}{dP^3} + \frac{3\partial P^2 \partial P' d^3 A}{dP^2 dP'} \right. \\
& \left. + \frac{3\partial P'^2 \partial P d^3 A}{dP'^2 dP} + \frac{\partial P'^3 d^3 A}{dP'^3} \right), \text{ ou bien } A + \frac{\partial P d A}{dP} + \frac{\partial P' d A}{dP'} + \frac{d k^3 d^3 A}{d k^3} \\
& + \frac{d k^2 d^3 A}{d k^2} + \frac{2\partial P \partial P' d^3 A}{dP dP'} + \frac{2\partial P d k^2 A}{dP d k} + \frac{2\partial P' d k^2 A}{dP' d k} \\
& + \frac{1}{2,3} \left(\frac{\partial P^3 d^3 A}{dP^3} + \frac{3\partial P^2 \partial P' d^3 A}{dP^2 dP'} + \frac{3\partial P \partial P'^2 d^3 A}{dP dP'^2} \right. \\
& + \frac{\partial P'^3 d^3 A}{dP'^3} + \frac{3\partial P d k^2 d^3 A}{dP d k^2} + \frac{3\partial P' d k^2 d^3 A}{dP' d k^2} + \frac{3\partial P^2 d k d^3 A}{dP^2 d k} \\
& \left. + \frac{3\partial P'^2 d k d^3 A}{dP'^2 d k} + \frac{6\partial P \partial P' d k d^3 A}{dP dP' d k} + \frac{d k^3 d^3 A}{d k^3} \right).
\end{aligned}$$

Dans ces quantités dont il est aisé de voir la loi, $\frac{d^3 A}{dP dP' dk}$ par exemple, représente la différence troisième de A , prise en faisant varier successivement P, P' & k ; $\frac{d^3 A}{dP^2 dk}$, représente la différence troisième de A , prise en faisant varier deux fois de suite P , & ensuite k &c. & ainsi du reste. Ces formules peuvent être d'autant plus utiles, qu'après avoir calculé à loisir toutes ces quantités, on aura aisément les valeurs très approchées des coefficients pour quelques valeurs que ce puisse être, de P , de P' & de k , pourvu que ces valeurs ne diffèrent pas beaucoup de celles qu'on a supposées dans nos calculs, c'est-à-dire de $P = 1,55$, $P' = 1,6$, & $k = \frac{2}{3}$; ce qui pourroit, en plusieurs cas, abréger infiniment les calculs, & en général les rendre beaucoup moins pénibles dans la plupart des cas qui peuvent se présenter.

IV. Nous avons vu (*Mém. 1764, §. VI, art. 1, 2 & 3*) que le coefficient de l'épaisseur ϵ pour la première lentille, dans l'aberration en largeur (coefficient que nous avons nommé A dans les *Mém. de 1765, §. VIII*), est $\frac{1-m}{r}$; que pour la seconde lentille le coefficient B de ϵ' est $\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'(P-1)}{\lambda}$; que

pour

pour la troisième, le coefficient C de ϵ'' est $\frac{1-m''}{r''} + m'' \times \left(\frac{P'-1}{\lambda'} + \frac{P-1}{\lambda} \right)$; d'où il est aisé de voir (en supposant $m'' = m$ & se souvenant que $m = \frac{1}{P}$ & $m' = \frac{1}{P'}$) que la quantité qui a été nommée a (*Mém.* 1765, §. VIII, art. 2) $= \frac{1}{P^2 r}$; que $b = \frac{K'}{P'^2 r'} - \frac{K'(P-1)}{P'^2 \lambda} + \frac{1}{P \lambda'}$; & $c = \frac{1}{P^2 r'} - \frac{1}{P^2} \left(\frac{P'-1}{\lambda} + \frac{P-1}{\lambda} \right) + \frac{1}{P} \left(\frac{K'}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda} \right) = \frac{1}{P^2 r'} - \frac{1}{P^2} \left(\frac{P'-1}{\lambda'} + \frac{P-1}{\lambda} \right)$ à cause de $\frac{K'}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda} = 0$.

D'après ces formules, il sera aisé de calculer l'aberration produite par les épaisseurs, & de voir quelles valeurs on doit donner à ces épaisseurs pour rendre l'aberration nulle, au moins dans les cas où cela sera possible, c'est-à-dire où l'épaisseur ne se trouvera ni négative, ni trop grande, ni trop petite; je dis trop petite, parce que la lentille à laquelle devoit appartenir cette épaisseur, pourroit avoir alors trop peu d'ouverture. En ce cas, il faudroit nécessairement faire l'épaisseur plus grande que le calcul ne la donne, mais la moins grande qu'il seroit possible, & faire en sorte au moins que l'aberration résultante de l'épaisseur, ne fût pas plus grande que celle d'une lentille ordinaire.

Si on ne donnoit d'épaisseur à une lentille simple bi-convexe isocèle, que celle que comporte le diamètre ω de son ouverture,

on auroit $\epsilon =$ à très-peu près $\frac{2 \omega \omega}{4 \times 2 R} = \frac{\omega \omega}{4 R} =$ à peu près

à la quantité constante & très-petite $\frac{1}{13}$ de ligne; ainsi dans le calcul

de l'art. 7 du §. VIII des *Mémoires* de 1765, η seroit très-petite; & par conséquent aussi ϵ & ϵ'' pourroient se trouver très-petites, ce qui seroit un inconvénient pour la perfection de la lunette. Mais on sait que η est beaucoup plus grande dans les lentilles bi-convexes isocèles, que ne le donne le calcul précédent.

V. Suivant les différentes valeurs de P' & de $\frac{dP'}{dP}$ données

Mém. 1767.

O

dans le *III.^e volume de mes Opuscules, page 404, & dans le §. III de ce Mémoire, art. 14, on aura*

$$P = 1,55; \frac{dP}{P-1} = dP \times (1,8182).$$

$$P' = 1,6; \frac{dP'}{dP} = \frac{3}{2}; \& \frac{dP' (P-1)}{dP (P'-1)} = \frac{2,5000}{1,8182}.$$

$$P' = 1,61; \frac{dP'}{dP} = 3; \& \frac{dP' (P-1)}{dP (P'-1)} = \frac{4,5181}{1,8182}.$$

$$P' = 1,664; \frac{dP'}{dP} = 1,354; \& \frac{dP' (P-1)}{dP (P'-1)} = \frac{2,0392}{1,8182}.$$

$$P' = 1,724; \frac{dP'}{dP} = 1,8; \& \frac{dP' (P-1)}{dP (P'-1)} = \frac{2,4862}{1,8182}.$$

$$P' = 1,732; \frac{dP'}{dP} = 2,207; \& \frac{dP' (P-1)}{dP (P'-1)} = \frac{3,0151}{1,8182}.$$

$$P' = 1,787; \frac{dP'}{dP} = 3,259; \& \frac{dP' (P-1)}{dP (P'-1)} = \frac{4,1410}{1,8182}.$$

$$P' = 1,830; \frac{dP'}{dP} = 3,550; \& \frac{dP' (P-1)}{dP (P'-1)} = \frac{4,2772}{1,8182}.$$

$$P' = 2,018; \frac{dP'}{dP} = 4,8; \& \frac{dP' (P-1)}{dP (P'-1)} = \frac{4,7619}{1,8182}.$$

Il est évident par cette petite Table, que P' croissant, $\frac{dP'}{dP}$ n'augmente pas toujours, puisque $P' = 1,61$ donne $\frac{dP'}{dP}$ plus grand que $P' = 1,664$ ou $1,724$ ou $1,732$; & que $P' = 1,664$ donne $\frac{dP'}{dP}$ plus petit que ne le donne $P' = 1,6$.

On voit en second lieu que P' croissant, & P restant le même, $\frac{dP' (P-1)}{dP (P'-1)}$ n'augmente pas toujours, puisque $P' = 2,018$

donne $\frac{dP' (P - 1)}{dP (P' - 1)}$ plus petit que ne le donne $P' = 1,61$;

& que $P' = 1,664$ donne $\frac{dP' (P - 1)}{dP (P' - 1)}$ plus petit que ne le donne $P' = 1,6$.

Comme la quantité $\frac{dP' (P - 1)}{dP (P' - 1)}$ exprime l'augmentation produite par les lunettes de poche dont nous avons parlé dans les *Mémoires de 1765*, §. XIII, art. 2, & dans le III.^e Vol. de nos *Opuscules*, page 336 & suiv. il est visible que cette augmentation n'est pas toujours d'autant plus grande que P est plus grande par rapport à P ; & qu'ainsi il faudra préférer pour ces lunettes les matières qui étant comparées entr'elles donnent $\frac{dP' (P - 1)}{dP (P' - 1)}$ le plus grand qu'il est possible.

VI. Telles sont les principales recherches que j'ai faites jusqu'ici sur les lunettes achromatiques, & dont les trois *Mémoires* que j'ai donnés à l'Académie, joints au troisième volume de mes *Opuscules*, contiennent le résultat. Je me propose de continuer ces recherches, quand j'aurai terminé d'autres travaux dont je suis occupé présentement. En attendant, je crois pouvoir quant à présent conclure de mes calculs; 1.^o que les objectifs à trois lentilles sont ceux qu'on doit préférer. 2.^o Que ces objectifs seront excellens s'ils sont construits suivant les dimensions que j'ai données dans mon *Mémoire de 1764*. 3.^o Que si on veut construire un objectif dont les lentilles ne se touchent pas immédiatement, on pourra avoir recours à nos formules des *Mémoires de 1765*, §. XIV. 4.^o Que si dans ce cas on veut que les trois lentilles soient bi-convexes ou bi-concaves isocèles, ce qui est beaucoup plus commode pour la construction, il ne sera pas possible à la vérité d'anéantir à la fois les deux aberrations, parce qu'il n'y aura que trois inconnues; mais on pourra essayer (d'après le §. II du présent *Mémoire*, art. 6 & suiv.) quelle est en ce cas la disposition la plus avantageuse des lentilles entr'elles, & quelle est celle des deux aberrations qu'il est le plus à propos de détruire; cette recherche peut être pour les Géomètres & les Artistes

l'objet d'un travail fort utile, auquel je les invite, & pour lequel ils trouveront dans mes formules tous les secours nécessaires. 5.° Il résulte encore du §. *X des Mémoires de 1765*, qu'on pourra adapter à l'objectif deux oculaires, qui pris ensemble seront exempts de l'aberration de sphéricité, & qui bien choisis pourront même détruire le peu d'aberration de réfrangibilité qui pourroit rester dans l'objectif. 6.° Qu'on peut, en employant un seul oculaire, lui donner les dimensions indiquées dans le §. *XI des Mémoires de 1765*. 7.° Qu'on peut construire d'après le §. *XIII des mêmes Mémoires de 1765*, de très-bonnes lunettes de poche avec un objectif & un oculaire simple de différentes matières. 8.° Enfin qu'on peut, par les moyens que j'ai donnés, former un grand nombre de Tables toutes calculées, fort utiles aux Géomètres qui s'appliqueront à suivre l'objet important qui m'a occupé dans ces trois Mémoires, & dont l'Optique, l'Astronomie & la Navigation peuvent tirer de grands avantages.



EXPÉRIENCES SUR LA POUDRE À CANON EMPLOYÉE EN DIFFÉRENS ÉTATS.

Par M. l'Abbé NOLLET.

IL y a toute apparence que la première invention de la Poudre est une production du hasard : le genre humain a-t-il à se féliciter de cette singulière découverte, ou bien a-t-il à regretter qu'elle n'ait point été enlevée avec son auteur ? C'est une question problématique que je ne cherche point à décider ; mais puisque cette merveilleuse & redoutable composition n'est plus un secret, puisqu'elle est entre les mains de toutes les Nations , & qu'on peut la faire valoir pour se défendre, aussi-bien que pour attaquer, nous devons regarder comme une chose importante, de bien connoître les effets dont elle est capable ; en un mot, ce que nous devons craindre ou attendre d'elle dans tous les cas.

14 Novemb.
1767.

Les spéculations & les raisonnemens fondés sur les principes de la Physique ou de la Chimie la plus éclairée, nous ont moins servi jusqu'à présent à prévoir les effets de la poudre, qu'à les expliquer quand ils ont été connus. L'expérience est le guide le plus sûr dans ces sortes de recherches, & sans elle il ne seroit pas prudent d'innover dans une pareille matière : aussi voyons-nous que l'Artillerie ne s'est perfectionnée & ne se perfectionne encore que par ces hommes de génie à qui la théorie fait entrevoir les possibilités, mais qui ne comptent sur rien, jusqu'à ce que des essais bien conduits & suffisamment réitérés aient mis le sceau aux nouveautés qu'ils ont à produire.

On a été long-temps sans savoir la quantité de poudre nécessaire & suffisante pour avoir le plus grand effet possible, avec une pièce de tel ou tel calibre. Quoique cela ne soit point encore déterminé avec autant de précision qu'on le pourroit désirer, il est

pourtant certain que par la grande quantité d'expériences qui ont été faites à ce sujet, on est parvenu à corriger un usage abusif, & qu'on épargne aujourd'hui une partie assez considérable de poudre, qui étoit employée ci-devant en pure perte. Peut-être ne manque-t-il plus, pour remplir complètement cet objet, que quelques changemens à faire aux dimensions des pièces ou à la façon de les charger; & c'est de quoi sont occupés aujourd'hui plusieurs Officiers de marque, consommés dans la pratique de leur art, & à qui je crois qu'il convient mieux qu'à personne de proposer ou de condamner ces innovations.

Les expériences que je vais rapporter, ne sont pas d'une aussi grande conséquence que celles-là, mais elles ont aussi leur objet d'économie, & dans certains cas elles offriront des ressources sur lesquelles on n'auroit pas cru pouvoir compter; elles sont moins mes expériences que celles des Officiers commandans aux Écoles de la Fère, qui ont eu la complaisance de les ordonner quand je les ai demandées pour ma propre instruction; & j'ai usé de cette facilité toutes les fois que j'ai fait quelque question qui a paru nouvelle, ou sur laquelle j'ai vu les sentimens partagés.

Tout le monde sait que la poudre à canon se fait avec du salpêtre raffiné, du soufre & du charbon mêlés ensemble & longuement broyés à l'aide d'un peu d'eau commune qu'on y met de temps en temps pour faciliter la trituration & le mélange, & pour prévenir les accidens de l'inflammation. Quand on considère cette mixtion dans la vue d'en expliquer la nature & les vertus, on doit tenir compte de l'air qui s'y concentre par l'action des pilons, & sur-tout de cette matière subtile qui se trouve répandue par-tout, & que nous appelons *feu élémentaire* ou *matière du feu*; mais ce n'est point-là l'objet qui m'occupe aujourd'hui.

La poudre en sortant du moulin, est donc une pâte presque sèche, ou qui n'a que l'humidité qu'il lui faut pour se pelotonner en petits grains en passant par un crible; après quoi on la fait sécher tout-à-fait.

La poudre qui n'est point encore grenée, ou qui l'ayant été ne l'est plus, s'appelle *pulverin*: quand il est nouveau il se nomme *pulverin verd*; & lorsqu'il est vieux, tel que celui qui s'amasse

au fond des tonneaux, ou qui provient de vieilles poudres qui ont resté long-temps dans les magasins des Arsénaux, il s'appelle *poudre décomposée*. Quand il y a beaucoup de ces matières, on les renvoie au moulin pour les rebattre & les remettre en état de servir.

Ce fut à l'occasion de cette économie, que je demandai si le pulverin, quoiqu'inférieur à la poudre grenée, ne pourroit pas en cas de besoin s'employer au service du canon ou des mortiers. Feu M. Regnier, alors Commissaire des poudres, homme très-instruit de tout ce qui concerne cette matière, & que je consultois avec confiance, me répondit d'une manière très-décidée que le pulverin ne faisoit que fuser comme du salpêtre pulvérisé, & qu'il ne faisoit point l'explosion totale qui est absolument nécessaire dans les armes à feu.

Cette réponse fut confirmée par celle de plusieurs Officiers anciens & très-expérimentés, qui me donnoient pour preuve ce qui se pratique généralement pour toutes les pièces d'artifice, où il faut nécessairement que l'inflammation soit sensiblement successive & quelquefois très-lente. Le moyen le plus sûr de parvenir à cet effet, me disoit-on, & celui qu'on ne manque jamais d'employer, c'est d'écraser la poudre ou de la prendre dans l'état de pulverin; on a même l'attention, sur-tout pour les fusées des bombes, de la faire passer par un tamis fin, pour être bien sûr qu'il n'y en entre aucune partie qui soit grenée.

Cependant, leur disois-je, si l'invention de la poudre est due à une explosion extraordinaire, & à laquelle le Chimiste ne s'attendoit pas, cette inflammation n'a pas dû ressembler à celle du salpêtre qui fuse, dont il avoit sans doute une pleine connoissance; & si elle a été subite & totale, comme on a tout lieu de le croire, elle ne venoit pas de ce que la mixtion fût grenée: car cette façon qu'on donne aujourd'hui à la poudre, & qui la rend meilleure & plus commode dans l'usage, est certainement postérieure à la première invention, c'est l'ouvrage de la réflexion & de l'expérience.

S'il arrive que le feu se mette dans un moulin à poudre (il ne faut pour cela qu'une étincelle), dans l'instant l'édifice saute

en l'air; tout le voisinage en est ébranlé, & le bruit semblable à celui d'une grosse pièce d'artillerie, annonce au loin le défilre; une simple déflagration feroit-elle tant de fracas?

Quant à l'argument tiré de ce qui se pratique pour l'artifice, j'observois à ces Messieurs que l'inflammation lente ou sensiblement successive, pouvoit venir non-seulement des nouvelles matières qu'on joint à la poudre, mais encore & principalement du soin que l'on a de fouler & de presser fortement la composition dans les cavités qui la renferment; car alors le feu ne peut point se communiquer en un instant dans toute la masse, comme il se communique dans une charge de poudre dont les grains ne se touchent point de si près, & entre lesquels il y a de petites portions d'air si propres & en même temps si nécessaires à toute inflammation.

Pour juger de la valeur des raisons alléguées de part & d'autre, nous convinmes de nous en rapporter à l'expérience; & le 18 Août 1759, à six heures du soir, nous fîmes nos premières épreuves avec un mortier dont le boulet étoit de cuivre massif pesant 20 livres, & nous tirâmes toujours sous un angle de 45 degrés.

On chargea ce mortier avec une once de pulverin neuf & bien séché, que l'on plaça au fond de la chambre sans le fouler, on amorça avec du pulverin semblable & l'on mit le feu. L'inflammation fut prompte, la détonation peu différente de celle que produit une pareille quantité de poudre grenée, & la portée du boulet fut de 45 toises.

On tira ensuite avec une once du même pulverin, que l'on foula un peu avec un cylindre de bois dont la base étoit presque aussi large que la chambre du mortier; le coup ne parut pas plus fort que les précédens, & la portée du boulet ne fut que de 35 toises.

Comme la chambre du mortier étoit plus grande qu'il ne falloit pour contenir une once de pulverin, sur-tout quand il étoit foulé, on soupçonna que la diminution de la portée pouvoit venir de la distance qu'il y avoit entre la charge & le boulet, plutôt que du refoulement du pulverin: c'est pourquoi après avoir placé

&

& refoulé celui-ci, on mit par-dessus un tampon de bois qui remplissoit le vide, & sur lequel reposoit immédiatement le boulet; les coups qui furent tirés, avec cette précaution, firent juger que la détonation étoit un peu plus forte, & la portée du boulet fut de 46 toises.

Ayant appris par ces premières épreuves, 1.^o que le pulverin peut s'enflammer subitement dans une arme à feu: 2.^o qu'étant employé en petite quantité il peut, par son explosion, faire jaillir au loin des corps très-graves: 3.^o qu'il est capable de ces deux effets quand il n'est point foulé du tout, ou quand il ne l'est que médiocrement; je cherchai à comparer sa force avec celle de la poudre grenée, pour en connoître la différence.

Pour cet effet, le même mortier fut chargé avec une demi-once de poudre grenée & autant de pulverin mêlés ensemble, tantôt sans être foulé & sans tampon, d'autres fois étant foulé & avec un tampon de bois par-dessus, pour ne point laisser de vide entre la charge & le boulet: dans ces différentes épreuves, la portion de poudre grenée ne parut point avoir augmenté notablement, ni la promptitude, ni la force de la détonation, & les portées du boulet furent, à quelques pieds près, semblables entre elles, mais de 5 à 6 toises moins grandes que celles de la première & de la troisième épreuve, faites avec le pulverin sans mélange.

Enfin, nous chargeames le mortier avec une once de poudre grenée, tantôt foulée & tantôt non foulée; dans le premier cas, la portée fut de 45 toises, dans le second elle alla jusqu'à 53 toises.

Si nous nous étions arrêtés à ces dernières expériences, nous aurions conclu que le pulverin neuf un peu foulé, a autant de force que la poudre grenée de la même composition; mais cette conséquence, quoique dictée par des faits, n'étoit point vraisemblable: il nous parut qu'il étoit plus sage de regarder nos premières épreuves comme imparfaites, & de les recommencer plus en grand, avec plus de soin, & en variant davantage les procédés.

Dans cette vue, nous nous rassemblames au polygone de l'École le 7 Septembre de la même année, à 7 heures du matin, par un temps calme & serein; & nous tirames d'abord avec un

mortier de 12 pouces de diamètre, à chambre conique & sous un angle de 45 degrés, des bombes vides qui pesoient environ 130 livres.

On chargea, pour les premiers coups, avec 19 onces de poudre grenée, sur quoi l'on mettoit un tampon de foin & un peu de terre; & quand la bombe étoit placée, on fouloit tout autour un peu de terre, pour boucher le vent: la portée commune fut de 180 toises.

Ensuite on chargea la même pièce avec 19 onces de pulverin neuf, que l'on pressa un peu avec le bouchon de foin, & du reste on procéda comme dans les coups précédens, en employant la même bombe; au premier coup, la portée ne fut que de 103 toises: mais il faut remarquer qu'il s'étoit répandu environ une once de pulverin par la lumière tandis qu'on chargeoit, que l'on n'en put faire rentrer qu'une partie, & que la charge, lorsqu'on eut mis le feu, fusa par cet endroit pendant deux bonnes secondes avant l'explosion, ce qui a dû diminuer son effet d'une quantité notable.

Pour les autres coups, la pièce ayant été chargée de même, avec la précaution de tenir la lumière bouchée jusqu'au moment d'amorcer & de mettre le feu pour empêcher le pulverin de sortir; la charge ne fusa plus, l'explosion se fit dans l'instant qu'on mit le feu, & les portées furent communément de 135 toises: c'est-à-dire qu'à charges égales la poudre grenée & le pulverin de la même composition, ont donné, dans les circonstances que je viens de citer, des portées qui étoient entre elles comme 180 à 135, ou dans le rapport de 4 à 3.

Les portées de 135 ont augmenté de 14 à 15 toises, quand au lieu de charger avec 19 onces de pulverin sans mélange, je n'en ai employé que 18, avec une once de poudre grenée que j'y ai mêlée, ainsi elles étoient alors de 149 ou 150 toises; elles ne différoient plus que d'un sixième de celles que j'avois eues avec 19 onces de poudre grenée.

Elles en différoient encore moins, quand le pulverin, employé seul, a été augmenté de deux onces; les portées ont presque tous jours passé au-delà de 150 toises, & ont été quelquefois à 156.

Nous avons donc bien fait de ne pas nous presser de conclure, d'après nos premières épreuves, que le pulverin neuf a la même force que la poudre grenée, puisque celles que nous avons faites après, en plus grand nombre & avec des charges plus fortes, nous ont montré constamment, que les effets sont plus grands quand on tire avec la poudre grenée, soit qu'on l'employe seule, soit qu'on la mêle avec le pulverin : mais il reste pour constant qu'on peut tirer parti de ce dernier pour le jet des bombes, & sur-tout en augmentant un peu les charges, ou bien en y mettant une petite quantité de poudre en grains.

Après avoir éprouvé le pulverin dans le mortier, je cherchai à savoir ce qu'on pouvoit en attendre pour le service du canon ; on chargea une pièce de 12, alternativement avec trois livres de poudre grenée & avec trois livres de pulverin, & après y avoir mis un boulet de calibre, on la pointa sur le but du polygone qui est à 172 toises de la batterie : les Officiers qui assistèrent à ces épreuves, & qui étoient en grand nombre, se placèrent les uns auprès de la batterie, les autres aux deux côtés du but, & à une distance convenable pour voir arriver le boulet sans courir aucun risque. Après six coups tirés de suite, on jugea unanimement que les coups tirés avec le pulverin avoient été un peu plus mous que ceux qui avoient été tirés avec la poudre en grains.

Cependant on convint avec la même unanimité, que dans les uns comme dans les autres, les boulets s'étoient également bien soutenus ; c'est-à-dire qu'on ne s'aperçut point que le pulverin eût fait baisser le coup plus que la poudre grenée.

On tira encore plusieurs coups en chargeant avec 4 livres de pulverin, & les spectateurs les plus expérimentés décidèrent qu'ils étoient pour le moins aussi vifs que ceux qu'on avoit tirés avec 3 livres de poudre grenée.

Ces dernières expériences nous apprirent donc qu'en cas de besoin la poudre qui n'est point grenée, peut être utilement employée au service du canon, comme à celui du mortier, & qu'on peut, sur-tout en augmentant les charges, lui faire produire des effets assez approchans de ceux dont elle est capable lorsqu'elle est dans son meilleur état. Mais quoique cette découverte parût

suffisamment constatée, je ne pouvois raisonnablement m'en applaudir, qu'autant que j'y verrois quelque utilité; & je n'y en apercevois point ou très-peu, s'il falloit pour suppléer efficacement à la poudre ordinaire, du pulverin neuf, tel que celui dont j'avois fait usage jusqu'alors: car les fonds des tonneaux ou le poussier des magasins, sont de vieilles matières qu'on regarde comme décomposées, & qui sont censées avoir perdu toute la qualité qu'elles avoient acquise au moulin.

Mon séjour à la Fère finissoit quand je fis cette réflexion, il me restoit à peine le temps de faire quelques essais avec du poussier que je fis ramasser au magasin du parc; je les fis cependant avant mon départ, & quoique ce ne fussent que des chauches, j'en vis assez pour me faire dire avec confiance que tout ce que nous avions vu avec le pulverin neuf, nous le verrions de même avec celui qui auroit vieilli, à la différence près du plus au moins.

Les sentimens furent partagés sur ma prédiction: il faut avouer qu'elle ne s'accordoit guère avec le préjugé où l'on est que la poudre se décompose en vieillissant; mais on peut dire que cette opinion n'est pas aussi-bien fondée qu'elle est accréditée. J'avoue que la poudre trop long-temps gardée dans des lieux bas, prend de l'humidité, que les grains s'ouvrent, qu'une partie de son salpêtre se pousse au dehors, & qu'il fleurit, ce qui la met certainement dans un état défectueux; mais ce n'est point encore là une décomposition qui lui ôte ses qualités essentielles, les matières composantes y sont encore intimement mêlées, à cause de la longue trituration qui les a mises à même de s'unir, & il semble qu'il soit réservé à la seule action du feu de les séparer.

L'année suivante, quand je retournai à la Fère, j'y trouvai une nouvelle brigade d'Artillerie & de nouveaux Officiers: celui qui étoit chargé du Parc, & à qui l'on m'adressa pour les nouvelles expériences que je voulois faire, me prévint que je ne devois pas m'attendre à voir réussir les *poudres décomposées*, comme le pulverin neuf dont je m'étois servi l'année précédente, & il m'en donna des raisons si spécieuses, que je doutai moi-même de la réussite; cependant on fut d'avis, comme moi, d'en venir aux épreuves, & je crus ne pouvoir mieux faire que de prier ce même

Officier, Directeur du parc, qui doutoit plus que personne des effets dont je m'étois flatté, de vouloir bien prendre soin lui-même des préparatifs, & de présider aux manipulations; ce fut lui qui fit le choix des matières, qui pesa les charges, qui les mit dans le mortier & qui mesura les portées.

Il prépara cinq sortes de matières; 1.^o de la poudre grenée ordinaire; 2.^o du pulverin neuf & passé au tamis; 3.^o du pouffier frais, c'est-à-dire de la poudre écrasée, tirée du fond d'un baril nouvellement vidé; 4.^o de la poudre mouillée, écrasée & séchée ensuite; 5.^o enfin ce qu'on appelle communément *poudre décomposée*, c'est de la poudre qui est depuis long-temps en pouffier dans les magasins. De toutes ces poudres, il prépara plusieurs charges dont chacune pesoit 3 onces.

Les expériences furent faites le 3 Septembre 1760, à neuf heures du matin, par un temps calme & sec, en présence des principaux Officiers de la brigade, dont le chef étoit alors M. de Beausire. On les fit avec les mortiers dont on se sert à l'Arsenal pour faire l'épreuve des poudres; le boulet qui est de cuivre massif, pèse 60 livres, & ces mortiers sont élevés sous un angle constant de 45 degrés; on tira quatre coups avec chacune de ces poudres, & voici quelles furent les portées communes.

Avec	la poudre grenée.....	94 toises.
	le pulverin neuf, passé au tamis.....	74.
	le pouffier frais.....	75.
	la poudre écrasée, mouillée & séchée.....	86.
	la poudre décomposée ou réputée telle.....	80.

Ces effets qui surpassèrent mon attente me firent desirer qu'on répétât les expériences avec le même boulet, mais en changeant de mortier; on en prit donc un autre qui est destiné au même usage que le premier, on tira avec les mêmes attentions, & les portées furent

Avec	la poudre grenée.....	99 toises.
	le pulverin neuf.....	90.
	le pouffier frais.....	87.
	la poudre écrasée, mouillée & séchée.....	97.
	la poudre dite décomposée.....	92.

Ces derniers résultats, comme l'on voit, sont encore plus surprenans que les premiers; mais il m'a paru assez généralement par toutes les expériences qui ont fait l'objet de ce Mémoire, que les petites charges laissoient apercevoir moins de différence que les grandes, entre les effets du pulvérin & ceux de la poudre grenée; ce qui vient, je pense, de ce que l'inflammation de la masse totale est plus prompte dans celle-ci que dans l'autre. Quoique ces épreuves aient été faites avec soin par des mains non suspectes & sous les yeux de plusieurs Officiers très-éclairés & très-attentifs à ce qui devoit en résulter, je ne voudrois pas qu'on en tirât cette conséquence, que la plus mauvaise poudre, celle qui a été mouillée & qui est comme défaite, est toujours capable de produire des effets peu différens de ceux qu'on a droit d'attendre de la poudre grenée ordinaire: car à en juger par les expériences de l'année précédente, qui ont été faites avec de plus grandes charges, il y a eu plus de différence entre les portées; & il pourroit se faire que dans celles-ci le hasard, malgré l'intention du Directeur du parc, eût fait employer des matières qui n'étoient pas aussi mauvaises qu'elles auroient pu l'être & qu'il le croyoit. Mais ayant égard aussi à toutes nos épreuves, tant d'une année que de l'autre, je ne crois pas qu'on puisse se dispenser de conclure qu'on peut tirer un très-bon parti des poudres qu'on a regardées jusqu'à présent comme défaites, soit pour l'usage des Écoles, soit dans les occasions de fêtes & de réjouissances, &c. & que dans une place assiégée, on ne seroit point encore sans ressource, si après avoir consummé toute la bonne poudre, on se trouvoit muni d'une certaine quantité de celles qu'on a mises au rebut, pour les renvoyer au moulin.



M É M O I R E

S U R L E

M O U V E M E N T D E S A P S I D E S

D E L A L U N E.

Par M. F O N T A I N E.

θ désignant la longitude du Soleil,
φ celle de la Lune, & ψ sa latitude;

77 Janvier
1767.

Toutes les fois que la Lune se trouvera dans la ligne des apsidés, on aura

$$\sin. \psi \sin. \theta dd(\cos. \psi \cos. \phi) - \sin. \psi \cos. \theta dd(\cos. \psi \sin. \phi) + \cos. \psi \sin. (\phi - \theta) dd \sin. \psi = 0.$$

Cela est démontré dans mon Mémoire sur le mouvement de la Lune autour de la Terre, d'après le système de la pesanteur, lequel se trouve à la page 404 de mon Recueil.

Maintenant, au moyen des observations & du lemme qui est à la tête du Mémoire, on aura

$$\sin. \theta, \cos. \theta, \sin. \phi, \cos. \phi, \sin. \psi, \cos. \psi \text{ en } t.$$

L'on substituera dans l'équation, & à sa place on en aura une en t , au moyen de laquelle on déterminera le moment où la Lune aura passé par son apogée ou par son périée; & si le calcul se trouve d'accord avec les observations, on aura la plus grande confirmation qu'on ait encore eue du fameux système de la pesanteur.

J'ai donné beaucoup d'autres vues dans ce même Mémoire, que le succès de celle-ci pourra engager les Astronomes à prendre & à suivre.



M É M O I R E
S U R L A
LUMIÈRE QUE DONNE L'EAU DE LA MER;
PRINCIPALEMENT
DANS LES LAGUNES DE VENISE.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY (a).

21 Février
1767.

NOTRE dessein étant d'observer à Venise avec la plus grande attention, l'eau de la mer lorsqu'elle donne de la lumière, nous montions presque tous les soirs en gondole pour examiner les étincelles qui se remarquent plus fréquemment & en plus grand nombre dans les lagunes; & nous jouissions du plus beau spectacle, en faisant notre possible pour en découvrir les causes.

J'avois déjà admiré cette lumière dans l'Océan, où je fus frappé de la beauté qu'offroit à l'œil un canot bien armé qui venoit au port. J'étois curieux d'en chercher la cause à Venise, où il sembleroit qu'elle dût être plus aisée à reconnoître, puisque les lagunes passent pour y présenter ce phénomène plus qu'ailleurs, lorsque l'eau est calme & dans certaines saisons de l'année (b).

Nous avons vu ces étincelles plusieurs fois à Venise; mais lorsque nous voulions puiser de l'eau dans des vases, nous ne pouvions plus les obtenir, quoique nous eussions fait notre possible pour prendre avec l'eau ce qui pouvoit donner l'origine à l'étincelle.

Nous avons souvent mis de l'eau dans des seaux, sans jamais, de retour au logis, y avoir rien découvert de lumineux & sans y avoir rien aperçu, qui pût faire croire que l'eau des lagunes dût cette lumière à des insectes; quoique nous ne puissions douter que plusieurs insectes de mer, les petites Scolopendres qui se

(a) J'ai fait ces observations avec M. Mauduit, Docteur de la Faculté de Médecine de Paris.

(b) La mer est aussi très-lumineuse aux environs des îles Maldives & à la côte de Malabar.

trouvent dans les huîtres (c), les poissons pourris & beaucoup d'espèces de poissons de mer, les zoophytes, les polypes & les polypiers, &c. donnaient de la lumière dans l'obscurité.

Nous n'ignorions pas aussi l'histoire des coquillages connus sous le nom de *Pholades* ou *Dails* que les Italiens regardent comme un mets très-délicat, & qu'ils nomment sur les côtes de la Marche d'Ancône (où il est commun) *Bellari*; ils ont été décrits par M. de Reaumur^a, ce sont les poissons qui brillent davantage dans l'eau, qui donnent le plus de lumière dans l'obscurité, & qui pouvoient plutôt faire croire que la mer la devoit encore à d'autres poissons plus petits, qui se trouvant en grand nombre dans la mer Adriatique, auroient brillé dans l'eau la nuit, comme ceux-ci le faisoient. Les Anciens même avoient cité plusieurs espèces de poissons & de coquillages de mer qui donnoient de la lumière^b.

^a Voyez les *Mém. de l'Acad. de 1723, & le tome V des Savans Étrang.*

Les Auteurs tant anciens que modernes, ont donné à la lumière de la mer une origine & une cause différentes. Ne peut-on pas croire que chacun a été fondé dans son sentiment? Examinons encore le fait, & pesons les circonstances; nous serons pour lors plus en état de nous décider.

^b Voy. *Plin.*, lib. IX, cap. 6.

Nous venons de dire qu'en prenant pendant plusieurs soirées de l'eau de la mer, dans les endroits où elle nous paroïssoit être la plus lumineuse, nous n'avions jamais été assez heureux pour la voir ensuite briller dans l'obscurité.

Nous ne pumes dans les lagunes observer que la forme de la lumière, qui nous parut souvent de figure & de couleur différentes: quelquefois elle étoit à grands rayons & assez semblable aux étincelles produites par l'électricité, ou à la lueur du baromètre; d'autres fois elle scintilloit, ou elle formoit une traînée de lumière; enfin cette lueur plus ou moins vive étoit aussi de couleur plus blanche ou plus bleuâtre.

(c) Le Journal des Savans du 12 Avril 1666, parle fort au long des vers luisans qui se trouvent sur les huîtres.

Dans les *Transactions philosoph.* n.° 12, M. Auxant décrit trois es-

Mém. 1767.

pèces d'animaux luisans qui sont dans les coquilles des huîtres, & qui les rendent lumineuses. Il seroit très-long de citer ici tous les animaux de mer lumineux, & ce n'est point le but que je me propose.

. Q

Nous vîmes un de ces feux figuré en étoiles, briller assez longtemps le long d'un escalier de Venise; nous nous en approchâmes, mais le mouvement que notre gondole donna à l'eau, fit disparaître la lumière, & nous ôta le moyen d'examiner & de découvrir ce qui l'avoit produite.

Je savois que M. Grifellini avoit donné & envoyé à l'Académie une Dissertation sur une petite scolopendre marine luisante (*d*), qui pouvoit rendre l'eau de la mer lumineuse. J'avois lû les observations qu'a faites sur cet insecte M. l'abbé Nollet^a, & les remarques de M. Godeheu^b.

^a *Mém. Acad.*
1760.

^b *Savans Étr.*
tome III.

^c *Amanitates*
Acad. tom. III,
pag. 202.

M. Von-Linné^c a inséré une Dissertation de M. Adler, intitulée *Noctiluca marina*, dans laquelle il recherche la cause du phénomène dont nous parlons, & qu'il regarde comme commun à toutes les mers.

M. Adler cite Imperati, Columna, Aldrovande, Boccone; Bonnani, Kirker, Vallisnieri, Plancus-Gualteri, qui ont déjà parlé de cette singularité; mais il ajoute que la cause n'en a été connue que depuis 1750, que M. Donati l'a publiée dans son Histoire Naturelle de la mer Adriatique. Vianelli, en 1749, avoit déjà conjecturé que la lumière de la mer étoit dûe à des animaux ou vermiculeux imperceptibles; mais M. Donati assure que ce sont des scolopendres qui la lui procurent.

La plupart de ces Auteurs, & M. Grifellini qui a peu ajouté d'observations à celles qu'ils avoient faites, semblent donc particulièrement & même uniquement attribuer la cause de la lumière que donne l'eau de la mer, à celle que produit cet insecte. Prévenus en faveur de leur découverte, n'ont-ils pas trop étendu leurs idées? c'est ce qui, je crois, sera aisé à prouver.

^d *Syst. Nat.*
edit. Holm.
pag. 72.

^e *Pages 206*
et 207.

M. Adler^d range cet insecte dans la classe & le genre des *neréis* ou *scolopendres* de M. Von-Linné. M. Adler^e cite les noms des poissons, coquillages, animaux & même des plantes qui luisent dans l'obscurité. Je n'ajouterai rien à la description de la petite

(*d*) La dissertation de M. Grifellini a été imprimée à Venise en 1750, chez *Pietro Bassaglia*, *Librario calle di Stagnari*. Voyez les Observations du Docteur Vianelli, Médecin à

Chioggia, sur cet insecte qu'il appelle *lucioletta del acqua marina*. Ces Observations ont pour titre, *nuove Scoperte intorno le luci notturne della acqua marina*.

scolopendre, donnée par M. Von-Linné; elle m'a paru très-juste, ainsi que la figure qu'il a donnée de l'animal.

Tome III, pag.
209 & 210.

Comme j'ai long-temps cherché cet insecte à Venise avant que de le trouver, je crois devoir indiquer aux Voyageurs ou à ceux qui voudroient répéter ces expériences, le moyen sûr de s'en procurer aisément une quantité qui leur suffise pour multiplier les observations.

Ayant lû la Dissertation de M. Griselini, j'allai le voir, & j'entrai avec lui dans des détails sur les moyens que je devois prendre pour trouver l'insecte; persuadé que la réussite d'une observation dépend souvent de peu de chose, & qu'en la négligeant on nie ou l'on refuse de croire les faits les plus vrais.

M. Griselini ne put me montrer cette scolopendre chez lui, l'extrême petitesse de cet insecte ôtant la liberté de le conserver; mais il m'apprit le vrai moyen de me le procurer.

Le soir, nous envoyâmes devant notre demeure nos gondoliers chercher une brassée de *goëmon*; nous le fîmes mettre dans une chambre, & nous vîmes, en y entrant sans lumière, une quantité prodigieuse de petites étincelles très-brillantes.

En prenant une feuille de *goëmon* où l'on voyoit briller une étincelle, on y apercevoit un mouvement; la lumière faisoit du chemin.

Si l'on regardoit cette feuille avec attention, on voyoit un point allongé, gros comme la tête d'une fine épingle, qui se mouvoit; ce point prenoit plus de longueur quand l'animal se disposoit à ramper.

Nous avons saisi ce point avec une épingle, & nous avons emporté l'insecte. En ayant mis plusieurs dans l'esprit-de-vin pour les y conserver, ils ont cessé aussitôt de luire, & s'y sont perdus; nous nous flattions d'en conserver quelques-uns, & ensuite les examiner au microscope avec facilité.

A la loupe il étoit aisé de bien juger de la forme de l'insecte, & c'est d'après l'examen que nous en avons fait, que nous l'avons cru bien dessiné dans la figure qu'en a donnée M. Griselini; elle est aussi exacte dans les *Amœnitates* de M. Von-Linné, que j'ai déjà citées.

Voici ce que nous avons reconnu en examinant cet insecte :

il brille ainsi que les animaux terrestres lumineux quand il veut; il rend aussi sa lumière plus ou moins vive lorsqu'il lui plaît; quelquefois son corps est simplement transparent; souvent il en sort des jets de lumière, qui forment une étoile & qui répandent la clarté à quelque distance autour de lui.

Cet insecte brille par sa partie postérieure, & quand il donne toute sa lumière, sa tête seule paroît opaque. J'ai écrasé dans ma main & sur le papier plusieurs de ces insectes, qui y déposent une lumière bleuâtre & transparente, & une longue traînée de lumière.

A la lueur que donne cet insecte, on distinguoit aisément toutes les parties de son corps; on voyoit avec la loupe ses trachées, ses anneaux, &c.

Posé sur du papier, l'animal y brille pendant du temps; mais quand il se dessèche, qu'il perd l'humidité qui lui est nécessaire, il périt: si l'on a la précaution de mettre le goémon tremper dans l'eau de mer, l'animal y vit plusieurs jours.

Nous mimes le goémon dans l'eau de mer; l'animal y reprit de la force, il y donna des étincelles qui parurent un peu plus grandes & plus vives que celles que nous avions observées, l'animal étant hors de l'eau. En agitant le goémon dans l'eau, elle rendoit des étincelles qui quelquefois donnoient une traînée de lumière.

La couleur de la lumière est un peu bleuâtre, & semblable à celle du phosphore ou à celle des animaux terrestres lumineux.

J'ai cru avoir remarqué de ces insectes de deux différentes grandeurs; mais je ne puis assurer si ce seroit une différence dans l'espèce, ou simplement dans l'âge ou le sexe.

Nous aurions été à portée de faire d'autres observations sur cet insecte, si nous n'avions pas été si long-temps à le chercher, ne sachant pas qu'il étoit dans le goémon; nous le vîmes trop tard pour répéter les observations & en ajouter de nouvelles: je crois que d'après celle-ci il est difficile de n'attribuer le phénomène de la lumière que donne la mer pendant certaines nuits, qu'à la lueur de la scolopendre lumineuse, parce que 1.^o nous avons dit que la lumière de la mer nous avoit paru souvent très-différente de celle des insectes, non-seulement par la forme des jets de lumière,

& par leur continuité, mais encore par leur couleur. 2.^o En accordant à M. Vianelli que ces insectes donnent de la lumière à l'eau de la mer, à quelque distance de ses bords (rappelons-nous que ces insectes s'attachent au goëmon & aux plantes marines); comment la mer brilleroit-elle à des distances considérables des terres où le goëmon & les insectes ne se retrouvent plus, ni même beaucoup de petits poissons lumineux (e)?

Je crois donc que les Auteurs qui ont dit que l'eau de la mer ne brilloit qu'à cause de la scolopendre qui vit dans cet élément, ont trop étendu leur idée: je dirai la même chose de ceux qui ont attribué cette lueur uniquement aux feux électriques, & j'imagine que différentes causes concourent à produire cette singularité.

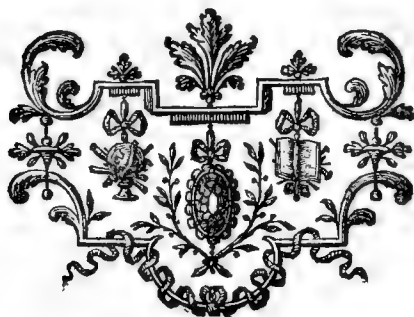
Il s'y joint encore (& peut-être seroit-ce la cause principale) une matière phosphorique provenue de la pourriture des corps marins, des plantes, &c. N'est-ce pas de ce phosphore que proviendrait la lumière que l'on observe en mer, tandis que sur les bords on jouiroit encore de ce phénomène d'une manière plus complète, par la lueur que donnent les animaux qui vivent dans cet élément?

Soit que la lumière de la mer provienne de l'une ou de l'autre, ou de la réunion de ces deux causes, il sera aisé d'expliquer pourquoi la mer n'est lumineuse que dans certains temps: les animaux de cet élément ne luisent, ainsi que ceux de terre, que dans certaines saisons; il faudra des circonstances pour que les phénomènes dus à l'électricité ou à une matière phosphorique paroissent.

J'avoue qu'après avoir bien vu ces scolopendres marines lumineuses, & n'étant nullement porté à croire que nous leur devons uniquement la lumière de l'eau de la mer, les feux électriques, & principalement la matière phosphorique, m'ont paru des causes plus probables. Je vois dans la mer des parties propres à former cette espèce de phosphore; & j'imagine qu'il faut, pour qu'il brille, le concours de l'air: l'effort produit par les rames d'un canot, fait crever la bulle d'eau chargée de cette matière, qui en s'ouvrant donne l'étincelle ou la lueur que nous apercevons. Cette

(e) M. Vallerius objecte ces mêmes raisons au sentiment de Vianelli. *Notes sur Hiérne, tome I, page 80.*

matière qui est renouvelée continuellement par la mer, pourroit être trop volatile & en trop petite quantité, pour qu'elle s'offrit à nous lorsque nous la chercherons dans peu d'eau de mer. Quoique cette idée ne soit pas encore soutenue d'assez de preuves ; je crois cependant en avoir assez dit pour détruire le sentiment de ceux qui croient l'eau de la mer lumineuse uniquement par les insectes qui y vivent, & pouvoir attribuer ce phénomène à différentes causes qui nous deviendront plus connues à mesure qu'on aura multiplié les observations.



EXAMEN

De la latitude & de la longitude de FOULPOINTE dans l'île de Madagascar, par les observations de M. LE GENTIL, discutées & calculées sur les meilleures Tables.

Par M. DE LA LANDE.

LE 13 Octobre 1763, la hauteur méridienne de l'étoile α de l'Aigle, fut observée à Foulpointe, 10. Janvier 1767.

Avec un quart-de-cercle bien vérifié, de... $64^d\ 0' + 2' 92''\frac{1}{2}$

Le 14..... $64. 0. + 2. 89.$

Le 16..... $64. 0. + 2. 93.$

Le 17..... $64. 0. + 2. 93.$

Un tour du micromètre est divisé en 128 parties & vaut $128''$, l'angle formé par la lunette & le premier point de la division surpassoit de $1' 10''$ les 90 degrés.

De ces observations, il résulte que la hauteur méridienne vraie de l'étoile α de l'Aigle, étoit de $64^d\ 4' 10''$; mais sa déclinaison étoit de $8^d\ 15' 36''$; donc la latitude de Foulpointe est de $17^d\ 40' 14''$.

Le 10 Octobre 1763, à $6^h\ 19' 21''$ temps de la pendule, M. le Gentil observa l'immersion d'*Antares* sous la partie obscure de la Lune; & à $7^h\ 7' 25''$, il observa l'émerfion de la partie éclairée de la Lune. Par un milieu entre six hauteurs correspondantes, en ôtant 3 secondes pour l'équation, la pendule retardoit le 10 de $12' 13''$, le 11 elle retardoit de $12' 21''$; ainsi le temps vrai de l'immersion fut à $6^h\ 19' 21''$, le temps vrai de l'émerfion à $7^h\ 7' 25''$, la durée de l'occultation fut de $48' 4''$.

Quoique cette observation ait été faite avec une lunette qui n'a que 3 pieds, M. le Gentil assure que les deux phases sont

très-exactes, & que l'une & l'autre se font faites dans un clin d'œil ou dans moins d'un quart de seconde.

Cela étant, on peut en déduire, avec beaucoup d'exactitude; le temps vrai de la conjonction à Foulpointe, & en le comparant avec la conjonction tirée des Tables, au défaut d'observations correspondantes, on aura la différence des méridiens.

Le lieu de la Lune, le 10 Octobre 1763 à 2 ^h 29' de temps vrai pour Paris, par les Tables de Mayer...	8 ^r 6 ^d 26' 36"
Longitude à 4 ^h 29'.....	8. 7. 37. 59.
Donc le mouvement horaire étoit de.....	0. 0. 35. 41,5
La longitude apparente d' <i>Antares</i>	8. 6. 27. 44.
Et le temps de la Conjonction à Paris 2 ^h 30' 54".	
La latitude de la Lune pour le premier temps...	4. 11. 32.
La latitude pour le second temps.....	4. 15. 30.
Donc au temps de la conjonction.....	4. 11. 36.
La latitude d' <i>Antares</i>	4. 32. 13.

CALCUL de la conjonction de la Lune & d'*Antares* par l'observation de Foulpointe.

	ÉLÉMENTS DU CALCUL.	
	Pour l' <i>Immersion</i> . 6 ^h 31' 36"	Pour l' <i>Émerison</i> . 7 ^h 19' 40"
Temps vrai de l'observation à Foulpointe..		
Temps de l'observation réduits au méridien de Paris.....	3. 23. 39	4. 11. 43
Ascension droite du milieu du Ciel.....	66 ^d 24' 0"	54 ^d 21' 0"
Longitude du nonagésime.....	9 ^r 22. 29. 0	10 ^r 3. 45. 0
Hauteur du nonagésime.....	86. 0. 0	88. 16. 0
Parallaxe horizontale pour Paris.....	0. 0. 59. 30,5	0. 0. 59. 28,5
Parallaxe horizontale à Foulpointe.....	0. 0. 59. 40	0. 0. 59. 38,0
Parallaxe de longitude dans le sphéroïde aplati.	0. 0. 43. 6,2	0. 0. 50. 13,8
Parallaxe de latitude dans le sphéroïde aplati...	0. 0. 7. 27,0	0. 0. 4. 25,1
Diamètre apparent de la Lune.....	0. 0. 32. 53,4	0. 0. 32. 46,9
Distance à la conjonction apparente sur l'écliptique.....	0. 0. 11. 36,7	0. 0. 9. 51,2
		Distance

ÉLÉMENTS DU CALCUL.

Distance à la conjonction vraie sur l'écliptique
en partie de degré.....

Pour l'Immersion.

Pour l'Émerison.

Distance à la conjonction vraie réduite en temps.

Temps de la conjonction qui en résulte...

Différence des méridiens qui en résulte....

0 ^r 0 ^d 31' 34"	0 ^r 1 ^d 0' 9"
0 ^h 52' 56"	1 ^h 41' 0"
5. 38. 40	5. 38. 40
3. 7. 46	3. 7. 46

D'où il résulte pour la longitude de Foulpointe 66^d 56' 30";
ce qui ne diffère pas d'un demi-degré des cartes de la Marine,
ni de celle de M. Robert de Vaugondy qui donne 66^d 33'
de longitude & 17^d 48' de latitude.

Les formules & la méthode que j'ai employées pour trouver
ces résultats, sont exposées fort au long dans le premier Volume
de mon Astronomie.

M. d'Après a observé déjà cette longitude, & l'on voit dans
la carte, cette position peu différente de celle que je viens de trouver.



OBSERVATION

*De la HAUTEUR SOLSTICIALE du bord supérieur
du Soleil, au solstice d'hiver de l'année 1766.*

Par M. CASSINI DE THURY.

21 Janvier
1767.

LE temps ayant été plus favorable vers le solstice d'hiver de l'année dernière, qu'il ne l'est ordinairement dans cette saison, j'en ai profité pour observer les hauteurs méridiennes du Soleil & de la queue de la Baleine, les jours qui ont précédé & suivi celui du solstice d'hiver, avec le quart-de-cercle mobile de six pieds de rayon.

M. le Duc de Chaulnes a bien voulu prendre part à cette observation, & la faire de concert avec nous, avec l'instrument de dix poudes trois quarts de rayon qu'il a présenté à l'Académie, & dont nous avons déjà vérifié l'exactitude en plusieurs occasions.

J'ai donné dans le volume de l'Académie de 1752 le détail des observations que j'avois faites au solstice d'hiver de 1748, de la hauteur méridienne du Soleil & de la queue de la Baleine, pour déterminer la distance de cette étoile au bord solsticial du Soleil, que j'avois trouvé de $3^d 49' 34''$; & l'on peut voir par la Table que j'ai donnée à la fin du Mémoire, que c'étoit à peu près le temps où l'obliquité de l'Écliptique apparente devoit être la plus grande.

Elle devoit être plus petite de 10 secondes, dix-huit années après, c'est-à-dire en 1766, à raison de 47 secondes en cent années, & l'effet de la nutation étoit nul; il étoit important de déterminer cette quantité par des observations exactes, & avec le même instrument que l'on avoit employé en 1748.

Le 18 Décembre, lorsque le thermomètre étoit à 2 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessus de la congélation, j'ai observé la hauteur de la queue de la Baleine de..... $21^d 57' 2''$

Le 21 Décembre, lorsque le thermomètre étoit à 3^d

au-dessus de la congélation, j'ai observé la hauteur méridienne du Soleil de..... 18^d 1' 31"

Il s'en falloit d'une seconde que cette hauteur ne fût la plus petite; ainsi la hauteur solsticiale apparente seroit, selon cette observation, de..... 18. 1. 30

Comme il n'est pas possible de répondre de la précision d'une ou de deux secondes dans une seule observation, on peut, pour l'obtenir, faire usage des observations faites avant & après le solstice, en tenant compte de la réduction sur laquelle on ne peut se tromper.

Le 28 Décembre, le thermomètre à 0^d, la hauteur méridienne du Soleil a été observée de..... 18^d 12' 22"

La réduction au solstice étoit de..... — 10. 49

Donc la hauteur solsticiale étoit de..... 18. 1. 33

La hauteur de la queue de la Baleine a été observée de 21. 57. 4

Le 29 Décembre, la hauteur méridienne du Soleil a été observée de..... 18. 15. 47

Il en faut ôter 14' 19" réd. au solstice..... — 14. 19

Et l'on aura la hauteur solsticiale de..... 18. 1. 28

La hauteur de l'étoile de la queue de la Baleine a été observée de..... 21. 57. 5

Le thermomètre étant toujours à près d'un degré au-dessous de la congélation.

Si l'on prend un milieu entre les trois hauteurs méridiennes du Soleil & de l'étoile β de la Baleine, on aura pour la hauteur solsticiale apparente..... 18. 1. 30

Pour la hauteur de l'étoile..... 21. 57. 4

Et pour la distance de l'étoile au bord solsticiale..... 3. 55. 34

On l'avoit trouvée en 1748 de..... 3. 49. 34

La différence est..... 6. 0

Mais l'étoile par son mouvement en déclinaison a dû varier précisément de cette quantité, à raison de 20 secondes par an; il s'ensuivroit donc que la hauteur solsticiale étoit la même en 1766 qu'en 1748, & que l'état de l'instrument qui donnoit en 1748 & 1749 la hauteur solsticiale apparente de 18^d 1' 26" & 29", n'a pas varié dans l'espace de dix-huit années, puisqu'il

a donné cette hauteur en 1766, de $18^{\text{d}} 1' 30''$, différente seulement d'une seconde.

M. le Duc de Chaulnes a observé deux fois avec son instrument la hauteur de l'étoile, qu'il a trouvée de... $21^{\text{d}} 55' 52''$

M. Chappe a observé le 21 la hauteur méridienne du Soleil de..... $18. 0. 21$

Donc la distance de l'étoile au bord solsticial du Soleil, étoit, selon ces deux observations, de..... $3. 55. 31$

avec une différence de 3 secondes du résultat que nous avons trouvé avec l'instrument de six pieds de rayon.

Les observations de la distance d'*Arcturus* au bord du Soleil, faites au solstice d'été 1766, prouvent également que la hauteur solsticiale apparente étoit la même en 1748 qu'en 1766.

Car nous avons déterminé la distance d'*Arcturus* au bord solsticial de..... $3^{\text{d}} 19' 32''$

Et la hauteur d'*Arcturus* de..... $61. 35. 42$

D'où l'on conclut la hauteur solsticiale apparente de $64. 55. 14$

En 1748, j'ai déterminé la distance d'*Arcturus* au bord solsticial de..... $3^{\text{d}} 13' 56'' 40'''$

Et la hauteur d'*Arcturus* de..... $61. 41. 17. 0$

Ce qui donne la hauteur solsticiale apparente de $64. 55. 13. 40$ à peu près la même qu'en 1766.



M É M O I R E

*SUR un moyen de se garantir de la puanteur des
Puisards, quand on est contraint d'en faire dans le
voisinage des maisons.*

Par M. DEPARCIEUX.

IL y a nombre de maisons dans Paris, & sans doute en bien 5 Juin 1767.
d'autres endroits, où le défaut d'écoulement des eaux, oblige
de faire des puisards pour recevoir, tant celles des pluies, que
celles des cuisines, offices, lavoirs, &c.

Les graisses & autres immondices que ces eaux entraînent
avec elles dans les puisards, y fermentent en peu de temps & en
font des cloaques, aussi infectés que des fosses d'aisances, qui
doivent nécessairement rendre l'air mal sain, & peuvent très-bien
produire des incommodités & des maladies dont on ne soupçonne
pas la cause : cette puanteur est sur-tout incommode dans les
cuisines basses, où elle revient par le conduit par lequel s'en
vont les eaux, au point de les rendre inhabitables, ainsi que le
reste des souterrains.

On tâche de remédier à cette incommodité, en faisant curer
ces puisards de temps à autre, ou en y faisant des évens ou
cheminées; tout cela n'empêche pas qu'il n'en revienne dans les
souterrains une odeur insoutenable, attirée par le courant d'air,
formé par le feu de la cuisine, ou poussé par le vent, comme
il fait de la fumée aux cheminées basses.

Tout Paris connoît les deux puisards des passages de l'Oran-
gerie & des Feuillans, lesquels sont souvent très-infectés, comme
on a pu le remarquer. J'en connois dans beaucoup de maisons
particulières, & plusieurs où l'on a été obligé de murer tout-à-
fait le trou du puisard : on a fait mettre une auge de pierre dans
un coin de la cuisine, encastrée dans les terres, à fleur du pavé

dans laquelle vont se rendre les eaux, d'où on les enlève tous les jours avec des seaux.

M. de Bourgogne, ci-devant intéressé dans les Fermes du Roi, ayant acquis une maison, rue Bergère, qui étoit dans ce cas, c'est-à-dire d'avoir les cuisines dans les souterrains, & un puisard sous le jardin, dont les exhalaisons étoient insupportables, y fit faire tout ce qu'on avoit pu imaginer jusque-là; évens, ventouses, cheminées, tout cela ne servoit qu'à en augmenter quelquefois le mal, ou l'incommodité: lassé de faire travailler sans succès, il crut que je pourrois lui indiquer quelque moyen meilleur que tout ce qu'il avoit fait jusque-là; & il vint me prier de vouloir bien aller voir l'endroit, ce que je fis.

On voit déjà que le moyen devoit être tel qu'il laissât un libre passage aux eaux propres ou sales & à toutes les moyennes & menues ordures qu'elles entraînent, & que la communication de l'air du puisard aux souterrains fût entièrement interrompue: après avoir vu l'endroit, j'ordonnai ce qui suit, qui a très-bien réussi, & la raison en est sensible.

Je fis faire une cuvette de pierre, que je ne puis mieux comparer, quant à la forme intérieure, qu'à un bac de rivière, ayant l'entrée & la sortie en talut ou en pente: cette cuvette a intérieurement 18 pouces de long, 1 pied de largeur & 6 pouces de profondeur au milieu; le bord ou le dessus de l'un des deux bouts de cette cuvette (c'est celui destiné à être dans le puisard) est de 2 pouces plus bas que les trois autres côtés du tour de la cuvette; ce petit bassin est placé de niveau dans l'épaisseur du mur du puisard à la hauteur du pavé du fond du ruisseau par lequel les eaux arrivent dans le puisard, de manière qu'il faut qu'elles passent par la cuvette pour tomber dans le puisard; on a fait à chacun des deux grands côtés de la cuvette, une entaille de 3 pouces de profondeur, autant de largeur, & seulement de 2 pouces à droite & à gauche dans l'épaisseur des flancs: ces entailles sont un peu plus près du bout de la cuvette qui est dans le puisard que de l'autre; on a posé de champ dans ces entailles, un morceau de dalle de pierre dure, de 3 pouces d'épaisseur, de 16 pouces de largeur, d'autant d'épaisseur ou environ, & on a achevé de

maçonner autour de ce morceau de dale pour ne laisser aucun passage à l'air du dedans au dehors, autre que celui du bas de la cuvette sous la pierre de champ qui est de 3 pouces de hauteur sur toute la largeur de la cuvette : le bord du bout de la cuvette qui est dans le puisard, n'étant que de 2 pouces plus bas que le restant du tour, & les entailles qui reçoivent la pierre de champ descendant de 3 pouces, il s'ensuit que la pierre de champ est d'un pouce dans l'eau quand la cuvette en est pleine; ce qui ôte toute communication d'air du dedans du puisard au dehors, parce que la cuvette est toujours pleine d'eau & lui laisse un libre passage : l'eau qui reste dans la cuvette se corromproit comme celle du puisard, si on lui en donnoit le temps, mais elle n'y reste jamais un jour entier; elle est continuellement chassée & remplacée par la dernière qui arrive, soit par celle que l'on répand toutes les fois qu'on lave quelque chose, soit en y jetant quelques seaux d'eau propre : au moyen de quoi on n'est pas plus incommodé de l'odeur du puisard dans la cuisine ni dans le reste des souterrains, que s'il n'y en avoit point.

J'ai fait faire usage du même moyen pour l'écoulement de l'eau d'une glacière appartenante à M. le Comte de Maurepas à Pontchartrain : cette glacière, très-bien faite d'ailleurs, est placée contre un coteau & sur un fond de glaise qui ne permet pas d'y faire un puisard lorsqu'on la construisit. On crut, en la construisant, qu'une petite pierrée qui prendroit les eaux au plus bas de la glacière, pour les porter au dehors à 20 ou 25 toises de-là, avec une pente suffisante, & recouverte de 12 à 15 pieds de terre, feroit le même effet qu'un puisard & même plus sûrement : cette pierrée a en effet très-bien porté les eaux de la glacière au dehors; car dès que les chaleurs arrivoient, l'eau couloit au bout de la pierrée comme d'une petite source, tant qu'il restoit de la glace dans la glacière : les portes d'une glacière ou d'une cave ne sont jamais si bien closes, que l'air n'y trouve aisément passage. S'il n'a qu'une ouverture pour entrer & sortir, & qu'elle soit petite, il y reste en repos comme dans un cul-de-sac, & il ne change pas ou que très-insensiblement; mais s'il a deux passages ou ouvertures l'un au-dessus de l'autre, ou encore mieux l'un

opposé à l'autre, il s'y établit un courant qui est d'autant plus fort que les passages sont plus libres, ou celui qui sert d'entrée à l'air beaucoup plus bas que celui par lequel il sort : c'est ce qui arrivoit à la glacière de M. de Maurepas ; l'air entroit par le bas de la pierre, passoit par la glacière & sortoit par les joints de la porte ; & à la fin du mois d'Août ou en Septembre, la glacière étoit vide sans qu'on y eût pris de la glace, quoiqu'elle contienne près de 36 toises cubes de glace, & qu'elle soit très-bien faite d'ailleurs à tous égards : l'effet de l'introduction & du passage de l'air par la pierre étoit si sensible, indépendamment de la prompte destruction de la glace, qu'avant qu'elle fût entièrement fondue, celle qui répondoit à l'ouverture de la pierre étoit toujours creusée en rond vis-à-vis l'entrée de l'air, & le vide entre les murs & la glace toujours plus grand de ce côté-là que des autres.

M. le Comte de Maurepas m'ayant fait l'honneur de m'en parler, j'indiquai le même moyen que pour le puisard de M. de Bourgogne, on plaça de même la cuvette dans l'épaisseur du mur de la glacière, il y a environ cinq ans ; & depuis ce temps la glacière garde la glace comme la gardent les meilleures que l'on connoisse.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE 1.^{re} *ABCDEFGH*, la cuvette vue en perspective.

DC, le côté par où l'eau entre.

AB, celui par où elle sort, plus bas de 2 pouces que le premier.

hiK, profondeur de la cuvette toujours pleine jusqu'au niveau de *AB*.

HI, dalle de pierre qui trempe dans l'eau & intercepte tout passage à l'air du puisard.

Figure 2, coupe de la même cuvette.

D, entrée de l'eau ; *A* sa sortie ; *H* la dalle de pierre ; *1*, *2* niveau de l'eau.

Figure 3, élévation vue du côté de la sortie de l'eau.

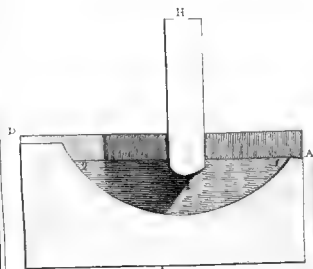
Figure 4, plan de la cuvette.



NOUVELLES

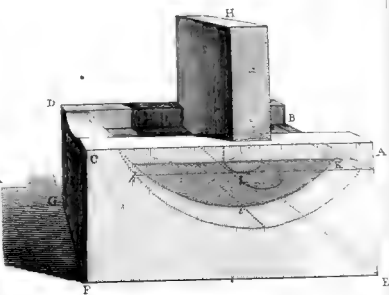


Fig. 2.



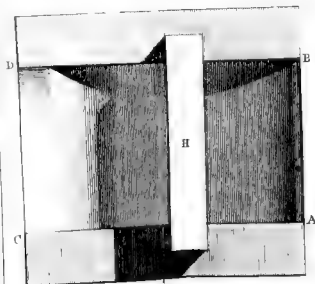
Coupe

Fig. 1



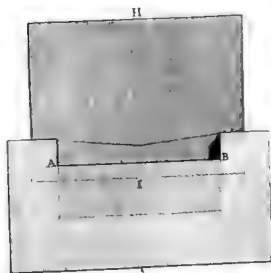
Perspective

Fig. 4.



Plan

Fig. 3



Elevation

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES

POUR

CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL,
LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES
ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE;

*Et en général pour réduire les Observations de cet Astre ;
faites à la surface de la Terre, au lieu vu du centre.*

CINQUIÈME MÉMOIRE,

*Dans lequel on applique à la solution de plusieurs
Problèmes astronomiques, les Équations démontrées
dans les Mémoires précédens.*

Par M. DU SÉJOUR.

POUR l'intelligence de ce qui suit, le Lecteur se rappellera

(1.) Que dans toutes mes équations,

exprime le demi-petit axe de la Terre, que je suppose d'ailleurs égal
au rayon des Tables.

le demi-grand axe.

l'arc de 15^d rectifié.

le sinus }
le cosinus } de l'inclinaison de l'orbite corrigée. (3.^e Mém. S. 3)

Année 1765.

le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, vue
du centre de la Terre.

le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à
l'instant pour lequel on calcule.

Mém. 1767.

S

Année 1764. s le sinus } de la latitude corrigée de l'Observateur (2.^d Mém. S. 26)
 c le cosinus } Table I), c'est-à-dire d'un angle qu'il faut substituer à la
latitude vraie, & qui se conclut de cette latitude.

g le sinus }
 h le cosinus } de l'angle horaire du Soleil.

p le sinus }
 q le cosinus } de la déclinaison du Soleil à l'instant pour lequel on calcule;

t la tang. }
 ω le sinus } de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire
de l'Observateur placé au centre de la Terre, à l'instant
pour lequel on calcule. (3.^e Mém. S. 2 & 4)
Année 1765. ϕ le cosinus }

π le sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'instant pour lequel on calcule.

π' le sinus de la parallaxe horizontale du Soleil.

$$\zeta = r - \frac{\pi'}{\pi} \times \xi.$$

Ω = cosinus de l'obliquité de l'écliptique,

$$l = r \times \frac{\text{fin. de la lat. de la } \odot \text{ à l'inst. de la conj. vue du centre de la Terre}}{\text{fin. de la parall. horiz. polaire de la } \odot \text{ à l'instant de la conjonction}}$$

$$\gamma = \xi \times \frac{\text{fin. versé (mouv. hor. de la } \odot \text{ en longit. — mouv. horaire du } \odot)}{\text{fin. de la parall. horiz. polaire de la } \odot \text{ à l'instant de la conjonction}}$$

$$n = \frac{r\xi}{\downarrow} \times \frac{\text{fin. (mouv. horaire de la } \odot \text{ en longit. — mouv. horaire du } \odot)}{\text{fin. de la parall. horiz. polaire de la } \odot \text{ à l'instant de la conjonction}}$$

(2.) Que dans toutes les équations, j'ai supposé que les quantités précédentes étoient positives; qu'il pouvoit cependant arriver que quelques-unes de ces quantités devinssent négatives.

(3.) Que dans toutes les éclipses de Soleil, les quantités $r, \phi, v, \psi, \xi, c, q, \phi, \pi, \pi', \zeta, \Omega, \gamma, n$, étoient essentiellement positives; que par conséquent le changement de leurs valeurs absolues ne pouvoit faire varier le signe des termes dans lesquels elles entroient.

(4.) Qu'il n'en étoit pas de même des quantités $\theta, b, s, g, h, p, t, \omega, l$.

Que la quantité l devenoit négative lorsque la latitude de la Lune, vue du centre de la Terre, étoit australe à l'instant de la conjonction.

Que le signe de θ étoit déterminé par la formule du §. 3 du troisième Mémoire.

Année 1765.

Que b devenoit négatif, lorsque l'instant pour lequel on calcule précédoit l'instant de la conjonction.

Que s devenoit négative, lorsque la latitude de l'Observateur étoit australe.

Que g devenoit négatif, lorsque l'heure donnée étoit entre minuit & midi.

Que h devenoit négatif, lorsque l'heure étoit entre six heures du soir & six heures du matin.

Que p devenoit négatif, lorsque la déclinaison du Soleil étoit australe.

Que le signe de ω & de z étoit déterminé par la formule du §. 106 du quatrième Mémoire.

Année 1766.

(5.) J'ai supposé que pour l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit les Elémens suivans.

Heure de la conjonction à Paris,	10 ^h 31' 23" du matin,
Dans.....	12 ^d 9' 56" du Bélier,
Mouvement horaire du Soleil en longitude.	0. 2. 27 $\frac{2}{3}$
Mouvement horaire de la Lune en longitude.	0. 29. 39
Latit. de la Lune à l'instant de la conjonction.	0. 39. 36 boréale,
Mouvem. horaire de la Lune en latitude. +	0. 2. 44
Parallaxe horizontale polaire.....	0. 54. 1 $\frac{1}{2}$
Obliquité de l'Écliptique.....	23. 28. 21
Déclinais. du Soleil à l'instant de la conjonct.	4. 48. 50 boréale,
Parallaxe horizontale du Soleil.....	0. 0. 10
Demi-diamètre du Soleil.....	0. 16. 0 $\frac{1}{2}$

$$\sin \mu \text{ (demi-diam. horizont. de la } \odot) = \frac{900}{3288} \times \sin \mu \text{ (parallaxe horizont. polaire);}$$

D'où j'ai conclu

$r = + 100000.$		$r = 10,0000000.$
$p = + 100565.$		$p = 10,0024467.$
$v = + \text{arc de } 15^d \text{ rectifié.}$		$v = 9,4179686.$
$\theta = + \sinus. \quad 5^d \quad 44' \quad 26''$		$\theta = 9,0001044.$
$\downarrow = + \cosin. \quad 5. \quad 44. \quad 26.$		$\downarrow = 9,9978165.$
$\xi = + \cosin. \quad 0. \quad 39. \quad 36.$		$\xi = 9,9999711.$
$p = + \sinus. \quad 4. \quad 48. \quad 50.$		$p = 8,9238624.$
$q = + \cosin. \quad 4. \quad 48. \quad 50.$	Logarithme.	$q = 9,9984653.$
$\omega = + \sinus. \quad 28. \quad 44. \quad 30.$		$\omega = 9,6820198.$
$\phi = + \cosin. \quad 28. \quad 44. \quad 30.$		$\phi = 9,9428989.$
$\varepsilon = + \text{tang.} \quad 28. \quad 44. \quad 30.$		$\varepsilon = 9,7391209.$
$\pi = + \sinus. \quad 0. \quad 54. \quad 1\frac{1}{2}.$		$\pi = 8,1963030.$
$\pi' = + \sinus. \quad 0. \quad 0. \quad 10.$		$\pi' = 5,6855749.$
$\zeta = + \sinus. \quad 85. \quad 30. \quad 6.$		$\zeta = 9,9986603.$
$\Omega = + \cosin. \quad 23. \quad 28. \quad 21.$		$\Omega = 9,9624884.$

Logar.	sin. de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction...	$= 8,0614117.$
	sin. versé (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉)	$= 5,4972284.$
	sin. (mouv. hor. de la ☾ en longitude — mouv. hor. du ☉)	$= 7,8981331.$

$l = + 73301.$		$l = 9,8651087.$
$\gamma = + 200.$		$\gamma = 7,3008965.$
$n = + 50581.$	Logarithme	$n = 9,7039847.$
$\frac{n''}{\zeta} = + 50737.$		$\frac{n''}{\zeta} = 9,7053244.$

$$\text{Logarithme } 3600'' = 3,5563025.$$

(6.) Je suppose également que le Lecteur a présent à l'esprit *Année 1765*, ce que j'ai dit (*S. 28 du 3.^e Mém.*) sur la relation entre le nombre de chiffres dont chaque quantité qui se trouve dans les formules, doit être composée, & la caractéristique de son logarithme.

Qu'il se rappelle l'exception relative au nombre de secondes horaires.

Qu'il n'a pas oublié la division du disque du Soleil en quatre angles égaux, établie par l'article *III du même Mémoire*, & la manière de déterminer dans lequel de ces angles l'Observateur rapporte le centre de la Lune. *Année 1765.*

Qu'il a présent à la mémoire la manière de distinguer chacun des termes d'une équation, en le surmontant d'un chiffre & d'une lettre; d'une lettre, pour signifier la quantité dans l'expression de laquelle se trouve le terme en question; d'un chiffre, pour indiquer le rang de ce terme.

Qu'il se rappelle la méthode détaillée dans l'article *VI du troisième Mémoire*, pour convertir le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction en expression de la longitude du lieu.

(7.) Je suppose enfin que le Lecteur n'a pas oublié que par la latitude d'un lieu, j'entends sa latitude corrigée. Cette latitude est réductible à la latitude vraie; ou réciproquement, la latitude vraie est réductible à la latitude corrigée, par la première Table du §. 20 de mon second Mémoire. *Année 1764.*

Ces suppositions admises, je passe à la solution de plusieurs problèmes.

ARTICLE PREMIER.

De quelques questions du genre de maximis & minimis, relatives aux plus courtes distances des centres.

(8.) Si l'on calcule les plus courtes distances des centres; observées aux mêmes heures sous différentes latitudes terrestres, il sera aisé de remarquer que ces différens points de la Terre n'observent pas la même plus grande phase; ce phénomène dépend

de la latitude du lieu. Ainsi donc dans l'exemple particulier de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, le lieu qui sous le parallèle boréal de 48^d 51', a vu la plus courte distance des centres à sept heures du matin, n'a pas observé la même phase que celui pour qui ce phénomène arrivoit à la même heure sous le parallèle de 60 degrés. Quoique la différence des latitudes occasionne une très-grande diversité dans les plus courtes distances, il est cependant une limite que ces distances ne peuvent pas franchir. Il est une certaine latitude au-delà de laquelle les phases, après avoir décréu, recommencent à croître. Le lieu qui observe la plus courte distance des centres correspondante à cette latitude particulière, est donc celui qui à une même heure donnée voit la plus grande ou la plus petite phase possible.

$$(9.) \text{ Soit } A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{c g \rho \omega}{r^3} + \frac{c h \rho \varphi}{r^4}$$

$$C = \frac{n r^2}{\zeta u} - \frac{c p \rho \omega g}{r^2} - \frac{c p \varphi h}{r^3}$$

$$D = \frac{c p \rho \varphi g}{r^2} - \frac{c p \omega h}{r^3}$$

$$E = \xi - \frac{p s \pi}{r^2} - \frac{c p q \pi h}{r^4}$$

Année 1765: J'ai démontré (S. 51 du troisième Mémoire) que

$$\text{tangente de la plus courte distance des centres} = \frac{A \zeta \pi \sqrt{C^2 + D^2}}{r C E}$$

On aura donc pour chaque heure particulière le véritable *maximum maximorum* de distance des centres, en différenciant cette équation; & en faisant nulle sa différentielle; c'est-à-dire que si l'on suppose d'ailleurs $n = \frac{r D}{C}$, on aura pour véritable condition du *maximum maximorum* de distances des centres;

$$(n^2 + r^2) \times (E dA - A dE) + A E n d n = 0;$$

(10.) Puisque dans la question présente, l'angle horaire est donné, & que la latitude seule est variable, on a

$$dA = \frac{+q\phi r^2 cdc + g\phi \omega r sdc + h\phi \phi sdc}{r^4 s}.$$

$$dC = \frac{-p\phi \omega gdc - p\phi rhdc}{r^4}.$$

$$dD = \frac{+p\phi \phi gdc - p\phi rhdc}{r^4}.$$

$$dE = \frac{+pr^2 \pi cdc - p\phi \pi h sdc}{r^4 s}.$$

$$dn = + \frac{\frac{nr^2}{\zeta v} \times \left(\frac{p\phi \phi g - p\phi rh}{r^3} \right) \times dc}{\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{cp\phi \omega g - cp\phi rh}{r^4} \right)^2}.$$

$$dn = + \frac{\frac{nr^2}{\zeta v} \times \frac{rD}{c} \times dc}{C^2}.$$

L'équation du *paragraphe précédent* devient donc

$$(C^3 + D^2 C) \times \left(\frac{\xi dA - \frac{\psi l}{\zeta} dE + \frac{\pi r dC}{s}}{dc} \right) + \frac{nr^2}{\zeta v} \times \frac{AD^2 E}{c} = 0.$$

(11.) Il n'est pas possible en général de conclure directement de l'équation précédente, l'expression de la latitude du lieu qui observe le *maximum maximorum* de phases pour chaque heure particulière. Mais quoique l'on ne puisse pas toujours avoir cette expression, à cause du degré de l'équation, il y a cependant deux cas particuliers où l'on peut connoître rigoureusement cette latitude; c'est lorsque $A = 0$, ou $D = 0$. On a alors

$$\xi dA - \frac{\psi l}{\zeta} dE + \frac{\pi r dC}{s} = 0.$$

D'où l'on tire en éliminant les quantités dA , dC , dE par le moyen des équations du §. 10,

$$\left. \begin{aligned} (g\phi \omega r \xi + h\phi \phi \phi \xi + \frac{\psi l}{\zeta} \times p\phi \pi h) \times s \\ + (q\phi r^2 \xi - \frac{\psi l}{\zeta} \times pr^2 \pi) \times c - p\phi \omega \pi r g - p\phi \pi r^2 h \end{aligned} \right\} = 0.$$

Année 1766. (12.) La supposition de $A = 0$, apprend (4.^e *Mém.* §. 10) que si l'Eclipse centrale est la plus petite phase visible à l'heure quelconque assignée, la détermination de la latitude donnée par la formule précédente sera rigoureuse. On doit donc conclure que si dans tous les cas on substitue la formule du §. 11 à celle du §. 10, l'erreur du résultat sera d'autant plus petite que la distance des centres observée sera moindre.

(13.) La supposition de $D = c g \times \frac{(p \phi g - \omega r h)}{r^2} = 0$ fait voir que pour l'heure particulière déterminée par l'équation $p \phi g - \omega r h = 0$, la latitude donnée par la formule du §. 11, sera rigoureuse. Elle nous apprend ensuite que si dans tous les cas on substitue la formule du §. 11 à celle du §. 10, l'erreur du résultat sera d'autant plus petite que l'heure assignée sera plus proche de l'heure déterminée par l'équation

$$p \phi g - \omega r h = 0,$$

ou que le lieu qui satisfait à la question aura une latitude plus approchante de celle déterminée par $c = 0$, c'est-à-dire que le lieu sera plus près du pôle.

Détermination du lieu particulier qui observe le maximum maximorum des plus grandes phases.

(14.) La remarque du *paragraphe précédent* fournit une méthode bien facile pour déterminer le lieu particulier de la Terre qui observe le *maximum maximorum* des plus grandes phases. En *Année 1765.* effet, on a vu (3.^e *Mémoire*, art. VII) que le lieu particulier qui observe la plus petite distance des centres correspondante à l'heure déterminée par l'équation $p \phi g - \omega r h = 0$, est celui qui, sous la même latitude, voit la plus grande phase possible. La formule du §. 11 donne la latitude du lieu qui voit le *maximum maximorum* des phases visibles à l'heure indiquée par l'équation $p \phi g - \omega r h = 0$; la formule du §. 11 détermine donc

donc le lieu particulier qui observe le *maximum maximorum* des plus grandes phases: il ne s'agit que de substituer dans cette formule l'heure indiquée par l'équation $p \phi g - \omega r h = 0$; & de conclure la latitude.

(15.) Pour y parvenir;

$$\text{Soit } P = \frac{(P_1)}{r^3} + \frac{(P_2)}{r^4} + \frac{\downarrow l}{\zeta} \times \frac{(P_3)}{r^2}$$

$$Q = \frac{(Q_1)}{r^2} - \frac{\downarrow l}{\zeta} \times \frac{(Q_2)}{r^3}$$

$$R = \frac{(R_1)}{r^4} + \frac{(R_2)}{r^3}$$

L'équation du §. 11 deviendra

$$Ps + Qc - Rr = 0.$$

Soit maintenant λ le sinus, & k le cosinus d'un angle aigu & positif H , tel que l'on ait $\frac{\lambda r}{k} = \frac{Qr}{P}$, c'est-à-dire dont la tangente égale $\frac{Qr}{P}$, on aura $\frac{k s + \lambda c}{r} = \frac{Rk}{P}$. Mais $\frac{k s + \lambda c}{r}$ est le sinus de la somme de la latitude demandée & de l'angle H ; donc sinus (latitude demandée + angle H) = $\frac{R \times \text{cosinus } H}{P}$.

(16.) Puisqu'un même sinus appartient à deux angles différens, la somme de la latitude demandée & de l'angle H , a deux valeurs: il y a donc deux latitudes qui satisfont au problème.

(17.) En partant de l'équation

$$Ps + Qc - Rr = 0,$$

on est parvenu aux résultats suivans:

$$\text{sinus (latitude demandée + angle } H) = \frac{R \times \text{cosinus } H}{P};$$

mais on ne doit point oublier que les suppositions particulières sur les valeurs P , Q , R , peuvent changer les signes des termes

de l'équation. Pour éviter toute incertitude sur cette matière, je vais épuiser les différentes combinaisons de signes qui peuvent affecter les termes de l'équation du §. 15, & prescrire pour chaque combinaison, l'opération indiquée par la méthode. Il ne s'agira que de constater, d'après les réflexions du §. 4, quelle combinaison de signes a lieu pour le cas particulier dans lequel on est.

(18.) Les différentes combinaisons de signes qui peuvent affecter les termes de l'équation du §. 15, se réduisent à quatre.

$$Ps + Qc - Rr = 0 \dots\dots\dots 1.^{\text{er}} \text{ CAS.}$$

$$Ps + Qc + Rr = 0 \dots\dots\dots 2.^{\text{e}} \text{ CAS.}$$

$$Ps - Qc - Rr = 0 \dots\dots\dots 3.^{\text{e}} \text{ CAS.}$$

$$Ps - Qc + Rr = 0 \dots\dots\dots 4.^{\text{e}} \text{ CAS.}$$

P R E M I E R C A S.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H , en observant de le supposer aigu & positif, quel que soit le signe de Q & de P .

Évaluez les deux angles qui ont pour sinus $\frac{R \times \cosinus H}{P}$, & que je nomme D, D' , en observant de les supposer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{array}{l} D - H \\ D' - H \end{array} \right\}.$$

D E U X I È M E C A S.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H , en observant de le supposer aigu & positif, quel que soit le signe de Q & de P .

Évaluez les deux angles qui ont pour sinus $\frac{R \times \cosinus H}{P}$, &

que je nomme D, D' , en observant de les supposer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{array}{l} -D - H \\ -D' - H \end{array} \right\}$$

TROISIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$; & que je nomme H , en observant de le supposer aigu & positif, quel que soit le signe de Q & de P .

Évaluez les deux angles qui ont pour sinus $\frac{R \times \cosinus H}{P}$, & que je nomme D, D' , en observant de les supposer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{array}{l} D + H \\ D' + H \end{array} \right\}$$

QUATRIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H , en observant de le supposer aigu & positif, quel que soit le signe de Q & de P .

Évaluez les deux angles qui ont pour sinus $\frac{R \times \cosinus H}{P}$, & que je nomme D, D' , en observant de les supposer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{array}{l} -D + H \\ -D' + H \end{array} \right\}$$

(19.) Dans l'usage de ces formules, on peut trouver des latitudes de quatre espèces.

Des latitudes positives, depuis 0^d jusqu'à 90^d .

Des latitudes positives, depuis 90 . jusqu'à 180 .

Des latitudes négatives, depuis 0 . jusqu'à 90 .

Des latitudes négatives, depuis 90 . jusqu'à 180 .

Car on observera que si l'on avoit, par exemple, une latitude positive ou négative plus grande que 180 degrés, on la réduiroit à une latitude de l'espèce précédente, en prenant avec un signe contraire son supplément à 360 degrés.

Pour entendre ces solutions, on remarquera que le même cercle horaire appartient à deux heures différentes, éloignées entr'elles de douze heures. Le Soleil, par exemple, est dans le même cercle horaire à midi & à minuit, à 7 heures du matin & à 7 heures du soir. Comme il n'est pas possible de particulariser une certaine portion du cercle horaire & d'exclure l'autre, le même calcul doit résoudre à la fois deux questions différentes. Les latitudes positives ou négatives depuis 0^d jusqu'à 90^d , déterminent les lieux particuliers qui observent le *maximum maximorum* de phases à l'heure donnée. Quant aux latitudes positives ou négatives depuis 90^d jusqu'à 180^d , elles nous apprennent quels points de la Terre observent le *maximum maximorum* de phases, non pas précisément à l'heure donnée, mais lorsque le Soleil est dans l'autre portion du cercle horaire.

On remarquera que les latitudes positives indiquent des latitudes boréales, & que les latitudes négatives indiquent des latitudes australes.

On ne compte en Astronomie les latitudes que depuis 0^d jusqu'à 90^d ; lors donc que l'on aura par un résultat de calcul, une latitude corrigée plus grande que 90^d , pour en conclure la

latitude vraie, on prendra le supplément de cette latitude corrigée, & on achevera le calcul, comme si ce supplément eût été donné par la formule.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, relatives à la présente recherche.

(20.) Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

<u>P.</u>	<u>Q.</u>	<u>R.</u>
$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{p \omega \xi}{r^2} = -0,3155624; \\ \frac{p \phi \phi \xi}{r^2} = -1,1308209; \\ \frac{\psi l}{\xi} \times \frac{p q \pi}{r^2} = -1,9385201. \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} (P_1,) \\ (P_2,) \\ (P_3,) \end{array} \quad Q = + 87269; \quad \text{Log. } Q = 9,9408600.$	$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{p \phi \omega \pi}{r^2} = -3,19536814. \\ \frac{p \phi \pi}{r^3} = -1,85835144. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (R_1,) \\ (R_2,) \end{array}$

E X E M P L E.

(21.) On demande quel lieu a observé le maximum maximum de phases le 1.^{er} Avril 1764.

SOLUTION. J'observe d'abord que l'équation $p \phi g - \omega r h = 0$; qui détermine l'heure du phénomène, indique deux heures différentes $\left\{ \begin{array}{l} 5^h 25^m 12'' \text{ du matin} \\ 5. 25. 12 \text{ du soir} \end{array} \right\}$. Je prends arbitrairement l'une des deux heures; j'évalue en conséquence les quantités P , Q , R , & je vois (§. 18) dans quel cas je suis: je détermine ensuite la latitude, en observant (§. 19) que toutes les latitudes comprises entre 0^d & 90^d , appartiennent à l'heure pour laquelle j'ai calculé, & que les latitudes comprises entre 90^d & 180^d , appartiennent à l'autre heure.

TYPE du Calcul..... $5^h 25' 12''$ du soir.

$$\left. \begin{array}{l} g = + \sin. 81^d 18' \\ h = + \cos. 81. 18 \end{array} \right\} \text{Logarithmes} \left\{ \begin{array}{l} g = 9,9949740. \\ h = 9,1797265. \end{array} \right.$$

$$P = + (P 1) + (P 2) + (P 3)$$

$$\begin{array}{rcl} \overset{(P 1)}{+9,9949740... \log. g.} & \overset{(P 2)}{+9,1797265... \log. h.} & \overset{(P 3)}{+9,1797265... \log. h.} \\ -0,3155624. & -1,1308209. & -1,9385201. \\ \hline 9,6794116... \log. 47798. & 8,0489056... \log. 1119. & 7,2412064... \log. 1744 \\ P = + 49091..... \text{Logarithme } P = 9,6910019. \end{array}$$

$$R = + (R 1) + (R 2)$$

$$\begin{array}{rcl} \overset{(R 1)}{+9,9949740... \log. g.} & \overset{(R 2)}{+9,1797265... \log. h.} & \\ -3,1953681. & -1,8583514. & \\ \hline 6,7996059... \log. 63. & 7,3213751... \log. 210. & \\ R = + 273..... \text{Logarithme } R = 7,4361626. \end{array}$$

$$Q = + 87269..... \text{Logarithme } Q = 9,9408600.$$

J'observe que puisque P , Q & R sont positifs, je suis dans le premier cas; on a donc

$$\begin{array}{rcl} +19,9408600... \log. Qr. & +7,4361626... \log. R. & \\ -9,6910019... \log. P. & +9,6904429... \log. \cosin. H. & \\ \hline 10,2498581... \log. \text{tang. } H. & +17,1266055. & \\ H = 60^d 38' 28'', & -9,6910019... \log. P. & \end{array}$$

$$D = 0^d 9' 22'',$$

$$\begin{array}{r} + 0^d 9' 22'' D. \\ - 60. 38. 28 H. \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Lat. cor.} = 60. 29. 6.$$

$$+ 0. 8. 17. (S. 7)$$

$$\text{Lat. vr.} = 60. 37. 23 \text{ Austr.}$$

$$7,4356036... \log. \sin. \left\{ \begin{array}{l} D \\ D' \end{array} \right\}$$

$$D' = 179^d 50' 38''.$$

$$\begin{array}{r} + 179^d 50' 38'' D' \\ - 60. 38. 28 H. \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Lat. cor.} = 119. 12. 10.$$

$$\begin{array}{r} 60. 47. 50 \left\{ \begin{array}{l} \text{suppl. haute} \\ \text{corrigée.} \end{array} \right. \\ + 0. 8. 13. (S. 7) \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Lat. vr.} = 60. 56. 3 \text{ Boréale.}$$

(22.) Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, les lieux qui ont observé les *maxima maximorum* de phases, étoient donc 1.^o celui qui, situé sous le parallèle austral de $60^{\text{d}} 37' 23''$, a vu la plus grande phase à $5^{\text{h}} 25' 12''$ du soir; 2.^o celui qui, situé sous le parallèle boréal de $60^{\text{d}} 56' 3''$, a vu la plus grande phase à $5^{\text{h}} 25' 12''$ du matin.

(23.) Rien de plus simple que de déterminer maintenant le *maximum maximorum* de phases, il ne s'agit que de substituer dans l'expression de la plus courte distance des centres du §. 58 du 3.^e Mémoire, les latitudes & les angles horaires trouvés par les *Année 1765* formules précédentes.

On trouvera, par exemple, que la distance observée à $5^{\text{h}} 25' 12''$ du soir, sous le parallèle austral de $60^{\text{d}} 37' 23''$, étoit une distance boréale de $1^{\text{d}} 33' 18''$, & que la distance observée à $5^{\text{h}} 25' 12''$ du matin, sous le parallèle boréal de $60^{\text{d}} 56' 3''$, étoit une distance australe de $0^{\text{d}} 14' 32''\frac{1}{2}$: cette seule dernière distance donnoit une éclipse.

Les recherches dont je viens de m'occuper, ont dû naturellement précéder celles qui vont suivre; en effet, puisqu'il sera question de calculer les lignes des plus courtes distances des centres, il n'est pas hors de propos, pour éviter des calculs inutiles, de connoître la limite des distances visibles sur la Terre.

Application de la formule du §. 11 au cas général.

(24.) J'ai remarqué (§. 11) qu'il n'est pas possible de conclure en général l'expression de la latitude correspondante au *maximum maximorum* de phases pour chaque angle horaire; mais j'ai fait voir, en même temps, qu'il est des cas où l'on peut connoître rigoureusement cette latitude: c'est lorsque, par des suppositions particulières, on a pour équation du problème,

$$\left. \begin{aligned} (g p \omega r \xi + h p p \phi \xi + \frac{\downarrow l}{\zeta} \times p q \pi h) \times s \\ + (q p r^2 \xi - \frac{\downarrow l}{\zeta} \times p r^2 \pi) \times c - p p \omega \pi \tau g - p \phi \pi r^2 h \end{aligned} \right\} = 0.$$

Quoique généralement parlant, l'équation précédente ne satisfasse pas à la question, présentée avec toute la rigueur géométrique;

n'est-il pas possible, dans notre système planétaire, que le problème soit tellement modifié par des suppositions particulières, que lors des plus grandes erreurs, la différence entre le véritable *maximum maximorum* de distances des centres, & le *maximum* déterminé par l'équation précédente, égale à peine quelques tierces de degré. Cette question mérite sans doute d'être approfondie, car il seroit absurde de compliquer les calculs pour atteindre à une exactitude chimérique.

(25.) Pour déterminer le *maximum* d'erreur dans lequel on peut tomber, en appliquant au cas général, la formule du §. 11, je remarque que l'équation de ce paragraphe seroit donnée directement, si en différentiant l'expression de la tangente de la plus courte distance des centres du §. 9, on regardoit $\frac{\sqrt{C^2 + D^2}}{C}$

Année 1766, comme une quantité constante. On a vu (4.^e Mémoire §. 147), que $\frac{r \times \sqrt{C^2 + D^2}}{C}$ est l'expression de la sécante de l'angle de la

ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune à l'instant de la plus grande phase : on aura donc les suppositions les moins favorables à la formule du §. 11, si l'on détermine les circonstances qui font varier dans le plus grand rapport, l'angle de la ligne des centres, en remontant de l'équateur vers le pôle.

(26.) Afin de donner à cet examen toute la précision dont il est susceptible, je prendrai deux cas extrêmes; je supposerai d'abord que l'Éclipse de Soleil arrive à l'instant de l'équinoxe; je supposerai ensuite qu'elle a lieu vers les solstices à l'instant où l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire à l'intersection du plan de projection & du méridien universel, est nul.

Détermination du maximum d'erreur de la formule du §. 11; en supposant que l'Éclipse arrive à l'instant de l'équinoxe dans les circonstances les moins favorables.

(27.) Soit μ la tangente de l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune, correspondant à la plus grande phase.

J'ai

J'ai démontré (*S. 110, 117 & 122 du 3.^e Mémoire*) Année 1765.

1.^o que l'on avoit en général l'équation suivante

$$\mu = \frac{\frac{cp\phi g}{r^3} - \frac{cp\omega h}{r^3}}{\frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{cp\phi\omega g}{r^4} - \frac{cp\phi h}{r^3}};$$

2.^o que l'heure du *maximum* de l'angle de la ligne des centres sous chaque parallèle, se déterminoit par l'équation

$$cp\phi v - \frac{nr}{\zeta} \times (\phi tg + p\phi h) = 0;$$

3.^o que dans notre système planétaire le *maximum maximorum* de cet angle avoit lieu sous l'équateur;

4.^o que cet angle étoit nul sous le pôle.

(28.) Si l'on suppose que l'Éclipse arrive à l'instant de l'équinoxe, & que l'on calcule l'heure du *maximum* de l'angle pour l'équateur; on aura (à cause de $p = 0$, & de $c = r$)

$$g = 0, \quad h = \pm r,$$

Midi & minuit sont donc les heures correspondantes au *maximum maximorum* de l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative. Si l'on cherche maintenant l'expression particulière de la tangente de ce dernier angle, & que je nomme μ' pour la distinguer de l'expression générale, on aura

$$\mu' = \frac{\mp p\omega}{\frac{nr^2}{\zeta v} \mp \frac{p\phi}{r}}.$$

Il est sensible, d'après cette équation, que l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire à l'intersection du plan de projection & du méridien universel, influe sur la valeur de μ' ; on peut donc demander quelle doit être l'expression de cet angle pour que la quantité μ' soit un *maximum*; la théorie de *maximis & minimis* apprend que cette valeur est déterminée par l'équation

$$\phi = 9r \times \frac{\zeta v}{nr^2}, \text{ c'est-à-dire que l'angle doit être d'environ}$$

58^d 44' 27". Dans notre système planétaire, l'angle de l'orbite

Mém. 1767.

. V

peut à peine avoir la moitié de cette valeur, la quantité μ'' n'est donc point susceptible d'un véritable *maximum* géométrique, mais la plus grande valeur a lieu, lorsque l'orbite relative fait le plus grand angle avec la perpendiculaire à l'intersection du plan de projection & du méridien universel. Pour calculer le *maximum* d'erreur de la formule du §. 11, dans l'hypothèse que l'éclipse arrive à l'instant de l'équinoxe, il faut donc supposer que l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire à l'intersection du plan de projection & du méridien universel soit le plus grand possible, & calculer le *maximum maximorum* des phases observées à midi & à minuit, puisque cette supposition donne la plus grande variation de l'angle de la ligne des centres, en remontant de l'équateur vers le pôle. Il faut de plus faire en sorte que la latitude de la Lune que l'on choisira, soit telle qu'elle donne une grande distance des centres pour le lieu particulier qui observe le *maximum maximorum* de phases, puisque (§. 12) l'erreur du résultat est d'autant plus grande que la distance des centres est plus considérable.

(29.) D'après les principes que je viens d'exposer, j'ai trouvé, que la plus grande différence des distances des centres, déterminées par les méthodes des §. 10 & 11, peut à peine aller à une fraction de tierce de degré, quoique cette distance surpasse de beaucoup la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, & qu'elle soit par conséquent au-delà des limites dont on a besoin dans le calcul des Éclipses.

DÉTERMINATION du maximum d'erreur de la formule du §. 11, en supposant que l'Éclipse arrive vers les solstices à l'instant où l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire à l'intersection du plan de projection & du méridien universel, est nul.

(30.) On peut conclure du §. 27, que si l'on suppose nul l'angle de l'orbite relative avec la perpendiculaire à l'intersection du plan de projection & du méridien universel, & conséquemment $a = 0$, $t = 0$ & $\varphi = r$; le *maximum maximorum* de l'angle

de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune avec la perpendiculaire à l'orbite relative, a lieu sous l'équateur à l'heure déterminée par l'équation $h = \frac{\rho \zeta v}{nr}$; d'ailleurs cet angle est toujours nul sous le pôle. L'heure qui donne la plus grande variation de cet angle, en remontant de l'équateur vers le pôle, dans l'hypothèse de l'orbite relative perpendiculaire à l'intersection du plan de projection & du méridien universel, est donc celle déterminée par l'équation $h = \frac{\rho \zeta v}{nr}$. Pour calculer le *maximum* d'erreur de la formule du §. 11, il faut donc déterminer quel lieu observe le *maximum maximorum* de phases à l'heure indiquée par l'équation $h = \frac{\rho \zeta v}{nr}$; en observant de plus, conformément à la remarque du §. 12, que la latitude de la Lune que l'on choisira, soit telle qu'elle donne une grande distance des centres pour ce lieu particulier.

(31.) D'après ces observations, j'ai trouvé que la plus grande différence des distances des centres, déterminées par les méthodes des §. 10 & 11, peut à peine aller à 3 ou 4 tierces de degré, quoique cette distance surpasse de beaucoup la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune.

(32.) On doit conclure des recherches précédentes, que le problème proposé dans le présent article est tellement modifié par des circonstances particulières, que l'équation du §. 11 est celle qui résout véritablement la question dans notre système planétaire; c'est-à-dire que cette équation détermine la *latitude du lieu qui voit le maximum maximorum de phases à une heure quelconque assignée.*

ARTICLE II.

Détermination de tous les lieux de la Terre, pour lesquels la plus courte distance des centres du Soleil & de la Lune, est d'une certaine quantité assignée; ou des différentes lignes des phases.

(33.) On connoît en Astronomie, ces lignes tracées sur

notre globe qui déterminent le lieu géométrique des différens points de la Terre, pour lesquels la plus courte distance des centres du Soleil & de la Lune est d'une certaine quantité assignée; on a imaginé différentes méthodes graphiques pour décrire ces courbes qui présentent un objet de curiosité intéressant. J'ai fait

Année 1766. voir (4.^e Mémoire, §. 108 & suivans) comment ces méthodes graphiques pouvoient être ramenées à un calcul analytique fort simple; mais je n'ai pas laissé ignorer que comme ces méthodes de calcul n'étoient que l'expression des méthodes graphiques, elles participoient à toute l'inexactitude de ces méthodes, inexactitude dont le principe a été pleinement démontré dans mon *troisième*

Année 1765. Mémoire. J'entreprends de donner dans cet article la solution directe & rigoureuse du problème, qui, géométriquement parlant, n'a jamais été résolu; je joindrai, à cette solution, la comparaison des résultats déduits de mes formules avec ceux tirés des méthodes ordinaires. Cette comparaison fera aisément juger quel degré de confiance l'on doit accorder aux opérations graphiques.

(34.) Soit λ la tangente de la distance des centres assignée.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{c g p \omega}{r^3} + \frac{c h p p \varphi}{r^4}.$$

$$C = \frac{n r^2}{\zeta u} - \frac{c p p \omega g}{r^4} - \frac{c p p h}{r^5}.$$

$$D = \frac{c p p \varphi g}{r^4} - \frac{c p \omega h}{r^5}.$$

$$E^* = \xi - \frac{p s \pi}{r^2} - \frac{c p q \pi h}{r^4}.$$

J'ai démontré (§. 51 du 3.^e Mémoire) que

$$\lambda = \frac{A \zeta \pi \sqrt{C^2 + D^2}}{r C E}.$$

Cette équation renferme quatre variables, le sinus & le cosinus de la latitude du lieu, le sinus & le cosinus de l'angle horaire; si donc on suppose connue la latitude du lieu & que l'on cherche,

* Dans l'expression de E , je néglige le terme $\frac{\gamma b^2 \pi}{3600^2 r}$, conformément au §. 23 du *troisième Mémoire*. Cette remarque s'applique au problème de l'article précédent.

par exemple, l'angle horaire correspondant; ou réciproquement, si l'on suppose connu l'angle horaire & que l'on cherche la latitude, il est sensible que l'équation peut être réduite à n'avoir qu'une seule variable; mais il paroît également évident que l'équation qui doit résulter des opérations indiquées par l'analyse, sera trop compliquée pour en conclure la valeur de l'inconnue. Voyons s'il n'est pas possible de donner à la solution une forme plus commode?

(35.) J'ai déjà remarqué (§. 25) que $\frac{r\sqrt{C^2 + D^2}}{C}$ est l'expression de la sécante de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune. Examinons si l'introduction de cet angle dans le calcul, ne conduiroit pas à une solution simple?

Soit μ la tangente $\left\{ \begin{array}{l} \text{de l'angle de la ligne qui joint les centres du} \\ \text{Soleil & de la Lune, à l'instant de la plus} \\ \text{grande phase, avec la perpendiculaire à l'or-} \\ \text{bite relative de la Lune.} \end{array} \right.$
 m le cosinus

Puisque $\frac{r\sqrt{C^2 + D^2}}{C}$ est la sécante de l'angle dont m est le cosinus, on a (*Trigonométrie rectiligne*) $\frac{\sqrt{C^2 + D^2}}{C} = \frac{r}{m}$, & l'équation du §. 34 devient

$$\lambda = \frac{A \zeta \pi}{m E}.$$

$$\text{De plus (§. 27) } \mu = \frac{\frac{cp\phi\phi g}{r^3} - \frac{cp\omega h}{r^2}}{\frac{n r^2}{\zeta v} - \frac{cp\phi\omega g}{r^2} - \frac{cp\phi h}{r^2}};$$

on a donc

$$\frac{\lambda m \xi}{\zeta \pi} - \frac{\lambda m p s}{\zeta r^2} - \frac{\lambda m c p g h}{\zeta r^2} - \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{q s \phi}{r^2} - \frac{c g p \omega}{r^3} - \frac{e h p p \phi}{r^2} = 0;$$

$$\frac{\mu n r^2}{\zeta v} - \mu c p g \phi g - \mu c g \phi r h - c p g \phi r g + c g \omega r^2 h = 0.$$

Soit maintenant

$$G = \frac{\lambda m \xi r}{\pi \zeta p} - \frac{\psi l r}{\zeta p}; \quad H = \frac{\lambda m p}{\zeta p} - \frac{q \phi}{p}; \quad K = \frac{\lambda m g}{\zeta r} + \frac{p \phi}{r};$$

$$R = \frac{p \phi}{r} + \frac{\mu p \omega}{r^2}; \quad L = \omega - \frac{\mu \phi}{r}; \quad I = \frac{\mu n r^2}{\zeta v p};$$

les équations précédentes deviendront

$$Gr^2 - Hrs - Kch - cg\omega = 0; \quad Ir^2 + Lch - Rcg = 0;$$

$$\text{d'où l'on tire } ch = \frac{Reg - Ir^2}{L} = \frac{Gr^2 - Hrs - cg\omega}{K};$$

$$cg = \frac{GLr^2 + IKr^2 - HLrs}{L\omega + KR}. \text{ Mais (à cause de } c^2 = r^2 - s^2,$$

$$\& \text{ de } h^2 = r^2 - g^2) \text{ l'équation } ch = \frac{Reg - Ir^2}{L} \text{ se transforme}$$

$$\text{en la suivante } (Rcg - Ir^2)^2 - r^4 L^2 + r^2 L^2 s^2 + L^2 c^2 g^2 = 0;$$

$$\text{d'ailleurs si l'on suppose } KR + L\omega = Mr, \quad GL + IK = Nr,$$

$$\text{l'équation } cg = \frac{GLr^2 + IKr^2 - HLrs}{L\omega + KR} \text{ deviendra}$$

$$Mcg + H L s - Nr^2 = 0; \text{ donc}$$

$$(RNr^2 - Mir^2 - RHLs)^2 - r^4 L^2 M^2 + r^2 L^2 M^2 s^2 + L^2 (Nr^2 - H L s)^2 = 0;$$

$$\text{ou (à cause de } RNr^2 - Mir^2 = GLRr - ILr\omega)$$

$$(GRr - Ir\omega - RHLs)^2 - r^4 M^2 + r^2 M^2 s^2 + H^2 L^2 s^2 - 2LHNr^2 s + N^2 r^4 = 0.$$

Soit maintenant

$$Q = \frac{I\omega}{r} - \frac{GR}{r}; \quad T = \frac{H^2 R^2}{r^3} + \frac{L^2 H^2}{r^3} + \frac{M^2}{r};$$

$$P = \frac{HQR - LNH}{rT}; \quad V = \frac{N^2}{T} + \frac{Q^2}{T} - \frac{M^2}{T};$$

on aura

$$s^2 + 2Ps + rV = 0.$$

Lorsque par le moyen de l'équation précédente, la latitude du lieu qui satisfait à la question proposée, sera déterminée, on connoîtra l'heure que l'on compte dans ce lieu par le moyen

$$\text{des équations } g = \frac{Nr^2 - H L s}{Mc}, \quad h = \frac{Rg}{L} - \frac{Ir^2}{cL}.$$

(36.) Après avoir déterminé la latitude du lieu correspondante à un angle donné de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative, & l'heure que l'on compte dans ce lieu à l'instant du phénomène, on se rappellera que si l'on suppose

$$A = \frac{\phi l}{\zeta} - \frac{qs\phi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{ch\rho\rho\phi}{r^4},$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\phi}{r^3} + \frac{ch\rho\rho\omega}{r^4}.$$

On aura

$$\delta = \frac{3600\zeta}{nr} \times \frac{\mu A}{r} - \frac{3600\zeta}{nr} \times F.$$

Lorsque l'on connoîtra le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène, & l'heure que l'on compte dans le lieu, la détermination de la longitude (3.^e Mémoire, Article VI) n'a plus aucune difficulté.

Année 1765.

(37.) On ne trouve dans les formules précédentes de quantités nouvelles que λ , m & μ . λ est l'expression de la tangente de la distance des centres, μ est la tangente & m le cosinus de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune, à l'instant de la plus grande phase, avec la perpendiculaire à l'orbite relative. Dans toutes les recherches, on regardera toujours m comme positive: quant aux valeurs λ & μ , elles peuvent être positives & négatives.

Si l'on suppose λ positif, le centre de la Lune, lors de la plus grande phase, sera vu dans l'hémisphère boréal du disque du Soleil; il sera vu dans l'hémisphère austral lorsque λ est négatif. Fig. 1.

Si l'on suppose μ positif, le centre de la Lune paroîtra dans l'angle austral précédent ou dans l'angle boréal suivant du disque du Soleil; il paroîtra, dans l'angle austral suivant ou dans l'angle boréal précédent, si μ est négatif.

Pour la plus grande intelligence de ce paragraphe, on peut lire ce qui a été dit à ce sujet (3.^e Mémoire, Article III).

(38.) Lorsque l'on veut tracer rigoureusement sur la surface de notre globe, le lieu géométrique de tous les points de la Terre, qui observent successivement une certaine plus courte distance des centres assignée; le moyen qu'indique l'analyse, est de supposer successivement différens angles de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative. Il est aisé de vérifier, par les méthodes de l'Article X du 3.^e Mémoire, que dans les suppositions astronomiques, qui ont lieu pour la Lune, & en général pour notre système planétaire, l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative à l'instant de la plus grande

Année 1765.

phase, ne peut jamais surpasser un grand nombre de degrés; on aura donc bientôt épuisé toutes les valeurs des angles qui donnent des latitudes réelles. Dans chaque cas particulier, c'est à la sagacité du calculateur de prendre ces angles plus près ou plus éloignés entr'eux suivant qu'il voudra avoir des points de notre globe plus ou moins rapprochés, & que la phase qu'il calcule passe plus ou moins près du pôle.

(39.) Pour récapituler en peu de mots ce qui vient d'être démontré:

Soit λ la tangente de la distance des centres assignée.

μ la tangente } de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil
 m le cosinus } & de la Lune avec la perpendiculaire à l'orbite relative.

$$G = \frac{(G_1)}{\lambda m \xi r} - \frac{(G_2)}{\zeta p}, \quad H = \frac{(H_1)}{\zeta p} - \frac{(H_2)}{p}, \quad K = \frac{(K_1)}{\zeta r} + \frac{(K_2)}{r}.$$

$$R = \frac{(R_1)}{r} + \frac{(R_2)}{r^2}, \quad L = \omega - \frac{(L_1)}{r}, \quad I = \frac{(I_1)}{\zeta v p}.$$

$$M = \frac{(M_1)}{KR} + \frac{(M_2)}{L\omega}, \quad N = \frac{(N_1)}{r} + \frac{(N_2)}{r}, \quad Q = \frac{(Q_1)}{r} - \frac{(Q_2)}{r}.$$

$$T = \frac{(T_1)}{H^2 R^2} + \frac{(T_2)}{H^2 L^2} + \frac{(T_3)}{M^2}, \quad P = \frac{(P_1)}{rT} - \frac{(P_2)}{rT}.$$

$$V = \frac{(V_1)}{N^2} + \frac{(V_2)}{T} - \frac{(V_3)}{T}.$$

$$A = \frac{(A_1)}{\zeta} - \frac{(A_2)}{r^2} + \frac{(A_3)}{r^3} + \frac{(A_4)}{r^4}.$$

$$F = \frac{(F_1)}{\zeta} - \frac{(F_2)}{r^2} - \frac{(F_3)}{r^3} + \frac{(F_4)}{r^4}.$$

On aura

Pour déterminer la latitude du lieu,

$$s^2 + 2Ps + rV = 0.$$

Pour

Pour déterminer l'heure que l'on compte dans le lieu,

$$g = \frac{(g^1)}{Nr^2} - \frac{(g^2)}{HLs}, \quad h = \frac{(h^1)}{L} - \frac{(h^2)}{Lc}.$$

Pour déterminer le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène,

$$b = \frac{3600}{r} \times \frac{\mu A}{r} - \frac{3600}{r} \times F.$$

Il est évident qu'il n'y a qu'un seul angle horaire correspondant à chaque valeur de la latitude; en effet le sinus & le cosinus de cet angle sont déterminés chacun par une équation particulière. Lors donc que la valeur de g sera connue, il ne sera pas nécessaire de faire le calcul en entier pour déterminer la valeur de h ; il suffira de voir quel sera le signe de cette valeur, afin de choisir celui des deux angles horaires qui ayant g pour sinus, satisfait au problème.

Si l'on doutoit qu'à l'heure déterminée par les formules précédentes, le Soleil fût levé dans le lieu pour lequel on calcule, on s'en assureroit (2.^e Mémoire, §. 36) par le moyen de l'équation

$$h' = - \frac{pr^2s}{cpg}.$$

Cette équation ne détermine pas, rigoureusement parlant, le cosinus de l'arc sémi-diurne dans l'hypothèse du sphéroïde aplati; mais elle fait connoître (ce qui revient à très-peu près au même pour la Terre) l'angle horaire du point du parallèle qui se trouve dans l'horizon absolu.

(40.) TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, relatives à la recherche qui nous occupe.

G.		H.		K.	
(G 1.)		(H 1.)		(K 1.)	
Log. $\frac{\xi r}{\pi \zeta p}$	= - 8,1974389.	Log. $\frac{p}{\zeta p}$	= - 11,0772446.	Log. $\frac{q}{\zeta r}$	= - 10,0001950.
(G 2.)		(H 2.)		(K 2.)	
$\frac{\psi r}{\zeta p}$	= 72747.	$\frac{q p}{R}$	= 86879.	$\frac{p \phi}{r}$	= 7358.

Mém. 1767.

. X

R.

L.

I.

(R₁)

(L₁)

$$\frac{p\varphi}{r} = 7358. \quad \omega = 48086.$$

(R₂)

(L₂)

(I₁)

$$\text{Log. } \frac{p\omega}{r^2} = -1,3941178. \quad \text{Log. } \frac{\varphi}{r} = -0,0571011. \quad \text{Log. } \frac{\eta r}{\zeta p u} = -9,71509094$$

M.

Q.

(M₂)

(Q₁)

$$\text{Log. } \omega = +9,6820198; \quad \text{Log. } \omega = +9,6820198;$$

A.

F.

(A₁)

(F₁)

$$\frac{\eta l}{\zeta} = 73159. \quad \frac{\theta l}{\zeta} = 7354.$$

(A₂)

(F₂)

$$\text{Log. } \left\{ \begin{array}{l} \frac{q\varphi}{r^2} = -0,0586358; \\ \frac{p\omega}{r^3} = -10,3155335; \\ \frac{p p \varphi}{r^4} = -11,1307920; \end{array} \right. \quad \text{Log. } \left\{ \begin{array}{l} \frac{q\omega}{r^2} = -0,3195149; \\ \frac{p\varphi}{r^3} = -10,0546544; \\ \frac{p p \omega}{r^4} = -11,3916711; \end{array} \right.$$

$$\text{Log. } \frac{3600\zeta}{\eta r} = -6,1496219,$$

$$\text{Log. } \frac{p r}{p q} = -1,0770497,$$

E X E M P L E.

(41.) Lors de l'Eclipse du 1.^{er} Avril 1764, on demande quels lieux de la Terre ont observé une plus courte distance des centres de 11' 56'' $\frac{2}{3}$ australe.

SOLUTION. Puisque la distance donnée est une distance australe de 11' 56'' $\frac{2}{3}$, on a
 $\lambda = -\text{tang. } 11' 56'' \frac{2}{3} \dots \text{Log. } \lambda = 7,5409362.$

si donc l'on suppose

$$\left. \begin{aligned} \mu &= + \text{tang.} \\ m &= + \text{cosin.} \end{aligned} \right\} \text{de différens angles successifs.}$$

on déterminera tous les points de la Terre par lesquels a passé la trace de la plus courte distance australe des centres de $11' 56''\frac{2}{3}$.

Soit l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative de $4^d 5' 40''$, on aura

$$\left. \begin{aligned} \mu &= - \text{tang. } 4^d 5' 40'' \\ m &= + \text{cosin. } 4. 5. 40 \end{aligned} \right\} \text{Log.} \left\{ \begin{aligned} \mu &= 8,8548125. \\ m &= 9,9988901. \\ \lambda m &= 17,5398263. \end{aligned} \right.$$

TYPE du Calcul.

$$G = - (G_1) - (G_2) \dots \dots \dots (G_2) = 72747.$$

$$\begin{array}{r} (G_1) \\ +17,5398263 \dots \log. \lambda m. \\ - 8,1974389. \end{array}$$

$$G = - 94745 \dots \log. G = 9,9765564.$$

$$\hline 9,3423874 \dots \log. 21998.$$

$$H = - (H_1) - (H_2) \dots \dots \dots (H_2) = 86879.$$

$$\begin{array}{r} (H_1) \\ +17,5398263 \dots \log. \lambda m. \\ - 11,0772446. \end{array}$$

$$H = - 86908 \dots \log. \left\{ \begin{aligned} H &= 9,9390598. \\ H^2 &= 19,8781196. \end{aligned} \right.$$

$$\hline 6,4625817 \dots \log. 29.$$

$$K = - (K_1) + (K_2) \dots \dots \dots (K_2) = 7358.$$

$$\begin{array}{r} (K_1) \\ +17,5398263 \dots \log. \lambda m. \\ - 10,0001950. \end{array}$$

$$K = + 7012 \dots \log. K = 8,8458419.$$

$$\hline 7,5396313 \dots \log. 346.$$

$$R = + (R_1) - (R_2) \dots \dots \dots (R_1) = 7358.$$

$$\begin{array}{r} (R_2) \\ + 8,8548125 \dots \log. \mu. \\ - 1,3941178. \end{array}$$

$$R = + 7069 \dots \log. \left\{ \begin{aligned} R &= 8,8493580. \\ R^2 &= 17,6987166. \end{aligned} \right.$$

$$\hline 7,4606947 \dots \log. 289.$$

$$L = + (L_1) + (L_2) \dots \dots \dots (L_1) = 48086.$$

$$\begin{array}{r} + 8,8548125 \dots \log. \mu. \\ - 0,0571011 \dots \\ \hline 8,7977114 \dots \log. 6277. \end{array} \quad L = + 54363 \dots \log. \begin{cases} L = 9,7353034 \\ L^2 = 19,4706068 \end{cases}$$

$$I = - (I_1).$$

$$\begin{array}{r} + 18,8548125 \dots \log. \mu. \\ - 9,7150909 \dots \\ \hline 9,1397216 \dots \log. 13795. \end{array} \quad I = - 13795 \dots \log. I = 9,1397216.$$

$$M = + (M_1) + (M_2).$$

$$\begin{array}{r} + 8,8458419 \dots \log. K. \\ + 8,8493580 \dots \log. R. \\ \hline 7,6951999 \dots \log. 496. \end{array} \quad \begin{array}{r} + 9,7353034 \dots \log. L. \\ + 9,6820198 \dots \log. \omega. \\ \hline 9,4173232 \dots \log. 26141. \end{array}$$

$$M = + 26637 \dots \log. \begin{cases} M = 9,4254853 \\ M^2 = 18,8509706 \end{cases} \quad \frac{M^2}{r} = 7095.$$

$$N = - (N_1) - (N_2).$$

$$\begin{array}{r} + 9,9765564 \dots \log. G. \\ + 9,7353034 \dots \log. L. \\ \hline 9,7118598 \dots \log. 51506. \end{array} \quad \begin{array}{r} + 9,1397216 \dots \log. I. \\ + 8,8458419 \dots \log. K. \\ \hline 7,9855635 \dots \log. 967. \end{array}$$

$$N = - 52473 \dots \log. \begin{cases} N_1 = 9,7199359 \\ N^2 = 19,4398718 \end{cases}$$

$$Q = + (Q_1) + (Q_2).$$

$$\begin{array}{r} + 9,1397216 \dots \log. I. \\ + 9,6820198 \dots \log. \omega. \\ \hline 8,8217414 \dots \log. 6634. \end{array} \quad \begin{array}{r} + 9,9765564 \dots \log. G. \\ + 8,8493580 \dots \log. R. \\ \hline 8,8259144 \dots \log. 6698. \end{array}$$

$$Q = + 64 \dots \log. \begin{cases} Q = 6,8061800 \\ Q^2 = 13,6123600 \end{cases}$$

$$T = + (T_1) + (T_2) + (T_3) \dots (T_3) = 7095.$$

$$\begin{array}{rcl} +19,8781196 \dots \log. H^2. & +19,8781196 \dots \log. H^2. & \\ +17,6987160 \dots \log. R^2. & +19,4706068 \dots \log. L^2. & \\ \hline 7,5768356 \dots \log. 377. & 9,3487264 \dots \log. 22322. & \end{array}$$

$$T = + 29794 \dots \log. T = 9,4741288.$$

$$\begin{array}{rcl} P = - (P_1) - (P_2). & & \\ \begin{array}{r} (P_1) \\ + 9,9390598 \dots \log. H. \\ + 6,8061800 \dots \log. Q. \\ + 8,8493580 \dots \log. R. \\ \hline + 25,5945978. \\ - 19,4741288 \dots \log. Tr. \\ \hline 6,1204690 \dots \log. 13. \end{array} & \begin{array}{r} (P_2) \\ + 9,9390598 \dots \log. H. \\ + 9,7353034 \dots \log. L. \\ + 9,7199359 \dots \log. N. \\ \hline 29,3942991. \\ - 19,4741288 \dots \log. Tr. \\ \hline 9,9201703 \dots \log. 83209. \end{array} & \end{array}$$

$$P = - 83222 \dots \log. P = 9,9202381.$$

$$\begin{array}{rcl} V = + (V_1) + (V_2) - (V_3). & & \\ \begin{array}{r} (V_1) \\ +19,4198718 \dots \log. N^2. \\ - 9,4741288 \dots \log. T. \\ \hline 9,9657430 \dots \log. 92415. \end{array} & \begin{array}{r} (V_2) \\ +13,6123600 \dots \log. Q^2. \\ - 9,4741288 \dots \log. T. \\ \hline 4,1382312 \dots \log. 0,1375. \end{array} & \begin{array}{r} (V_3) \\ +18,8509706 \dots \log. M^2. \\ - 9,4741288 \dots \log. T. \\ \hline 9,3768418 \dots \log. 238142. \end{array} \\ V = + 68601. \quad \log. V = 9,8363304. \quad \log. V(rV) = 9,9181652. & & \end{array}$$

Calcul de la Latitude du lieu.

Puisque P est négatif & V positif, l'équation qui résout le problème (§. 39) est $s^2 - 2Ps + rV = 0$. Si je compare cette équation avec les équations générales du second degré (4.^e Mémoire, §. 42 & suivans), je vois que dans le cas particulier que je discute, on a Année 1766.

$$\sinus \left\{ \frac{B}{B'} \right\} = \frac{rV(rV)}{P}.$$

$$s = \text{tang.} \left(\frac{B}{2} \right) \times \frac{\sqrt{rV}}{r}, \quad s = \text{tang.} \left(\frac{B'}{2} \right) \times \frac{\sqrt{rV}}{r}.$$

Les angles B, B' sont chacun moindres que 180° ; les angles $\frac{B}{2}, \frac{B'}{2}$ sont par conséquent chacun moindres que 90° , & les racines de l'équation sont toutes deux positives.

$$+ 19,9181652 \dots \log. r\sqrt{(rV)}.$$

$$- 9,9202381 \dots \log. P.$$

$$9,9979271 \dots \log. \sinus \left\{ \begin{matrix} B \\ B' \end{matrix} \right\}$$

$$B = 84^{\circ} 24' 20''$$

$$B' = 95^{\circ} 35' 40''$$

$$\frac{B}{2} = 42. 12. 10$$

$$\frac{B'}{2} = 47. 47. 50$$

$$+ 9,9575273 \dots \log. \tan. \frac{B}{2}.$$

$$+ 10,0424727 \dots \log. \tan. \frac{B'}{2}.$$

$$+ 9,9181652 \dots \log. \sqrt{(rV)}.$$

$$+ 9,9181652 \dots \log. \sqrt{(rV)}.$$

$$9,8756925 \dots \log. s.$$

$$9,9606379 \dots \log. s.$$

$$\text{Latit. cor.} = 48^{\circ} 41' 5''$$

$$\text{Latit. cor.} = 65^{\circ} 58' 21''$$

$$+ 9. 36. (S. 7)$$

$$+ 7. 11. (S. 7)$$

$$\text{Latit. vr.} = 48. 50. 41. \text{ Bor.}$$

$$\text{Latit. vr.} = 66. 5. 32. \text{ Bor.}$$

Calcul de l'Heure correspondante à la latitude de $48^{\circ} 50' 41''$.

Latitude vraie $48^{\circ} 50' 41''$

Latitude corrigée $48^{\circ} 41' 5''$.

$$\left. \begin{array}{l} s = + \sin. 48^{\circ} 41' 5'' \\ c = + \cos. 48. 41. 5 \end{array} \right\} \text{Logarithme} \left\{ \begin{array}{l} s = 9,8756925. \\ c = 9,8196768. \\ \frac{s}{c} = + 0,0560157. \end{array} \right.$$

$$g = - (g1) + (g2)$$

$$+ 29,7199359 \dots \log. Nr^2.$$

$$+ 9,9390598 \dots \log. H.$$

$$- 9,4254853 \dots \log. M.$$

$$+ 9,7353034 \dots \log. L.$$

$$20,2944596.$$

$$19,6743632.$$

$$- 9,8196768 \dots \log. c.$$

$$- 9,4254853 \dots \log. M.$$

$$10,4747738 \dots \log. 298382.$$

$$10,2488779.$$

$$+ 0,0560157 \dots \log. \frac{s}{c}.$$

$$10,3048936 \dots \log. 201788.$$

$$g = - 96594. \text{ Log. } g = 9,9849501. \quad g = - \sinus 75^{\circ} 0' 11''.$$

Attendu que la valeur de h tirée de l'équation $h = \frac{gR}{L} - \frac{Tr^2}{Lc}$

est positive, on comptoit $6^h 59' 59''$ du matin dans le lieu lors du phénomène. Le Soleil étoit alors sur l'horizon.

Calcul de la Longitude.

$$\begin{array}{l}
 s = + \sinus 48^d 41' 5'' \\
 c = + \cosin. 48. 41. 5. \\
 g = - \sinus 75. 0. 11. \\
 h = + \cosin. 75. 0. 11. \\
 \mu = - \text{tang. } 4. 5. 40.
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} s \\ c \\ g \\ h \\ \mu \end{array}} \right\} \text{Logarithme.}
 \left\{ \begin{array}{l}
 s = 9.8756925. \\
 c = 9.8196768. \\
 g = 9.9849501. \\
 h = 9.4129060. \\
 cg = 19.8046269. \\
 ch = 19.2325828. \\
 \mu = 8.8548125.
 \end{array} \right.$$

$$A = + (A_1) - (A_2) - (A_3) + (A_4) \dots \dots \dots (A_1) = 73159.$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l}
 (A_2) \\
 +9.8756925 \dots \log. s. \\
 -0.0586358. \\
 \hline
 9.8170567 \dots \log. 65623.
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 (A_3) \\
 +19.8046269 \dots \log. cg. \\
 -10.3153335. \\
 \hline
 9.4890934 \dots \log. 30839.
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 (A_4) \\
 +19.2325828 \dots \log. ch. \\
 -11.1307920. \\
 \hline
 8.1017908 \dots \log. 1264.
 \end{array}
 \end{array}$$

$$A = - 22039 \quad \text{Logarithme } A = 9.3431919.$$

$$F = + (F_1) - (F_2) + (F_3) + (F_4) \dots \dots \dots (F_1) = 7354-$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l}
 (F_2) \\
 +9.8756925 \dots \log. s. \\
 -0.3195149. \\
 \hline
 9.5561776 \dots \log. 35990.
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 (F_3) \\
 +19.8046269 \dots \log. cg. \\
 -10.0546544. \\
 \hline
 9.7499725 \dots \log. 56231.
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 (F_4) \\
 +19.2325828 \dots \log. ch. \\
 -11.3916711. \\
 \hline
 7.8409117 \dots \log. 693.
 \end{array}
 \end{array}$$

$$F = + 28288. \quad \text{Logarithme } F = 9.4516022.$$

$$b = + (b_1) - (b_2)$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l}
 (b_1) \\
 + 9.3431919 \dots \log. A. \\
 + 8.8548125 \dots \log. \mu. \\
 \hline
 + 8.1980044. \\
 - 6.1490219 \dots \log. \frac{3600\zeta}{nr}. \\
 \hline
 2.0489825 \dots \log. 112.
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 (b_2) \\
 + 9.4516022 \dots \log. F. \\
 - 6.1490219 \dots \log. \frac{3600\zeta}{nr}. \\
 \hline
 3.3025803 \dots \log. 2007.
 \end{array}
 \end{array}$$

$$b = - 1895'' \dots \dots \dots \beta = - 7^d 53' 45''.$$

$$\text{Longitude} = \left\{ \begin{array}{l}
 + 22^d 9' 15'' \dots \text{ang. const.} \\
 + 7. 53. 45 \dots \text{ang. } \beta. \\
 - 75. 0. 11 \dots \text{ang. hor.}
 \end{array} \right\} = - 44^d 57' 11''.$$

Le lieu étoit donc plus occidental que Paris de $44^d 57' 11''$.

On détermineroit de même l'heure & la longitude correspondantes à la latitude de $66^d 5' 32''$.

Année 1766.

Lorsque l'on voudra employer la méthode du 4.^e Mémoire pour trouver les racines des équations du second degré; il sera très-à-propos de relire ce que j'ai dit à ce sujet, pour ne point se tromper, soit sur le signe, soit sur la nature de ces racines.

(42.) Il est une remarque qui ne doit point échapper, c'est que les calculs de la latitude du paragraphe précédent, déterminent directement deux points de la Terre, puisque la latitude est donnée par une équation du second degré. Mais indépendamment de ces deux points, les mêmes calculs peuvent, avec quelque légère différence, déterminer six autres latitudes, que j'appellerai *latitudes correspondantes*. En effet, au lieu de supposer $\mu = - \text{tang. } 4^{\text{d}} 5' 40''$, si l'on suppose $\mu = + \text{tang. } 4^{\text{d}} 5' 40''$, comme la valeur de m (S. 37), ne change point de signe; les quantités G, H, K , seront rigoureusement les mêmes; la quantité I changera de signe sans changer de valeur, & les quantités R, L , s'évalueront aisément d'après les premiers calculs.

Supposons maintenant qu'après avoir cherché, par exemple; par quels points de la Terre, passe la trace d'une certaine distance australe des centres, on veuille déterminer par quels points de la Terre passe la trace d'une égale distance boréale, en conservant d'ailleurs le même angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune avec la perpendiculaire à l'orbite; alors la quantité λ changera de signe, mais les quantités μ & m conserveront leurs signes & leurs valeurs. Dans cette nouvelle supposition, les quantités I, R, L , seront rigoureusement les mêmes, & les quantités G, H, K , s'évalueront aisément d'après les premiers calculs: un exemple va nous éclaircir,

Détermination

Détermination des Latitudes correspondantes.

$$\left. \begin{array}{l} \mu = - \text{tang.} \\ m = + \text{cofin.} \end{array} \right\} 4^{\text{d}} 5' 40''; \quad \lambda = - \text{tang. } 11' 56'' \frac{2}{3}.$$

$$G = - (G_1) - (G_2) = - 94745.$$

$$H = - (H_1) - (H_2) = - 86908.$$

$$K = - (K_1) + (K_2) = + 7012.$$

$$R = + (R_1) - (R_2) = + 7069.$$

$$L = + (L_1) + (L_2) = + 54363.$$

$$I = - (I_1) \dots \dots \dots = - 13795.$$

La phase est australe, & le centre de la Lune est vu dans l'angle *austral* suivant du disque du Soleil.

$$\left. \begin{array}{l} \mu = + \text{tang.} \\ m = + \text{cofin.} \end{array} \right\} 4^{\text{d}} 5' 40''; \quad \lambda = - \text{tang. } 11' 56'' \frac{2}{3}.$$

$$G = - (G_1) - (G_2) = - 94745.$$

$$H = - (H_1) - (H_2) = - 86908.$$

$$K = - (K_1) + (K_2) = + 7012.$$

$$R = + (R_1) + (R_2) = + 7647.$$

$$L = + (L_1) - (L_2) = + 41809.$$

$$I = + (I_1) \dots \dots \dots = + 13795.$$

La phase est australe, & le centre de la Lune est vu dans l'angle *austral précédent* du disque du Soleil.

$$\left. \begin{array}{l} \mu = - \text{tang.} \\ m = + \text{cofin.} \end{array} \right\} 4^{\text{d}} 5' 40''; \quad \lambda = + \text{tang. } 11' 56'' \frac{2}{3}.$$

$$G = + (G_1) - (G_2) = - 50749.$$

$$H = + (H_1) - (H_2) = - 86850.$$

$$K = + (K_1) + (K_2) = + 7704.$$

$$R = + (R_1) - (R_2) = + 7069.$$

$$L = + (L_1) + (L_2) = + 54363.$$

$$I = - (I_1) \dots \dots \dots = - 13795.$$

La phase est boréale, & le centre de la Lune est vu dans l'angle *boréal précédent* du disque du Soleil.

Mém. 1767.

$$\left. \begin{array}{l} \mu = + \text{tang.} \\ \psi = + \text{cofin.} \end{array} \right\} 4^d 5' 40''; \quad \lambda = + \text{tang. } 11' 56''\frac{2}{3}.$$

$$G = + (G_1) - (G_2) = - 50749.$$

$$H = + (H_1) - (H_2) = - 86850.$$

$$K = + (K_1) + (K_2) = + 7704.$$

$$R = + (R_1) + (R_2) = + 7647.$$

$$L = + (L_1) - (L_2) = + 41809.$$

$$I = + (I_1) \dots \dots \dots = + 13795.$$

La phase est boréale, & le centre de la Lune est vu dans l'angle *boréal* suivant du disque du Soleil.

Il ne s'agit donc que de chercher les logarithmes des nouvelles quantités G, H, K, L, R, I , de conclure les valeurs de M, N, Q, T, P, V , & d'achever le calcul comme dans l'exemple du *S. 41.*

Il est superflu d'avertir que si les sinus des angles B, B' , de la latitude, ou de l'angle horaire, étoient donnés sous la forme de quantités plus grandes que le sinus total, le problème n'auroit plus de solution: le phénomène n'auroit pas lieu sur la Terre.

ARTICLE III.

DÉTERMINATION de tous les points de la Terre, par lesquels passe la trace de l'attouchement des limbes du Soleil & de la Lune.

SECTION PREMIÈRE.

De la Question considérée en général.

(43.) La recherche qui va nous occuper, pourroit être regardée au premier coup d'œil comme un cas particulier du problème de l'article précédent. Mais si l'on examine la question de plus près, il faudra convenir que la solution rigoureuse offre des difficultés supérieures: en effet, elle exige que l'on ait égard à la variation du diamètre de la Lune, relativement à sa hauteur sur les différens horizons; il est donc nécessaire de considérer ce

nouvel élément. Le problème se complique encore davantage, si l'on suppose que les rayons solaires s'infléchissent en passant près de la Lune. Telles sont les difficultés qu'il faut vaincre, si l'on veut résoudre le problème dans toute sa rigueur. Mais si les difficultés sont plus grandes, les objets de curiosité sont plus intéressans. Supposons en effet que la distance des centres soit égale à la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, la ligne qui satisfera au problème séparera, sur notre globe, les pays qui pourront observer l'Éclipse, d'avec ceux où elle ne sera point visible, quoique relativement à ces pays, le Soleil soit sur l'horizon. Si l'on suppose au contraire cette distance des centres égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, on déterminera rigoureusement les limites qui comprennent tous les lieux de la Terre où l'Éclipse soit totale, soit annulaire, pourra être observée. Au reste, on ne doit point regarder comme indifférent d'avoir une méthode rigoureuse pour résoudre ces problèmes. Il est aisé de sentir combien ces solutions peuvent jeter de jour sur la question de l'inflexion des rayons solaires.

(44.) Puisque λ exprime en général la tangente de la distance des centres du Soleil & de la Lune, si l'on suppose λ égal à la tangente variable de la somme ou de la différence des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, on aura le cas particulier de l'attouchement des limbes.

(45.) Quatre questions principales se présentent naturellement. En effet, puisqu'il s'agit du contact des limbes du Soleil & de la Lune, on voit d'abord que ce contact peut être extérieur ou intérieur, & chacun de ces contacts se subdivise en deux autres cas; car, par exemple, on observe également un contact extérieur, soit que le limbe boréal du Soleil touche le limbe austral de la Lune, soit que le limbe austral du Soleil touche le limbe boréal de la Lune; il en est de même des contacts intérieurs. Pour éviter toute incertitude à ce sujet, je discuterai séparément chacun de ces cas.

$$(46.) \text{ Soit } \frac{d}{b'} = \frac{\sin(\text{demi-diamètre horizontal de la Lune})}{\sin(\text{parallaxe horizontale polaire})}.$$

$D = \cos(\text{somme du demi-diam. du } \odot \text{ \& du demi-diam. horiz. de la } \odot).$

$D' = \cos(\text{diffé. du demi-diam. du } \odot \text{ \& du demi-diam. horiz. de la } \odot).$

$$\begin{aligned} r &= \sinus \\ \tau &= \cosinus \\ \tau' &= \cosinus \text{ (demi-diamètre horizontal de la Lune).} \\ \delta &= \frac{d'}{b'} \times \frac{\pi}{r} \times \cosinus \text{ (parallaxe horizontale polaire).} \end{aligned}$$

Année 1766. On peut conclure du §. 122 du quatrième Mémoire, que pour une latitude & à une heure quelconques,

$$\sin. (\text{demi-diam. de la } \odot) = \begin{cases} \left\{ \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpqh\pi}{r^2} \right\} & \text{contact extérieur,} \\ \left\{ \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpqh\pi}{r^2} \right\} & \text{contact intérieur.} \end{cases}$$

D'ailleurs puisque le cosinus du demi-diamètre de la Lune peut être regardé, sans erreur appréciable, comme une quantité constante, on a (*Trigonometrie rectiligne*) lors du contact extérieur,

$$\sinus (\text{distance des centres}) = \pm \frac{\sigma\tau'}{r} \pm \frac{\delta\delta\tau}{r\xi - \frac{ps\pi}{r} - \frac{cpqh\pi}{r^2}}$$

& lors du contact intérieur,

$$\sinus (\text{distance des centres}) = \pm \frac{\sigma\tau'}{r} \mp \frac{\delta'\delta\tau}{r\xi - \frac{ps\pi}{r} - \frac{cpqh\pi}{r^2}}$$

Donc (*Trigonometrie rectiligne*) lors du contact extérieur,

$$\text{tangente} (\text{distance des centres}) = \pm \frac{\sigma\tau'}{\delta} \pm \frac{\delta'\tau}{\xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpqh\pi}{r^2}}$$

& lors du contact intérieur,

$$\text{tangente} (\text{distance des centres}) = \pm \frac{\sigma\tau'}{\delta'} \mp \frac{\delta\tau}{\xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpqh\pi}{r^2}}$$

J'ai donné des doubles signes à l'expression de la tangente de la distance des centres du Soleil & de la Lune, parce que chacun des deux contacts intérieur & extérieur se subdivise en deux cas, ainsi que je l'ai remarqué §. 45.

(47.) On pourroit aussi faire entrer dans la solution, un nouvel

élément qui dépendroit, par exemple, d'une inflexion de lumière.

Soit \mathfrak{S} la quantité dont on suppose infléchis les rayons solaires qui raient le limbe de la Lune; on fera

$$\sigma = \sin(\text{demi-diamètre du Soleil} \mp \mathfrak{S}),$$

suivant que l'on voudra calculer un contact extérieur ou intérieur des limbes. Je démontrerai la raison de ce procédé, lorsqu'il sera particulièrement question de l'inflexion des rayons solaires.

(48.) Si l'on substitue les valeurs de λ du §. 46 dans l'équation du §. 35, & que l'on conserve d'ailleurs toutes les autres constructions; il sera aisé de voir que l'on aura pour résoudre les questions qui nous occupent.

$$\begin{aligned} \frac{\mu n r^6}{\zeta v} - \mu c p q w g - \mu c g p r h - c p g p r g + c g w^2 h &= 0. \\ \left. \begin{aligned} \pm \frac{\sigma \tau' \xi m}{\partial \pi \zeta} \mp \frac{\sigma \tau' p s m}{\partial \zeta r^2} \mp \frac{\sigma \tau' c p q h m}{\partial \zeta r^4} \mp \frac{\delta \tau m}{\pi \zeta} \\ - \frac{\downarrow l}{\zeta} + \frac{q s \phi}{r^2} - \frac{c g p \phi}{r^3} - \frac{c h p p \phi}{r^4} \end{aligned} \right\} &= 0. \\ \left. \begin{aligned} \pm \frac{\sigma \tau' \xi m}{\partial' \pi \zeta} \mp \frac{\sigma \tau' p s m}{\partial' \zeta r^2} \mp \frac{\sigma \tau' c p q h m}{\partial' \zeta r^4} \mp \frac{\delta \tau m}{\pi \zeta} \\ - \frac{\downarrow l}{\zeta} + \frac{q s \phi}{r^2} - \frac{c g p \phi}{r^3} - \frac{c h p p \phi}{r^4} \end{aligned} \right\} &= 0. \end{aligned}$$

On déterminera donc tous les lieux qui observeront les contacts des limbes du Soleil & de la Lune, en employant les équations du §. 39, à l'exception toutefois des quantités G, H, K , auxquelles on substituera les valeurs suivantes.

Contacts extérieurs.

Atouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune;

$$\begin{aligned} G &= + \frac{(G_1)}{\frac{\sigma \tau' \xi m r}{\partial \pi \zeta p}} + \frac{(G_2)}{\frac{\delta \tau m r}{\pi \zeta p}} - \frac{(G_3)}{\frac{\downarrow l r}{\zeta p}} \\ H &= + \frac{(H_1)}{\frac{\sigma \tau' p s m}{\partial \zeta p}} - \frac{(H_2)}{\frac{q \phi}{p}} \\ K &= + \frac{(K_1)}{\frac{\sigma \tau' q m}{\partial \zeta r}} + \frac{(K_2)}{\frac{p \phi}{r}} \end{aligned}$$

Attouchement du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune;

$$\begin{aligned}
 G &= - \frac{(G_1)}{\sigma \tau' \xi m r} - \frac{(G_2)}{\delta \tau m r} - \frac{(G_3)}{\downarrow l r} ; \\
 H &= - \frac{(H_1)}{\sigma \tau' p m} - \frac{(H_2)}{q \varphi} ; \\
 K &= - \frac{(K_1)}{\delta \zeta r} + \frac{(K_2)}{r} .
 \end{aligned}$$

Dans ces deux cas, si l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons solaires, on supposera $\sigma = \sin.$ (demi-diam. du Soleil — \mathfrak{D}).

*Contacts intérieurs.**Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune;*

$$\begin{aligned}
 G &= + \frac{(G_1)}{\sigma \tau' \xi m r} - \frac{(G_2)}{\delta \tau m r} - \frac{(G_3)}{\downarrow l r} ; \\
 H &= + \frac{(H_1)}{\sigma \tau' p m} - \frac{(H_2)}{q \varphi} ; \\
 K &= + \frac{(K_1)}{\delta \zeta r} + \frac{(K_2)}{r} ;
 \end{aligned}$$

Attouchement du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune;

$$\begin{aligned}
 G &= - \frac{(G_1)}{\sigma \tau' \xi m r} + \frac{(G_2)}{\delta \tau m r} - \frac{(G_3)}{\downarrow l r} ; \\
 H &= - \frac{(H_1)}{\sigma \tau' p m} - \frac{(H_2)}{q \varphi} ; \\
 K &= - \frac{(K_1)}{\delta \zeta r} + \frac{(K_2)}{r} .
 \end{aligned}$$

Dans ces deux cas, si l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons solaires, on supposera $\sigma = \sin.$ (demi-diam. du Soleil + \mathfrak{D}).

Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, on avoit

$$\delta \tau = 17,6335553 :$$

<i>Contacts extérieurs.</i>	<i>Contacts intérieurs.</i>
$\text{Log. } \frac{\tau'}{\delta} = + 0,0000135.$	$\text{Log. } \frac{\tau'}{\delta'} = - 0,0000040.$

Il ne faut pas oublier que dans tous les calculs, les nouvelles quantités δ , δ' , σ , τ , τ' , δ doivent être regardées comme positives.

SECTION SECONDE.

Détermination du nombre de doigts éclipsés du disque solaire.

(49.) On détermine quelquefois en Astronomie la quantité de l'Éclipse, par le nombre de doigts éclipsés du disque du Soleil. On partage en douze parties égales celui des diamètres du Soleil, dont le prolongement passeroit par le centre de la Lune, on appelle *doigt* chacune de ces parties, on divise chaque doigt en 60 min. Fig. 2. ou ce qui revient au même, on partage le diamètre en 720 minutes; on dit, par exemple, que le Soleil éprouve une éclipse de trois doigts lorsque le bord E de la Lune est éloigné du bord éclipsé F du disque du Soleil, d'une quantité EF égale au $\frac{3}{12}$ du diamètre GF du disque du Soleil, ou ce qui revient au même lorsque la partie lumineuse $GE = \frac{9}{12}$ de ce diamètre; il en est de même des autres phases.

(50.) Rien de plus simple que de déterminer rigoureusement l'équation aux différentes lignes des doigts éclipsés du disque solaire en faisant même entrer dans le problème la variation du diamètre de la Lune; en effet il est évident que l'on peut considérer par exemple une éclipse de 3 doigts de la partie australe du Soleil, comme l'attouchement extérieur du limbe boréal de la Lune & du limbe austral d'un Soleil dont le rayon seroit égal à la moitié du rayon du disque solaire.

Une éclipse de 6 doigts de la partie australe du Soleil peut être considérée comme l'attouchement extérieur du limbe boréal de la Lune & du limbe d'un Soleil dont le rayon seroit nul.

Une Éclipse de 9 doigts de la partie australe du Soleil, peut être considérée comme l'attouchement intérieur du limbe boréal de la Lune & du limbe boréal d'un soleil dont le rayon seroit égal à la moitié du rayon du disque solaire.

Fig. 2. Une Éclipse de 3 doigts de la partie boréale du Soleil, peut être considérée comme l'attouchement extérieur du limbe austral de la Lune & du limbe boréal d'un Soleil, dont le rayon seroit égal à la moitié du disque solaire.

Une Éclipse de 6 doigts de la partie boréale du Soleil, peut être considérée comme l'attouchement extérieur du limbe austral de la Lune & du limbe d'un Soleil dont le rayon seroit nul.

Une Éclipse de 9 doigts de la partie boréale du Soleil, peut être considérée comme l'attouchement intérieur du limbe austral de la Lune & du limbe austral d'un Soleil, dont le rayon seroit égal à la moitié du rayon du disque solaire.

On peut donc, d'après ces remarques, résoudre le problème, proposé, par les méthodes du *paragraphe précédent*; il ne s'agit que d'employer les valeurs convenables de σ , τ , δ , δ' .

SECTION TROISIÈME.

MÉTHODE abrégée pour calculer les contacts intérieurs des limbes, & en général une phase quelconque.

(51.) J'ai cru qu'il seroit utile de joindre le calcul rigoureux des différens lieux de la Terre, qui dans l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, ont observé les contacts intérieurs des limbes du Soleil & de la Lune.

Les calculs ont été faits dans la double supposition que les rayons solaires en passant près du limbe de la Lune éprouvent une inflexion d'environ $4''\frac{1}{2}$, & qu'ils ne s'infléchissent pas. Ces résultats rapprochés des observations, peuvent servir à vérifier les élémens de la Lune, que j'ai supposés dans cet ouvrage; elles pourront aussi jeter un très-grand jour sur la question de l'inflexion des rayons solaires. Je n'ai pas étendu mes calculs au-delà du midi de l'Espagne & du nord de la Suède, attendu que par-delà ces limites, les traces du phénomène, se sont perdues; soit dans la mer Atlantique, soit dans le nord de l'Asie.

(52.) Si l'on avoit calculé par la formule rigoureuse du *III.^e article* de ce Mémoire, tous les points des lignes des contacts intérieurs, le travail eût été très-considérable; je vais donner

une

une méthode qui simplifie les calculs, sans diminuer leur exactitude, & permet de donner une forme plus commode aux résultats.

On peut conclure du §. 58 du 3.^e Mémoire, que si sous chaque parallèle terrestre, on connoissoit l'heure que l'on compte dans le lieu particulier qui à l'instant de la plus grande phase observe un attouchement des limbes, le lieu seroit bien-tôt déterminé; il ne s'agit donc que d'avoir une méthode abrégée pour déterminer l'heure du phénomène sous chaque latitude terrestre.

Soit $KL L'$ l'orbite relative de la Lune, D, D' la projection de l'Observateur. Quoique j'aie démontré dans le 4.^e article du 3.^e Mémoire, qu'en général la plus courte distance des centres pour un lieu quelconque n'arrive pas lorsque, la Lune étant au point L de son orbite, le lieu se trouve dans la perpendiculaire LD , Fig. 3. mais lorsqu'au contraire, la Lune étant dans un point L' de son orbite, le lieu se trouve dans une ligne $L'D'$ inclinée à l'orbite; cependant si la distance des centres du Soleil & de la Lune étoit petite à l'instant de la plus grande phase, l'heure de cette phase (ainsi qu'il a été remarqué dans les §§. 118 & 120 du 3.^e Mém.) différerait peu de l'heure du passage simultané du centre de la Lune & de la projection de l'Observateur par une perpendiculaire à l'orbite; on remarquera même que, dans le cas où cette distance seroit plus grande, il y a entre la différence des heures correspondantes aux deux phénomènes une loi de continuité, qu'il est aisé d'apercevoir. Si donc on détermine pour chaque parallèle terrestre l'heure que l'on compte dans les points de ces parallèles qui observent des contacts intérieurs dans la perpendiculaire à l'orbite, on conclura aisément l'heure que l'on comptera dans les points des mêmes parallèles qui observeront des contacts intérieurs lors de leurs plus grandes phases: un exemple rendra ces procédés sensibles.

Détermination de l'heure que l'on compte dans les différens points de la Terre qui observent un contact intérieur des limbes, lorsque le centre de la Lune & la projection de l'Observateur se trouvent dans la perpendiculaire à l'orbite relative.

(53.) Rien de plus simple que de déterminer l'heure que l'on
Mém. 1767. . Z

compte dans les différens points de la Terre qui observent un contact intérieur des limbes, lorsque le centre de la Lune & la projection de l'Observateur se trouvent dans la perpendiculaire à l'orbite relative: en effet, puisque la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune est alors perpendiculaire à l'orbite, on a

Année 1765. (3.^e Mémoire, §. 1.^{er} & 36), en supposant

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{egp\omega}{r^2} + \frac{ehpp\varphi}{r^4}.$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{epqh\pi}{r^4}.$$

$$\text{Tang. (distance apparente des centres du Soleil & de la Lune)} = \frac{A\zeta\pi}{Er}.$$

De plus (§. 46), lors des contacts intérieurs des limbes du Soleil & de la Lune, si l'on suppose

$$\frac{d'}{b'} = \frac{\sinus (\text{demi-diamètre horizontal de la Lune})}{\sinus (\text{parallaxe horizontale polaire})}.$$

$\vartheta' = \cosinus$ (différ. du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾),

$\sigma = \sinus$
 $\tau = \cosinus$ } demi-diamètre du Soleil.

$\tau' = \cosinus$ (demi-diamètre horizontal de la Lune);

$$d = \frac{d'}{b'} \times \frac{\pi}{r} \times \cosinus (\text{parallaxe horizontale polaire}).$$

On a

$$\text{Tang. (distance appar. des centres du ☉ & de la ☾)} = \pm \frac{\sigma\tau'}{\vartheta'} \mp \frac{d'\pi}{E}.$$

(54.) Donc, lors du contact intérieur du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune,

$$\left. \begin{aligned} &\frac{\sigma\tau'\xi r}{\vartheta'\pi\zeta} - \frac{\sigma\tau'ps}{\vartheta'\zeta r} - \frac{\sigma\tau'epqh}{\vartheta'\zeta r^3} - \frac{d'\pi r}{\pi\zeta} \\ &- \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{qs\varphi}{r^2} - \frac{egp\omega}{r^2} - \frac{ehpp\varphi}{r^4} \end{aligned} \right\} = 0.$$

Lors du contact intérieur du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune,

$$\left. \begin{aligned} &\frac{\sigma\tau'\xi r}{\vartheta'\pi\zeta} - \frac{\sigma\tau'ps}{\vartheta'\zeta r} - \frac{\sigma\tau'epqh}{\vartheta'\zeta r^3} - \frac{d'\pi r}{\pi\zeta} \\ &+ \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{egp\omega}{r^2} + \frac{ehpp\varphi}{r^4} \end{aligned} \right\} = 0.$$

Si l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons solaires, soit δ la quantité dont on suppose infléchis les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune, on fera

$$\sigma = \sinus (\text{demi-diamètre du } \odot + \delta).$$

(55.) Soit maintenant

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$P = + \frac{(P_1) \rho \omega}{r} \times \frac{c}{r}.$$

$$Q = + \frac{(Q_1)}{r^2} \left(\frac{\rho \rho \phi}{r^2} + \frac{\sigma \tau' \rho q}{\partial' \zeta r} \right) \times \frac{c}{r},$$

$$R = + \frac{(R_1)}{\partial' \pi \zeta} - \frac{(R_2)}{\pi \zeta} - \frac{(R_3)}{\zeta} + \left(\frac{q \phi}{r} - \frac{(R_4)}{\partial' \zeta} \right) \times \frac{s}{r}.$$

Contact du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune.

$$P = + \frac{(P_1) \rho \omega}{r} \times \frac{c}{r}.$$

$$Q = + \frac{(Q_1)}{r^2} \left(\frac{\rho \rho \phi}{r^2} - \frac{\sigma \tau' \rho q}{\partial' \zeta r} \right) \times \frac{c}{r}.$$

$$R = - \frac{(R_1)}{\partial' \pi \zeta} + \frac{(R_2)}{\pi \zeta} - \frac{(R_3)}{\zeta} + \left(\frac{q \phi}{r} + \frac{\sigma \tau' p}{\partial' \zeta} \right) \times \frac{s}{r}.$$

Les équations du §. précédent deviendront,

$$Pg + Qh - Rr = 0.$$

Soit λ le sinus, & k le cosinus d'un angle aigu & positif H , tel que l'on ait $\frac{\lambda r}{k} = \frac{Qr}{P}$, c'est-à-dire dont la tangente $= \frac{Qr}{P}$; dans l'équation $Pg + Qh - Rr = 0$, si l'on substitue à la quantité Q la valeur $\frac{P\lambda}{k}$, on aura

Z ij

$\frac{kg + \lambda h}{r} = \frac{Rk}{P}$: mais $\frac{kg + \lambda h}{r}$ est le sinus de la somme de l'angle horaire demandé & de l'angle H ; donc

$$\sinus (\text{angle horaire demandé} + \text{angle } H) = \frac{Rk}{P} ;$$

Puisqu'un même sinus appartient à deux angles différens, la somme de l'angle horaire demandé & de l'angle H a deux valeurs; il y a donc deux angles horaires qui satisfont au problème.

(56.) Quoique les deux angles horaires, déterminés par le §. 55, satisfassent géométriquement au problème proposé, il est cependant une considération astronomique qui peut exclure ces solutions: en effet, si le Soleil n'étoit pas sur l'horizon à l'heure indiquée, l'épaisseur de la Terre empêcheroit de jouir du phénomène.

(57.) Les différentes combinaisons qui peuvent affecter les termes de l'équation du §. 55, se réduisent à quatre.

$$Pg + Qh - Rr = 0 \dots\dots\dots 1.^{\text{er}} \text{ CAS.}$$

$$Pg + Qh + Rr = 0 \dots\dots\dots 2.^{\text{e}} \text{ CAS.}$$

$$Pg - Qh + Rr = 0 \dots\dots\dots 3.^{\text{e}} \text{ CAS.}$$

$$Pg - Qh - Rr = 0 \dots\dots\dots 4.^{\text{e}} \text{ CAS.}$$

P R E M I E R C A S.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H , en observant de le supposer toujours aigu & positif.

Évaluez les deux angles qui ont pour sinus $\frac{R \times \cosinus H}{P}$, & que je nomme D, D' , en observant de les supposer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors ;

$$\text{Angles horaires demandés} = \left\{ \begin{array}{l} + D - H \\ + D' - H \end{array} \right\}$$

DEUXIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H , en observant de le supposer toujours aigu & positif.

Évaluez les deux angles qui ont pour sinus $\frac{R \times \cosinus H}{P}$, & que je nomme D, D' , en observant de les supposer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Angles horaires demandés} = \left\{ \begin{array}{l} -D - H \\ -D' - H \end{array} \right\}$$

TROISIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H , en observant de le supposer toujours aigu & positif.

Évaluez les deux angles qui ont pour sinus $\frac{R \times \cosinus H}{P}$, & que je nomme D, D' , en observant de les supposer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Angles horaires demandés} = \left\{ \begin{array}{l} -D + H \\ -D' + H \end{array} \right\}$$

QUATRIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Qr}{P}$, & que je nomme H , en observant de le supposer toujours aigu & positif.

Évaluez les deux angles qui ont pour sinus $\frac{R \times \cosinus H}{P}$, & que je nomme D, D' , en observant de les supposer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Angles horaires demandés} = \left\{ \begin{array}{l} +D + H \\ +D' + H \end{array} \right\}$$

(58.) Si l'on ne pouvoit pas observer l'attouchement des limbes sous le parallèle assigné, on en feroit averti par une expression absurde, on auroit alors pour expression du sinus des angles $\left\{ \frac{D}{D'} \right\}$ une quantité plus grande que le rayon.

(59.) On ne doit point oublier que je compte les angles horaires depuis 0^d jusqu'à 180^d de part & d'autre du méridien supérieur; je regarde comme positifs les angles horaires depuis midi jusqu'à minuit; & comme négatifs les angles horaires entre minuit & midi; ainsi, par exemple, l'angle horaire correspondant à 8 heures du soir égale $+ 120$ degrés; & l'angle horaire correspondant à 8 heures du matin égale $- 60$ degrés. Comme il pourroit arriver dans quelques cas particuliers que l'expression de l'angle horaire fut donné sous la forme d'un angle $\left\{ \begin{matrix} + K \\ - K \end{matrix} \right\}$ plus grand que 180 degrés, on substituera alors à l'expression $\left\{ \begin{matrix} + K \\ - K \end{matrix} \right\}$ de l'angle horaire, cette nouvelle expression $\left\{ \begin{matrix} - 360^d + K \\ + 360 - K \end{matrix} \right\}$.

(60.) Il est bien facile de déterminer maintenant l'heure que l'on compte dans les différens lieux de la Terre qui observent des attouchemens intérieurs des limbes du Soleil & de la Lune, lorsque la ligne des centres est perpendiculaire à l'orbite relative, il ne s'agit que de déterminer par les formules précédentes, l'heure que l'on compte dans le lieu particulier qui, sous chaque parallèle terrestre, observe le phénomène.

(61.) Pour connoître d'une manière précise la trace du phénomène, il ne suffit pas de déterminer l'heure que l'on compte dans le lieu particulier qui l'observe; il faut de plus connoître l'instant physique du phénomène pour conclure la longitude des différens points de notre Globe qui peuvent l'observer. Quoique la solution de cette dernière question ne soit pas absolument nécessaire pour l'intelligence de la méthode que je me propose de développer, je vais cependant en donner l'analyse.

(62.) Soit

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène.

$$A = \frac{\varphi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cgp\omega}{r^3} + \frac{chpp\varphi}{r^4}$$

$$B = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cgp\varphi}{r^3} + \frac{chpp\omega}{r^4} + \frac{nr}{\zeta} \times \frac{b}{3600}$$

On a vu (3.^e Mémoire, §. 36) qu'en général,

Année 1765.

Tangente de l'angle de la ligne des centres avec l'orbite relative $= \frac{Ar}{B}$.

Dans le cas particulier qui nous occupe, l'angle de la ligne des centres est de 90 degrés; donc la tangente est infinie; donc

$B = 0$: si donc on suppose

$$F' = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cgp\varphi}{r^3} + \frac{chpp\omega}{r^4}$$

On aura $b = - \frac{3600\zeta}{nr} \times F'.$

Il ne s'agit que de substituer dans l'expression de la quantité F' les sinus & cosinus des latitudes & des angles horaires qui satisfont à la question proposée; on conclura donc le nombre b de secondes horaires écoulées depuis la conjonction, & l'on convertira ce nombre de secondes horaires en expression de la longitude du lieu, par le moyen de l'article VI du 3.^e Mémoire.

Année 1765.

(63.) Puisque tangente $H = \frac{Qr}{p}$, cet angle est constant pour chaque contact particulier, mais il varie lorsque l'on passe d'un contact à l'autre.

(64.) Avant de passer aux exemples, je vais donner la Table des quantités constantes de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, relatives à la présente recherche.

Si l'on suppose une inflexion de $4''\frac{1}{2}$.

$$\text{Logarithme } \delta = + 7,6335601.$$

$$\begin{array}{lcl} \delta = \text{finus} & \left. \begin{array}{l} 16' \\ 14.47 \\ 1.18 \end{array} \right\} 5'' & \text{Logarithme} \dots \left\{ \begin{array}{l} \sigma = 7,6701006. \\ \tau = 9,9999953. \\ \tau' = 9,9999960. \\ \delta' = 10,0000000. \end{array} \right. \end{array}$$

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$\begin{array}{c} \frac{P.}{(P_1,)} \\ \frac{p\omega}{r} = + 9,6844665. \end{array} \quad \text{Log. } \left(\frac{p\rho\phi}{r^2} + \frac{\sigma\tau'\rho q}{\delta'\zeta r} \right) = + 8,8959747,$$

$$H = 2^d 14' 38'' \dots \dots \dots \text{log. cofinus } H = 9,9943236.$$

$$\begin{array}{c} \frac{R.}{(R_1) - (R_2) - (R_3)} = - 70751. \end{array}$$

$$\text{Log. } \left(\frac{q\phi}{r} - \frac{\sigma\tau'p}{\delta'\zeta} \right) + 9,9411684. \quad (R_4,)$$

Contact du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune.

$$\begin{array}{c} \frac{P.}{(P_1,)} \\ \text{Log. } \frac{p\omega}{r} = + 9,6844665. \end{array} \quad \text{Log. } \left(\frac{p\rho\phi}{r^2} - \frac{\sigma\tau'\rho q}{\delta'\zeta r} \right) = + 8,8407332, \quad (Q_1,)$$

$$H = 8^d 9' 19'' \dots \dots \dots \text{log. cofinus } H = 9,9955857,$$

$$\begin{array}{c} \frac{R.}{(R_1) + (R_2) - (R_3)} = - 75567. \end{array}$$

$$\text{Log. } \left(\frac{q\phi}{r} + \frac{\sigma\tau'p}{\delta'\zeta} \right) = + 9,9415562. \quad (R_4,)$$

Si

Si l'on ne suppose pas le rayon solaire infléchi.

$$\text{Logarithme } \Delta = + 76335601.$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = \sinus \\ \tau = \cosinus \\ \tau' = \cosinus \\ \delta' = \cosinus \end{array} \right\} \begin{array}{l} 16' \quad 0'' \frac{1}{2} \\ 14. \quad 47 \\ 1. \quad 13 \frac{1}{2} \end{array} \quad \text{Logarithme.} \left\{ \begin{array}{l} \sigma = 7,6680690. \\ \tau = 9,9999953. \\ \tau' = 9,9999960. \\ \delta' = 10,0000000. \end{array} \right.$$

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$\frac{P.}{(P \ 1,)} \quad \frac{Q.}{(Q \ 1,)} \\ \text{Log. } \frac{p\omega}{r} = + 9,6844665. \quad \text{Log. } \left(\frac{pp\phi}{r^2} + \frac{\sigma\tau'p\phi}{\delta'\zeta r} \right) = + 8,8958644.$$

$$H = 9^d \ 14' \ 28'' \dots \dots \log. \cosinus H = 9,9943266.$$

$$\frac{R.}{(R \ 1)} - (R \ 2) - (R \ 3) = - 70890.$$

$$\text{Log. } \left(\frac{q\phi}{r} - \frac{\sigma\tau'p}{\delta'\zeta} \right) = + 9,9411684. \quad (R \ 4.)$$

Contact du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune.

$$\frac{P.}{(P \ 1,)} \quad \frac{Q.}{(Q \ 1,)} \\ \text{Log. } \frac{p\omega}{r} = + 9,6844665. \quad \text{Log. } \left(\frac{pp\phi}{r^2} - \frac{\sigma\tau'p\phi}{\delta'\zeta r} \right) = + 8,8408586.$$

$$H = 8^d \ 9' \ 28'' \dots \dots \log. \cosinus H = 9,9955830.$$

$$\frac{R.}{(R \ 1)} + (R \ 2) - (R \ 3) = - 75428.$$

$$\text{Log. } \left(\frac{q\phi}{r} + \frac{\sigma\tau'p}{\delta'\zeta} \right) = + 9,9415562. \quad (R \ 4.)$$

Mém. 1767.

. A a

E X E M P L E.

(65.) On demande quelle heure on comptoit dans le lieu qui, le 1.^{er} Avril 1764, a observé l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune sous le parallèle boréal de $48^{\text{d}} 51'$, lorsque la ligne des centres étoit perpendiculaire à l'orbite relative. On suppose d'ailleurs une inflexion de $4''\frac{1}{2}$ dans les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune.

SOLUTION. Lors de l'Eclipsé du 1.^{er} Avril 1764, toutes les suppositions primitives avoient lieu pour le parallèle boréal. de $48^{\text{d}} 51'$; il n'y a donc aucun changement à faire dans les signes des valeurs de P , Q , R .

TYPE du Calcul pour trouver les valeurs de P , Q , R .

$$\begin{array}{rcl} \text{Latitude vraie.....} & 48^{\text{d}} 51' 0'' & \\ & - 0. 9. 35. (S. 7) & \\ \hline \text{Latitude corrigée.....} & 48. 41. 25. & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} s = \text{sinus } 48^{\text{d}} 41' 25'' \\ c = \text{cofin. } 48. 41. 25 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} s \\ c \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Logarithme...} \\ \end{array} \left\{ \begin{array}{l} s = 9,8757280. \\ c = 9,8196289. \end{array} \right.$$

$$P = + (P 1)$$

$$\begin{array}{r} + 9,8196289 \dots \log. c. \\ + 9,6844665. \\ \hline 9,5040954 \dots \log. P. \end{array}$$

$$R = (R 1) - (R 2) - (R 3) + (R 4) \dots (R 1) - (R 2) - (R 3) = -70751.$$

$$\begin{array}{r} + 9,8757280 \dots \log. s. \\ + 9,9411684. \\ \hline 9,8168964 \dots \log. 65599. \end{array}$$

$$R = - 5152 \dots \log. R = 8,7119759.$$

Puisque P & Q sont des quantités positives, & que R est négatif, on est dans le second cas du §. 57.

TYPE du Calcul pour trouver l'angle horaire.

$$H = 9^d 14' 38'' \dots \log. \cosinus H = 9,9943236.$$

$$+ 9,9943236 \dots \log. \cosin. H_2$$

$$+ 8,7119759 \dots \log. R.$$

$$+ 18,7062995.$$

$$- 9,5040954 \dots \log. P.$$

$$9,2022041 \dots \log. \sin. \left\{ \begin{matrix} D \\ D' \end{matrix} \right\}$$

$$D = 9^d 9' 57''.$$

$$D' = 170^d 50' 3''.$$

$$- 9^d 9' 57'' \dots D.$$

$$- 170^d 50' 3'' \dots D'.$$

$$- 9. 14. 38. \dots H.$$

$$- 9. 14. 38. \dots H.$$

$$- 18. 24. 35.$$

$$- 180. 4. 41.$$

$$+ 179. 55. 19. \left\{ \begin{matrix} \text{supplément à} \\ 360^\circ \end{matrix} \right.$$

Comme sous le parallèle boréal de $48^d 51'$ le Soleil ne s'est levé qu'à $5^h 38' 8''$ du matin le 1.^{er} Avril 1764, cette considération exclut l'angle de $+ 179^d 55' 19''$ qui répond à $11^h 59' 41''$ du soir; il n'y a donc que l'angle de $- 18^d 24' 35''$ correspondant à $10^h 46' 22''$ du matin, qui satisfasse véritablement au problème.

Si l'on vouloit déterminer la longitude du lieu qui a observé le phénomène dont il s'agit, à $10^h 46' 22''$, sous le parallèle boréal de $48^d 51'$, on trouveroit, par la formule du §. 62, que le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène = $+ 547$ secondes, &, par le VI.^e article du 3.^e Mémoire, que la longitude de ce lieu est une longitude orientale de $1^d 27' 55''$. Année 1765.

(66.) D'après les principes expliqués dans le §. 52, & les calculs du paragraphe précédent, j'ai formé des Tables qui représentent dans la double hypothèse du rayon infléchi & du rayon non infléchi, les différens lieux de la Terre où, lors de la plus grande phase, on a observé, le 1.^{er} Avril 1764, des contacts intérieurs des limbes.

Pour faire entendre plus clairement la construction de ces Tables, prenons pour exemple l'atouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune dans l'hypothèse du rayon inflexé. J'ai calculé d'abord, par la formule rigoureuse du *III.^e article*, plusieurs points de la véritable courbe, j'ai formé la Table suivante.

*Angles de la ligne des centres
avec la perpendiculaire
à l'orbite relative.*

Latitudes.

*Heures que l'on comptoit dans le
lieu lors du phénomène.*

— 13 ^d 0' 0".....	32 ^d 2' 21" bor.....	8 ^h 57' 35"	du matin.
— 13. 40. 0.....	35. 31. 3.....	9. 21. 8	
— 13. 40. 0.....	44. 16. 36.....	10. 16. 50	
— 13. 0. 0.....	48. 12. 43.....	10. 41. 51	
— 12. 0. 0.....	52. 6. 35.....	11. 7. 39	
— 10. 0. 0.....	57. 56. 46.....	11. 50. 27	
— 8. 0. 0.....	62. 43. 2.....	12. 32. 42	

J'ai déterminé ensuite, par la méthode & dans les suppositions des *§§. 53, 54, 55 & suivans*, l'heure que l'on comptoit dans les lieux de la Terre qui ont observé un atouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune, sous les parallèles trouvés par les calculs précédens; je suis parvenu aux résultats suivans.

Latitudes.

*Heures que l'on comptoit dans
le lieu, lors du phénomène.*

32 ^d 2' 21" bor.....	8 ^h 57' 57"	du matin.
35. 31. 3.....	9. 21. 30	
44. 16. 36.....	10. 17. 13	
48. 12. 43.....	10. 42. 13	
52. 6. 35.....	11. 7. 59	
57. 56. 46.....	11. 50. 44	
62. 43. 2.....	12. 32. 55	

J'ai comparé les heures correspondantes des deux Tables, j'ai vu que, sous les parallèles compris entre 32^d 2' 21" & 48^d 12' 43" de latitude, la méthode du *§. 55* donnoit constamment un résultat trop grand de 22 secondes, & que, sous le parallèle de 62^d 43' 2", la différence de l'heure n'étoit plus

que de 13 secondes; j'ai donc conclu que j'aurois les véritables angles horaires correspondans aux plus grandes phases, tels qu'ils seroient donnés par le calcul rigoureux, si je retranchois, pour tous les degrés de latitude compris entre les parallèles de 32^d & de 48^d, 22 secondes de temps sur chaque heure déterminée par la méthode du §. 55, & proportionnellement quelques secondes de moins, en remontant vers le 62.^e degré de latitude.

(67.) Lorsque l'on connoît la latitude du lieu qui observe une plus grande phase quelconque, & l'heure que l'on compte dans ce lieu, à l'instant du phénomène, rien de plus simple que de déterminer la longitude correspondante. Soit en effet

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène.

$$A = \frac{(A\ 1)}{\zeta} - \frac{(A\ 2)}{r^2} + \frac{(A\ 3)}{r^3} - \frac{(A\ 4)}{r^4}.$$

$$C = \frac{(C\ 1)}{\zeta v} - \frac{(C\ 2)}{r^2} - \frac{(C\ 3)}{r^3}.$$

$$D = \frac{(D\ 1)}{r^2} - \frac{(D\ 2)}{r^3}.$$

$$F = \frac{(F\ 1)}{\zeta} - \frac{(F\ 2)}{r^2} - \frac{(F\ 3)}{r^3} + \frac{(F\ 4)}{r^4}.$$

J'ai démontré (3.^e Mémoire, §. 58) que l'on a

Année 1755.

$$b = \frac{3600\ \zeta}{nr} \times \frac{(b\ 1)}{C} - \frac{3600\ \zeta}{nr} \times F.$$

On connoîtra donc la distance à la conjonction évaluée en secondes horaires, d'ailleurs on connoît l'heure que l'on compte dans le lieu: on conclura donc (3.^e Mémoire, article VI) la longitude du lieu qui observe la plus grande phase.

Je ne donnerai point d'exemple de ce dernier calcul, qui n'est

Année 1765. qu'un cas particulier des §§. 62 & 63 du 3.^e Mémoire : je renvoie à ces paragraphes.

Par les procédés que je viens d'expliquer, j'ai construit des Tables qui renferment sous sept colonnes, les latitudes des lieux qui ont observé l'atouchement des limbes, les heures que l'on comptoit dans ces différens lieux lors du phénomène, les différences horaires pour chaque demi-degré de latitude, les longitudes, les différences des longitudes pour chaque demi-degré de latitude, les demi-diamètres de la Lune calculés par la formule de l'article II
Année 1766. de mon 4.^e Mémoire, les distances des centres du Soleil & de la Lune; je laisse aux Astronomes à apprécier un pareil travail, qui, je crois, ne peut s'exécuter directement & rigoureusement que par mes formules.

(68.) Afin de profiter de tous les secours que l'on peut tirer de mes méthodes, j'ai pensé qu'il étoit à propos de joindre aux calculs précédens la trace de l'Éclipse centrale; cette Table, construite par la méthode de la II.^e section de mon 4.^e Mémoire, renferme sous cinq colonnes les latitudes des lieux qui ont vu l'Éclipse centrale, les heures que l'on comptoit dans ces différens lieux lors du phénomène, les différences horaires pour chaque demi-degré de latitude, les longitudes, les différences des longitudes pour chaque demi-degré de latitude.

(69.) Quoique j'aie supposé (§. 5) que la conjonction est arrivée le 1.^{er} Avril 1764, lorsqu'il étoit à Paris $10^h 31' 23''$ du matin, cependant la construction des Tables n'est pas tellement liée à cet élément, qu'elles ne soient également exactes, en supposant que la conjonction soit arrivée quelques instans plus tôt ou plus tard, pourvu toutefois que la latitude de la Lune, à l'instant de la conjonction, soit celle que j'ai supposée. Rien de plus simple que la démonstration de cette proposition : en effet, les longitudes sont évaluées en partant du lieu qui comptoit $10^h 31' 23''$ du matin lors de la conjonction; j'ai prétendu que cette propriété appartenoit à Paris. Imaginons maintenant que la conjonction soit arrivée lorsqu'il étoit à Paris, par exemple, $10^h 30' 23''$, le lieu qui comptoit à cet instant $10^h 31' 23''$ est donc un lieu plus

oriental de 15 minutes de degré; le terme d'où l'on part pour évaluer les longitudes est donc plus oriental que Paris de 15 minutes de degrés; on pourra donc se servir de mes Tables, en augmentant toutes les longitudes orientales de 15 minutes de degrés, & en diminuant de 15 minutes les longitudes occidentales. On fera voir par un raisonnement analogue qu'il faudroit augmenter toutes les longitudes occidentales, & diminuer toutes les longitudes orientales de 15 minutes de degrés, si la conjonction étoit arrivée lorsqu'il étoit à Paris $10^h 32' 23''$.

(70.) Dans les calculs, j'ai supposé le demi-diamètre non altéré du Soleil de $16' 0'' \frac{1}{2}$, tel qu'il se trouve dans la *Connoissance des Temps* de 1764. Je n'ignore pas que ce demi-diamètre, mesuré avec toute la précision possible par M. Short, a été trouvé de $15' 59'' \frac{1}{2}$, & je me propose dans les calculs ultérieurs, d'avoir égard à cette détermination pour trouver, s'il est possible, un accord plus grand entre les observations. Suivant le même Astronome, le demi-diamètre de la Lune, mesuré horizontalement à $10^h 30' 43''$ à Londres, étoit de $14' 54'' \frac{2}{3}$, c'est-à-dire d'environ $1'' \frac{1}{2}$ plus petit que celui que l'on conclut des calculs, en supposant le rapport du sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune au sinus du demi-diamètre horizontal comme 3288 à 900. Si l'on veut donc ramener les demi-diamètres de la Lune, calculés dans les Tables suivantes, aux demi-diamètres conclus de l'observation de M. Short, il faudra soustraire $1'' \frac{1}{2}$ de toutes les déterminations; mais alors on supposera le demi-diamètre non altéré du Soleil de $15' 59'' \frac{1}{2}$: au reste on n'ignore pas que ces petites différences entre les diamètres observés, dépendent beaucoup de la lunette dont on se sert; je croirois cependant que, quand on calcule des contacts, il faut partir de la supposition des diamètres déterminés par les plus grandes lunettes, quelle que soit la longueur de celle que l'on emploie pour l'observation. En effet, l'augmentation des diamètres du Soleil & de la Lune, vus par une petite lunette n'est, à proprement parler, qu'une illusion optique qui ne peut influer sur les diamètres réels, & quelle que soit la lunette dont on se sert, le disque du Soleil ne doit, ce me semble, paroître entamé par la Lune que lorsqu'il l'est réellement.

ATTOUchement du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune, en supposant une inflexion de 4" 30'''.

LATITUD.	HEURES que l'on comptoit dans le lieu.	DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.	LONGITUDES.	DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.	Demi-diam. de la LUNE.	Distances des centres du SOLEIL & de la LUNE.
<i>D. M.</i>	<i>H. M. S.</i>	<i>M. S.</i>	<i>D. M. S.</i>	<i>M. S.</i>	<i>M. S.</i>	<i>M. S.</i>
38. 0	9. 9. 7		12. 33. 31 <i>ecc.</i>		14. 56,1	1. 8,9
38. 30	9. 12. 22	3. 15	12. 8. 57	24. 34	14. 56,1	1. 8,9
39. 0	9. 15. 36	3. 14	11. 44. 38	24. 19	14. 56,1	1. 8,9
39. 30	9. 18. 48	3. 12	11. 20. 34	24. 4	14. 56,1	1. 8,9
		3. 11		23. 49		
40. 0	9. 21. 59		10. 56. 45		14. 56,2	1. 8,8
40. 30	9. 25. 9	3. 10	10. 33. 10	23. 35	14. 56,2	1. 8,8
41. 0	9. 28. 18	3. 9	10. 9. 47	23. 23	14. 56,2	1. 8,8
41. 30	9. 31. 25	3. 7	9. 46. 34	23. 13	14. 56,2	1. 8,8
		3. 6		23. 6		
42. 0	9. 34. 31		9. 23. 28		14. 56,3	1. 8,7
42. 30	9. 37. 36	3. 5	9. 0. 30	22. 58	14. 56,3	1. 8,7
43. 0	9. 40. 41	3. 5	8. 37. 40	22. 50	14. 56,3	1. 8,7
43. 30	9. 43. 45	3. 4	8. 14. 55	22. 45	14. 56,3	1. 8,7
		3. 3		22. 42		
44. 0	9. 46. 48		7. 52. 13		14. 56,4	1. 8,6
44. 30	9. 49. 51	3. 3	7. 29. 32	22. 41	14. 56,4	1. 8,6
45. 0	9. 52. 53	3. 2	7. 6. 52	22. 40	14. 56,4	1. 8,6
45. 30	9. 55. 55	3. 2	6. 44. 11	22. 41	14. 56,4	1. 8,6
		3. 2		22. 42		
46. 0	9. 58. 57		6. 21. 29		14. 56,4	1. 8,6
46. 30	10. 1. 59	3. 2	5. 58. 43	22. 46	14. 56,4	1. 8,6
47. 0	10. 5. 0	3. 1	5. 35. 49	22. 54	14. 56,4	1. 8,6
47. 30	10. 8. 1	3. 1	5. 12. 44	23. 4	14. 56,4	1. 8,6
		3. 1		23. 14		
48. 0	10. 11. 2		4. 49. 30		14. 56,4	1. 8,6
48. 30	10. 14. 3	3. 1	4. 26. 7	23. 23	14. 56,4	1. 8,6
49. 0	10. 17. 4	3. 1	4. 2. 35	23. 32	14. 56,4	1. 8,6
49. 30	10. 20. 6	3. 2	3. 38. 54	23. 41	14. 56,4	1. 8,6
		3. 2		23. 54		
50. 0	10. 23. 8		3. 15. 0		14. 56,3	1. 8,7
50. 30	10. 26. 10	3. 2	2. 50. 50	24. 10	14. 56,3	1. 8,7
51. 0	10. 29. 13	3. 3	2. 26. 20	24. 30	14. 56,3	1. 8,7
51. 30	10. 32. 17	3. 4	2. 1. 25	24. 55	14. 56,3	1. 8,7
		3. 5		25. 29		
52. 0	10. 35. 22		1. 36. 5		14. 56,2	1. 8,8
52. 30	10. 38. 28	3. 6	1. 10. 20	25. 45	14. 56,2	1. 8,8
53. 0	10. 41. 35	3. 7	0. 44. 10	26. 10	14. 56,1	1. 8,9
53. 30	10. 44. 42	3. 7	0. 17. 35	26. 35	14. 56,1	1. 8,9
54. 0	10. 47. 50	3. 8	0. 9. 25 <i>dr.</i>	27. 0	14. 56,0	1. 9,0

ATTOUchement

ATTOUCHEMENT du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune, en ne supposant pas le rayon solaire infléchi.

LATITUD.		HEURES que l'on comptoit dans le lieu.			DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.		LONGITUDES.			DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.		Demi-diam. de la LUNE.		Distances des centres du SOLEIL & de la LUNE.	
D.	M.	H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.
38.	0	9.	10.	4	3.	15	12.	22.	16	24.	34	14.	56,1	1.	4,4
38.	30	9.	13.	19	3.	14	11.	57.	42	24.	19	14.	56,1	1.	4,4
39.	0	9.	16.	33	3.	12	11.	33.	23	24.	4	14.	56,1	1.	4,4
39.	30	9.	19.	45	3.	11	11.	9.	19	23.	49	14.	56,1	1.	4,4
40.	0	9.	22.	56	3.	10	10.	45.	30	23.	35	14.	56,2	1.	4,3
40.	30	9.	26.	6	3.	9	10.	21.	55	23.	22	14.	56,2	1.	4,3
41.	0	9.	29.	15	3.	7	9.	58.	33	23.	13	14.	56,2	1.	4,3
41.	30	9.	32.	22	3.	6	9.	35.	20	23.	4	14.	56,2	1.	4,3
42.	0	9.	35.	28	3.	5	9.	12.	16	22.	57	14.	56,3	1.	4,2
42.	30	9.	38.	33	3.	5	8.	49.	19	22.	50	14.	56,3	1.	4,2
43.	0	9.	41.	38	3.	4	8.	26.	29	22.	45	14.	56,3	1.	4,2
43.	30	9.	44.	42	3.	4	8.	3.	44	22.	42	14.	56,3	1.	4,2
44.	0	9.	47.	46	3.	3	7.	41.	2	22.	40	14.	56,4	1.	4,1
44.	30	9.	50.	49	3.	2	7.	18.	22	22.	38	14.	56,4	1.	4,1
45.	0	9.	53.	51	3.	2	6.	55.	44	22.	40	14.	56,4	1.	4,1
45.	30	9.	56.	53	3.	2	6.	33.	4	22.	44	14.	56,4	1.	4,1
46.	0	9.	59.	55	3.	2	6.	10.	20	22.	50	14.	56,4	1.	4,1
46.	30	10.	2.	57	3.	2	5.	47.	30	23.	0	14.	56,4	1.	4,1
47.	0	10.	5.	59	3.	1	5.	24.	30	23.	10	14.	56,4	1.	4,1
47.	30	10.	9.	0	3.	1	5.	1.	20	23.	20	14.	56,4	1.	4,1
48.	0	10.	12.	1	3.	1	4.	38.	0	23.	30	14.	56,4	1.	4,1
48.	30	10.	15.	2	3.	2	4.	14.	30	23.	40	14.	56,4	1.	4,1
49.	0	10.	18.	4	3.	2	3.	50.	50	23.	50	14.	56,4	1.	4,1
49.	30	10.	21.	6	3.	3	3.	27.	0	24.	0	14.	56,4	1.	4,1
50.	0	10.	24.	9	3.	3	3.	3.	0	24.	20	14.	56,3	1.	4,2
50.	30	10.	27.	12	3.	4	2.	38.	40	24.	40	14.	56,3	1.	4,2
51.	0	10.	30.	16	3.	4	2.	14.	0	25.	0	14.	56,3	1.	4,2
51.	30	10.	33.	20	3.	5	1.	49.	0	25.	20	14.	56,3	1.	4,2
52.	0	10.	36.	25	3.	6	1.	23.	40	25.	45	14.	56,2	1.	4,3
52.	30	10.	39.	31	3.	7	0.	57.	55	26.	10	14.	56,2	1.	4,3
53.	0	10.	42.	38	3.	8	0.	31.	45	26.	35	14.	56,1	1.	4,4
53.	30	10.	45.	46	3.	9	0.	5.	10	27.	0	14.	56,1	1.	4,4
54.	0	10.	48.	55			0.	22.	10 occ.			14.	57,0	1.	4,5

194 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
ÉCLIPSE CENTRALE.

LATITUDES.		H E U R E S que l'on comptoit dans le lieu.			DIFFÉRENC. pour un demi-degré de latitude.		LONGITUDES.			DIFFÉRENC. pour un demi-degré de latitude.	
D.	M.	H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.
36.	0	9.	10.	27			11.	23.	29 <i>occid.</i>	24.	55
36.	30	9.	13.	45	3.	18	10.	58.	34	24.	40
37.	0	9.	17.	2	3.	17	10.	33.	54	24.	25
37.	30	9.	20.	18	3.	16	10.	9.	29	24.	10
					3.	15					
38.	0	9.	23.	33	3.	13	9.	45.	19	23.	55
38.	30	9.	26.	46	3.	12	9.	21.	24	23.	40
39.	0	9.	29.	58	3.	11	8.	57.	44	23.	27
39.	30	9.	33.	9	3.	10	8.	34.	17	23.	17
40.	0	9.	36.	19	3.	9	8.	11.	0	23.	10
40.	30	9.	39.	28	3.	8	7.	47.	50	23.	6
41.	0	9.	42.	36	3.	7	7.	24.	44	23.	3
41.	30	9.	45.	43	3.	6	7.	1.	41	23.	0
42.	0	9.	48.	49	3.	6	6.	38.	41	23.	0
42.	30	9.	51.	55	3.	6	6.	15.	41	23.	1
43.	0	9.	55.	1	3.	6	5.	52.	40	23.	3
43.	30	9.	58.	7	3.	6	5.	29.	37	23.	5
44.	0	10.	1.	13	3.	5	5.	6.	32	23.	8
44.	30	10.	4.	18	3.	5	4.	43.	24	23.	11
45.	0	10.	7.	23	3.	5	4.	20.	13	23.	17
45.	30	10.	10.	28	3.	5	3.	56.	56	23.	25
46.	0	10.	13.	33	3.	6	3.	33.	31	23.	35
46.	30	10.	16.	39	3.	6	3.	9.	56	23.	50
47.	0	10.	19.	45	3.	6	2.	46.	6	24.	5
47.	30	10.	22.	51	3.	6	2.	22.	1	24.	20
48.	0	10.	25.	57	3.	7	1.	57.	41	24.	35
48.	30	10.	29.	4	3.	8	1.	33.	6	24.	50
49.	0	10.	32.	12	3.	9	1.	8.	16	25.	10
49.	30	10.	35.	21			0.	43.	6		

DES SCIENCES. 195
Suite de l'ÉCLIPSE CENTRALE.

LATITUDES.	HEURES que l'on comptoit dans le lieu.	DIFFÉRENC. pour un demi-degré de latitude.	LONGITUDES.	DIFFÉRENC. pour un demi-degré de latitude.
<i>D. M.</i>	<i>H. M. S.</i>	<i>M. S.</i>	<i>D. M. S.</i>	<i>M. S.</i>
49. 30	10. 35. 21	3. 10	0. 43. 6occid.	25. 30
50. 0	10. 38. 31	3. 11	0. 17. 36	25. 50
50. 30	10. 41. 42	3. 12	0. 8. 14orient.	26. 20
51. 0	10. 44. 54	3. 13	0. 34. 34	26. 50
51. 30	10. 48. 7	3. 14	1. 1. 24	27. 20
52. 0	10. 51. 21	3. 15	1. 28. 44	27. 50
52. 30	10. 54. 36	3. 15	1. 56. 34	28. 20
53. 0	10. 57. 51	3. 16	2. 24. 54	28. 50
53. 30	11. 1. 7	3. 18	2. 53. 44	29. 20
54. 0	11. 4. 25	3. 20	3. 23. 4	29. 50
54. 30	11. 7. 45	3. 23	3. 52. 54	30. 34
55. 0	11. 11. 8	3. 26	4. 23. 28	31. 20
55. 30	11. 14. 34	3. 29	4. 54. 48	32. 8
56. 0	11. 18. 3	3. 32	5. 26. 56	32. 58
56. 30	11. 21. 35	3. 34	5. 59. 54	33. 48
57. 0	11. 25. 9	3. 36	6. 33. 42	34. 45
57. 30	11. 28. 45	3. 39	7. 8. 27	35. 42
58. 0	11. 32. 24	3. 42	7. 44. 9	36. 40
58. 30	11. 36. 6	3. 46	8. 20. 49	37. 45
59. 0	11. 39. 52	3. 51	8. 58. 34	38. 50
59. 30	11. 43. 43	3. 55	9. 37. 24	40. 0
60. 0	11. 47. 38		10. 17. 24	

ATTOUchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de
la Lune, en ne supposant pas le rayon solaire infléchi.

LATIT.		HEURES que l'on comptoit dans le lieu.			DIFF. pour un demi- degré de latit.	LONGITUDES.			DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.	Demi-diam. de la LUNE.	Distanc. des centres du SOLEIL & de la LUNE.
D.	M.	H.	M.	S.		D.	M.	S.			
36.	0	9.	23.	24		8.	53.	30 <i>occid.</i>		14. 56,8	1. 3,7
36.	30	9.	26.	39	3. 15	8.	29.	23	24. 7	14. 56,8	1. 3,7
37.	0	9.	29.	53	3. 14	8.	5.	28	23. 55	14. 56,9	1. 3,6
37.	30	9.	33.	7	3. 14	7.	41.	45	23. 43	14. 56,9	1. 3,6
					3. 13				23. 30		
38.	0	9.	36.	20		7.	18.	15		14. 57,0	1. 3,5
38.	30	9.	39.	32	3. 12	6.	54.	53	23. 22	14. 57,0	1. 3,5
39.	0	9.	42.	43	3. 11	6.	31.	36	23. 17	14. 57,0	1. 3,5
39.	30	9.	45.	53	3. 10	6.	8.	23	23. 13	14. 57,0	1. 3,5
					3. 10				23. 8		
40.	0	9.	49.	3		5.	45.	15		14. 57,1	1. 3,4
40.	30	9.	52.	13	3. 10	5.	22.	10	23. 5	14. 57,1	1. 3,4
41.	0	9.	55.	22	3. 9	4.	59.	5	23. 5	14. 57,1	1. 3,4
41.	30	9.	58.	31	3. 9	4.	35.	57	23. 8	14. 57,1	1. 3,4
					3. 8				23. 10		
42.	0	10.	1.	39	3. 8	4.	12.	47		14. 57,1	1. 3,4
42.	30	10.	4.	47	3. 8	3.	49.	35	23. 12	14. 57,1	1. 3,4
43.	0	10.	7.	55	3. 8	3.	26.	20	23. 15	14. 57,1	1. 3,4
43.	30	10.	11.	3	3. 8	3.	2.	58	23. 22	14. 57,1	1. 3,4
					3. 9				23. 29		
44.	0	10.	14.	12		2.	39.	29		14. 57,1	1. 3,4
44.	30	10.	17.	20	3. 8	2.	15.	52	23. 37	14. 57,1	1. 3,4
45.	0	10.	20.	28	3. 8	1.	52.	7	23. 45	14. 57,1	1. 3,4
45.	30	10.	23.	36	3. 8	1.	28.	12	23. 55	14. 57,1	1. 3,4
					3. 9				24. 8		
46.	0	10.	26.	45		1.	4.	4		14. 57,0	1. 3,5
46.	30	10.	29.	55	3. 10	0.	39.	41	24. 23	14. 57,0	1. 3,5
47.	0	10.	33.	6	3. 11	0.	14.	58	24. 43	14. 57,0	1. 3,5
47.	30	10.	36.	17	3. 11	0.	10.	9 <i>orient.</i>	25. 7	14. 57,0	1. 3,5
					3. 12				25. 33		
48.	0	10.	39.	29		0.	35.	42		14. 56,9	1. 3,6

Suite de l'ATTOUchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune, en ne supposant pas le rayon solaire infléchi.

LATIT.		HEURES que l'on comptoit dans le lieu.			DIFF. pour un demi degré de latit.	LONGITUDES.			DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.	Demi-diam. de la LUNE.	Distanc. des centres du SOLEIL & de la LUNE.
D.	M.	H.	M.	S.		D.	M.	S.			
48.	0	10.	39.	29	3.	0.	35.	42 orient.	25.	14.	56,9
48.	30	10.	42.	42	3.	1.	1.	40	26.	14.	56,9
49.	0	10.	45.	56	3.	1.	28.	2	26.	14.	56,9
49.	30	10.	49.	11	3.	1.	54.	48	27.	14.	56,9
50.	0	10.	52.	27	3.	2.	22.	0	27.	14.	56,8
50.	30	10.	55.	45	3.	2.	49.	40	28.	14.	56,8
51.	0	10.	59.	5	3.	3.	17.	50	28.	14.	56,7
51.	30	11.	2.	26	3.	3.	46.	30	29.	14.	56,7
52.	0	11.	5.	49	3.	4.	15.	40	29.	14.	56,6
52.	30	11.	9.	14	3.	4.	45.	20	30.	14.	56,6
53.	0	11.	12.	41	3.	5.	15.	40	31.	14.	56,5
53.	30	11.	16.	10	3.	5.	46.	50	32.	14.	56,4
54.	0	11.	19.	41	3.	6.	18.	50	32.	14.	56,3
54.	30	11.	23.	14	3.	6.	51.	30	33.	14.	56,3
55.	0	11.	26.	50	3.	7.	25.	0	34.	14.	56,2
55.	30	11.	30.	29	3.	7.	59.	20	35.	14.	56,1
56.	0	11.	34.	12	3.	8.	34.	30	36.	14.	56,0
56.	30	11.	37.	58	3.	9.	10.	40	37.	14.	55,9
57.	0	11.	41.	47	3.	9.	47.	50	38.	14.	55,8
57.	30	11.	45.	40	3.	10.	26.	10	39.	14.	55,7
58.	0	11.	49.	37	4.	11.	5.	40	40.	14.	55,6
58.	30	11.	53.	39	4.	11.	46.	30	42.	14.	55,5
59.	0	11.	57.	46	4.	12.	28.	30	43.	14.	55,4
59.	30	0.	1.	57	4.	13.	11.	55	44.	14.	55,3
60.	0	0.	6.	13		13.	56.	45		14.	55,2

ATTOUchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune, en supposant une inflexion de 4" 30".

LATIT.		HEURES que l'on comptoit dans le lieu.			DIFF. pour un demi- degré de latit.	LONGITUDES.			DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.	Demi-diam. de la LUNE.	Distanc. des centres du SOLEIL & de la LUNE				
D.	M.	H.	M.	S.		M.	S.	D.				M.	S.	M.	S.
36.	0	9.	24.	19	3.	15	8.	43.	0 <i>occid.</i>	24.	7	14.	56,8	1.	8,2
36.	30	9.	27.	34	3.	14	8.	18.	53	23.	55	14.	56,8	1.	8,2
37.	0	9.	30.	48	3.	14	7.	54.	58	23.	43	14.	56,9	1.	8,1
37.	30	9.	34.	2	3.	13	7.	31.	15	23.	30	14.	56,9	1.	8,1
38.	0	9.	37.	15	3.	12	7.	7.	45	23.	22	14.	57,0	1.	8,0
38.	30	9.	40.	27	3.	11	6.	44.	23	23.	17	14.	57,0	1.	8,0
39.	0	9.	43.	38	3.	10	6.	21.	6	23.	13	14.	57,0	1.	8,0
39.	30	9.	46.	48	3.	10	5.	57.	53	23.	8	14.	57,0	1.	8,0
40.	0	9.	49.	58	3.	10	5.	34.	45	23.	5	14.	57,1	1.	7,9
40.	30	9.	53.	8	3.	9	5.	11.	40	23.	5	24.	57,1	1.	7,9
41.	0	9.	56.	17	3.	9	4.	48.	35	23.	8	14.	57,1	1.	7,9
41.	30	9.	59.	26	3.	8	4.	25.	27	23.	12	14.	57,1	1.	7,9
42.	0	10.	2.	34	3.	8	4.	2.	15	23.	17	14.	57,1	1.	7,9
42.	30	10.	5.	42	3.	8	3.	38.	58	23.	22	14.	57,1	1.	7,9
43.	0	10.	8.	50	3.	9	3.	15.	36	23.	29	14.	57,1	1.	7,9
43.	30	10.	11.	59	3.	9	2.	52.	7	23.	36	14.	57,1	1.	7,9
44.	0	10.	15.	8	3.	9	2.	28.	31	23.	44	14.	57,1	1.	7,9
44.	30	10.	18.	17	3.	9	2.	4.	47	23.	52	14.	57,1	1.	7,9
45.	0	10.	21.	26	3.	9	1.	40.	55	24.	0	14.	57,1	1.	7,9
45.	30	10.	24.	35	3.	9	1.	16.	55	24.	10	14.	57,1	1.	7,9
46.	0	10.	27.	44	3.	10	0.	52.	45	24.	25	14.	57,0	1.	8,0
46.	30	10.	30.	54	3.	11	0.	28.	20	24.	50	14.	57,0	1.	8,0
47.	0	10.	34.	5	3.	12	0.	3.	30	25.	20	14.	57,0	1.	8,0
47.	30	10.	37.	17	3.	13	0.	21.	50 <i>orient.</i>	25.	50	14.	57,0	1.	8,0
48.	0	10.	40.	29			0.	47.	40			14.	56,9	1.	8,1

Suite de l'ATTOUCHEMENT du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune, en supposant une inflexion de 4" 30'''.

LATIT.		HEURES que l'on comptoit dans le lieu.			DIFF. pour un demi- degré de latit.	LONGITUDES.			DIFFÉR. pour un demi-degré de latitude.	Demi-diam. de la LUNE.	Distanc. des centres du SOLEIL & de la LUNE.
D.	M.	H.	M.	S.	M. S.	D.	M.	S.	M. S.	M. S.	M. S.
48.	0	10.	40.	29	3 ^h 14	0.	47.	40 <i>oriens.</i>	26. 10	14. 56,9	1. 8,1
48.	30	10.	43.	43	3 ^h 15	1.	13.	50	26. 30	14. 56,9	1. 8,1
49.	0	10.	46.	58	3 ^h 16	1.	40.	20	26. 50	14. 56,9	1. 8,1
49.	30	10.	50.	14	3 ^h 17	2.	7.	10	27. 20	14. 56,9	1. 8,1
50.	0	10.	53.	31	3 ^h 18	2.	34.	30	27. 50	14. 56,8	1. 8,2
50.	30	10.	56.	49	3 ^h 19	3.	2.	20	28. 20	14. 56,8	1. 8,2
51.	0	11.	0.	8	3 ^h 21	3.	30.	40	28. 50	14. 56,7	1. 8,3
51.	30	11.	3.	29	3 ^h 24	3.	59.	30	29. 20	14. 56,7	1. 8,3
52.	0	11.	6.	53	3 ^h 26	4.	28.	50	30. 0	14. 56,6	1. 8,4
52.	30	11.	10.	19	3 ^h 28	4.	58.	50	30. 50	14. 56,6	1. 8,4
53.	0	11.	13.	47	3 ^h 30	5.	29.	40	31. 30	14. 56,5	1. 8,5
53.	30	11.	17.	17	3 ^h 33	6.	1.	10	32. 20	14. 56,4	1. 8,6
54.	0	11.	20.	50	3 ^h 35	6.	33.	30	33. 10	14. 56,3	1. 8,7
54.	30	11.	24.	25	3 ^h 37	7.	6.	40	33. 50	14. 56,3	1. 8,7
55.	0	11.	28.	2	3 ^h 39	7.	40.	30	34. 30	14. 56,2	1. 8,8
55.	30	11.	31.	41	3 ^h 43	8.	15.	0	35. 20	14. 56,1	1. 8,9
56.	0	11.	35.	24	3 ^h 47	8.	50.	20	36. 10	14. 56,0	1. 9,0
56.	30	11.	39.	11	3 ^h 51	9.	26.	30	37. 10	14. 55,9	1. 9,1
57.	0	11.	43.	2	3 ^h 54	10.	3.	40	38. 30	14. 55,8	1. 9,2
57.	30	11.	46.	56	3 ^h 58	10.	42.	10	39. 50	14. 55,7	1. 9,3
58.	0	11.	50.	54	4 ^h 3	11.	22.	0	41. 10	14. 55,6	1. 9,4
58.	30	11.	54.	57	4 ^h 8	12.	3.	10	42. 30	14. 55,5	1. 9,5
59.	0	11.	59.	5	4 ^h 12	12.	45.	40	43. 50	14. 55,4	1. 9,6
59.	30	0.	3.	17	4 ^h 17	13.	29.	30	45. 10	14. 55,3	1. 9,7
60.	0	0.	7.	34		14.	14.	40		14. 55,2	1. 9,8

De l'usage des Tables précédentes.

(71.) Rien de plus simple que de tracer maintenant sur une carte de l'Europe, les différens lieux qui ont pu observer l'Éclipse centrale & les contacts intérieurs des limbes du Soleil & de la Lune; il ne s'agit que de transcrire géographiquement mes Tables: on voit, par exemple, que l'Éclipse centrale a d'abord été visible entre le cap Saint-Vincent & le cap Sainte-Marie, qu'elle a traversé le royaume des Algarves, l'Estramadoure, la partie occidentale de la Castille vieille, la Biscaye, le golfe de Gascogne, le pays d'Aunis, le Poitou, la partie orientale de l'Anjou, le Maine, le Perche, la partie orientale de la Normandie, la partie occidentale de la Picardie, l'Artois, le comté de Flandre, la Zélande, la province de Hollande, la mer d'Allemagne, la partie boréale du Jutland, une petite portion de la Norvège, la Dalécarlie, l'Ingérmannie, la Bothnie.

L'attouchement du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune, a d'abord été observé vers l'embouchure du Tage au nord-ouest de Lisbonne, il a traversé une petite partie du Portugal vers le nord, une petite portion de la Galice & du royaume de Léon, les Asturies, le golfe de Gascogne, a passé près de Belle-Isle, a traversé la Bretagne, le Cotentin, la Manche, le Comté de Kent & de Suffex, l'embouchure de la Tamise, la mer d'Allemagne, la Norvège, la Lapponie Suédoise.

L'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune, a d'abord été visible vers Cadix, a traversé l'Andalousie, la Castille nouvelle, une petite portion de la Castille vieille, de l'Arragon & de la Navarre Espagnole, a traversé la partie de la Navarre qui appartient à la France, le Béarn, la Gascogne, le Bazadois, la Guyenne, le Périgord, le Limosin, la Marche, le Berry, le Gâtinois, la Champagne, les Ardennes, le pays de Liège, le duché de Clèves, la Westphalie, la partie la plus méridionale du Jutland, l'île de Fionie, le Westrogotie, la Westmanie, le golfe de Bothnie, la Lapponie russe.

SECTION QUATRIÈME.

*COMPARAISON sommaire des principales observations de l'Éclipse annulaire, avec les résultats de mes Tables *.*

(72.) J'ai cru qu'il pourroit être agréable aux Astronomes d'avoir sous les yeux la comparaison des principales observations de l'Éclipse annulaire faites en Europe, avec les résultats de mes Tables. Ces observations sont tirées de la Connoissance des Temps & des Mémoires de l'Académie. J'aurois fort désiré que la notice que l'on trouve de ces observations, renfermât un peu plus de détail, que l'on eût marqué l'heure du phénomène, la largeur précise de la partie australe & de la partie boréale de l'anneau, & sur-tout la position exacte du lieu où l'on a observé; au défaut de cette dernière détermination, j'ai eu recours à la Connoissance des Temps, aux Mémoires de l'Académie & à la Carte de la France; au reste, je ne garantis aucune des positions que j'emploie.

(73.) *OBSERVATIONS de Caen, de Vire, de Roye & de Calais.*

A Caen, l'Éclipse lors de son milieu étoit annulaire, mais non pas centrale; on ne dit pas l'heure de l'observation.

A Vire, l'Éclipse a été vue annulaire & presque centrale à 10^h 17' 45". *Voy. Mém. de l'Acad. 1764. p. 146 & suiv.*

A Roye en Picardie, l'Éclipse a été vue annulaire & presque centrale, la partie australe de l'anneau étoit plus large que la partie boréale; on ne dit point l'heure du phénomène.

A Calais, l'Éclipse a été jugée presque centrale à 10^h 38' 47".

Caen est situé sous 49^d 11' 10" de latitude boréale, avec une longitude occidentale de 2^d 42'. *Connoissance des Temps, 1769.*

Vire est situé sous 48^d 50' de latitude, avec une longitude occidentale de 3^d 20'. *Carte de France.*

Roye est situé sous le parallèle boréal de 49^d 44' avec une longitude orientale de 23'. *Ibid.*

Calais est situé sous le parallèle boréal de 50^d 57' 31" avec une longitude occidentale de 29'. *Connoissance des Temps, 1769.*

* Ce qui suit, jusqu'au paragraphe 92 inclusivement, n'a été lû que le 19 Novembre 1768.

Résultat de mes Tables, en supposant une inflexion de $4''\frac{1}{2}$.

PARALLÈLES de	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'attouchement austral.	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'Éclipse centrale.	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'attouchement boréal.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Caen.....	3. 53. 47 <i>occid.</i>	0. 58. 44 <i>occid.</i>	1. 50. 19 <i>orient.</i>
Vire.....	4. 10. 26	1. 16. 39	1. 31. 30
Roye.....	3. 27. 43	0. 31. 6	2. 20. 0
Calais.....	2. 28. 23	0. 32. 23 <i>orient.</i>	3. 28. 19

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit donc annulaire à Caen, mais non centrale; la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme 1716 à 437.

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit annulaire à Vire, mais non centrale; la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme 9087 à 1527.

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit annulaire à Roye, mais non centrale; la partie australe de l'anneau étoit à la partie boréale comme 1421 à 744.

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit annulaire à Calais, mais non centrale; la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme 1545 à 756.

Pour faire entendre comment j'ai conclu de mes Tables, le rapport de la partie boréale de l'anneau à la partie australe; prenons l'exemple de Calais, situé sous le parallèle boréal de $50^{\text{d}} 57' 31''$ avec une longitude occidentale de $29'$. Je vois que sous le parallèle de Calais, la longitude du lieu qui a vu l'attouchement austral des limbes, étoit de $2^{\text{d}} 28' 23''$ occidentale; que la longitude du lieu qui a vu l'Éclipse centrale étoit de $0^{\text{d}} 32' 23''$ orientale; que la longitude du lieu qui a vu l'attouchement boréal des limbes, étoit de $3^{\text{d}} 28' 19''$ orientale. Je fais donc le raisonnement suivant :

Si la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme

la différence des longitudes (du lieu qui voit l'attouchement boréal & du lieu pour lequel on calcule) est à la différence des longitudes (du lieu pour lequel on calcule & du lieu qui voit l'attouchement austral), il est sensible que le lieu qui observe l'Éclipse centrale seroit situé à égale distance des lieux qui observent les deux attouchemens : mes Tables démontrent que ces distances ne sont pas absolument égales. Soit donc

P la différence des longitudes (du lieu qui voit l'attouchement boréal & du lieu pour lequel on calcule).

P' la différence des longitudes (du lieu qui voit l'attouchement austral & du lieu pour lequel on calcule).

Q la différence des longitudes (du lieu qui voit l'attouchement boréal & du lieu qui observe l'Éclipse centrale).

Q' la différence des longitudes (du lieu qui voit l'attouchement austral & du lieu qui observe l'Éclipse centrale).

On a

La partie boréale de l'anneau est à la partie australe :: PQ' : P'Q.

Il est inutile d'avertir que si, dans l'évaluation des quantités *P*, *P'*, *Q*, *Q'*, l'un des lieux que l'on compare avoit une longitude orientale & l'autre une longitude occidentale, la différence des longitudes de ces lieux seroit alors égale à la somme de leurs longitudes orientale & occidentale.

OBSERVATIONS de Rennes & de Madrid.

(74.) A Madrid, l'Éclipse a été vue annulaire pendant 4' 23", le commencement de l'anneau a été observé à 9^h 47' 38", & la fin à 9^h 52' 1". *Connoissance des Temps, 1766.*

A Rennes, l'Éclipse a été vue annulaire pendant 3' 20", le commencement de l'anneau a été observé à 10^h 15' 31", & la fin à 10^h 18' 51", la partie boréale de l'anneau a paru à l'Observateur au moins deux fois plus large que la partie australe; M. le Monnier, à qui nous devons cette observation, remarque qu'il peut y avoir quelque incertitude sur l'instant du phénomène, attendu que la méridienne sur laquelle on avoit réglé les pendules, avance d'une ou de deux minutes. *Mémoires de l'Acad. 1764, pages 148 & 152.*

Rennes est situé sous le parallèle boréal de 48^d 6' 45", avec une longitude occidentale de 4^d 2'. *Connoissance des Temps, 1770.*

Madrid est situé sous le parallèle boréal de 40^d 25' 0", avec une longitude occidentale de 5^d 46'. *Ibid.*

Résultat de mes Tables, en supposant une inflexion de $4^{\frac{1}{2}}$:

PARALLÈLES de	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'attouchement austral.	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'Éclipse centrale.	LONGITUDES DES LIEUX qui ont vu l'attouchement boréal.
Rennes.....	4 ^d 44' 10" <i>occid</i>	1 ^d 52' 19" <i>occid</i>	0 ^d 53' 38" <i>or.</i>
Madrid.....	10. 37. 6	7. 51. 41	5. 15. 31 <i>occid.</i>

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit donc annulaire à Rennes, mais non centrale; la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme 1829 à 252.

L'Éclipse, lors de son milieu, étoit annulaire à Madrid, mais non centrale; la partie boréale de l'anneau étoit à la partie australe comme 183 à 1595.

Je ne puis diffimuler une objection très-spécieuse, que l'on peut faire contre mes résultats. Comment se persuader que l'Observateur de Rennes se soit mépris, en estimant le rapport des deux largeurs de l'anneau, au point de ne regarder que comme double une quantité triple, quadruple & même sextuple; c'est cependant ce qui résulte de mes calculs, car suivant moi, la partie boréale de l'anneau a dû être plus que septuple de la partie australe; on peut dire la même chose des observations de Vire, de Calais & de Roye où l'Éclipse a été jugée presque centrale, quoiqu'une des parties de l'anneau fût double & même quadruple de l'autre; je laisse à résoudre cette difficulté, qu'il me paroît impossible de rejeter sur l'inflexion des rayons solaires, car la disproportion des deux parties de l'anneau, calculées & observées, est trop grande pour imaginer que le rapport ait été troublé à un tel point par la seule inflexion; d'ailleurs les calculs ont été faits dans l'hypothèse du rayon infléchi.

Il ne peut être ici question, ce me semble, d'avoir recours à quelques suppositions sur les élémens lunaires pour expliquer ce paradoxe astronomique; l'hypothèse favorable à l'une des observations,

par exemple à celle de Rennes ou de Vire, ne serviroit qu'à rendre essentiellement plus défectueuses les observations de Roye & de Madrid. D'après ces réflexions, ne peut-on pas légitimement soupçonner de l'erreur dans l'estime de deux quantités non mesurées, erreur qui pourroit avoir sa source dans une illusion purement optique, & dans un jugement involontaire sur la grandeur de la petite portion lumineuse de l'anneau dont le micromètre eût sans doute appris à se défier? Au reste, s'il restoit quelque doute sur le rapport que j'ai assigné entre les deux parties de l'anneau observé à Rennes, je priois de ne pas oublier que, dans cette ville, l'Éclipse n'a été vue annulaire que pendant $3' 20''$; cette durée pourroit difficilement se concilier avec un plus grand rapport.

Il est triste que chacune des observations de Rennes & de Madrid, dont la comparaison eût été très-concluante, renferme quelqu'incertitude; la longitude de Madrid n'est pas absolument certaine, ou du moins elle est controversée; l'heure de l'observation de Rennes n'est certainement pas celle marquée dans les Mémoires de l'Académie: cette remarque doit sans doute animer le zèle des Astronomes, & les engager à déterminer la position de deux capitales dont la situation est intéressante pour la théorie des Éclipses; elle doit en particulier exciter M. le Monnier à remplir l'engagement qu'il a pris de vérifier l'heure vraie des observations de Rennes, de constater la latitude & la longitude précises du lieu où l'on a observé, & de publier son travail à cet égard; car quelles conséquences tirer pour des déterminations délicates, d'une observation dont toutes les parties ne sont pas rigoureusement constatées.

OBSERVATIONS de Sens, de Nolon & de Rochestre.

(75.) Vers $10^h 41'$, M. le Cardinal de Luynes, qui observoit à Nolon, a vu le bord de la Lune se détacher du bord du Soleil; le phénomène a été presque instantané. Plusieurs personnes qui observoient l'éclipse à Sens, à la vue simple*, ont dit unanimement qu'ils avoient vu un cercle de lumière autour du disque obscur de la Lune. L'Éclipse a été aussi observée annulaire à Rochestre. On ne dit point l'heure de ce dernier phénomène.

*Mémoires de
l'Acad. 1764.
pages 279 &
280.*

* Comme l'observation de Sens a été faite à la vue simple, on pourroit, avec quelque fondement, révoquer en doute son exactitude, elle me paroît cependant cohérente avec les résultats donnés par le calcul.

*Connaissance des
Temps, 1768.*

Sens est situé sous le parallèle boréal de $48^{\text{d}} 11' 56''$, avec une longitude orientale de 57 minutes.

*Mémoires de
l'Acad. 1764,
p. 283.*

Nolon est situé sous le parallèle boréal de $48^{\text{d}} 14' 47''$, avec une longitude orientale de $56' 15''$.

*Dictionnaire de
Vaugien.*

Rocheftre est situé sous le parallèle boréal de $51^{\text{d}} 22'$, avec une longitude occidentale de $1^{\text{d}} 56'$.

Résultat de mes TABLES.

PARALLÈLES de	L O N G I T U D E S D E S L I E U X qui ont vu l'attouchement austral.		L O N G I T U D E S D E S L I E U X qui ont vu l'attouchement boréal.	
	En supposant une inflexion de $4''\frac{1}{2}$.	En ne supposant pas d'inflexion.	En ne supposant pas d'inflexion.	En supposant une inflexion de $4''\frac{1}{2}$.
Sens.....	$0^{\text{d}} 46' 0''$ orient.	$0^{\text{d}} 58' 5''$ orient.
Nolon.....	$0. 48. 26$	$1. 0. 34$
Rocheftre...	$2^{\text{d}} 8' 4''$ occid.	$1^{\text{d}} 55' 20''$ occid.		

Ces calculs présentent des objets de curiosité intéressans : en effet, il est aisé de voir que si l'on ne suppose pas le rayon infléchi, Rocheftre, Sens & Nolon n'ont pu observer l'Éclipse annulaire ; Rocheftre est de 40 secondes de degrés trop occidentale ; Sens est trop à l'est d'environ 11 minutes de degré, & Nolon est trop à l'est d'environ 8' ; si l'on suppose au contraire une inflexion de $4''\frac{1}{2}$, Sens & Nolon seront situés vers la limite orientale de l'Éclipse annulaire, le phénomène aura dû y être presque instantané, & l'Éclipse annulaire aura encore été visible trois ou quatre lieues à l'ouest de Rocheftre ; ce dernier point me paroît important à constater pour la théorie des Éclipses, ainsi que la position précise de Rocheftre & l'heure du phénomène ; je ne doute pas que les Astronomes d'Angleterre ne nous donnent des éclaircissemens sur cet objet.

De quelques villes où il eût été important d'avoir des Observateurs.

(76.) Je vais parcourir rapidement plusieurs villes où il eût été important d'avoir des Observateurs.

Cadiz est situé sous le parallèle boréal de $36^{\text{d}} 31' 7''$ avec une longitude occidentale de $8^{\text{d}} 21'$, je trouve par mes Tables que sous cette latitude, l'attouchement boréal passe par $8^{\text{d}} 18'$ de longitude occidentale, en supposant le rayon infléchi, & par $8^{\text{d}} 28' 30''$ en ne supposant pas le rayon infléchi; la longitude de Cadiz est entre ces deux longitudes; on a donc vu l'Éclipse annulaire à Cadiz si le rayon est infléchi, & ce phénomène n'a pas dû être observé si le rayon n'est pas infléchi. Il seroit important d'avoir l'observation faite dans ce lieu, & sur-tout de la comparer avec celle faite à Lisbonne, qui se trouve peu éloignée de la limite occidentale de l'Éclipse annulaire *.

*Connoissance des
Temps, année
1768.*

Si l'on suppose Tolède sous le parallèle de $39^{\text{d}} 50'$ avec une longitude occidentale de $5^{\text{d}} 40'$, cette ville est située à une minute de degré près de la limite orientale de l'Éclipse annulaire dans l'hypothèse du rayon infléchi.

En France, mes Tables font voir que Limoges, Bourges, Mézières, Coustances, Reims, sont dans un cas à peu-près semblable à celui de Cadiz; je tiens de M. l'abbé le Bossut, de cette Académie, qui se trouvoit à Mézières en 1764, que l'Éclipse y a été vue annulaire.

(77.) Je pourrais pousser mes recherches plus loin & faire voir qu'il n'est aucun lieu où l'on ait observé l'Éclipse annulaire, qui ne soit compris dans la bande de l'Éclipse annulaire, aucun lieu où les cornes se sont approchées, qui ne soit situé près des limites; il est aisé de sentir combien ce travail seroit considérable; je m'arrêterai uniquement aux observations de Troyes & de Kergars; à Troyes, les cornes se sont approchées de 90 à 100 degrés, à Kergars, les cornes se sont approchées de 80 à 85 degrés; Kergars étoit donc un peu plus près de la limite occi-

*Mémoires de
l'Acad. 1764,
pages 148 &
149.*

* Depuis la lecture de ce Mémoire, M. Cassini le fils, m'a communiqué l'observation de Cadiz; l'Éclipse y a été vue annulaire.

dentale que Troyes ne l'étoit de la limite orientale; cette conclusion est conforme au résultat de mes Tables; en effet, la limite occidentale passe 32 minutes de degrés à l'est de Kergars; la limite orientale passe 42 minutes de degrés à l'ouest de Troyes.

(78.) Je ne puis passer sous silence une observation qui me paroît confirmer la théorie de l'inflexion des rayons solaires, & dont je n'avois aucune connoissance lorsque j'ai déterminé la quantité de cette inflexion. A Kergars, M. d'Après a déterminé exactement la fin de l'Éclipse à $11^h 38' 42''$ de temps vrai; la pendule avoit été réglée par des hauteurs correspondantes prises les 29 & 30 Mars, 1.^{er} & 2 Avril; la longitude de ce lieu est de $5^d 30'$ à l'occident de Paris, la latitude y a été observée de $47^d 47' 10''$.

J'ai calculé d'après mes formules & les élémens du §. 5; la distance des centres & le demi-diamètre de la Lune pour $11^h 38' 42''$ à Kergars, j'ai trouvé que cette distance étoit de $30' 54'',1$ & le demi-diamètre de la Lune de $14' 57'',7$.

Calcul indépendant de toute supposition sur les élémens lunaires.

Demi-diamètre du Soleil.....	16' 0'',5.
Demi-diamètre de la Lune.....	14. 57,7.
	<hr/>
	30. 58,2.
Quantité à soustraire, à cause de l'inflexion.....	— 4,5.
	<hr/>
Distance des centres lors de la fin de l'Éclipse.....	30. 53,7.

Cette distance ne diffère que de $0'',4$ de la distance trouvée par le calcul.

Le centre de la Lune, lors de l'observation, étoit situé dans l'angle *boréal suivant* du disque du Soleil.

Cette détermination est singulièrement confirmée par l'observation du commencement de l'Éclipse, faite à Londres à $9^h 4' 33''$ du matin; en effet, j'ai calculé d'après les élémens du §. 5, la distance des centres & le demi-diamètre de la Lune pour $9^h 4' 33''$ à Londres; j'ai trouvé que cette distance étoit de $30' 49'',7$ & le demi-diamètre de la Lune de $14' 54'',4$.

Calcul

Calcul indépendant de toute supposition sur les élémens lunaires.

Demi-diamètre du Soleil.....	16' 0",5.
Demi-diamètre de la Lune.....	14. 54.4.
	<hr/>
Quantité à soustraire à cause de l'inflexion.....	30. 54.9.
	<hr/>
Distance des centres au commencement de l'Éclipse...	30. 50.4.

Cette distance ne diffère que de 0",7 de la distance trouvée par le calcul.

Le centre de la Lune, lors de l'observation, étoit situé dans l'angle *austral précédent* du disque du Soleil.

Tout me paroît donc établir deux phénomènes absolument distincts & qui n'ont aucune relation entr'eux :

Inflexion dans les rayons solaires.

Illusion purement optique sur l'estime des deux portions de l'anneau, pour les lieux où lors de l'Éclipse annulaire, le disque de la Lune projetée sur le Soleil est excentrique au disque de cet astre.

ARTICLE IV.

Sur la cause physique de l'inflexion des rayons solaires.

(79.) Quoique je réserve pour un autre Mémoire le détail des différentes méthodes* par lesquelles j'ai déterminé directement l'existence & la quantité de l'inflexion des rayons solaires, je crois cependant que le peu que je viens d'exposer sur cette matière ; ne doit laisser aucun doute sur la vérité de la théorie ; je vais donc m'occuper des causes physiques de l'inflexion.

On ne peut, ce me semble, s'arrêter qu'à deux hypothèses pour expliquer ce phénomène ; il faut l'attribuer à l'attraction Newtonienne, ou supposer la Lune environnée d'une atmosphère

* Ces méthodes ont été présentées à l'Académie, & les résultats lus les 20, 23 & 27 Mars 1765 ; on en peut voir l'analyse dans mon premier Mémoire, imprimé dans le volume de 1764, page 159 & suiv. j'attends que l'ordre des problèmes que je me suis proposé de résoudre, amène la publication de ces méthodes.

qui réfracte les rayons solaires ; cette seconde hypothèse est sans doute la plus naturelle, & elle sera exclusivement vraie, si l'attraction Newtonienne ne peut donner l'explication du phénomène.

On ne peut attribuer l'inflexion des rayons solaires à l'attraction Newtonienne.

(80.) Dans les paragraphes suivans, je me propose d'examiner si l'inflexion des rayons solaires doit être attribuée à l'attraction Newtonienne ; je pars de l'hypothèse de l'émission des rayons solaires, & je fais totalement abstraction des effets que l'intensité de la lumière peut causer sur la rétine.

(81.) Pour entendre cette discussion, on se rappellera les propositions suivantes, très-connues des Géomètres.

Soit *A* un projectile quelconque circulant dans une section conique, en vertu d'une force centrale, en raison inverse du quarré des distances.

m le demi-grand axe de la section conique.

P le paramètre du grand axe.

B la distance du foyer à l'apside inférieure.

C la distance du centre de la section conique au foyer.

H la hauteur dont il faudroit que la projectile *A* tombât librement pour acquérir pendant sa chute, en vertu des impulsions uniformes de la force qui agit au sommet du grand axe, une vitesse égale à sa vitesse tangentielle.

La Géométrie nous apprend que l'on a les équations suivantes,

$$P = 4H.$$

$$C = m \times \left(\frac{2H}{B} - 1 \right).$$

On peut voir la démonstration de la première proposition ; dans la théorie de la Lune de M. Clairaut, *pages 7 & 8* de la nouvelle édition. Quant à la seconde proposition, on la conclut aisément de la première, en substituant $4H$ à P dans l'équation aux sections coniques par rapport au foyer, & en supposant l'ordonnée égale à zéro, & l'abscisse égale à B .

(82.) Par la propriété des sections coniques ;

La trajectoire est une hyperbole, lorsque C surpasse m , c'est-à-dire lorsque H surpasse B .

La trajectoire est une ellipse, lorsque C est moindre que m , c'est-à-dire lorsque B surpasse H .

La trajectoire est une parabole, lorsque $B = H$.

(83.) Soit enfin m le demi-grand axe d'une hyperbole.

n le demi-axe des hyperboles conjuguées.

r le sinus total.

B la distance du foyer au sommet de l'hyperbole.

P le paramètre du grand axe.

La théorie des sections coniques nous apprend que l'on a

$$\sqrt{m^2 + n^2} = B + m,$$

$$mP = 2n^2.$$

$$\text{tang. (Angle des asymptotes avec le grand axe)} = \frac{nr}{m}.$$

(84.) De l'équation

$$\sqrt{m^2 + n^2} = B + m,$$

on tire

$$n^2 = B^2 + 2Bm.$$

Donc si l'on suppose m infiniment petit, relativement à B , on aura

$$n = B.$$

$$m = \frac{2B^2}{P}.$$

Mais (S. 82)

$$P = 4H;$$

donc

$$\frac{n}{m} = \frac{2H}{B}.$$

Appliquons ces principes au problème qui nous occupe.

(85.) On sait que la masse de la Lune $= \frac{1}{70}$ de la masse

de la Terre; le rayon de la sphère lunaire $= \frac{1}{4}$ du rayon

terrestre: donc l'attraction de la Lune à sa surface $= \frac{16}{70}$ de l'attraction de la Terre pareillement à sa surface.

D d ij

Les corps sur la Terre parcourent quinze pieds dans la première seconde de leur chute; donc ces mêmes corps parcourroient en nombres ronds environ quatre pieds à la surface de la Lune.

(86.) Les observations ont appris que la lumière emploie environ cinq cents secondes à parvenir du Soleil à notre œil: supposons donc la distance du Soleil à la Terre de trente millions de lieues, le rayon solaire parcourra dans une seconde de temps soixante mille lieues. Si l'on réduit ce nombre de lieues en pieds, à raison de quinze mille pieds par lieue*, on aura neuf cents millions de pieds pour le chemin parcouru par le rayon solaire dans une seconde de temps.

(87.) Examinons maintenant de quelle hauteur il faudroit qu'un corps tombât, pour acquérir en vertu de la force attractive qui agit à la surface de la Lune, une vitesse capable de lui faire parcourir neuf cents millions de pieds dans une seconde.

On démontre en Mécanique, que si l'on veut comparer les différentes vitesses successives d'un même corps sollicité par une force accélératrice constante, on a

les quarrés des vitesses acquises sont comme les espaces parcourus.

On fait de plus que dans le mouvement uniformément accéléré, *l'espace parcouru dans un temps donné, est soudouble de l'espace que le corps auroit parcouru s'il s'étoit mû uniformément pendant le même temps avec sa vitesse finale*; appliquons ces principes.

Puisque le corps qui tombe à la surface de la Lune parcourt quatre pieds dans la première seconde de sa chute, sa vitesse acquise à la fin de ce premier instant, est telle qu'il parcourroit huit pieds pendant une seconde en vertu de cette vitesse uniforme; la vitesse acquise par ce corps est donc à la vitesse du rayon solaire comme 8 est à 900000000. L'espace parcouru par ce corps tandis qu'il a acquis cette vitesse, égale quatre pieds; soit donc *H* la hauteur dont il faudroit qu'un corps tombât pour acquérir, en vertu de la force attractive qui agit à la surface de la Lune, une vitesse capable de lui faire parcourir neuf cents millions de

* Je suppose chaque lieue de 2500 toises.

pieds dans une seconde, on aura, en vertu des principes précédens,

$$H = \frac{90000000^2 \times 4}{8^2} = \frac{90000000^2}{16} \text{ pieds.}$$

(88.) Donc (§. 81) le paramètre de la section conique, décrite par le rayon lumineux qui rase le limbe de la Lune,

$$= \frac{90000000^2}{4} \text{ pieds.}$$

(89.) Puisque le centre d'attraction de la Lune coïncide avec le centre de cet astre, le rayon lumineux qui rase le limbe de la Lune passe à une distance du foyer égale au demi-diamètre de la Lune; le demi-diamètre de la Lune est un peu plus du quart du demi-diamètre terrestre; le rayon de la Terre contient environ 1500 lieues. On peut donc supposer en nombre ronds que le demi-diamètre de la Lune contient environ 400 lieues, qui (réduites en pieds à raison de 15000 pieds par lieue) égalent six millions de pieds.

$$\text{Donc} \quad \frac{2H}{B} = \frac{90000000^2}{8 \times 6000000} = \frac{81000000000}{48}.$$

Donc (§. 82, 83 & 84) la trajectoire décrite par le rayon solaire est une hyperbole dont les asymptotes font avec le grand axe un angle qui a pour expression de sa tangente, $r \times \frac{81000000000}{48}$.

La trajectoire décrite par le rayon solaire se confond donc absolument avec l'axe des hyperboles conjuguées, c'est-à-dire avec une ligne droite.

Il n'est donc pas possible d'attribuer l'inflexion des rayons solaires à l'attraction Newtonienne.

On ne peut expliquer les phénomènes que l'on observe dans les Éclipses, par les inégalités que l'on voit à la circonférence de la Lune, & par la durée de la sensation de la vue.

(90.) Lors de l'Éclipse du 16 Août 1765, M. Blondeau a vu à Calais quelques élévations sur le disque de la Lune; on peut lire à ce sujet un Mémoire de M. le Monnier. Cette cause tendroit à diminuer la durée de l'Éclipse annulaire & à augmenter

*Mém. Acad.
année 1765.*

la durée de l'Éclipse en général. Les observations sont contraires; il faut donc avoir recours à une autre explication.

Mém. Acad.
1765, page
439 & suiv.

Le système ingénieux de M. le Chevalier d'Arcy, sur la durée de la sensation de la vue, ne peut pas seul expliquer les phénomènes observés. Indépendamment de plusieurs difficultés astronomiques qu'il faudroit résoudre, il est impossible d'expliquer dans ce système pourquoi, dans de certaines circonstances, des points du disque du Soleil reparoissent lorsque le calcul indique qu'ils sont encore cachés par la Lune; pourquoi vers les limites de l'Éclipse, des points du disque solaire ne cessent point de paroître quoiqu'ils s'enfoncent réellement sous le disque de la Lune, mais moins de $4''\frac{1}{2}$.

Concluons donc que la Lune est environnée d'une atmosphère rare qui réfracte les rayons solaires.

Dans l'hypothèse de l'inflexion des rayons solaires, le diamètre de la Lune est vu sous le même angle, soit qu'il paroisse éclairé sur un fond obscur, ou obscur sur un fond éclairé.

*Connoiss. des
Temps, 1766.*

(91.) On a douté long-temps si le diamètre de la Lune étoit vu sous le même angle, lorsqu'il paroît éclairé sur un fond obscur, ou obscur sur un fond éclairé. Cette question semble maintenant décidée par la célèbre observation de M. le Monnier, de l'Éclipse du 25 Juillet 1748. M. de la Lande a remarqué que l'observation faite à Londres par M. Short, le 1.^{er} Avril 1764, confirme cette décision. Je vais faire voir que dans l'hypothèse du rayon infléchi (théoriquement parlant & abstraction faite de l'illusion optique, que l'intensité de la lumière peut causer sur la rétine), le diamètre de la Lune est vu sous le même angle, soit qu'il paroisse éclairé sur un fond obscur, ou obscur sur un fond éclairé.

Fig. 4. Soit LMP la Lune, Nnp l'atmosphère lunaire, S un point radiant du Soleil, N, n les points où le rayon solaire $SNnE$, que je suppose tangent à la Lune au point M , & réfracté aux points N, n , rencontre l'atmosphère lunaire; E l'Observateur; LN, Ln les rayons menés du centre L de la Lune aux points N, n ; EL la droite menée de l'Observateur au centre de la Lune; SE la

droite menée de l'Observateur au point radiant S ; SNF la route du rayon lumineux, en ne le supposant pas réfracté au point N ; nFK le prolongement de la route du rayon lumineux réfracté au point n ; F le point d'intersection de ces deux lignes.

Fig. 4.

Il est sensible que le point du disque solaire qui paroîtra se dégager du disque de la Lune, est celui dont le rayon lumineux, après une première réfraction au point N , est tangent au disque lunaire, & parvient à l'Observateur en éprouvant une seconde réfraction au point n : l'angle LEn sera donc l'angle sous lequel sera vu le demi-diamètre de la Lune. Mais cet angle sera le même, soit que la Lune étant sur un fond lumineux, la droite $SNMnE$ soit un rayon solaire émané du point S ; soit que la Lune étant sur un fond obscur, le point M soit un point radiant du disque lunaire: donc dans l'hypothèse de l'inflexion des rayons solaires, causée par une atmosphère, le diamètre de la Lune est vu sous le même angle, soit qu'il paroisse éclairé sur un fond obscur, ou obscur sur un fond éclairé.

(92.) Dans le triangle SEF dont l'angle en E mesure l'inflexion du rayon solaire, on a

$$\sin. SEF = \sin. SFK \times \frac{SF}{SE}.$$

SE est la distance du Soleil à la Terre, SF est à très-peu près égal à la distance de la Lune au Soleil; d'ailleurs le triangle NnF est isocèle par la nature de la question, puisqu'il est évident qu'un Observateur qui seroit au point M dans la Lune, verroit également à l'horizon l'Observateur E & le point radiant S ; les angles FNn , Fnn , sont donc chacun égaux à la réfraction horizontale. On a donc

Angle $SFK = 2 \times$ réfraction horiz. que l'on éprouve dans la Lune; donc le sinus de l'angle qui mesure l'inflexion des rayons solaires rasant le limbe de la Lune,

$$= \sin. (2 \times \text{réfract. horiz. que l'on éprouve dans la C}) \times \frac{\text{dist. de la Lune au Soleil}}{\text{dist. de la Terre au Soleil}}.$$

On peut également conclure que l'angle sous lequel la Lune est vue dans l'hypothèse d'une atmosphère, est plus grand que

l'angle sous lequel elle seroit vue sans cette atmosphère, ainsi que
 * *Transf. philos.* l'a démontré M. de Fouchy *. Il fait voir que le sinus de l'aug-
 1739. mentation du demi-diamètre de la Lune est au sinus de la réfraction
 horizontale dans la Lune, comme la moitié de l'espace parcouru
 par le rayon lumineux dans l'atmosphère lunaire, est à la distance
 de la Lune à la Terre.

ARTICLE V.

*De l'usage des Éclipses de Soleil, relativement à l'inflexion
 des rayons solaires.*

(93.) Il me paroît qu'il y a deux questions principales à examiner relativement à l'inflexion des rayons solaires, car je crois difficile de révoquer en doute l'existence de ce phénomène.

1.^o *Quelle est la quantité précise de l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune!*

2.^o *La force infléchissante agit-elle à une distance quelconque avec la même intensité! son activité, au contraire, n'est-elle pas différente suivant la distance du rayon solaire au limbe de la Lune!*

Sur la première question, il m'a paru, par des calculs multipliés que je me propose de répéter avec la plus grande exactitude, que l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune est d'environ $4''\frac{1}{2}$; je dis d'environ $4''\frac{1}{2}$, car on ne peut exiger une précision mathématique & irréfragable; la somme des pays qui voient l'Éclipse annulaire est donc plus grande dans l'hypothèse du rayon infléchi que dans la supposition contraire, tandis que la somme des pays privés entièrement de la lumière lors de l'Éclipse totale avec demeure dans l'ombre, est plus petite. On peut vérifier, par exemple, par le moyen de mes Tables, que le 1.^{er} Avril 1764, la bande de l'Éclipse annulaire a été augmentée d'environ $\frac{1}{3}$ dans nos climats d'Europe.

Sur la seconde question, j'ai cru voir, par la comparaison des plus grandes phases observées à Londres, à Brest, à Toulouse, que la diminution de l'inflexion n'est pas aussi subite que l'a supposé M. Euler,

M. Euler, c'est-à-dire que la sphère d'activité de la force inflechissante agit encore sensiblement sur le rayon solaire qui passe à une certaine distance du limbe de la Lune.

Comme la théorie de l'inflexion des rayons solaires est une matière neuve, & que je suis fort éloigné de regarder mes résultats, quelque cohérens qu'ils soient entr'eux, comme des déterminations incontestables, je crois qu'il n'est pas inutile de présenter rapidement les principaux usages que l'on peut faire des Éclipses de Soleil relativement à cet objet.

OBSERVATIONS que l'on peut faire lorsque le disque de la Lune est entièrement projeté sur le disque du Soleil.

(94.) Quoiqu'il semble établi d'une manière constante que le diamètre de la Lune, vu sur le disque lumineux du Soleil, ne paroît pas sous un angle plus grand que quand on l'observe sur l'azur du ciel, & que la seule altération que l'inflexion produise, est de faire voir à la circonférence de la Lune un point du Soleil, qui autrement eût été caché derrière la Lune; on invite les Astronomes à constater de plus en plus ce point important. Si cette première observation est curieuse, il est infiniment plus intéressant de mesurer, dans ces circonstances, le diamètre du Soleil; il est évident que cette dernière observation, faite avec toute l'exactitude possible, donneroit de grandes lumières sur les questions proposées, relativement à l'inflexion des rayons solaires.

Il est une réflexion importante qui ne doit point échapper. Quand même l'observation du diamètre du Soleil ne découvriroit aucune altération dans cet élément, lorsque la Lune étant toute entière sur le Soleil, les limbes de ces astres ne sont point contigus: ce seroit conclure précipitamment que d'assurer que les rayons rasant le limbe de la Lune, ne souffrent aucune inflexion. Supposons en effet que le demi-diamètre du Soleil surpassé d'une minute le demi-diamètre de la Lune, comme dans l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, & imaginons avec M. Euler que la sphère d'inflexion s'étende infiniment peu loin, le rayon solaire qui passe à une minute du limbe de la Lune, pourroit n'éprouver aucune

Mém. 1767.

. E e

déviation de la route rectiligne, tandis que le rayon rasant le limbe de cette Planète seroit infléchi.

(95.) Si de premières observations découvroient des altérations dans le diamètre du Soleil, il seroit essentiel de réitérer ces mesures, en cas que cela fût possible; afin de déterminer la variation de l'inflexion, relativement aux différentes distances des limbes.

OBSERVATIONS relatives à l'illusion optique mentionnée dans les paragraphes 74 & 78.

(96.) Lorsque le disque de la Lune projetée sur le Soleil est excentrique au disque de cet astre, il me semble qu'il seroit utile de faire des observations relativement à l'illusion optique, dont j'ai parlé à l'occasion de l'Éclipse annulaire observée à Vire, Roye, Rennes & Calais * (S. 73, 74 & suiv.) & qui fait juger d'une manière si fautive du rapport des deux portions de l'anneau.

On pourroit, ce me semble, vérifier si le micromètre ne serviroit point à rectifier le premier jugement involontaire sur le rapport des deux portions de l'anneau.

OBSERVATION de la durée de l'anneau ou de la demeure dans l'ombre.

(97.) Un moyen facile & très-propre à faire connoître l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune est de déterminer exactement la durée de l'anneau ou la demeure dans l'ombre dans deux lieux différens dont la position soit connue, & qui soient situés de part & d'autre de la trace de l'Éclipse centrale sur notre globe. J'ajoute cette dernière circonstance, car autrement les observations pourroient n'être pas concluantes, à moins que l'on ne supposât connus les élémens de la Lune, avec la plus scrupuleuse exactitude.

Il est aisé de rendre cette vérité palpable. Supposons que dans un certain lieu le centre de la Lune ait parcouru une corde de la

* Le même phénomène a été observé à Cadix. Les Observateurs ont jugé l'Éclipse presque centrale, quoique les deux portions de l'anneau fussent réellement dans le rapport de 9 à 127.

partie boréale du disque du Soleil. Si le temps du passage observé est plus grand que le temps calculé, il est sensible qu'une des conséquences que l'on peut en tirer, c'est que la Lune ayant passé plus près du centre du Soleil que le calcul ne l'indiquoit, le temps de la description de cette plus grande corde s'est trouvé naturellement augmenté. Un léger changement dans la latitude de la Lune pourra donc rendre raison du phénomène, ainsi que des autres observations faites du même côté de l'Éclipse centrale, sans que l'on soit obligé d'avoir recours à l'inflexion des rayons solaires. Il n'en est pas de même si l'on compare cette observation avec le temps employé par la Lune à parcourir une corde de la partie australe du disque solaire: les changemens que l'on supposeroit dans les élémens lunaires, pour faire cadrer une des observations, rendroient nécessairement l'autre observation plus défectueuse.

(98.) Cette dernière remarque ne s'applique pas seulement à la durée de l'anneau; elle a également lieu pour des observations quelconques. Supposons en effet le disque solaire partagé en quatre angles égaux, par la parallèle & la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune, menées par le centre du Soleil; & nommons ces angles (ainsi qu'il est expliqué §. 31 de mon 3.^e Mému.)

Fig. 1.

Année 1765.

Angle boréal précédent.

Angle boréal suivant.

Angle austral suivant.

Angle austral précédent.

La forme des équations me fait voir que tant que l'on ne comparera pas des observations faites dans des lieux, relativement auxquels, lors des phénomènes, le centre de la Lune est situé dans des angles opposés au sommet, on ne pourra rien conclure d'absolument irréfragable sur l'inflexion solaire. Il restera toujours incertain si l'on n'attribue pas aux élémens lunaires ce qui n'est dû qu'aux causes physiques, & réciproquement. S'il m'étoit permis de me citer, je dirois que dans l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, les observations faites dans la partie australe du Soleil, & calculées suivant les méthodes ordinaires, m'ont constamment donné des élémens différens que les observations faites dans la partie boréale,

E e ij

quoique les résultats des observations faites dans la même partie du disque, fussent assez cohérens entr'eux. On peut conclure de ces remarques que la comparaison du commencement de l'Éclipse à Londres & de la fin à Kergars est très-propre à donner des lumières sur la quantité de l'inflexion, puisque lors de l'observation de Londres le centre de la Lune étoit dans l'angle *austral précédent* du disque du Soleil, & que lors de l'observation de Kergars, le centre de la Lune étoit dans l'angle *boréal suivant* du disque.

OBSERVATION des lieux situés sur la limite de l'Éclipse annulaire ou du cône d'ombre.

(99.) Puisque les limites de l'Éclipse annulaire ou du cône d'ombre sont altérées par l'inflexion des rayons solaires, d'une manière qui a un rapport déterminé avec la quantité de l'inflexion, un des moyens les plus sûrs & les plus faciles pour fixer la quantité précise de l'inflexion des rayons solaires rasant le limbe de la Lune, est de constater, s'il est possible, quels pays situés de part & d'autre de la trace de l'Éclipse centrale se sont trouvés précisément sur les limites de l'Éclipse annulaire, ou du cône d'ombre. Il peut être aussi fort utile de déterminer dans chaque lieu le point du disque solaire où s'est formé l'anneau, le point où il s'est rompu, c'est-à-dire l'arc du disque du Soleil, intercepté entre ces points & les fils horaires, horizontaux, ou verticaux menés par le centre du Soleil. Cette détermination doit être exacte & précise, & non fondée sur une estime vague. La comparaison de cet élément avec la durée de l'anneau, peut jeter un grand jour sur la question de l'inflexion; si l'on connoît d'ailleurs avec précision les élémens de la Lune, ou que l'on compare entr'elles des observations faites dans des pays situés de part & d'autre de la trace de l'Éclipse centrale.

OBSERVATION de la durée de l'anneau ou de la demeure dans l'ombre, dans les pays situés sur la ligne de la centralité.

(100.) Le moyen le plus sûr & le plus facile de déterminer

incontestablement la quantité précise de l'inflexion des rayons solaires rasant le limbe de la Lune, seroit d'observer exactement la durée de l'anneau dans un lieu où l'Éclipse seroit centrale. En effet la différence entre le temps calculé & le temps observé, ne pouvant s'expliquer par aucune hypothèse sur les élémens de l'Éclipse, il faudroit nécessairement avoir recours aux causes physiques.

La détermination seroit encore plus incontestable, si indépendamment de la durée de l'anneau, on avoit observé la durée totale de l'Éclipse. Il seroit très-satisfaisant de concilier des observations contradictoires en apparence par une hypothèse simple.

Je ne connois aucune observation de ce genre, faite le 1.^{er} Avril 1764; quoique la trace de l'Éclipse centrale ait passé très-près de plusieurs villes importantes, telles que Bilbao, Valladolid, la Rochelle, Saumur, Fontenai-le-Comte, Thouars, le Mans, Nogent-le-Rotrou, Laigle, Vernon, Amiens, Dourlens, Béthune, Ypres, Bruges, Midelbourg, Delphit, la Haie & généralement presque toutes les villes de la Hollande proprement dite. Il seroit à souhaiter que la trace de la centralité que l'on trouve calculée dans ce Mémoire, pût nous procurer quelque phénomène de cette espèce dont l'Observateur n'auroit pas senti tout le prix.

(101.) Parmi cette suite d'Éclipses de Soleil que la révolution des siècles ramène, il en est d'une nature singulière, qu'il seroit essentiel d'observer; ce sont celles qui sont annulaires pour de certains climats, & totales avec demeure dans l'ombre pour d'autres climats: je m'explique. Personne n'ignore que le diamètre de la Lune augmente à proportion que cette Planète s'élève sur l'horizon; si donc le diamètre du Soleil n'étoit que de quelques secondes plus grand que le diamètre horizontal de la Lune, il pourroit arriver que l'Éclipse fût annulaire pour les climats qui observeroient l'Éclipse le soir ou le matin, & qu'elle fût totale pour les climats qui l'observeroient vers midi. On voit aisément par ce simple exposé, combien il seroit intéressant de constater le point de notre globe où se feroit le passage de l'Éclipse annulaire à l'Éclipse totale. L'Éclipse du 23 Septembre 1699 étoit dans ce cas. Au reste il ne seroit pas nécessaire de se trouver précisément au point

de passage; la comparaison de la durée de l'anneau, observée dans un lieu quelconque, avec la demeure dans l'ombre observée dans un autre lieu, donneroit de grandes lumières sur la quantité de l'inflexion, sur-tout si ces lieux étoient situés de part & d'autre de la trace de l'Éclipse centrale.

OBSERVATIONS que l'on peut faire dans les pays situés près des limites de l'Éclipse annulaire.

(102.) On sait que lors des Éclipses annulaires, dans les climats situés vers les limites de l'anneau, la distance des cornes commence par être nulle, augmente ensuite à mesure que la distance des centres diminue, parvient à sa plus grande valeur, diminue à mesure que la distance des centres diminue, recommence à croître, parvient une seconde fois à sa plus grande valeur, puis diminue à mesure que la distance des centres augmente. L'analyse m'a fait voir que l'inflexion des rayons solaires altère d'une manière assez sensible le temps écoulé dans l'intervalle de ces deux plus grandes distances des cornes; il sera donc utile d'observer l'intervalle de temps écoulé entre ces deux plus grandes distances, sur-tout si l'on a soin de comparer le résultat à des observations analogues, faites dans des climats situés de l'autre côté de la trace centrale, conformément à la remarque du §. 98.

OBSERVATIONS que l'on peut faire dans les pays situés près des limites de l'Éclipse.

(103.) Puisque la trace de l'attouchement des limbes est sensiblement altérée par l'inflexion solaire, on ne doit point négliger, dans les pays qui peuvent être situés vers ces confins, de déterminer précisément la quantité de l'Éclipse & les points du disque solaire qui ont été entamés d'abord, ou qui se sont dégagés les derniers du disque de la Lune, conformément à ce que j'ai dit (§. 99). Ces observations seront d'autant plus concluantes, que l'on connoitra d'ailleurs avec plus de précision les élémens de la Lune ou qu'on les comparera avec des observations analogues, faites dans des climats situés de l'autre côté de la trace centrale, conformément à la remarque du §. 98.

OBSERVATIONS qui n'exigent aucunes circonstances particulières.

(104.) Les observations dont j'ai parlé jusqu'ici, sont ; pour ainsi dire, des observations locales, c'est-à-dire qu'elles ne peuvent être faites que dans de certaines circonstances particulières ; les observations qui me restent à développer, me paroissent avoir l'avantage d'être générales, de s'étendre à toutes les circonstances, & de pouvoir être répétées plusieurs fois pendant la même Éclipse ; je veux parler de la relation entre l'accroissement des distances des cornes & le temps écoulé. Je serois tenté de croire que cette observation est très-capable de déterminer avec précision l'inflexion des rayons qui rasent le limbe de la Lune, sur-tout si l'on considère combien il est facile de répéter ces observations, & conséquemment de les rectifier les unes par les autres. Ces observations sont sur-tout concluantes lorsque la marche des cornes est un peu rapide, c'est-à-dire vers le commencement ou la fin de l'Éclipse, ou lorsque l'anneau est prêt à se former. Je ne discuterai point si cette méthode exige une trop grande précision dans les quantités observées que l'on est obligé d'employer dans le calcul ; tout ce que je puis dire, c'est que ces observations m'ont donné la véritable quantité de l'inflexion, que je n'ai fait que vérifier par les autres procédés.

L'esprit de la méthode est bien facile à saisir. En effet, puisque l'inflexion des rayons solaires altère l'équation au disque du Soleil, ainsi que je le démontrerai par la suite, les phénomènes doivent se passer dans cette nouvelle supposition, de la même manière que si la Lune se projetoit sur un nouvel astre dont le disque ne coïncideroit pas avec celui du Soleil. Il est donc sensible que la marche des cornes, si je puis m'exprimer ainsi, sera différente, sur-tout vers le commencement & la fin de l'Éclipse, ou lorsque l'anneau est prêt à se former.

OBSERVATIONS relatives à la loi suivant laquelle l'inflexion varie.

(105.) Je ne connois d'autre moyen pour déterminer la loi

suivant laquelle l'inflexion varie, relativement à la distance du rayon solaire au limbe de la Lune, que des observations simultanées de la distance des cornes, comparées avec la distance des limbes : il est aisé de sentir quelles conclusions on peut tirer de cette comparaison. En effet si l'inflexion varie relativement à la distance du rayon solaire au limbe de la Lune, les distances des limbes & des cornes ne font plus partie du même cercle. On pourroit même se passer de l'observation de la distance des cornes, si l'on connoissoit les élémens lunaires avec la dernière exactitude.

Il seroit également à propos de mesurer le diamètre horizontal du Soleil lors des différentes phases de l'Éclipse, pour découvrir si ce diamètre ne seroit point altéré par l'atmosphère de la Lune, à mesure que cet astre s'avance sur le disque solaire.

Ces dernières réflexions démontrent qu'il peut y avoir quelque inexactitude dans la méthode ordinaire de réduire les distances des limbes en doigts éclipsés du disque solaire. En effet on veut exprimer la quantité éclipsée du Soleil ; cette quantité ne peut s'observer immédiatement, il la faut conclure de la distance des limbes ; mais quelle conclusion rigoureuse peut-on tirer si la portion non éclipsée du disque solaire est altérée suivant une loi inconnue ?

(106.) Il est un phénomène qu'il me paroît essentiel de vérifier : lors de l'Éclipse de Soleil du 16 Août 1765, on a vu à Calais une espèce d'expansion de la lumière solaire vers les points d'intersections des disques du Soleil & de la Lune ; cette

Fig. 5. expansion de lumière formoit une portion de cercle qui venoit se réunir au disque du Soleil en faisant un angle très-sensible. Ce phénomène, s'il est constaté par de nouvelles observations, tendroit à prouver que la force infléchissante agit à une petite distance, & que son énergie finit presque subitement.

ARTICLE VI.

De tous les lieux de la Terre pour lesquels la plus courte distance des centres arrive au même instant physique assigné.

(107.) Je terminerai ce Mémoire par la détermination de
tous

tous les lieux de la Terre qui observent leurs plus grandes phases respectives au même instant physique assigné.

Soit λ la tangente de la distance des centres.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant donné de la plus grande phase.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{c g p \omega}{r^3} + \frac{c h p p \varphi}{r^4}.$$

$$C = \frac{n r^2}{\zeta u} - \frac{c p p \omega g}{r^2} - \frac{c p \varphi h}{r^3}.$$

$$D = \frac{c p p \varphi g}{r^4} - \frac{c p \omega h}{r^3}.$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g p \varphi}{r^3} + \frac{c h p p \omega}{r^4}.$$

J'ai démontré (3.^e Mémoire, S. 58) que l'on a l'équation *Année 1765.*
 suivante, $b = \frac{3600 \zeta}{n r} \times \left(\frac{A D}{C} - F \right).$

Cette équation renferme le sinus & le cosinus de la latitude du lieu, le sinus & le cosinus de l'angle horaire; si donc on suppose connue la latitude du lieu, & que l'on cherche, par exemple, l'angle horaire correspondant; ou réciproquement, si l'on suppose connu l'angle horaire & que l'on cherche la latitude, il est sensible (*Trigonométrie rectiligne*) que l'équation peut être réduite à n'avoir qu'une seule variable; mais il paroît également évident que l'équation qui doit résulter des opérations indiquées par l'analyse, fera trop compliquée pour en conclure la valeur de l'inconnue. Voyons s'il n'est pas possible de donner à la solution une forme plus commode?

(108.) J'ai déjà remarqué (4.^e Mémoire, S. 147) que *Année 1766.*
 $\frac{r \sqrt{C^2 + D^2}}{C}$ est l'expression de la sécante de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'instant de la plus grande phase, avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune.

Soit μ la tangente $\left\{ \begin{array}{l} \text{de l'angle de la ligne qui joint les centres du} \\ \text{Soleil \& de la Lune, à l'instant de la plus} \\ \text{grande phase, avec la perpendiculaire à l'or-} \\ \text{bite relative de la Lune.} \end{array} \right.$
 n le sinus
 m le cosinus

Mém. 1767.

, Ff

On a (*Trigonométrie rectiligne*)

$$\frac{r\sqrt{C^2+D^2}}{C} = \frac{r^2}{m}; \quad m^2 C^2 + m^2 D^2 - r^2 C^2 = 0;$$

$$m^2 D^2 - n^2 C^2 = 0; \quad \mu C - r D = 0;$$

donc

$$b = \frac{3600\zeta}{nr} \times \left(\frac{\mu A}{r} - F \right)$$

donc (*§. 108*)

$$\frac{\mu nr^6}{\zeta v} - \mu c p \varphi \omega g - \mu c \varphi \varphi r h - c p \varphi \varphi r g + c \varphi \omega r^2 h = 0;$$

$$\frac{nr^6}{3600\zeta} - \frac{\mu}{r} \times \left(\frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{c g p \omega}{r^3} + \frac{c h p \varphi \omega}{r^4} \right) + \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g p \varphi}{r^3} + \frac{c h p \varphi \omega}{r^4} \Bigg\} = 0.$$

Soit

$$D' = \frac{\mu \psi l}{\zeta p} - \frac{\theta l r}{\zeta p} - \frac{n b r^2}{3600 \zeta p}; \quad G = \frac{\mu q \varphi}{p r} - \frac{q \omega}{p};$$

$$H = \frac{\mu \omega}{r} + \varphi; \quad K = \frac{\mu p \varphi}{r^2} - \frac{p \omega}{r};$$

$$R = \frac{\mu p \omega}{r^2} + \frac{p \varphi}{r}, \quad L = \frac{\mu \varphi}{r} - \omega, \quad I = \frac{\mu n r^2}{\zeta v p};$$

les équations précédentes deviendront

$$D'r^2 - G r s + H c g + K c h = 0; \quad I r^2 - L c h - R c g = 0;$$

$$\text{d'où l'on tire } c h = \frac{I r^2 - R c g}{L} = \frac{G r s - D' r^2 - H c g}{K};$$

$$c g = \frac{I K r^2 + D' L r^2 - G L r s}{K R - H L}. \text{ Mais (à cause de } c^2 = r^2 - s^2,$$

$$\& \text{ de } h^2 = r^2 - g^2) \text{ l'équation } c h = \frac{I r^2 - R c g}{L} \text{ se transforme}$$

$$\text{en la suivante } (I r^2 - R c g)^2 - r^4 L^2 + r^2 L^2 s^2 + L^2 c^2 g^2 = 0;$$

$$\text{d'ailleurs si l'on suppose } K R - H L = M r, \quad I K + D' L = N r,$$

$$\text{l'équation } c g = \frac{I K r^2 + D' L r^2 - G L r s}{K R - H L} \text{ deviendra}$$

$$M c g - N r^2 + G L s = 0; \text{ donc}$$

$$(G L r s + M I r^2 - N R r^2)^2 - r^4 L^2 M^2 + r^2 L^2 M^2 s^2 + L^2 \times (N r^2 - G L s)^2 = 0;$$

ou (à cause de $MIr^2 - NRr^2 = -HILr - D'LRr$)
 $(GRs - HILr - D'LRr)^2 - r^4 M^2 + r^2 M^2 s^2 + N^2 r^4 - 2r^2 GLNs + G^2 L^2 s^2 = 0$.

Soit enfin

$$Q = \frac{HI}{r} + \frac{D'R}{r}; \quad T = \frac{G^2 R^2}{r^3} + \frac{G^2 L^2}{r^3} + \frac{M^2}{r};$$

$$P = \frac{GQR}{rT} + \frac{GLN}{rT}; \quad V = \frac{N^2}{T} + \frac{Q^2}{T} - \frac{M^2}{T};$$

on aura $s^2 - 2Ps + rV = 0$.

Lorsque, par le moyen de l'équation précédente, la latitude du lieu qui satisfait à la question proposée, sera déterminée, on connoîtra l'heure que l'on compte dans le lieu par le moyen des équations $g = \frac{Nr^2 - GLs}{Mc}$, $h = \frac{Ir^2}{cL} - \frac{Rg}{L}$.

Il est évident qu'il n'y a qu'un seul angle horaire correspondant à chaque valeur de la latitude; en effet le sinus & le cosinus de cet angle sont déterminés chacun par une équation particulière. Lors donc que la valeur de g sera connue, il ne sera pas nécessaire de faire le calcul en entier pour déterminer la valeur de h ; il suffira de voir quel sera le signe de cette valeur, afin de choisir celui des deux angles horaires qui ayant g pour sinus, satisfait au problème.

Si l'on doutoit qu'à l'heure déterminée par les formules précédentes, le Soleil fût levé dans le lieu pour lequel on calcule, on s'en assureroit (2.^e Mémoire, §. 36) par le moyen

Année 1764

de l'équation

$$h = - \frac{pr^2 s}{cpg}.$$

(109.) Après avoir déterminé la latitude du lieu correspondante à un angle donné de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative, & l'heure que l'on compte dans ce lieu à l'instant du phénomène, on se rappellera que si l'on suppose

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\phi}{r^2} + \frac{cgs\phi\omega}{r^3} + \frac{chps\phi}{r^4};$$

$$E = \xi - \frac{p^2\pi}{r^2} - \frac{cpg h \pi}{r^4} - \frac{\gamma b^2 \pi}{3600^2 r};$$

$m =$ cosinus de l'angle de la ligne des centres, à l'instant de la plus grande phase, avec la perpendiculaire à l'orbite relative;

F f ij

Année 1765. on a (3.^e Mémoire, §. 58)

$$\lambda = \frac{A \zeta \pi}{m E}.$$

On connoîtra donc la plus courte distance des centres observés dans le lieu à l'heure assignée.

Quant à la détermination de la longitude du lieu, elle n'a aucune difficulté (3.^e Mémoire, article VI), puisque l'on connoît l'instant physique du phénomène & l'heure que l'on compte dans le lieu.

(110.) On ne trouve dans les formules précédentes, de quantités nouvelles que λ , m , μ & b . λ est l'expression de la tangente de la distance des centres, μ est la tangente & m le cosinus de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune, à l'instant de la plus grande phase, avec la perpendiculaire à l'orbite relative. Dans toutes les recherches, on regardera toujours m comme positive : quant aux valeurs λ , μ & b , elles peuvent être positives & négatives.

b est positif si l'instant donné est après la conjonction.

b est négatif si l'instant donné est avant la conjonction.

λ positif indique une phase boréale.

λ négatif indique une phase australe,

Fig. 1. Si λ & μ sont positifs, le centre de la Lune est vu dans l'angle *boréal suivant* du disque du Soleil.

Si λ & μ sont négatifs, le centre de la Lune est vu dans l'angle *austral suivant* du disque du Soleil.

Si λ est positif & μ négatif, le centre de la Lune est vu dans l'angle *boréal précédent* du disque du Soleil.

Si λ est négatif & μ positif, le centre de la Lune est vu dans l'angle *austral précédent* du disque du Soleil.

(111.) Lorsque l'on veut tracer rigoureusement sur la surface de notre globe, le lieu géométrique de tous les points de la Terre, qui observent leurs plus grandes phases respectives au même instant physique assigné; le moyen qu'indique l'analyse, est de supposer successivement différens angles de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune. Dans chaque cas

particulier, le calculateur prendra ces angles plus près ou plus éloignés entr'eux suivant qu'il voudra avoir des points de notre globe plus ou moins proches, & que l'instant pour lequel il calcule est plus ou moins éloigné de l'instant de la conjonction.

(112.) Pour récapituler en peu de mots ce qui vient d'être démontré :

Soit b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant physique assigné.

a la tangente de la distance des centres.

μ la tangente $\left\{ \begin{array}{l} \text{de l'angle de la ligne qui joint les centres du} \\ \text{Soleil & de la Lune, à l'instant de la plus grande} \\ m \text{ le cosinus } \left\{ \begin{array}{l} \text{phase, avec la perpendiculaire à l'orbite relative.} \end{array} \right. \end{array} \right.$

$$\begin{aligned}
 D' &= \frac{(D'1)}{\zeta p} - \frac{(D'2)}{3600\zeta p} - \frac{(D'3)}{\zeta p}, \quad G = \frac{(G1)}{p r} - \frac{(G2)}{p}, \quad H = \frac{(H1)}{r} + \varphi. \\
 K &= \frac{(K1)}{r^2} - \frac{(K2)}{r}, \quad R = \frac{(R1)}{r^2} + \frac{(R2)}{r}, \quad L = \frac{(L1)}{r} - \omega, \quad I = \frac{(I1)}{\zeta p}. \\
 M &= \frac{(M1)}{r} - \frac{(M2)}{r}, \quad N = \frac{(N1)}{r} + \frac{(N2)}{r}, \quad Q = \frac{(Q1)}{r} + \frac{(Q2)}{r}. \\
 T &= \frac{(T1)}{r^3} + \frac{(T2)}{r^3} + \frac{(T3)}{r}, \quad P = \frac{(P1)}{r T} + \frac{(P2)}{r T}, \quad V = \frac{(V1)}{T} + \frac{(V2)}{T} - \frac{(V3)}{T}. \\
 A &= \frac{(A1)}{\zeta} - \frac{(A2)}{r^2} + \frac{(A3)}{r^3} + \frac{(A4)}{r^4}. \\
 E &= \xi - \frac{(E1)}{r^2} - \frac{(E2)}{r^2} - \frac{(E3)}{r^2} - \frac{(E4)}{3600 r^2}.
 \end{aligned}$$

On aura

Pour déterminer la latitude du lieu,

$$s^2 - 2Ps + rV = 0.$$

Pour déterminer l'heure que l'on compte dans le lieu;

$$g = \frac{(g1)}{Nr^2} - \frac{(g2)}{Mc}, \quad h = \frac{(h1)}{cL} - \frac{(h2)}{L}.$$

Pour déterminer la phase que l'on observe,

$$\lambda = \frac{A\zeta\pi}{mE}.$$

(113.) Comme la présente question me paroît plus curieuse qu'utile, je me dispenserai de donner le type du calcul, qui d'ailleurs a beaucoup d'analogie avec celui du §. 41 de ce Mémoire.

(114.) On pourroit pousser ces recherches encore plus loin.

Étant donné un certain angle de la ligne des centres, correspondant à l'instant de la plus grande phase; on peut demander le dernier instant physique, & par une conséquence directe, le dernier lieu où cet angle puisse être observé sur la Terre.

Rien de plus simple que la solution du problème: en effet, de l'équation $s^2 - 2Ps + rV = 0$ du §. 108, on tire

$$s = P \pm \sqrt{P^2 - rV}.$$

Je remarque que les deux valeurs de s deviennent égales lorsque $P^2 - rV = 0$; d'un autre côté le cas d'égalité est le passage des valeurs réelles aux valeurs imaginaires; donc $P^2 - rV = 0$, est la dernière relation possible entre P & V , propre à donner des valeurs de s réelles.

Dans l'équation $P^2 - rV = 0$, si l'on substitue à P & à V , leurs valeurs tirées du §. 112, on aura

$$G^2 \times (RN - QL)^2 - G^2 M^2 R^2 - G^2 L^2 M^2 - M^2 r^2 + M^2 N^2 r^2 + M^2 Q^2 r^2 = 0.$$

Mais (§. 112)

$$Nr = IK + D'L, \quad Qr = HI + D'R, \quad Mr = KR - HL;$$

donc

$$RN - LQ = I \times \left(\frac{KR}{r} - \frac{HL}{r} \right) = MI;$$

l'équation $P^2 - rV = 0$, devient donc

$$G^2 I^2 - G^2 R^2 - G^2 L^2 - M^2 r^2 + N^2 r^2 + Q^2 r^2 = 0;$$

relation qui satisfait à la question proposée.

(115.) Puisque $Nr = IK + D'L$ & $Qr = HI + D'R$,

l'équation du *paragraphe précédent* peut être mise sous la forme suivante,

$$(DR + HI)^2 + (D'L + IK)^2 - M^2r^2 - G^2R^2 - G^2L^2 + G^2I^2 = 0.$$

Je remarque que puisque D' est la seule quantité qui renferme b , l'équation finale ne sera que du second degré par rapport à b ; on peut donc déterminer aisément le dernier instant physique, ou l'angle donné sera observé sur la Terre.

Si l'on conserve les valeurs de G, H, I, K, L, M, R du §. 112, & que l'on suppose de plus

$$T' = \frac{G^2I^2 + H^2I^2 + K^2I^2 - M^2r^2}{L^2r + R^2r} - \frac{G^2}{r},$$

$$P' = \frac{IKL + HIR}{L^2 + R^2};$$

on aura pour résoudre la question proposée,

$$D'^2 + 2D'P' + T'r = 0.$$

$$b = \frac{3600}{\pi} \times \left(\frac{\mu \downarrow I}{r^2} - \frac{D'\zeta p}{r^2} - \frac{\theta I}{r} \right).$$

(116.) Lorsque l'on aura déterminé par le moyen de l'équation du *paragraphe précédent*, le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'au premier ou au dernier instant physique, où il sera possible d'observer sur la terre un certain angle donné de la ligne des centres, correspondant à l'instant de la plus grande phase, il est sensible que la détermination de la latitude du lieu où cet angle sera observé, de la phase correspondante, & de l'heure que l'on comptera dans le lieu lors du phénomène, n'est qu'un cas particulier du §. 112. On connoîtra donc (3.^e *Mém. art. VI*) la longitude de ce lieu.

Année 1765.

On remarquera relativement à la solution, qu'à chaque valeur de b répondent toujours deux latitudes (§. 112). Pour chaque angle de la ligne des centres, on a (§. 115) une double valeur de b . Le problème a donc quatre solutions.

Je ne m'étendrai pas davantage sur cette dernière question, qui ainsi que la précédente, me paroît plus curieuse qu'utile.

(117.) De l'équation $D'^2 + 2D'P' + T'r = 0$,
on tire

$$D' = -P' \pm \sqrt{P'^2 - T'r};$$

$P'^2 - T'r = 0$ est donc la dernière relation possible entre P' & T' propre à donner des valeurs réelles de D' . Cette équation détermine donc l'angle de la ligne des centres correspondant au premier & au dernier instant où l'on puisse observer une plus grande phase sur la Terre, & conséquemment (§. 115) ce premier & ce dernier instant. Comme l'équation finale qui résulteroit de la substitution des valeurs de P' & de T' seroit d'un degré élevé, & que le problème est plus curieux qu'utile, je me contente d'en indiquer l'analyse.

(118.) On pourroit encore se proposer la question suivante:

Étant donné un angle quelconque de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite, correspondant à l'instant de la plus grande phase, on demande sous quelle latitude on peut observer cet angle à une certaine heure donnée.

Rien de plus simple que la solution de ce problème. Soit en effet

μ la tangente de l'angle donné de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite,

on aura

$$c = \frac{nr^2}{\zeta v} \times \frac{\mu r^4}{\mu p p \omega g + \mu \phi p r h + p \phi p r g - p \omega r^2 h}.$$

Il est aisé de voir que le problème a deux solutions, puisque c appartient à deux latitudes égales, l'une australe & l'autre boréale.

Il est superflu d'avertir que la solution seroit imaginaire, si la quantité c étoit plus grande que le rayon.





Pla III

Fig. 4.

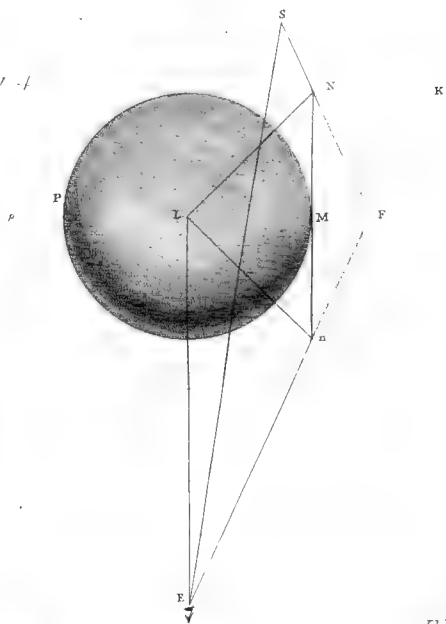
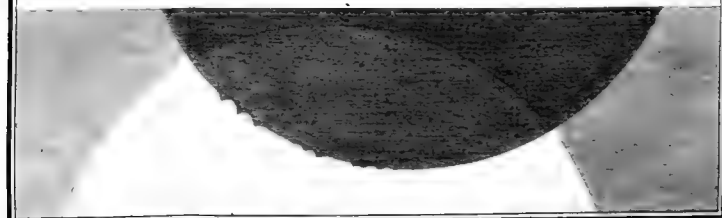


Fig. 5.





Pla II

Fig. 2.

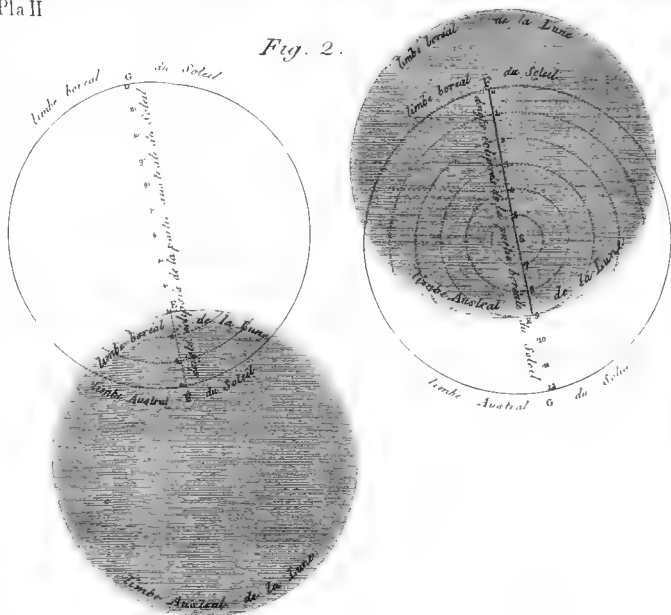
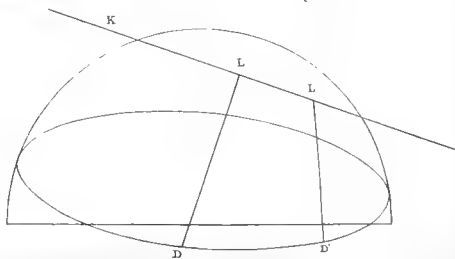


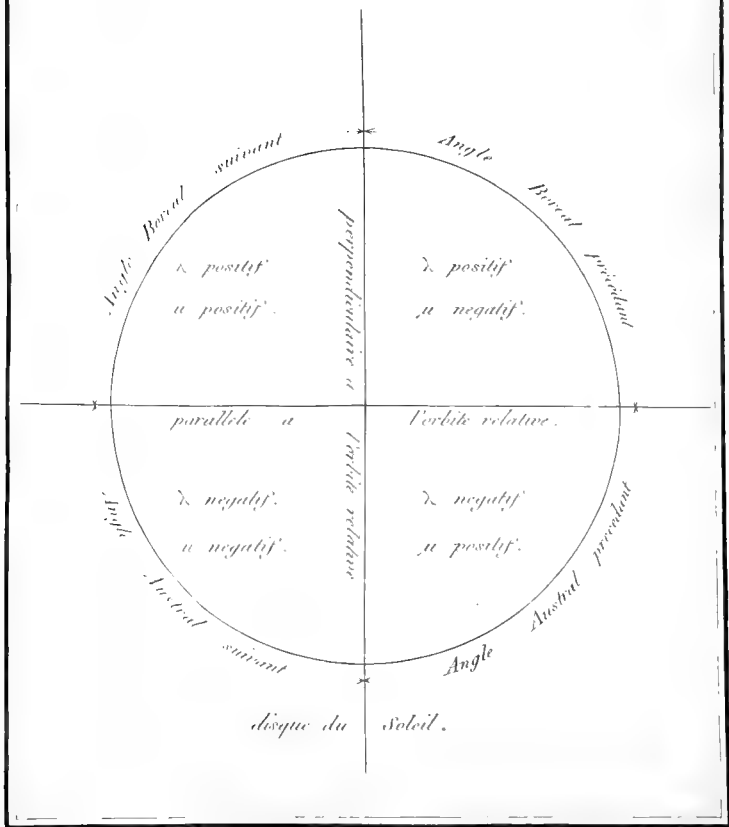
Fig 3





Pla. I

Fig. 1.



OBSERVATIONS

SUR LES SELS

QU'ON RETIRE DES CENDRES DES VÉGÉTAUX.

Par M. DU HAMEL.

IL y a dix-huit ou vingt ans, que je me propoſai d'examiner avec ſoin les ſels que je retirerois des cendres d'un aſſez grand nombre de différentes eſpèces de Plantes des environs de Denainvilliers en Gâtinois : on verra dans la ſuite de ce Mémoire que la poſition du lieu où ces plantes ont crû n'eſt pas une choſe indifférente. 9 Avril 1766.

Je faiſois ſécher à l'ombre les plantes dont j'avois intention de retirer des ſels, je les brûlois dans une tour de terre à creuſet qui avoit quatre ou cinq pieds de hauteur ſur neuf à dix pouces de diamètre, fourniffant de nouvelles plantes à meſure que celles qui étoient embrasées ſe conſumoient.

Quand il s'étoit rafſemblé au fond de ce fourneau une ſuffiſante quantité de cendres, je faiſois calciner ſéparément, dans un creuſet fort évaſé, celle qui venoit de chaque eſpèce de plante ; je leſſivois à l'ordinaire ces cendres ainſi calcinées, & procédant méthodiquement à la criſtalliſation des ſels, je mettois à part les criſtaux à meſure qu'ils ſe formoient.

Je ne rapporterai point ici le détail de ces expériences ; il ſuffira, pour l'objet que je me propoſe d'expoſer à l'Académie, de dire que preſque toutes ces cendres me fournirent plus ou moins de tartre vitriolé, quelques-unes un peu de ſel marin, pas le moindre veſtige de nitre, mais beaucoup de ſel alkali fixe de la nature du ſel de tartre ou du nitre fixé par les charbons, & point du tout du ſel alkali de la ſoude.

Je prie qu'on ſe rappelle ici la grande différence qu'il y a entre les deux ſels alkalis que je viens de nommer ; que le ſel de tartre ne ſe criſtalliſe point ; qu'il tombe en *deliquium* à l'air ; qu'il fait,

Mém. 1767.

. G g

avec l'acide du nitre, un nitre régénéré; avec celui du sel marin; le sel digestif de *Sylvius*; avec celui du vitriol, le tartre vitriolé; que le sel alkali de la soude se cristallise, qu'il ne tombe point en *deliquium*, qu'il se réduit même en farine lorsqu'il est exposé à l'air sec; qu'il fait, avec l'acide nitreux, un nitre quadrangulaire; avec l'acide marin, un vrai sel marin; & avec l'acide du vitriol, du sel de Glauber. Toutes ces choses sont très-connues: ainsi il suffit de les avoir rappelées fort en abrégé; mais ce à quoi il faut prêter une singulière attention, c'est aux différens produits des plantes qui viennent sur les bords de la mer & de celles qui croissent dans les provinces de l'intérieur du royaume.

J'ai déjà dit en gros, quels sont les sels que fournissent les plantes de nos provinces; c'est principalement du tartre vitriolé & un sel alkali de la nature de celui du tartre: dans les recherches qu'on a faites sur la soude qui nous vient des pays maritimes, on n'a point aperçu de tartre vitriolé, mais du sel marin & du sel de Glauber en assez grande quantité; & tout le sel alkali qui est resté après la cristallisation des sels moyens, étoit le vrai sel de soude ou la vraie base du sel marin qui se cristallise & qui ne tombe point en *deliquium*.

Cette différence dans les produits dépend-elle des organes des plantes qui ont modifié différemment les sucres qu'elles ont tiré de la terre; ou les différentes terres ont-elles fourni ici une substance & là une autre? Voilà deux idées fort différentes, chacune desquelles peut être soutenue d'expériences qui lui sont favorables. Si j'avois à prouver que la sève souffre des changemens très-singuliers, suivant l'organisation des plantes qui la reçoivent, je ferois remarquer qu'un chou & un pied d'estragon qui ont été plantés dans une même terre, ont des saveurs très-différentes, & qu'en toute sorte de terrain, chaque plante conserve la saveur & l'odeur qui lui sont propres; qu'une même espèce de pêcher écussonné sur un sauvageon-pêcher, sur un abricotier, sur un amandier ou sur un prunier, ne change point de nature; qu'une jeune orange qu'on greffe par la queue sur un citronnier, grossit & vient à maturité sans participer en aucune façon ni de l'odeur ni de la saveur du citronnier; enfin que les chênes, les amandiers, les marronniers.

d'inde, que j'ai élevés dans de l'eau très-claire & très-pure, ont donné, par l'analyse chimique, les mêmes principes que ceux de même espèce qui avoient été élevés dans la terre. Ces faits, & plusieurs autres que je pourrois encore rapporter, font apercevoir que la disposition organique des végétaux peut donner à la sève des modifications très-différentes.

Il ne faut cependant pas étendre trop ces idées, car les goûts de terroir que contractent les fruits & les légumes dans certaines terres, indiquent qu'il y a quelque chose du terrain qui passe dans les plantes sans souffrir d'altération considérable; & j'ai rapporté, dans mon Traité de la Physique des arbres, publié en 1758, beaucoup d'expériences qui prouvent qu'il y a des sucres qui conservent dans les végétaux, les uns leurs couleurs, & d'autres leur odeur. Kunckel a remarqué que le nitre étoit plus ou moins abondant dans les plantes de même genre, suivant que la terre où elles avoient pris leur accroissement étoit plus ou moins chargée de ce sel; de même j'ai dit, dans la Physique des arbres, que je croyois avoir remarqué que les plantes qui croissoient sur les masurettes & les vieilles murailles abondoient en sel de nitre, pendant que celles qui croissoient au bord de la mer, contenoient beaucoup de sel marin; que celles qui avoient été élevées dans des terres rouges & ferrugineuses, fournissoient beaucoup de sels vitrioliques : malheureusement, ai-je ajouté à l'endroit cité, *ces observations n'ont pas été exécutées sur la même espèce de plante élevée dans les différens terrains que je viens d'indiquer*. Depuis ce temps, je me proposois de faire cette expérience intéressante & de la suivre avec toute l'attention dont je serois capable; je me proposois d'examiner si une même espèce de plante, élevée au bord de la mer ou dans une province qui en seroit fort éloignée, fournirait des sels différens; une circonstance favorable s'est présentée l'année dernière, j'en ai profité; & le détail de mes opérations, ainsi que leurs résultats, fait la partie vraiment intéressante de ce Mémoire.

J'appris que M. Fontanne, Inspecteur des Manufactures du Poitou, s'étoit procuré de bonne graine de kali & qu'il se proposoit d'en faire un semis considérable sur les bords des marais salans, je priai M. Trudaine de Montigny de me procurer environ une

livre de la graine de ce même kali; l'ayant reçu à temps, comme je ne savois pas dans quelle terre cette plante réussiroit le mieux, j'en semai à Denainvilliers, où la terre est de bonne qualité pour produire du froment, mais un peu sèche; j'en fis semer aussi sur la rive de la forêt d'Orléans à Vrigny, où le terrain est un sable gras & substantieux qui retient assez l'humidité; on en sema encore au Monceau dans un potager qui est au bord de la rivière d'Essonne; enfin je priai M. le Président de Malesherbes d'en faire semer dans son potager, qui est peu élevé au-dessus de la même rivière & dont la terre est fort bonne & légère. Le kali est bien venu dans ces différens terrains, sur-tout à Denainvilliers où les plantes avoient près de deux pieds & demi de hauteur; il est vrai que comme l'année 1765 a été fort sèche, on arrosoit des temps en temps les planches où l'on avoit semé le kali.

Ve. le 20 Septembre, je fis arracher toutes ces plantes & je les fis étendre dans une Orangerie, afin de les dessécher assez pour les pouvoir brûler; mais cette plante, grasse de sa nature, se dessèche difficilement; & comme le 12 Octobre il falloit mettre les orangers en serre, je fus obligé de la brûler, quoiqu'elle fût encore fort humide. Pour y parvenir, je fis rougir un grand fourneau de terre à creuset, en mettant dedans & dessous du charbon allumé; quand le fourneau fut rouge, j'ôtai le charbon qui étoit dans le fourneau, & je continuai à faire du feu dessous; au moyen de ces précautions, je parvins à brûler & à réduire en cendres environ deux cents livres de kali; les cendres s'étoient tellement endurcies au fond du fourneau, que je fus obligé de les en détacher à force, ce qui me paroissoit annoncer que j'aurois un sel de soude semblable à celui que cette plante fournit au bord de la mer, car on sait que la soude nous vient en masses fort dures; mais au bout de quelques jours, m'étant aperçu qu'elles aspiraient un peu d'humidité de l'air, je soupçonnai que ces cendres contenoient encore quelque chose de gras, ce qui me détermina à les faire calciner; ensuite je les lessivai avec de l'eau bouillante; je filtrai la lessive & je la fis évaporer sur un bain de sable dans des terrines de grès vernissées; la liqueur s'étant troublée, je la filtrai de nouveau, & il me resta sur le filtre une terre séléniteuse;

j'évaporai encore cette liqueur filtrée, & n'ayant pu parvenir à avoir aucuns cristaux, j'évaporai jusqu'à siccité la liqueur qui étoit très-chargée de sel : j'obtins ainsi une masse d'un sel assez blanc, mais qui se chargeant de l'humidité de l'air, tomboit en *deliquium*. Alors j'inclinai sur de grandes terrines de grès vernissées les capsules qui contenoient ce sel, pour ôter tout ce que l'humidité de l'air faisoit fondre, dans la vue d'examiner ensuite ce qui resteroit de salin, soupçonnant que ce seroit quelques sels moyens; je versois même de temps en temps sur ce sel de l'eau froide pour emporter le sel le plus fusible & avancer l'opération, qui dura néanmoins jusqu'au commencement du mois de Décembre, la masse saline perdant toujours de son volume. Ensuite, dans la vue de connoître de quelle nature étoit le sel qui tomboit en *deliquium*, je versai dessus de l'huile de vitriol, & j'eus un beau tartre vitriolé avec un peu de sélénite; ce sel alkali déliquescent étoit donc de la nature de celui du tartre & tout-à-fait semblable à celui que m'avoient fourni les plantes de nos environs : je crus alors la question décidée; car il me paroissoit bien prouvé que les plantes se chargeoient des sels qui étoient dans la terre où on les élevoit. Je fus encore confirmé dans cette idée en examinant de la soude que M. Fontanne avoit semée & brûlée au bord des marais salans, & qu'il avoit envoyée à M. Trudaine de Montigny. Il est bon de remarquer que le kali de M. Fontanne étoit de la même graine qu'il m'avoit envoyée : or la soude de M. Fontanne ne m'a pas donné le moindre vestige d'alkali de la nature du sel de tartre, mais beaucoup de vrai sel de soude & un peu de sel de Glauber. Voici le détail de cette opération, qui a donné les mêmes résultats que toutes les bonnes soutes que j'ai examinées.

La lessive de la soude étant filtrée étoit verdâtre, en la rapprochant par l'évaporation elle se troubla; on la filtra de nouveau, il resta sur le filtre une terre bleue, c'étoit du bleu de Prusse & une matière blanchâtre, brillante & feuilletée: cette substance séléniteuse étoit mêlée d'un peu de sel marin qui décrépitait sur la pelle rougie au feu. Ayant encore rapproché cette dissolution, elle se troubla de nouveau & fournit les mêmes substances qu'on en avoit obtenues en premier lieu; enfin ayant encore continué

l'évaporation, il se cristallisa un peu de sel de Glauber, du sel marin & beaucoup du sel alkali de la soude, qui fournit, avec l'acide vitriolique, du sel de Glauber; la soude de M. Fontanne peut donc être regardée comme aussi parfaite que celle d'Alicante, & elle ne donne pas le moindre vestige du sel alkali de la nature du sel de tartre.

Comme il n'y avoit de différence entre mes cendres & celles que j'avois reçues de M. Fontanne que la seule circonstance que le kali de M. Fontanne avoit été semé & avoit crû au bord de la mer, au lieu que le mien avoit été élevé dans une province qui en est fort éloignée; je me croyois en droit de conclure de ce que mon sel étoit tombé en *deliquium* & avoit fourni du tartre vitriolé, que les plantes contenoient des sels différens suivant la nature des terres où on les avoit élevées: cependant il me restoit à examiner la portion de sel qui n'étoit point tombée en *deliquium*, & que je jugeois être presqu'entièrement formée par quelques sels moyens: cette masse saline fut entièrement dissoute dans l'eau froide & il ne resta sur le filtre qu'une très-petite quantité de terre: ayant concentré la liqueur par une évaporation ménagée il se forma au fond de beaux cristaux de sel alkali de la soude, qui ont formé avec l'acide vitriolique, du sel de Glauber.

Ayant continué l'évaporation il se forma encore des cristaux, mais moins beaux que les premiers, ils étoient empreints d'une eau-mère qui étoit jaunâtre, & qui les a empêché de se dessécher parfaitement, parce qu'elle contenoit un sel fort gras de la nature du sel de tartre.

On voit par ces expériences, que la soude qui a été élevée dans les terres fort éloignées de la mer, tient en quelque façon le milieu entre les plantes naturelles de nos provinces & celles qui sont maritimes, puisque nous avons trouvé dans les cendres du kali que nous avons élevé dans nos provinces, & le sel alkali de la soude & celui qui est de la nature du sel de tartre; d'où je crois qu'on peut conclure que le terrain & les plantes elles-mêmes peuvent concourir à la formation des différens sels qu'on trouve dans les cendres des végétaux.

Ce fait me paroît si singulier que quoique mon expérience ait

été fait avec soin, je me propose de la répéter si M. Trudaine de Montigny peut encore me procurer de la graine de kali, d'autant que j'ai des vues qui pourront rendre ces expériences de plus en plus intéressantes: mais en attendant que ce point de Physique soit confirmé par une nouvelle expérience, il suit de celle que je viens de rapporter, que le kali vient très-bien dans l'intérieur du royaume, & quoique la soude soit un peu différente de celle que fournit cette plante au bord de la mer, elle est très-alkaline & pourra être employée très-utilement dans les blanchisseries & les savonneries.

SUITE DES EXPÉRIENCES SUR LES SELS

QU'ON PEUT RETIRER DES LESSIVES DU KALI.

Par M. DU HAMEL.

DANS le Mémoire ci-dessus sur les sels qu'on retire de la lessive du kali, j'ai prouvé que cette plante, quand elle est cultivée au bord de la mer, fournit, par l'incinération, du sel alkali de la nature de la base du sel marin & un peu de sel marin; & de plus, que quand elle a été cultivée dans des terres éloignées de la mer, elle donne, outre les deux sels dont je viens de parler, du tartre vitriolé & un sel alkali de la nature du sel de tartre. Mais je me suis engagé de semer dans nos jardins la graine que j'avois recueillie de ma soude, non-seulement pour constater ce que j'avois avancé dans mon Mémoire, mais encore pour connoître si la quantité du sel de soude & du sel marin diminueroit en cultivant pendant plusieurs années le kali loin de la mer.

29 Juillet
1767.

En conséquence, j'ai semé de la graine que j'avois recueillie dans nos jardins; la plante étant parvenue à sa maturité, je l'ai étendue dans un grenier sur des draps pour la faire sécher, au moins en partie; car cette plante est grasse, & on a bien de la peine à la dessécher complètement: quand je l'ai jugée assez sèche pour être brûlée, j'ai fait rougir un fourneau de terre à creuset,

& j'y ai fait brûler mes plantes de kali, j'ai ensuite fait calciner leurs cendres dans un creuset ouvert, j'en ai fait la lessive & je l'ai évaporée jusqu'à ce qu'il commencât à se former des cristaux; alors étant sur le point de revenir à Paris, j'y apportai cette lessive dans des bouteilles de verre; & comme mon laboratoire est à la campagne, M. Cadet a bien voulu se charger de suivre la cristallisation de cette lessive: voici quels ont été les produits de 8 onces de cette liqueur.

Première cristallisation. Un gros huit grains de tartre vitriolé; ce qui indique déjà la présence d'un sel alkali de la nature de celui du tartre.

Seconde cristallisation. Une once de sel de soude.

Troisième cristallisation. Deux gros de sel marin: ces deux dernières cristallisations ont donc fourni les mêmes sels que fournit le kali qu'on a cultivé au bord de la mer.

Il est resté une liqueur ou une eau-mère qui étoit incapable de fournir des cristaux. Pour nous assurer quelle étoit sa nature, nous l'avons saturée avec de l'acide vitriolique, & nous en avons obtenu une once un gros quatre grains de beau tartre vitriolé, pas un atome de sel de Glauber: ceci joint à la première cristallisation établit très-bien que cette eau-mère contenoit un sel alkali de la nature de celui du tartre, & point du tout de sel de la nature de la base du sel marin.

Les expériences faites sur la soude cultivée en 1766, s'accordent donc à merveille avec celles que j'avois faites sur la soude cultivée en 1765; il paroît même que la quantité de l'alkali de la nature de celui du tartre, a été plus abondant dans nos nouvelles expériences que dans les précédentes, dont les résultats sont confirmés par celles dont nous rendons compte à l'Académie: mais une observation qu'il est très-à-propos de ne pas omettre, est qu'en faisant le tartre vitriolé avec notre eau-mère & l'acide vitriolique, il s'est précipité vingt-quatre grains d'un sel soyeux argentin insipide & insoluble dans l'eau, très-sensible, au moins à la vue, au sel acéteux mercuriel.



*OBSERVATIONS
DE LA COMÈTE DE 1759,
ET RÉFLEXIONS
SUR LE RETOUR DES COMÈTES.*

Par M. CASSINI DE THURY.

LES préparatifs que les Astronomes avoient faits pour observer 3 Septembre
cette Comète, qui devoit reparoitre pour la quatrième fois, 1766.
sembloient annoncer des observations si exactes & si multipliées,
que je m'étois cru dispensé de publier celles que j'avois faites à
l'Observatoire, & que je savois devoir peu différer de celles de
M. Maraldi, faites dans le même lieu; mais lorsque j'ai parcouru
le volume de 1759, qui vient de paroître, & où l'on a exposé
les Observations qui ont été communiquées de toutes parts à
l'Académie, j'ai été si étonné des différences que j'ai remarquées
entre les résultats des observations de M. Maraldi & de celles
des autres Astronomes, que j'ai cru que pour tirer le Public de
l'embarras du choix, il seroit avantageux de lui exposer les obser-
vations que j'ai faites dans mon particulier, tous les jours que le
temps a permis de voir la Comète.

Je dois d'abord faire remarquer qu'excepté les premiers jours
du mois de Mai, où cette Comète a reparu avec éclat, elle
devint ensuite si confuse & si foible, qu'il falloit beaucoup d'at-
tention & d'habitude à observer pour bien estimer le temps de
son passage par les réticules; c'est ce qui nous a engagés à répéter
plusieurs fois les observations, pour être en état de choisir celles
où la Comète paroissoit plus distinctement.

J'aurois pu observer le 1.^{er} Mai le passage de la Comète
au méridien, sans les nuages qui couvroient cette partie du ciel;
je ne découvris la Comète que 22 minutes après son passage au
méridien, qui devoit arriver à 8^h 3': mais pour suppléer à cette

Mém. 1767.

. H h

observation, j'ai fait celle du passage au méridien des étoiles auxquelles j'ai comparé la Comète; ainsi il ne peut y avoir d'incertitude sur la 1.^{re} observation, que quelques Astronomes ont fait entrer dans le nombre de celles choisies pour calculer les élémens de l'orbite de cette Comète.

I.^{re}
Observation.

Le 1.^{er} Mai à 9^h 4', j'ai comparé la Comète à une Étoile de l'Hydre femelle, qui passoit au méridien 40' 46", à ma pendule réglée sur le moyen mouvement avant y de l'Hydre, & dont la hauteur méridienne fut observée de 15^d 25' 30", la Comète précédoit cette Étoile de 45' 4" de temps; & en supposant l'ascension droite de l'Étoile de 186^d 15' 20", on trouve celle de la Comète de 159^d 55' 1".

La Comète étoit plus septentrionale de 4' 45" de degré que l'Étoile, dont la déclinaison déduite de la hauteur méridienne étoit de 25^d 47' 47": donc la déclinaison de la Comète étoit de 25^d 43' 2".

Cette observation, que M. de la Lande a employée pour déterminer les élémens de l'orbite de la Comète, a été faite à Greenwich par M. Bradley à 8^h 54'; mais le résultat est si différent de celui que je viens de rapporter, que je soupçonne une faute de copie dans celle qui a été envoyée à M. de la Lande, ou d'impression dans le Mémoire de M. de la Lande; on lit: *que l'ascension droite de la Comète étoit de 15^d 55'*; il y a certainement un 9 d'oublié, & il faut lire 159^d 55'; ce qui s'accorde à notre observation: mais par rapport à la déclinaison que M. Bradley a trouvée de 25^d 52', je crois que c'est une faute de copie, & qu'il faut lire 25^d 42', ce qui s'accorde avec les observations de plusieurs Astronomes; cependant M. de la Lande, en supposant cette observation exacte, a trouvé

La longitude de la Comète de.....	5 ^r 22 ^d 36' 20"
que nous trouvons plus petite de 4' 54"; de...	5. 22. 31. 26
Et la latitude de.....	31. 23. 7
que nous avons trouvée plus petite de 9' 59"; de...	31. 24. 8.

C'est cependant sur cette observation que M. de la Lande a fondé sa théorie; il étoit donc important de la vérifier.

M. Messier, qui a observé le même jour que nous la Comète, a déterminé à $9^h 27'$ son ascension droite de $159^d 51' 20''$; il est vrai que c'est à une heure un peu différente, mais le mouvement de la Comète étoit si lent, que la différence ne peut aller à $3' 41''$, qui est celle que l'on remarque entre l'observation de M. Messier & la nôtre.

Mais il a trouvé la déclinaison de $25^d 43' 6''$, différente seulement de 4 secondes de la mienne, ce qui semble ne laisser aucun doute qu'il y a une erreur de 10 minutes dans la déclinaison déterminée par M. Bradley, en supposant la copie exacte.

Le 3 Mai à $9^h 2'$, j'ai comparé la Comète à une étoile de l'Hydre, dont j'ai déterminé l'ascension droite de $160^d 26' 17''$, & la déclinaison de $18^d 50' 10''$; la Comète précédoit cette Étoile de $11' 59\frac{1}{2}''$, & étoit plus méridionale de $44' 46''$: donc l'ascension droite de la Comète étoit de $157^d 26' 17''$, & sa déclinaison de $19^d 34' 56''$.

II.^{me}
Observation.

Le P. Hell, qui a fait la même observation à Vienne, a déterminé l'ascension droite de la Comète de $157^d 28' 50''$, & la déclinaison de $19^d 31' 50''$; cette détermination diffère beaucoup de la mienne, qui s'accorde avec celle de M. Maraldi, ayant égard à une faute d'impression; car il faut lire $19^d 35' 37''$, au lieu de $19^d 38' 17''$, puisque $21' 54''$ ajoutées à $19^d 13' 43''$, donnent $19^d 35' 37''$.

Voy. *Mém. de l'Acad.* 1759, p. 281.

M. de Mairan a communiqué à l'Académie les observations faites à la Haie par M. Gabry, Correspondant, qui a déterminé la position de la Comète le 3 Mai; sa longitude de..... $5^h 17^d 21'$
que M. Maraldi a trouvée de..... $5. 17. 15$

La latitude de..... $27. 21$
que M. Maraldi a trouvée de..... $26. 51.$

Cette différence d'un demi-degré dans la latitude, prouve que la détermination de M. Gabry n'a été faite que par des observations grossières, par des alignemens, ou par estime, de la manière qu'on observoit autrefois les Comètes.

Le 5 Mai à $9^h 10'$, j'ai comparé la Comète à l'étoile μ de l'Hydre, dont j'avois déterminé l'ascension droite de $153^d 36' 38''$, & la déclinaison de $15^d 36' 42''$; la Comète précédoit cette

III.^{me}
Observation.

Étoile de $9^{\circ} 29''$, & étoit plus septentrionale de $4^{\circ} 15''$: donc l'ascension droite de la Comète étoit de $155^{\text{d}} 59' 23''$, & la déclinaison de $15^{\text{d}} 32' 27''$.

IV.^{me}
Observation.

Le 6 Mai à $10^{\text{h}} 12'$, j'ai comparé la Comète à deux Étoiles différentes, 1.^o à l'étoile γ de l'Hydre, qu'elle précédoit de $15' 53''$; 2.^o à l'étoile δ de la Coupe, qu'elle précédoit de $45' 12''$; en supposant l'ascension droite de la première Étoile de $159^{\text{d}} 26' 10''$, & celle de la seconde de $166^{\text{d}} 49' 15''$, on trouve l'ascension droite de la Comète par la première de $155^{\text{d}} 27' 16''$, & par la seconde de $155^{\text{d}} 29' 25''$.

La Comète étoit plus méridionale que l'étoile δ de $28' 13''$; donc la déclinaison de la Comète étoit de $13^{\text{d}} 56' 35''$.

M. Gabry a déterminé la longitude de la Comète de...	$5^{\text{f}} 12^{\text{d}} 51'$
M. Maraldi.....	$5. 12. 49$
La latitude.....	$23. 11$
M. Maraldi.....	$22. 26$
Moindre de.....	$0. 45.$

V.^{me}
Observation.

Le 7 Mai à $10^{\text{h}} 45'$, j'ai comparé la Comète à la même étoile δ de la Coupe, qu'elle précédoit de $46' 48''$, dont j'ai déduit son ascension droite de $155^{\text{d}} 5' 21''$.

La Comète étoit plus septentrionale que l'étoile de $46' 36''$; donc sa déclinaison étoit de $12^{\text{d}} 41' 41''$.

M. Gabry a déterminé la longitude de.....	$5^{\text{f}} 11^{\text{d}} 59'$
que M. Maraldi a trouvée de.....	$11. 54$
La latitude de.....	$21. 1$
que M. Maraldi a trouvée de.....	$21. 25,$

VI.^{me}
Observation.

Le 8 Mai à $9^{\text{h}} 2'$, j'ai comparé la Comète à une Étoile dont l'ascension droite étoit de $154^{\text{d}} 48' 35''$, & la déclinaison de $13^{\text{d}} 21' 17''$, la Comète passoit au fil horaire dans le même temps que l'Étoile; donc l'ascension droite de la Comète étoit de $154^{\text{d}} 48' 35''$; mais la Comète étoit plus septentrionale de $40' 0''$: donc la déclinaison de la Comète étoit de $11^{\text{d}} 41' 17''$.

VII.^{me}
Observation.

Le 9 Mai, j'ai comparé la Comète aux étoiles γ & δ de la Coupe, la Comète précédoit γ de $1^{\text{h}} 8' 0''$, & δ de $48' 55''$;

en supposant l'ascension droite de γ de la Coupe de $17^{\text{h}} 1^{\text{d}} 36' 17''$, on trouve l'ascension droite de la Comète par γ de la Coupe de $157^{\text{d}} 33' 29''$, & par δ de $157^{\text{d}} 33' 30''$ à $9^{\text{h}} 13'$.

La différence de déclinaison entre l'étoile γ & la Comète, a été trouvée de $1^{\text{d}} 10' 21''$, & en supposant la déclinaison de γ de la Coupe de $11^{\text{d}} 52' 30''$, on trouve celle de la Comète de $10^{\text{d}} 42' 9''$.

Le 12 Mai, cette observation étoit importante pour déterminer directement l'inclinaison du plan de l'orbite de la Comète, qui, selon la remarque de M. de la Caille, ne diffère pas sensiblement de la latitude observée.

VIII.^{me}
Observation.

A $9^{\text{h}} 32'$, j'ai comparé la Comète à l'étoile θ de la Coupe que la Comète précédoit de $1^{\text{h}} 8' 20''$; en supposant l'ascension droite de l'Étoile de $17^{\text{h}} 1^{\text{d}} 6' 27''$, on trouve celle de la Comète de $153^{\text{d}} 48' 47''$.

La Comète étoit plus méridionale que l'Étoile de $7' 45''$; en supposant la déclinaison de l'Étoile de $8^{\text{d}} 28' 17''$, on trouve celle de la Comète de $8^{\text{d}} 36' 2''$.

J'ai répété cette observation à $10^{\text{h}} 49'$, la Comète paroissant moins distinctement, parce qu'elle étoit dans les vapeurs de l'horizon, elle précédoit la même Étoile de $1^{\text{h}} 8' 18''$; mais la différence de déclinaison fut trouvée de $5' 17''$, ce qui donneroit la déclinaison de la Comète de $8^{\text{d}} 33' 34''$; j'ai comparé la Comète à l'étoile α de l'Hydre, mais elle passoit à la pointe du réticule, ce qui rend les observations imparfaites.

Le 13 Mai à $9^{\text{h}} 32'$, j'ai comparé la Comète à une Étoile dont j'ai déterminé l'ascension droite de $154^{\text{d}} 44' 0''$, & la déclinaison de $6^{\text{d}} 24' 40''$, la Comète étoit plus orientale que l'Étoile de $51' 0''$, & plus méridionale de $1^{\text{d}} 41' 31''$; d'où j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 53' 0''$, & la déclinaison de $8^{\text{d}} 6' 11''$.

IX.^{me}
Observation.

Je ne dissimulerai pas que par d'autres observations faites plus tard, on a trouvé l'ascension droite de la Comète de $154^{\text{d}} 1' 0''$, & la déclinaison de $8^{\text{d}} 11' 20''$, mais j'ai soupçonné que l'on avoit touché à la lunette.

Le 14 Mai à $9^{\text{h}} 45'$, j'ai comparé la Comète à la même

X.^{me}
Observation.

Étoile que la veille & à une autre Étoile qui précédoit la Comète de $\text{---} 1' 26''$, j'ai déterminé l'ascension droite de cette Étoile de $153^{\text{d}} 26' 33''$, & sa déclinaison de $5^{\text{d}} 50' 24''$: c'est à cette même Étoile que la Comète a toujours été comparée les jours suivans, ce qui étoit nécessaire pour bien déterminer son mouvement diurne qui n'étoit que de quelques secondes de temps. Il y avoit à craindre que si l'on eût employé tous les jours, différentes Étoiles, la plus petite erreur dans la position de ces Étoiles ne fût plus grande que la quantité du mouvement de la Comète, j'ai trouvé par cette Étoile l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 48' 3''$; la Comète étoit plus méridionale que l'Étoile de $1^{\text{d}} 8' 27''$, & par conséquent sa déclinaison étoit de $7^{\text{d}} 33' 7''$: il y a une faute d'impression dans le Mémoire de M. Maraldi, il faut lire $7^{\text{d}} 30' 22''$, au lieu de $7^{\text{d}} 38' 22''$,

XI.^{me}
Observation.

Le 15 Mai à $9^{\text{h}} 38'$, la Comète a été comparée à la même Étoile que la veille, qui précédoit la Comète de $1' 13''$; d'où l'on a déduit l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 44' 48''$.

La Comète étoit plus méridionale que l'Étoile de $1^{\text{d}} 15' 36''$, & avoit alors $7^{\text{d}} 6' 0''$ de déclinaison méridionale.

Le P. Hell a déterminé le même jour, à Vienne, l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 41' 35''$, & la déclinaison de $7^{\text{d}} 8' 13''$.

XII.^{me}
Observation.

Le 16 Mai à $9^{\text{h}} 5'$, nous avons comparé la Comète à la même Étoile qui la précédoit de $1' 4''$; d'où j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 42' 33''$.

La Comète étoit plus méridionale que l'Étoile de $51' 16''$; donc la déclinaison de la Comète étoit de $6^{\text{d}} 41' 40''$.

Les PP. le Sueur & Jacquier, ont déterminé à Rome l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 44' 28''$, & la déclinaison de $6^{\text{d}} 41' 0''$.

XIII.^{me}
Observation.

Le 17 Mai à $8^{\text{h}} 8'$, la même Étoile précédoit la Comète de $58'' \frac{1}{2}$, & étoit plus septentrionale que la Comète de $30' 11''$; d'où j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 41' 12''$; & sa déclinaison de $6^{\text{d}} 20' 35''$.

Les mêmes Pères ont déterminé à Rome à $9^{\text{h}} 44'$ l'ascension

droite de la Comète de $153^{\text{d}} 43' 28''$, & la déclinaison de $6^{\text{d}} 24' 33''$, plus grande de $4'$ que selon nos observations.

Le 18 Mai, la même Étoile précédoit la Comète de $51'' \frac{1}{2}$, & étoit plus septentrionale de $11' 10''$; d'où j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 39' 25''$, & la déclinaison de $6^{\text{d}} 1' 34''$ pour $9^{\text{h}} 20'$.

XIV.^{me}
Observation.

Le 19 Mai à $9^{\text{h}} 42'$, la même Étoile précédoit la Comète de $48'' \frac{1}{2}$, & étoit plus méridionale que la Comète de $6' 31''$; donc l'ascension droite de la Comète étoit de $153^{\text{d}} 38' 40''$, & la déclinaison de $5^{\text{d}} 43' 53''$.

XV.^{me}
Observation.

Le P. Hell a déterminé le même jour l'ascension droite de la Comète de $150^{\text{d}} 39' 12''$, & la déclinaison de $5^{\text{d}} 45' 33''$.

Le 20 Mai à $9^{\text{h}} 38'$, l'Étoile précédoit la Comète de $53''$, & étoit plus méridionale de $23' 30''$; donc l'ascension droite de la Comète étoit de $153^{\text{d}} 39' 48''$, & la déclinaison de $5^{\text{d}} 26' 54''$.

XVI.^{me}
Observation.

Le P. Hell a déterminé à Vienne l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 39' 12''$, & la déclinaison de $5^{\text{d}} 29' 9''$.

Le 21 Mai à $9' 53'$, l'Étoile précédoit la Comète de $55''$, & étoit plus méridionale de $37' 51''$; donc l'ascension droite de la Comète $153^{\text{d}} 40' 18''$, & la déclinaison de $5^{\text{d}} 12' 33''$.

XVII.^{me}
Observation.

Le P. Hell a déterminé à Vienne l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 39' 27''$, & la déclinaison de $5^{\text{d}} 12' 36''$.

Cette observation est une des trois que M. de la Lande a employées pour calculer les élémens de l'orbite; il a supposé pour $9^{\text{h}} 42'$ la longitude de la Comète de $5^{\text{h}} 7^{\text{d}} 31' 52''$, & la latitude de $15^{\text{d}} 3' 20''$, plus grande de $3' 20''$, que M. Maraldi.

Le 22 Mai à $9^{\text{h}} 40'$, la même Étoile précédoit la Comète de $1' 2''$, & étoit plus méridionale de $51' 11''$; donc l'ascension droite de la Comète étoit de $153^{\text{d}} 42' 3''$, & la déclinaison de $4^{\text{d}} 58' 13''$.

XVIII.^{me}
Observation.

Le P. Hell a déterminé à Vienne l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 42' 33''$, & la déclinaison de $5^{\text{d}} 2' 1''$.

Le 23 Mai à $9^{\text{h}} 23'$, l'Étoile précédoit la Comète de $1' 7''$, & étoit plus méridionale de $1^{\text{d}} 3' 49''$; d'où j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 43' 3''$, & la déclinaison de $4^{\text{d}} 46' 35''$.

XIX.^{me}
Observation.

XX.^{me}
Observation.

Le 24 Mai à 9^h 31', l'Étoile précédoit la Comète de 1' 19" $\frac{1}{2}$; & étoit plus méridionale de 1^d 14' 34"; donc l'ascension droite de la Comète étoit de 153^d 46' 35", & la déclinaison de 4^d 35' 50".

XXI.^{me}
Observation.

Le 25 Mai à 10^h 4', l'Étoile précédoit la Comète de 1' 35", & étoit plus méridionale de 1^d 23' 31"; donc l'ascension droite de la Comète étoit de 153^d 50' 18", & la déclinaison de 4^d 26' 53".

Le P. Hell a déterminé à Vienne l'ascension droite de la Comète de 153^d 49' 45", & la déclinaison de 4^d 29' 7".

XXII.^{me}
Observation.

Le 26 Mai à 10^h 2', l'Étoile précédoit la Comète de 1' 41", & étoit plus méridionale de 1^d 38' 18"; donc l'ascension droite de la Comète étoit de 153^d 53' 15", & la déclinaison de 4^d 12' 6".

XXIII.^{me}
Observation.

Le 27 Mai à 10^h 21', l'Étoile précédoit la Comète de 1' 56" $\frac{1}{2}$, & étoit plus méridionale de 1^d 41' 51"; d'où j'ai déduit l'ascension droite de la Comète de 153^d 55' 40", & la déclinaison de 4^d 8' 33".

L'on a comparé la Comète à une autre Étoile, dont l'ascension droite étoit de 155^d 49' 15", & la déclinaison de 4^d 7' 3"; la différence d'ascension droite entre cette Étoile & la Comète étoit de 1^d 52' 5", & en déclinaison de 2' 11": donc l'ascension droite de la Comète étoit de 153^d 57' 10", & la déclinaison de 4^d 9' 15", mais la première détermination est préférable, parce que l'on y a employé le même terme de comparaison.

XXIV.^{me}
Observation.

Le 28 Mai, il n'étoit plus possible de voir la Comète & l'Étoile, à laquelle on l'avoit toujours comparée depuis le 14 Mai, dans le même champ de la lunette; mais comme cette même Étoile avoit été comparée à une autre que l'on a observée le 28, on a pu déterminer le mouvement de la Comète par rapport à la première, qui a été du 27 au 28 Mai de 12 second. & par conséquent l'ascension droite de la Comète étoit de 154^d 0' 13"; la Comète étoit plus septentrionale que la seconde Étoile observée la veille de 6' 15", & par conséquent la déclinaison de la Comète étoit de 4^d 0' 48".

Le

Le même jour, le P. Hell a déterminé l'ascension droite de la Comète de $154^{\text{d}} 0' 3''$, & la déclinaison de $4^{\text{d}} 7' 32''$.

Le P. Morand, à Avignon, a déterminé l'ascension droite de la Comète de $153^{\text{d}} 56' 13''$, & la déclinaison de $3^{\text{d}} 57' 31''$; ainsi il y a une différence de 10 minutes entre l'observation du P. Hell & celle du P. Morand, laquelle provient de la difficulté de bien estimer le moment des passages de la Comète, qui paroïssoit très-faiblement, aux fils des reticules.

J'ai encore vu la Comète le 29, mais les observations ont été trop imparfaites pour mériter d'être rapportées.

Les différences que nous venons de faire remarquer entre les résultats des observations de différens Astronomes, doivent nous faire regretter de n'être point en état de pouvoir confirmer celles que M. Messier a faites dans les mois de Janvier & de Février; car ce qui échappe à un Observateur peut être saisi par un autre, & plus une observation est difficile, plus l'on a besoin du secours & des lumières des Astronomes les plus exercés.

L'avantage que l'on avoit de connoître à peu près la révolution de la Comète, a facilité le calcul des élémens de l'orbite qu'elle a parcourus, car si nous n'avions eu que les observations faites pendant le mois de Mai, quoique plus propres que les autres à donner exactement les élémens, à cause de leurs grandes distances du périhélie, l'on auroit été fort embarrassé sur le choix des observations qui n'ont pas pu être plus exactes, parce que la Comète paroïssoit confuse & mal terminée; d'ailleurs elle étoit si proche de l'horizon dans les dernières observations qui ont été faites, que la lumière étoit affoiblie par les vapeurs.

Les différences que l'on vient de remarquer entre les résultats des observations des Astronomes, prouvent combien il étoit difficile de déterminer exactement la position de cette Comète, & confirment l'idée où je suis depuis long-temps, que l'on retrouveroit plusieurs des anciennes Comètes si l'on pouvoit compter sur la détermination des anciens Astronomes, fondée sur des méthodes si imparfaites, qu'il est étonnant que M. Halley ait pris la peine d'en ébaucher la théorie; car, indépendamment du peu d'exactitude des observations, ne pourroit-on pas craindre des fautes

d'impression, ou de citation de la part des auteurs qui les ont rapportées, telles qu'on le remarque tous les jours dans les Mémoires mêmes de l'Académie, & que les ont découvertes ceux qui ont discuté les observations les plus anciennes, pour en déduire les élémens de la théorie des Planètes?

M. Halley, qui a calculé l'orbite de vingt-quatre Comètes, ne nous a donné aucun détail des observations qu'il avoit employées, n'a rien dit de leur exactitude & de la confiance que l'on devoit avoir aux théories plus certaines les unes que les autres; il nous avertit seulement que la théorie des quatre premières étoit fondée sur des observations grossières.

M. Struicht, qui nous a donné l'histoire d'un plus grand nombre de Comètes, ne rapporte que leurs positions, c'est-à-dire leurs longitudes & latitudes, sans entrer dans aucun détail des circonstances des observations; mais l'on voit, par leur date, qu'elles ont été faites près du périhélie, qui est la situation la moins propre pour déterminer les élémens de leur théorie, puisque les dimensions de l'orbite ne peuvent être bien déduites que des inégalités dans les vitesses héliocentriques, & que l'on sait que toutes les Planètes ont un mouvement uniforme vers le périhélie.

Il a donc fallu partir de quelques observations, faites pendant une quinzaine de jours ou un mois au plus, pour en déduire les élémens les plus délicats de l'Astronomie, tels que la distance de la Comète au Soleil, le lieu de son périhélie, &c. élémens qui servent à reconnoître le retour de la même Comète; la détermination de l'inclinaison de leur orbite, qui est le principal caractère de l'identité d'une Comète, suppose que les latitudes soient bien déterminées, qu'elles soient inégales, & si les observations anciennes ne donnoient point la latitude des Comètes avec une plus grande précision que celles faites à la Haye en 1759, dont le résultat est différent des nôtres de près d'un degré, on ne pourroit faire aucun usage de la théorie des anciennes Comètes.

Il faut cependant convenir que dans le nombre de Comètes qui ont paru, il s'en trouve dont l'on a des suites d'observations de plus d'un mois, sur-tout depuis qu'on les observe avec des lunettes, & qu'on peut les suivre jusqu'au temps qu'elles disparaissent

à la lunette; mais il ne s'ensuit pas pour cela que l'on ait plus exactement leur théorie, puisque c'est la quantité du chemin qu'elles ont fait, par rapport au Soleil ou de l'arc héliocentrique, qui rend les théories plus ou moins certaines: en général la théorie d'une Comète qui n'aura parcouru un arc héliocentrique que de quelques degrés, doit être regardée comme indéterminable; c'est par cette raison que les deux Comètes que j'ai observées cette année ne peuvent pas augmenter le catalogue des Comètes, quoique je sois parvenu à représenter leur position avec la plus grande exactitude. Nous avons cherché la seconde Comète qui devoit, selon le calcul de M. Pingré, reparoître le matin dans le mois de Juin; mais nous n'avons rien vu, & il y a apparence que sa théorie n'étoit pas encore bien connue.

Nous attendons le retour de la Comète de 1532 & de 1661, dont la révolution est de cent vingt-neuf années, quoique sa distance au Soleil ait été déterminée en 1532 de 5091 parties; donc la distance de la Terre au Soleil est de 10000 toises, & en 1661 de 4485, parce que les autres élémens s'accordent à très-peu près: ne pourroit-on pas croire que la Comète de 1664 est la même que celle de 1718, parce que l'une & l'autre étoient rétrogrades, que leur distance au Soleil étoit précisément la même, que la position de leurs périhélies étoit dans le même signe? il n'y a que l'inclinaison qui est différente.

Les élémens de la Comète de 1699, diffèrent fort peu de ceux de la Comète de 1742; la distance au Soleil, de la Comète de 1699, a été déterminée de 7440 toises, & de la Comète de 1742 de 7655; la position de l'aphélie de l'une & de l'autre ne diffère que de quelques degrés; l'inclinaison de l'orbite de la première étoit de 69 degrés, & de la seconde de 67; l'une & l'autre avoient un mouvement rétrograde; enfin ne pourroit-on pas croire que quelques Comètes qui reviennent, tournent autour d'un autre Soleil que le nôtre?



*OBSERVATION
DE L'OPPOSITION DE SATURNE
DU 23 NOVEMBRE 1765,
ET DE CELLE DE JUPITER DU 5 FÉVRIER 1766,
Faites à l'École Royale Militaire.*

Par M. J E A U R A T.

14 Juin
1766.

LES Observations contenues dans ce Mémoire, ont été faites avec un instrument des passages, situé exactement dans le plan du méridien, & elles ont été vérifiées par d'autres observations faites avec un secteur de cercle de 4 pieds de rayon, & situé dans un vertical distant de celui du méridien d'environ 4 minutes de temps.

La lunette de mon instrument des passages est garnie d'un réticule, & celle de mon secteur de cercle est garnie d'un excellent micromètre.

Des observations faites à mon instrument des passages, puis de celles qui ont été faites 4 minutes après avec mon secteur de cercle, j'ai déduit, pour chaque observation particulière, des déterminations moyennes; c'est de ces déterminations moyennes que j'ai déduit ce qui suit :

1.^o Pour l'opposition de Saturne avec le Soleil,

L'opposition est arrivée le 23 Nov. $\left\{ \begin{array}{l} 17^h 11' 56'' \text{ Temps vrai à Paris.} \\ 1765 \text{ à } \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} 16. 59. 4 \text{ Temps moyen à Paris.} \end{array} \right. \end{array} \right.$

La long. héliocentr. $\left\{ \begin{array}{l} \text{observée dans l'écliptique, étoit de } 2^s 2^d 14' 28'' \\ \text{observée dans l'orbite, étoit de } \dots 2. 2. 12. 50 \\ \text{calculée selon M. Halley, étoit de } 2. 1. 55. 24 \end{array} \right.$

Conséquemment l'erreur des Tables en longit. étoit de — 17. 26.

Cette erreur — $17' 26''$ répond, selon les Tables de

M. Halley, à l'anomalie moyenne..... $5^{\circ} 4^d 52' 2''$

Saturne avoit alors une latitude australe géocentrique de... $2. 6. 23.$

2.° J'ai trouvé pour l'opposition de Jupiter,

Que son opposition avec le ☉ est arrivée le 3 Févr. 1766 à $\left\{ \begin{array}{l} 15^h 25' 43'' \text{ Temps vrai à Paris.} \\ 15. 40. 16 \text{ Temps moyen à Paris.} \end{array} \right.$

Que la longitude héliocentrique $\left\{ \begin{array}{l} \text{observée...} \left\{ \begin{array}{l} \text{dans l'Écliptique, étoit de... } 4^f 17^d 27' 2'' \\ \text{dans son orbite, étoit de... } 4. 17. 27. 30 \end{array} \right. \\ \text{calculée selon} \left\{ \begin{array}{l} \text{M. Halley, étoit de... } 4. 17. 30. 4 \\ \text{M. Cassini, étoit de... } 4. 17. 22. 30 \\ \text{mes nouvelles Tables, étoit de } 4. 17. 29. 44 \end{array} \right. \end{array} \right.$

Conséquemment que l'erreur des Tables en longitude étoit $\left\{ \begin{array}{l} \text{de M. Halley, de } + 2. 34 \\ \text{pour celles... } \left\{ \begin{array}{l} \text{de M. Cassini, de } - 5. 0 \\ \text{des miennes, de } + 2. 14 \end{array} \right. \end{array} \right.$

Que ces erreurs $+ 2' 34''$, $\left\{ \begin{array}{l} \text{selon les Tables de M. Halley, à l'anomalie moyenne } 10. 2. 5. 13 \\ - 5' 0'', + 2' 14'', \left\{ \begin{array}{l} \text{selon les Tables de M. Cassini, à l'anomalie moyenne } 10. 2. 22. 53 \\ \text{répondent... } \left\{ \begin{array}{l} \text{selon les miennes, à l'anomalie moyenne... } 10. 2. 8. 20. \end{array} \right. \end{array} \right.$

De plus, Jupiter avoit, dans l'instant de son opposition observée, une latitude boréale géocentrique de... $0^d 20' 56''$

Enfin le diamètre de Jupiter a été observé de... $0. 0. 44.$

En comparant présentement l'erreur de mes Tables avec celles de M.^{rs} Halley & Cassini, on voit que la mienne est moindre que celle de M. Halley de $0' 20''$, & moindre que celle de M. Cassini de $2' 46''$; d'ailleurs si l'erreur des Tables de M. Halley n'excède ici la mienne que de $0' 20''$, ce n'est que parce que ce point de l'orbite est un de ceux qui sont favorables aux Tables de M. Halley; car en 1759, elles se sont éloignées du vrai de $9' 50''$, & les miennes concilient, comme on fait *, la totalité des observations de ce siècle, de manière que mes erreurs sont rarement de 3 minutes $\frac{1}{2}$, très-fréquemment d'une ou de 2 seulement, & même, par fois, de moins encore.

Je termine ce Mémoire par les observations d'où j'ai dédu les résultats qui précèdent.

1.^o *Observations de SATURNE, faites dans les approches de son opposition avec le Soleil.*

J O U R S des Observations. ANNÉE 1765.	P A S S A G E A U M É R I D I E N.			
	T E M P S D E L A P E N D U L E.		T E M P S vrai.	T E M P S de la Pendule.
	♈ du BÉLIER.	SATURNE.	SATURNE.	♉ du TAUREAU.
20 Novemb.	10 ^h 15' 26"	12 ^h 37' 50"	12 ^h 16' 25"	12 ^h 49' 18"
22 Novemb.	10. 8. 7	12. 29. 49	12. 7. 16	12. 41. 59
24 Novemb.	10. 0. 48	12. 21. 48	11. 58. 8	12. 34. 40

Position apparente des deux Étoiles avec lesquelles SATURNE a été comparé.

♈ du BÉLIER.....	Longitude.....	0 ^h 29 ^m 54 ^s 50 ^{'''}
	Latitude boréale.....	7. 9. 19.
	Ascension droite.....	25. 10. 32.
	Déclinaison boréale.....	18. 8. 26.
♉ du TAUREAU.....	Longitude.....	2. 5. 11. 18 ^s
	Latitude australe.....	2. 35. 34.
	Ascension droite.....	63. 44. 55.
	Déclinaison boréale.....	18. 38. 34.

Calculs des Observations de SATURNE.

T E M P S V R A I des Observations D E S A T U R N E. Année 1765.	A S C E N S I O N droite de SATURNE observée.	D É C L I N A I S. boréale de SATURNE observée.	L O N G I T U D E géocentrique de SATURNE observée.	L A T I T U D E géocentr. de SATURNE observée.	L O N G I T U D E de la Terre, calculée selon M. l'abbé de la Caille.
H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.
20 Novemb. à 12. 16. 25	60. 52. 29	18. 37. 0	2. 2. 30. 52	2. 6. 28 A	
22 Novemb. à 12. 7. 16	60. 41. 57	18. 35. 16	2. 2. 20. 41	2. 6. 25 A	2. 1. 0. 52
24 Novemb. à 11. 58. 8	60. 31. 25	18. 33. 30	2. 2. 10. 27	2. 6. 22 A	2. 3. 1. 59

2.^o Observations de JUPITER, faites dans les approches de son opposition avec le Soleil.

JOURS des OBSERVATIONS. <i>Année 1766.</i>	PASSAGES AU MÉRIDIEN.											
	TEMPS DE LA PENDULE.									TEMPS VRAI.		
	α			γ			JUPITER.			JUPITER.		
	Aldebaran.			Luisante des Π .								
	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.
29 Janvier...	7.	34.	18	9.	35.	41	12.	35.	40	12.	33.	53 $\frac{1}{2}$
3 Février...	7.	16.	9	9.	17.	32	12.	14.	55	12.	11.	2
4 Février...	7.	12.	30	9.	13.	53	12.	10.	46	12.	6.	30
5 Février...	7.	8.	52	9.	10.	15	12.	6.	36	12.	1.	59
6 Février...	7.	5.	11	9.	6.	34	12.	2.	25	11.	57.	30

Position apparente des deux Étoiles avec lesquelles JUPITER a été comparé.

Aldebaran	{	Ascension droite.....	65 ^d 38' 5"
	}	Déclinaison boréale....	16. 1. 25
γ Luisante des Gemeaux....	{	Ascension droite.....	96. 3. 12
	}	Déclinaison boréale....	16. 34. 52.

Calculs des Observations de JUPITER.

TEMPS VRAI des Observations DE JUPITER. <i>Année 1766.</i>	ASCENSION droite de JUPITER observée.	DÉCLINAIS. boréale de JUPITER observée.	LONGITUDE géocentrique de JUPITER observée.	LATIT. géocentr. de JUPITER observée.	LONGITUDE de la Terre, calculée selon M. l'abbé de la Caille.
H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	M. S.	S. D. M. S.
29 Janvier à 12. 33. 53 $\frac{1}{2}$	141. 9. 53	16. 17. 25			
3 Février à 12. 11. 2	140. 30. 50	16. 30. 12			
4 Février à 12. 6. 30	140. 23. 16	16. 32. 51	4. 17. 36. 9	20. 47 B	4. 16. 17. 52
5 Février à 12. 1. 59	140. 15. 21	16. 35. 30	4. 17. 28. 8	20. 55 B	4. 17. 18. 27
6 Février à 11. 57. 30	140. 7. 50	16. 38. 8	4. 17. 20. 27	21. 4 B	4. 18. 19. 0



EXAMEN CHIMIQUE

*De l'Eau minérale de l'abbaye des Fontenelles en Poitou
près la Roche-sur-Yon :*

Avec des Observations intéressantes sur la Sélénite.

Par M. CADET.

CETTE Fontaine minérale, dont on n'avoit pas encore entendu parler, appartient à M. l'abbé de Valcour; elle est située sur une terre que l'on appelle dans le pays *Chaps*. La source de la fontaine coule du nord au sud; elle est éloignée de la mer d'environ dix ou douze petites lieues.

L'eau prise à la fontaine même est aussi claire que celle qui sort d'un rocher; on voit continuellement nager à la superficie une espèce de rouille en forme d'écume.

L'eau qui m'a été envoyée directement par M. l'abbé de Valcour, étoit claire, limpide & sans couleur; il s'étoit précipité dans le fond de la bouteille une poudre jaune en petite quantité.

Cette eau minérale ne porte à la bouche aucune impression ferrugineuse; elle est aussi douce & presque aussi légère que l'eau de la Seine filtrée.

Quelques gouttes d'huile de tartre par défaut versées dans cette eau, la troublent sur le champ & lui donnent un ceil d'opale; expérience qui peut servir à y faire connoître la sélénite.

L'alkali volatil n'y démontre aucune nuance de bleu qui puisse faire craindre qu'elle contienne du cuivre.

La noix de galle n'a donné aucune nuance de violet, qui ait pu d'abord me faire soupçonner que cette eau fût martiale; cette expérience a toujours été & est encore un des meilleurs moyens que les Chimistes emploient pour démontrer la présence du fer dans les eaux minérales qui en contiennent; elle n'a pas eu lieu dans ce cas-ci, quoique l'eau minérale en contint réellement.

Pareille chose est arrivée à M. Malouin dans l'analyse qu'il a donnée

donnée à l'Académie en 1746 des eaux favorables de Plombières: cette observation doit dorénavant nous rendre plus circonspects à ne pas décider qu'une eau minérale est exempte de fer, parce que la noix de gale n'y en décèle point.

J'ai mis évaporer dans une capsule de verre, au bain-marie, une pinte de cette eau minérale. Dans le commencement de l'évaporation j'ai aperçu l'eau se troubler, & s'éclaircir ensuite à mesure qu'elle précipitoit une poudre jaunâtre; j'ai séparé cette poudre, ainsi que le précipité jaune de la bouteille où étoit l'eau minérale; l'examen que j'en ai fait m'a porté à regarder ces précipités comme une terre martiale produite par un fer très-atténué, divisé & privé de la plus grande partie de son phlogistique, lequel se dépose à la longue, & que la chaleur achève de précipiter.

L'eau minérale portée jusqu'à un certain point de concentration prend un caractère salin, & dans cet état elle précipite la dissolution de l'argent de coupelle, dans l'acide nitreux, en un *coagulum* qui fait la lune cornée: preuve évidente de la présence de l'acide marin contenu dans cette eau minérale.

La lame de fer poli plongée dans cette liqueur concentrée n'a point pris de couleur de cuivre; on ne peut jusqu'ici la soupçonner d'en contenir; cette eau minérale évaporée à siccité donne du sel marin.

L'eau minérale que j'avois analysée, étoit en trop petite quantité pour me mettre en état de porter un jugement certain sur la nature de ces eaux. L'éloignement de cette source minérale ne me permettant pas de me transporter sur les lieux, j'écrivis à M. l'abbé de Valcour de vouloir bien me faire évaporer cent pintes de cette eau minérale jusqu'à la réduction d'environ une pinte, en prenant soin de conserver ce qui se précipiteroit dans le vaisseau pendant l'évaporation; ce travail a été exécuté, on m'a envoyé les produits dans une bouteille de pinte exactement bouchée, la liqueur qu'elle contenoit étoit claire, il y avoit au fond de la bouteille un dépôt assez considérable; j'ai agité le tout pour le verser sur un filtre, la liqueur qui a passé étoit d'une couleur citrine & laissoit sur la langue une impression de sel marin. Je l'ai évaporée avec grand soin dans une capsule de verre sur un bain de sable; vers le milieu

de l'évaporation, j'ai aperçu un nombre de feuillets talqueux qui n'avoient aucun caractère salin, qui craquetoient sous les dents comme ceux qu'on obtient par l'évaporation des différentes eaux de puits & de plusieurs eaux minérales; c'est la substance à laquelle les Chimistes ont donné le nom de *sélénite*, & que la plupart regardent comme un sel composé de l'acide vitriolique uni à une terre calcaire; cependant M. Boulduc * ne le décide pas formellement, il se contente, en parlant de cette terre, de dire qu'elle paroît calcaire.

*Voy. *Mém. de l'Acad.* 1735, 2^e. 45.^o

Je serois tenté de porter un autre jugement sur la nature des *sélénites*; je penserois que c'est plutôt à la terre vitrifiable qu'à la terre calcaire que la plupart doivent leur formation & principalement celles qui sont en aiguilles foyeuses : voici mon raisonnement. L'eau de la Seine & la plupart des eaux de sources, passent & se filtrent à travers des lits de sable, elles entraînent avec elles des portions si fines, qu'elles passent même à travers le filtre de papier gris; si l'on verse quelques gouttes d'acide vitriolique dans de l'eau de la Seine, & qu'on la mette digérer quelque temps & évaporer ensuite dans un vaisseau de verre, elle donne un sel en aiguilles foyeuses, composé de l'acide vitriolique de la portion de terre vitrifiable de l'eau de la Seine. Si dans cette même eau on verse aussi quelques gouttes d'acide marin, on en tirera également un sel foyeux & insoluble dans l'eau froide.

Je serois donc porté à croire par cette expérience & plusieurs autres dont je rendrai compte ci-après, que les acides qui existent dans les eaux de puits, en agissant sur les portions de sable divisées, forment avec elles la *sélénite* que contiennent en plus ou moins grande quantité différentes eaux de puits; & que c'est à cette même terre vitrifiable qu'on doit attribuer la cause de la précipitation du fer dans les eaux minérales, par la raison que la terre vitrifiable ayant plus d'affinité que le fer avec les acides minéraux, contraint le fer à se précipiter, d'où résultent les *sélénites* qu'on obtient ordinairement; au reste, je ne veux pas dire qu'il ne puisse aussi se former de la *sélénite* par les terres calcaires.

Certaines eaux minérales, lorsqu'on en a séparé la *sélénite* par l'ébullition, conservent encore une portion de fer qui ne peut plus

se précipiter; celle de Passy, appartenante à M. de Casalbigi, est dans le même cas; c'est l'abondance du fer, ce sont les principes que cette eau contenoit, qui m'ont fait penser qu'à l'aide d'une liqueur alkaline chargée du principe sulfureux de sang de bœuf, j'en pourrois tirer un bleu semblable au bleu de Prusse, & j'en ai donné au public l'analyse en 1755.

— Si dans l'ébullition de cette eau minérale, cette portion de fer restante ne peut plus se précipiter, c'est par la raison que l'acide de ces eaux minérales ne trouve plus de cette même terre vitrifiable ou peut-être calcaire à laquelle on doit attribuer, ce me semble, la cause de la précipitation naturelle du fer qui s'opère dans les eaux minérales qui en contiennent, ainsi que l'a observé feu M. Boulduc dans l'analyse qu'il a donnée à l'Académie en 1735 sur les eaux de Forges; & je pense que c'est à cette même terre vitrifiable qui se trouve dans les eaux de la Seine, qu'on peut attribuer la décomposition qu'éprouvent les vitriols de Mars & cuivreux, à mesure qu'on les dissout dans l'eau.

Feu M. Geoffroy assure que l'eau la plus pure distillée jusqu'à vingt fois dans des vaisseaux de verre y laisse encore à la vingtième distillation un sédiment terreux.

Je n'ai jamais mieux reconnu l'existence de ce principe terrestre & de celui de la sélénite toute formée dans les eaux potables, que dans celle du grand puits de l'Hôtel royal des Invalides; l'eau en est de la plus grande limpidité, elle dépose pendant l'ébullition une si grande quantité de ce principe terrestre & salin, que la chaudière de la grande cuisine, qui n'étoit qu'à l'usage de l'eau bouillante, se trouvoit garnie en très-peu de temps d'une incrustation de l'épaisseur quelquefois de deux pouces, qui y durcissoit au point qu'il falloit des pioches pour l'en séparer; j'en ai fait tirer dans un jour plus de cinquante livres dans l'intention de l'examiner: on est étonné de voir l'extrême division du principe salin & terrestre qui y est contenu, & l'extrême limpidité que cette eau conserve.

L'accroissement des plantes dans l'eau, sur lequel M. du Hamel a donné à l'Académie en 1748, des expériences si curieuses, ne seroit-il pas dû à ces principes terrestres & salins.

Mes conjectures sur la formation des sélénites par la terre vitrifiable, méritent d'être appuyées de quelques autres preuves, & je vais tâcher d'en donner. Je ne prétends pas chercher à détruire le système adopté par plusieurs habiles Chimistes, que les sels séléniteux sont composés de l'acide vitriolique & d'une terre calcaire; mais les expériences suivantes me font croire que c'est souvent une terre vitrifiable engagée dans un des trois acides minéraux.

Le verre à vitres de France étoit regardé, par feu M. Geoffroy, comme le verre le plus pur, & comme un verre sur lequel les acides n'avoient aucune action; je suis pourtant parvenu à l'attaquer par les acides, en cherchant à rompre l'aggrégation des parties du verre par une forte trituration; je l'ai portée à une si grande division, qu'humecté d'un peu d'eau, ce verre se pétrissoit dans les doigts comme de la terre glaise; dans cet état, les trois acides minéraux l'ont également attaqué & m'ont donné tous trois des sels en aiguilles soyeuses, qui ne différoient en rien l'un de l'autre. Pourquoi semblable chose n'arriveroit-elle pas dans les eaux séléniteuses? Les acides contenus dans certaines eaux de puits ne peuvent-ils pas également agir sur une terre vitrifiable portée à cette extrême division, & former avec elle des sels en aiguilles soyeuses, insolubles dans l'eau froide, tels qu'on en tire de différentes eaux de puits & de celle de la Seine, à l'aide des acides minéraux & de plusieurs eaux minérales, & en un mot semblables à ceux que j'ai tirés du verre à vitres de France par les trois acides minéraux, & dont j'ai parlé dans un Mémoire sur la terre vitrifiable du borax, imprimé parmi les *Mémoires présentés à l'Académie*!

On rencontre quelquefois la présence de ces trois acides dans une même eau, ainsi que je l'ai vu dans les eaux de puits d'Orléans, que M. l'Intendant m'avoit chargé d'examiner. M. Baron a été témoin de ce fait des trois acides, dans l'analyse de l'eau du puits de l'École Royale-militaire, qu'il a vu faire sous ses yeux par M. Martin, Apothicaire, laquelle analyse a été imprimée dans le Journal de Médecine de 1757; les sélénites par conséquent ne pourroient-elles pas être dûes également à chacun de ces trois acides? enfin ce même sel séléniteux ne pourroit-il pas être tout

formé dans les différentes terres vitrifiables & calcaires par où ces eaux passent & se filtrent?

On obtient encore des eaux potables & minérales une autre espèce de sélénite, qui n'est qu'un assemblage de petits feuilletés talqueux, insolubles dans l'eau froide, qui craquent sous les dents, dont je crois que la plupart ne doivent leur origine qu'à la terre vitrifiable; j'en ai eu de semblables dans nombre d'occasions, que je n'ai dûs qu'au hasard. Étant à concentrer de l'huile de vitriol dans le laboratoire que j'occupois chez feu M. Geoffroi, ma cornue se cassa, toute l'huile de vitriol fut répandue dans le bain de sable; je pensai d'abord à laisser refroidir le tout; j'en séparai ensuite tout le sable qui étoit imbibé de l'huile de vitriol, dans l'intention de le lessiver pour en réchapper ce que je pourrois d'acide; j'évaporai ma lessive dans une cloche de verre de jardinier sur un bain de sable; l'évaporation étoit aux trois quarts lorsque je me retirai; le lendemain matin en rentrant dans le laboratoire, je trouvai que ma liqueur m'avoit fourni une quantité prodigieuse de petits feuilletés talqueux, insolubles dans l'eau froide, & exactement semblables à ceux que j'ai tirés fort souvent de différentes eaux de puits. J'ai eu aussi occasion de tirer plusieurs cristallisations semblables, de plusieurs dissolutions que j'ai faites de la mine de Cobolt par les acides minéraux, que je n'attribue qu'à l'action de ces acides sur les quartz ou autres terres vitrifiables non métalliques, vu que la partie purement métallique & colorante de cette mine produit des sels métalliques bien différens, comme cela se voit par les expériences que j'ai données à l'Académie en 1756, & qui sont imprimées dans le *III.^e Volume des Savans étrangers.*

Le hasard m'a fourni une autre expérience à ce sujet. Lorsque je fus consulté pour remédier à des taches qui étoient survenues à la Porcelaine de Séve, je démontrai que ces taches ne venoient que du principe flogistique du vinaigre dont on se servoit pour broyer la couverte, & qui ressuscitoit des parties de plomb de la litarge qu'on y emploie pour suppléer au vinaigre commun & éviter la dépense du vinaigre distillé, qui étoit la liqueur que je proposai comme la plus convenable; je donnai à essayer trois liqueurs acides que j'avois amenées à peu-près au point de l'acidité

du vinaigre; la première étoit un mélange d'eau & d'acide vitriolique; la seconde étoit acidulée seulement avec l'acide du nitre; & la troisième avec l'acide marin. La première liqueur de ces trois mélanges réussit à merveille; on sortit du four six cents pièces de Porcelaine préparées avec cette première liqueur, toutes sans aucune tache; M. Hellot, dont on déplore la perte (& que j'ai lieu de regretter plus que personne, par les instructions & les conseils pleins d'amitié que j'en ai toujours reçus) étoit présent à cette défournée & en dressa son rapport; j'abandonnai ces trois liqueurs acides dans des bouteilles de verre de pinte. Au bout de quelque temps le hasard me les fit examiner; j'observai que ces liqueurs, qui dans leur origine avoient été très-claires, étoient devenues troubles; je les filtrai séparément, & je trouvai sur chaque filtre un sel par petites lames, qui craquetoit sous les dents, insoluble dans l'eau froide & qui ressembloit, on ne peut pas davantage, au sel sédatif, du moins pour la configuration de ses cristaux.

D'après ces différentes expériences que je viens d'exposer, je ne crois pas qu'on doive considérer aujourd'hui toutes les sélénites comme formées par une terre calcaire avec l'acide vitriolique; j'espère qu'on ne désapprouvera pas cette digression, assez relative à l'analyse dont il s'agit ici pour avoir pu interrompre un instant le fil de nos expériences.

Je reviens à l'évaporation des eaux des Fontenelles: après avoir séparé la sélénite de cette eau minérale, je continuai de l'évaporer, elle cessa de me donner des feuilletés talqueux; j'aperçus peu après à sa superficie une petite pellicule, qui étoit un assemblage de petits cristaux de sel marin très-réguliers qui se précipitoient & se renouveloient successivement dans la capsule. La liqueur ayant cessé de me donner des cristaux, il m'est resté une petite quantité d'eau-mère semblable à celle que fournissent les fabriques de sel marin, laquelle précipite, quand on la mêle avec l'alkali fixe, une terre blanche de la nature des terres calcaires que fournissent les eaux-mères de nitre, les eaux de Sédltitz & le sel d'Ebsom d'Angleterre, sel à base terreuse qui ne diffère en rien, comme je le prouverai dans un autre temps, du sel de Sédltitz & de celui

qu'on tire de son eau minérale. Je mets une grande différence entre ces précipités; celui de l'eau-mère du nitre est en partie de nature calcaire, au lieu que je considère ceux du sel de Sédlitz & du sel d'Ebson d'Angleterre comme la base même du sel marin, qui me paroît avoir subi une altération considérable: ces deux sels se cristallisent en petites aiguilles, & avec une addition d'acide vitriolique, ils donnent des cristaux semblables à ceux du sel de Glauber; ils n'en diffèrent que parce qu'ils ont un peu plus d'amertume, & qu'ils fournissent toujours un précipité par les alkalis fixes, ce que ne fait point le sel de Glauber préparé avec le sel marin ou avec l'alkali de soude.

Il me restoit à examiner le dépôt de ces eaux; quoiqu'en goûtant l'eau minérale, je n'y trouvasse aucun goût ferrugineux, je soupçonnai que ce dépôt étoit ocreux; je le lavai avec soin; je le fis sécher & le mis dans un creuset au feu de forge; je donnai le feu le plus vif pendant une heure; il m'est resté une poudre d'un assez beau rouge; je l'ai examinée avec la pierre d'aimant, elle n'en a rien enlevé. Pour m'assurer si c'étoit vraiment une terre martiale, comme l'indiquoit sa couleur rouge dans la calcination, j'en ai fait une pâte avec de l'huile de lin cuite; je l'ai distillée dans une cornue de verre lutée; j'ai distillé d'abord avec précaution, mais sur la fin j'ai donné un feu assez fort pour fondre la cornue; j'ai cessé alors l'opération; il en est résulté une poudre noire attirable par l'aimant; j'ai versé sur cette poudre une huile de vitriol affoiblie, la plus grande partie s'est dissoute avec chaleur & effervescence; j'ai étendu cette dissolution dans de l'eau, je l'ai filtrée ensuite, elle a pris avec la noix de galle une nuance de violet qui a passé aussitôt au noir; cette liqueur évaporée a donné du vitriol de mars: pour m'assurer s'il ne participoit point du cuivre, j'ai eu recours à une autre expérience que celle de l'alkali volatil; celle-ci avoit été regardée jusqu'à présent par les Chimistes comme la pierre de touche propre à en déceler jusqu'aux plus petits atomes; mais j'ai fait voir que cette épreuve étoit insuffisante en bien des cas, & sur-tout dans celui-ci, depuis que j'ai trouvé le moyen de cacher le cuivre, sans que l'alkali volatil puisse le démontrer. Voici donc l'expérience que j'ai substituée

à celle-là : j'ai dissous ce vitriol de mars dans l'esprit de vitriol dont j'étois sûr ; j'ai joint cette dissolution à deux parties d'esprit-de-vin très-rectifié, j'ai trempé un papier blanc dans ce mélange, j'y ai mis aussitôt le feu, la flamme en étoit bleue & blanche ; je n'ai aperçu aucun indice de couleur verte, ce qui m'a fait conclure que la terre martiale de cette eau minérale ne participe en rien du cuivre, & que l'on ne peut soupçonner cette eau d'en contenir.

La fixité & le beau rouge que donne, par la calcination, le dépôt ocreux de cette eau minérale, me firent d'abord juger qu'il pourroit être de quelque utilité dans la peinture en émail ; pour aviver encore davantage cette couleur rouge, j'ai versé dessus une huile de vitriol blanche, très-concentrée ; j'ai bien mêlé le tout avec un tube de verre ; j'ai abandonné ce mélange l'espace de vingt-quatre heures, ensuite je l'ai lavé avec de l'eau distillée pour en enlever la plus grande partie de l'acide ; je l'ai séché dans une étuve & à l'abri de la poussière, ce qui est essentiel à observer ; je l'ai mis ensuite à calciner sur un têt plat sous la moufle du fourneau de coupelle ; lorsque j'ai vu prendre à la matière une belle couleur rouge foncée, j'ai retiré le têt, j'ai pris une partie de cette couleur que j'ai broyée sur une glace avec une partie de fondant, lequel étoit de la couverte de la porcelaine de Séve, triturée par l'acide vitriolique : ce mélange appliqué sur l'émail d'un morceau d'essai de Porcelaine, s'y est fondu & a donné le beau rouge de mars.

L'ocre de l'eau minérale de Passy de M. de Casalbigi, est dans le même cas, & donne dans les émaux un beau rouge.

J'ai examiné aussi le dépôt ocreux qu'on avoit tiré de la source même, il est d'une couleur jaune foncée ; j'en ai calciné dans un creuset, & aussitôt que la matière a commencé à rougir, il s'en est élevé une quantité de vapeurs acides, sulfureuses & très-pénétrantes ; la matière restante étoit un colcothar.

Il résulte de l'analyse de cette eau minérale, 1.^o qu'elle contient un fer très-atténué, divisé & privé de la plus grande partie de son flogistique.

2.^o Que le fer est le produit de quelque pyrite martiale, sur laquelle

laquelle ces eaux passent & se filtrent ; le dépôt ocreux de la source en est une preuve, vu l'acide sulfureux qu'il fournit & le colcothar qui en résulte.

3.^o Que l'acide du sel marin y existe ainsi que sa base, puisqu'on en obtient des cristaux de sel marin très-réguliers.

4.^o Que la sélénite que l'on en sépare dans le commencement de l'évaporation, est formée aux dépens du fer par la terre vitrifiable que je crois être dans les eaux, & , à mesure qu'elle s'unit à l'acide vitriolique, oblige le fer à s'en précipiter ; cela fait que quand cette eau sort de la source, quoique dans une bouteille exactement bouchée, la plus grande partie du fer s'en précipite au bout de quelque temps ; de-là il suit que cette eau est dans le cas de ne pouvoir être transportée, & que les malades seront obligés d'aller en faire usage sur les lieux.

On attribue de très-bons effets & des vertus singulières à cette eau, je n'en serois pas étonné ; les eaux de Forges, qui ont acquis tant de célébrité & dont la Médecine a retiré tant d'avantages, contiennent, comme celle-ci, un fer extrêmement divisé ; on trouve aussi dans toutes deux de la sélénite & du sel marin : cette ressemblance doit rendre intéressantes les eaux des Fontenelles, qui ont fait l'objet de ce Mémoire.

A l'égard des vertus médicinales de ces eaux, les Médecins du Pays assurent qu'elles sont apéritives, bonnes pour l'estomac, efficaces contre les maladies de la peau & la colique néphrétique.



OBSERVATIONS DE L'OPPOSITION DE SATURNE DE L'ANNÉE 1766.

Par M. JEAURAT.

23 Décemb.
1766.

LES Observations de Saturne, que contient ce Mémoire, ont été faites à l'École Royale-militaire par un très-beau temps, & avec un instrument des passages, dirigé exactement dans le plan du méridien.

La lunette de mon instrument des passages a 2 pieds; elle contient un réticule de $1^d 21' 22''$ d'ouverture; cette lunette, suffisamment bonne pour ces sortes d'observations, m'a servi pour déterminer les différences en ascensions droites & en déclinaisons; & de mes déterminations, il résulte que l'opposition de Saturne avec le Soleil, est arrivée le 7 Décembre 1766,

à $20^h 27' 40''$, temps vrai }
à 20. 20. 2, temps moyen } du méridien de Paris.

Saturne avoit alors une longitude héliocentrique

observée de..... $2^f 16^d 19' 41''$,
calculée selon M. Halley, de..... 2. 16. 4. 6.

Ce qui donne — $15' 35''$ pour l'erreur des Tables en longitude.

La longitude observée ($2^f 16^d 19' 41''$) a été corrigée de la réduction à l'écliptique, savoir de — $1' 32''$; conséquemment la longitude $2^f 16^d 19' 41''$ est réduite à l'orbite.

J'ai trouvé aussi pour le même instant, $20^h 27' 40''$, temps vrai à Paris:

Que la latitude géocentrique observée étoit de $1^d 37' 10''$ australe:

Que l'anomalie moyenne de Saturne étoit de $5^f 17^d 32' 22''$;

Et qu'il ne s'en falloit que de $12^d 27' 38''$ que Saturne ne fût arrivé à son périhélie.

Voici les observations telles qu'elles ont été faites, & elles sont suivies des calculs que j'ai faits pour parvenir aux résultats que je viens de donner.

J O U R S des OBSERVATIONS.	PASSAGES AU MÉRIDIEN.						DIFFÉRENCE des									
	TEMPS vrai de SATURNE.	TEMPS DE LA PENDULE.				ASCENSIONS droites.	DÉCLIN.									
		SATURNE.		ζ du Taureau												
		H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	
1766. 28 Novembre..	12.	44.	31	12.	42.	52,5	13.	1.	56	—	4.	46.	39	+	14.	44
29 Novembre..	12.	39.	52	12.	38.	40,5	12.	58.	5	—	4.	51.	55	+	14.	15
3 Décembre..	12.	21.	12	12.	21.	48,5	12.	42.	35	—	5.	12.	28	+	12.	18
7 Décembre..	12.	2.	23	12.	4.	46,0	12.	26.	56	—	5.	33.	24	+	10.	50
8 Décembre..	11.	57.	39	12.	0.	30,5	12.	23.	2	—	5.	38.	47	+	10.	28
9 Décembre..	11.	52.	55	11.	56.	15,0	12.	19.	8	—	5.	44.	11	+	10.	7

Position de l'Étoile ζ du TAUREAU pour le 7 Décembre 1766.

Longitude..... 2^h 21^d 31' 48" }
 Latitude australe..... 2. 13. 31 }
 Ascension droite apparente..... 80. 56. 25 } ζ du TAUREAU.
 Déclinaison apparente boréale..... 20. 58. 54 }

J O U R S des OBSERVATIONS.	TEMPS VRAI des Observations.	ASCENSION droite de SATURNE.	DÉCLINAIS. de SATURNE.	LONGITUDE géocentrique de SATURNE.	LATITUDE géocentrique de JUPITER.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
1766. 28 Novembre..	12. 44. 31	76. 9. 46	21. 13. 38 B	2. 17. 6. 47	1. 37. 36 A
29 Novembre..	12. 39. 52	76. 4. 30	21. 13. 9	2. 17. 1. 55	1. 37. 34
3 Décembre..	12. 21. 12	75. 43. 57	21. 11. 12	2. 16. 42. 27	1. 37. 23
7 Décembre..	12. 2. 23	75. 23. 1	21. 9. 44	2. 16. 23. 0	1. 37. 12
8 Décembre..	11. 57. 39	75. 17. 37	21. 9. 23	2. 16. 17. 57	1. 37. 3
9 Décembre..	11. 52. 55	75. 12. 14	21. 9. 1	2. 16. 12. 55	1. 36. 54



OBSERVATIONS

DU PASSAGE DE LA LUNE PAR LES PLÉIADES.

Le 22 Septembre 1766.

Par M. l'abbé CHAPPE D'AUTEROCHE.

23 Décemb.
1766.

LES occultations des Étoiles par la partie éclairée de la Lune étant très-difficiles à observer, à cause des irradiations de la lumière que produisent les meilleures lunettes, j'ai fait usage dans cette observation d'une excellente lunette de Campani de 19 pieds $\frac{1}{2}$, pour observer les immersions, & d'une de 10 pieds pour les émerfions; ces dernières devoient arriver par la partie obscure de cette Planète; la pendule dont je me suis servi, avoit été réglée par des hauteurs correspondantes prises les 21, 22 & 23; elle avançoit le 22 à midi sur le temps vrai de 1' 15'' $\frac{1}{2}$, & de 11 secondes dans 24 heures.

J'observai l'immersion de *Celeno*, marquée *g* dans le Catalogue de M. l'abbé de la Caille, à 10^h 24' 53'', temps vrai; quoique la Lune fut très-bien terminée dans ma lunette, je ne fus cependant pas aussi satisfait de mon observation que je le desirois, soit à cause que cette observation fut très-difficile, ou à cause de la petitesse de l'Étoile, qui n'est que de la 7.^{me} grandeur, soit parce que la lunette grossissant considérablement, elle devoit nécessairement augmenter l'irradiation de la lumière dans le même rapport; quoi qu'il en soit, je retirai cet équipage, & j'adaptai à ma lunette celui qui portoit un oculaire de 3 pouces; ma lunette ne grossissoit plus alors que de quatre-vingts fois; mais la Lune étoit infiniment mieux terminée & si éclatante, que pour ne pas fatiguer ma vue, je couvrois, jusqu'au moment de l'observation, l'œil droit avec lequel je devois observer quelques minutes après l'immersion de *Celeno*; le bord inférieur de la Lune parut à égale distance de *Electra* & de *Taygeta*, de façon que je crus d'abord que ces deux Étoiles seroient éclipsées; je reconnus cependant à 10^h 34'

environ, qu'*Electra* ne le seroit point; je mesurai alors la distance du bord de la Lune à cette Étoile avec une lunette de 10 pieds, à laquelle j'avois adapté un micromètre, je trouvai cette distance de 66 parties ou 26 secondes; mais la Lune étoit déjà éloignée de cette Étoile: je crois que la plus proche distance n'a pas été de plus de 14 à 15 secondes.

L'immersion de *Taygeta* arriva à $10^h 40' 5''$, temps vrai; cette observation me parut de la plus grande précision; j'aperçus l'Étoile qui prit une teinte rouge sur le bord de la Lune & s'éclipsa dans un instant: je crois que cette couleur a plutôt sa source dans la petite irradiation de la lumière que dans l'atmosphère de la Lune, ainsi qu'on le verra par les émersions.

J'observai avec la même précision l'immersion de *Maya*, & j'y aperçus le même phénomène; l'immersion arriva à $10^h 53' 34''$, temps vrai. J'observai à $10^h 59' 2'' \frac{1}{2}$ l'émerison d'une Étoile, que j'avois prise d'abord pour *Celena*, & que je crois celle située au sud de cette Étoile: *Taygeta* parut à $11^h 41' 59''$; je diffère dans cette dernière observation d'environ une minute de celle de M. Maraldi, ce qui ne peut avoir sa source que dans un mécompte dans l'heure prise à la pendule.

J'aperçus à $11^h 44' 31''$ la petite Étoile qui est au midi de *Maya*, elle me servit à fixer la vue dans l'endroit où *Maya* devoit paroître quelques minutes après; & en effet, cette dernière Étoile parut comme un éclair à $11^h 51' 30''$: cette Étoile ayant paru si promptement & dans son état naturel, il me paroît très-difficile d'accorder ce fait avec l'atmosphère de la Lune, ou cette atmosphère doit être bien rare. Cette observation prouve évidemment la fausseté de celle d'un Anglois *, qui a prétendu mesurer l'étendue de cette atmosphère par les degrés de lumière qu'une Étoile a montrés successivement dans une pareille observation; & en effet, la lumière de cette Étoile n'ayant point été altérée à son émersion, il paroît que l'altération qu'elle avoit soufferte dans l'immersion qui est arrivée dans la partie éclairée de la Lune, a uniquement sa source dans l'irradiation de la lumière de cette Planète, & non pas dans son atmosphère.

* On trouve cette Observation dans les *Transactions philosophiques*.



M É M O I R E

SUR LES ROUES HYDRAULIQUES.

Par M. le Chevalier DE BORDA.

IL y a deux espèces ordinaires de Roues hydrauliques, l'une connue généralement sous le nom de *roue à aubes* ou à *palettes*, qui se meut par le choc de l'eau; l'autre, connue sous le nom de *roue à pots* ou à *godets*, qui se meut en partie par le choc & en partie par le poids de l'eau.

Je me propose dans ce Mémoire, 1.^o de trouver la manière de faire produire à chacune des deux espèces de roues le plus grand effet possible; 2.^o d'assigner le rapport qui est entre les plus grands effets possibles de l'une & de l'autre.

Je commencerai d'abord par les roues à palettes, j'examinerai ensuite les roues à godets.

P R O B L E M E I.

Fig. 1. (1.) Soit un filet d'eau qui tombe le long d'un plan incliné *AB* sur les palettes obliques *HG* d'une roue horizontale *RS*, de manière qu'il n'y ait aucune molécule du fluide qui ne frappe quelque palette; on suppose que cette roue, en tournant, fasse monter le poids *P*, & on demande quelle sera la vitesse de la roue lorsqu'elle sera parvenue à son mouvement uniforme!

S O L U T I O N.

Je suppose que le mouvement est déjà parvenu à cet état d'uniformité, & je remarque qu'alors l'action instantanée du fluide sur les palettes fera équilibre avec l'action de la gravité sur le poids *P*, ou, ce qui est la même chose, que la quantité de mouvement que le fluide perdra à chaque instant dans le plan de la roue, fera équilibre avec la quantité de mouvement que l'action de la gravité donneroit au poids *P* dans le même instant.

Cela posé, par le point A , d'où l'on suppose que le fluide tombe, je mène l'horizontale AF qui rencontre au point F le prolongement de la palette HG ; je prends sur AF la partie AM pour représenter la vitesse du point B de la roue, tandis que AB représentera la vitesse du fluide au point B ; je tire ensuite MB qui représentera la vitesse & la direction relatives du fluide par rapport au point B de la roue; du point M , je mène MD perpendiculaire sur BF , & du point D , je mène DE perpendiculaire sur AF . Il est clair que MD sera la vitesse avec laquelle la palette sera frappée, & que ME sera la partie de cette vitesse perdue dans le plan de la roue.

Soit à présent la hauteur $CB = H$, l'angle $ABC = A$, $CBF = B$, la vitesse du point B de la roue $= V$, la force accélératrice de la gravité $= g$, un élément du temps $= dt$, le poids que la roue élève $= P$, le rayon de la roue $= R$, le rayon de la circonférence sur laquelle se roule le cordon qui élève le poids $P = r$; enfin la quantité d'eau que le réservoir fournit par secondes $= E$.

On aura la vitesse absolue du fluide au point $B = \sqrt{(2gH)}$, la ligne $AB = \frac{H}{\cos. A}$, $AC = H \tan g. A$, $AM = \frac{H \cdot V}{\cos. A \sqrt{(2gH)}}$, $AF = H (\tan g. A + \tan g. B)$, $ME = H \cos. B^2 \times (\tan g. A + \tan g. B - \frac{V}{\cos. A \sqrt{(2gH)}})$, la quantité de fluide qui tombera sur les palettes dans un temps $dt = \frac{E dt}{1''} \times \sqrt{(2gH)}$;

la quantité de mouvement sera par conséquent $= \frac{E dt}{1''} \times \sqrt{(2gH)}$,

& la partie du mouvement qui servira à faire mouvoir la roue & qui doit être en équilibre avec l'action instantanée de la gravité sur le poids P , sera $= \frac{E dt}{1''} \times \frac{ME}{AB} \times \sqrt{(2gH)} = \frac{E dt}{1''}$

$\times (\tan g. A + \tan g. B - \frac{V}{\cos. A \sqrt{(2gH)}}) \cos. B^2 \cdot \cos. A \cdot \sqrt{(2gH)}$;

mais la quantité de mouvement que l'action de la gravité donneroit au poids P dans le même temps $= g P dt$; on aura donc, à

causée de l'équilibre de ces deux quantités,

Fig. 1. $\frac{gPr}{R} = \frac{R}{1''} \cdot (\text{tang. } A + \text{tang. } B - \frac{V}{\text{cof. } A \cdot \sqrt{2gH}}) \cdot \text{cof. } B^2 \cdot \text{cof. } A \cdot \sqrt{2gH}.$
C. Q. F. T. & D.

C O R O L L A I R E I.

(2.) Pour trouver les conditions qui donnent le plus grand effet possible, je remarquerai que l'effet d'une roue hydraulique est d'autant plus grand que le poids qu'elle est supposée élever est plus grand & monte avec plus de vitesse; cet effet est donc proportionnel à $\frac{P \cdot Vr}{R}$; mettant dans cette expression la valeur de $\frac{Pr}{R}$, prise dans l'équation qu'on vient de trouver, on aura l'effet de la roue ou $\frac{P \cdot Vr}{R} = \frac{V \cdot E}{1''} \cdot (\text{tang. } A + \text{tang. } B - \frac{V}{\text{cof. } A \cdot \sqrt{2gH}}) \cdot \text{cof. } B^2 \cdot \text{cof. } A \cdot \sqrt{2gH}$; égalant cette quantité à un *maximum*, & différenciant en faisant varier V , on aura $V = \frac{1}{2} \text{cof. } A \cdot \sqrt{2gH} \cdot (\text{tang. } A + \text{tang. } B)$; mettant ensuite cette valeur dans celle de $\frac{P \cdot Vr}{R}$, & différenciant de nouveau en faisant varier ou A ou B , on aura $\text{cof. } (A + B) = 0$; ou $A + B = 90^\circ$; ce qui fait voir que, pour le plus grand effet possible de cette roue, il faut que la direction du fluide fasse un angle droit avec le plan de la palette qu'il frappe. Mettant à présent cette valeur de $A + B$ dans celle de la vitesse que nous avons trouvée plus haut, on aura $V = \frac{\sqrt{2gH}}{2 \sin A}$, qui est la seconde condition nécessaire pour le plus grand effet possible.

C O R O L L A I R E I I.

(3.) Comparons à présent l'effet de cette roue avec la quantité d'eau qui la fait mouvoir: pour cela, je remarque que la quantité d'eau qui tombe de la hauteur H , tandis que le poids P monte de

de la même hauteur $= \frac{E}{1''} \times \frac{H.R}{V_r}$; mettant dans cette expression Fig. 1.
la valeur de $\frac{V_r}{R}$, prise dans le *corollaire précédent*, on aura la
quantité d'eau cherchée $= \frac{E}{1''} \times \frac{2 H P. 1''}{H E} = 2 P$; d'où l'on
voit que si la force de cette roue étoit employée à élever des
poids depuis le point *B* jusqu'à la surface du réservoir de l'eau qui
la met en mouvement, les poids élevés ne seroient jamais que la
moitié du poids de l'eau descendue, quand bien même on suppo-
seroit que la roue à palettes produiroit son plus grand effet possible.

COROLLAIRE III.

(4.) La solution qu'on vient de donner pour les roues
horizontales à palettes obliques, s'applique également aux roues
verticales ordinaires. Supposons, par exemple, une de ces roues Fig. 2.
placée dans un petit canal dont les palettes, en tournant, remplissent
exactement tout le passage, de manière qu'aucune molécule d'eau
ne puisse s'échapper par aucun côté sans frapper les palettes & sans
perdre la vitesse qu'elle a de plus que ces palettes : il est clair
que pour adapter la solution à ce cas particulier, il suffira de
supposer $B = 0$ ou $A = 90^\circ$; mettant cette valeur dans
l'expression générale de la vitesse qui répond au plus grand effet
possible, on aura $V = \frac{1}{2} \sqrt{2 g H}$, c'est-à-dire qu'il faudra, pour
le plus grand effet possible, que la vitesse des palettes de la roue
soit la moitié de celle du fluide qui les fait mouvoir.

REMARQUE.

(5.) Ce que ma solution vient de me donner, est contraire
à ce qu'ont dit jusqu'à présent les Géomètres qui ont travaillé sur
cette matière : en effet, tous ont trouvé, que pour faire produire
à une roue à palettes le plus grand effet possible, il ne falloit
laisser prendre aux palettes que le tiers de la vitesse du fluide qui
les frappoit, & voici sur quoi ce résultat étoit fondé. On ne
considéroit dans cette roue qu'une seule palette *AB*, contre laquelle
on cherchoit la force du choc du fluide ; on trouvoit, en appelant
Mém. 1767. . M m

Fig. 2. B la vitesse du fluide & V celle des palettes, que le choc étoit proportionnel à $(B - V)^2$; & comme l'effet de la roue est nécessairement proportionnel à la vitesse des palettes multipliée par le choc du fluide, on avoit l'effet de la roue représenté par $V \cdot (B - V)^2$, d'où on tiroit pour le *maximum* $V = \frac{1}{3}B$; mais il falloit observer que dans le mouvement dont il s'agit, l'action de l'eau ne s'exerce pas contre une palette isolée, mais contre plusieurs palettes à la fois, & que ces palettes fermant tout le passage du petit canal & ôtant au fluide la vitesse qu'il a de plus qu'elles, la quantité du mouvement perdu par ce fluide, & par conséquent le choc qu'éprouvent les palettes, n'est plus proportionnel au carré de la différence des vitesses des fluides & des palettes, mais seulement à la différence de ces vitesses; d'où il suit que l'effet est représenté par $V \cdot (B - V)$, & non pas par $V \cdot (B - V)^2$: or égalant $V \cdot (B - V)$ à un *maximum*, on trouve $V = \frac{1}{2}B$, comme dans le *corollaire III*.

R E M A R Q U E.

Les roues horizontales à palettes sont fort en usage dans les provinces méridionales de France, mais il faut remarquer qu'on donne ordinairement une courbure à ces palettes; & comme cette forme peut en changer l'effet, je vais l'examiner dans le problème suivant.

P R O B L E M E I I.

(6.) Soit encore un petit canal AB , par lequel un filet d'eau tombe sur les palettes courbes BGD ; on suppose que l'eau entre dans ces courbes sans les frapper, & qu'après avoir agi sur elles par une espèce de pression depuis B jusqu'en D , elle sorte horizontalement par la partie inférieure D : on demande la vitesse uniforme à laquelle cette roue parviendra?

S O L U T I O N.

Supposons, comme dans le *problème précédent*, qu'on prenne sur AC la ligne AM pour représenter la vitesse du point B de la roue, tandis que AB représentera celle du fluide à ce même

point *B*, tirons ensuite la ligne *MB*; il est clair que si on veut que le fluide tourne dans la courbe *BGD* sans produire aucun choc, il faudra que le premier côté de la courbe soit dans la direction *MB*, & alors le fluide entrera dans la courbe avec une vitesse relative représentée par *MB*, & en sortira avec cette même vitesse relative, plus celle que la gravité lui aura donnée dans le temps qu'il sera parvenu de *B* en *D*. Pour trouver à présent la quantité de mouvement que le fluide aura perdue contre la roue, il faudra chercher la vitesse horizontale absolue que ce fluide avoit en arrivant au point *B*, & en retrancher la vitesse horizontale absolue qu'il conservera en sortant par *D*; cette différence exprimera la vitesse horizontale perdue par chaque molécule depuis *B* jusqu'en *D*, ou, ce qui est la même chose, la somme des vitesses horizontales que tout le fluide contenu dans la courbe *BD* perd dans un instant : de-là, il sera facile de conclure la quantité de mouvement perdue par le fluide, & il ne restera plus qu'à supposer qu'elle est en équilibre avec celle que la gravité auroit donnée au poids pendant le même instant. Cela posé, soient conservées les mêmes dénominations que dans le problème précédent, & soit outre cela *BH* = *h*, on aura

$$AB = \frac{H}{\cos. A}, AC = H \tan. A, \text{ la vitesse absolue du fluide en } B = \sqrt{2gH}, AM = \frac{V.H}{\cos. A \cdot \sqrt{2gH}}, MC = H \cdot (\tan. A - \frac{V}{\cos. A \cdot \sqrt{2gH}}),$$

$$MB = \sqrt{(MC)^2 + (BC)^2} = \frac{H}{\cos. A} \sqrt{1 + \frac{V^2}{2gH} - \frac{2V \sin. A}{\sqrt{2gH}}}, \text{ la vitesse représentée par } MB = \frac{MB}{AB} \cdot \sqrt{2gH},$$

la hauteur due à cette vitesse = $H \times \frac{MB^2}{AB^2}$; ajoutant la hauteur *BH* = *h*, on aura la hauteur due à la vitesse relative du fluide au point *D* = *h* + $H \times \frac{(MB)^2}{(AB)^2}$; donc cette vitesse sera = $\sqrt{2g \cdot (h + H \times \frac{MB^2}{AB^2})}$: or (*hyp.*) la direction du fluide à sa sortie par *D*

Fig. 2. est horizontale; ainsi puisque la vitesse du point D de la roue $= V$, il s'en suit que le fluide, en sortant par D , aura une vitesse horizontale vers $S = V - \sqrt{2g \cdot (h + H \times \frac{MB^2}{AB^2})}$; mais avant d'entrer dans la courbe au point B , il avoit une vitesse horizontale $= \sin. A \sqrt{2gH}$; donc lorsqu'il sortira par D , il aura perdu une vitesse $= \sin. A \sqrt{2gH} - V + \sqrt{2g \cdot (h + H \times \frac{MB^2}{AB^2})}$. A présent, nous remarquerons que la quantité de fluide qui entre dans la roue dans le temps $dt = \frac{E dt}{1''}$; multipliant cette quantité par la vitesse perdue que nous avons trouvée ci-dessus, le produit devra faire équilibre avec la quantité de mouvement que la gravité auroit imprimée au poids P dans le même temps, c'est-à-dire avec $P g dt$: on aura donc $\frac{g P r}{R} = \frac{E}{1''} \cdot [\sin. A \sqrt{2gH} - V + \sqrt{2g \cdot (h + H \times \frac{MB^2}{AB^2})}]$ $=$ (en mettant la valeur de $\frac{MB}{AB}$) $\frac{E}{1''} \times (\sin. A \sqrt{2gH} - V + \sqrt{2g \cdot (h + H)} + V^2 - 2V \sin. A \sqrt{2gH})$.
C. Q. F. T. & D.

C O R O L L A I R E I.

(7.) Pour trouver les conditions qui donnent le plus grand effet possible, on égalera à un *maximum* la valeur de $\frac{P \cdot V r}{R}$, trouvée par le *problème précédent*; on différenciera en regardant V comme variable, & on trouvera la vitesse qui convient au plus grand effet possible $= \frac{g \cdot (H + h)}{\sin. A \cdot \sqrt{2gH}}$.

C O R O L L A I R E II.

(8.) Pour comparer à présent l'effet de cette roue avec la quantité d'eau qui la fait mouvoir, je cherche d'abord la quantité d'eau qui tombe sur la roue dans le temps que le poids monte de la hauteur entière $H + h$, & je trouve que cette quantité

$$= \frac{E}{1''} \times \frac{(H+h)R}{Vr}$$
; mettant dans cette expression la valeur de $\frac{Vr}{R}$, prise dans le problème & le corollaire précédens, on

trouvera que dans le temps que le poids monte de la hauteur $H + h$, il tombe sur la roue une quantité d'eau dont le poids $= P$; c'est-à-dire que si la force de cette roue étoit employée à élever des poids depuis le point B jusqu'à la surface du réservoir qui fournit l'eau, la somme des poids élevés pourroit être égale au poids de tout le fluide descendu, & par conséquent le plus grand effet possible de cette roue est double du plus grand effet possible des roues à palettes planes.

REMARQUE.

(9.) J'aurois pu dans la solution du problème I.^{er} avoir égard à l'action que la gravité du fluide exerce sur les palettes lorsque après le choc il coule sur ces palettes; j'aurois pu aussi considérer les différens bras de levier par lesquels le fluide agit; mais ces nouvelles considérations ne pouvant faire que de petits changemens dans les résultats, j'ai cru pouvoir les négliger.

PROBLEME III.

(10.) Soit une roue à godets ADE mise en mouvement par *Fig. 4.* un filet d'eau MN; on suppose que la circonférence de la roue ait plusieurs cavités qui puissent contenir toute l'eau qui tombe sur la roue pendant une révolution, & qui la conservent depuis le point N jusqu'au point inférieur E, où on veut que l'eau sorte de ces cavités: on suppose encore que cette roue élève le poids P, & on demande la vitesse uniforme à laquelle elle parviendra?

SOLUTION.

Soit le poids $= P$, le rayon de la roue $= R$, celui de la circonférence qui élève le poids $= r$, la quantité d'eau qui tombe par secondes $= E$, la hauteur totale $BE = H$, la hauteur de la chute du fluide depuis B jusqu'en $N = h$, la force de la gravité $= g$, un élément du temps $= dt$.

Fig. 4. Puisqu'on suppose que le mouvement est parvenu à l'uniformité; il s'ensuit que le choc du fluide en N , plus l'action du fluide contenu dans la partie NDE de la circonférence, font équilibre avec l'action du poids P ; donc la quantité de mouvement que le fluide en N perd dans un instant contre la roue, plus celle que lui imprimerait dans le même temps la gravité du fluide contenu depuis N jusqu'en E , doivent faire équilibre avec la quantité de mouvement que la gravité imprimerait au poids P dans le même temps; il ne s'agit plus que de trouver ces trois quantités: or 1.° la vitesse du fluide en $N = \sqrt{2gh}$, & la vitesse de la circonférence $= V$; donc, en supposant (comme cela doit être pour le plus grand effet possible) que le fluide frappe les cavités de la circonférence dans la direction de la tangente au point N , la vitesse perdue par chaque molécule du fluide sera $= \sqrt{2gh} - V$; mais la quantité de fluide qui entre dans la roue pendant le temps $dt = \frac{E dt}{i''}$, donc la quantité de mouvement perdue par le fluide dans le temps dt ou, ce qui est la même chose, la quantité qui auroit été imprimée à la circonférence de la roue $= \frac{E dt}{i''} [\sqrt{2gh} - V]$: 2.° la quantité de fluide contenu dans la circonférence $NDE = \frac{E}{i''} \times \frac{NDE}{V}$; l'action de la gravité sur ce fluide pendant le temps $dt = \frac{E}{i''} \times \frac{NDE}{V} \times g dt$; mais cette action ne s'exerçant pas tangentiellement à la circonférence, on cherchera à déterminer cette action tangentielle, & on trouvera facilement qu'elle est égale au produit de l'action verticale, dont nous venons de parler, par le rapport de HE à NDE ; on aura donc la quantité de mouvement que le fluide auroit imprimée à la circonférence pendant le temps $dt = \frac{E}{i''} \times \frac{NDE}{V} \times g dt \times \frac{HE}{NDE} = \frac{E}{i''} \times g dt \times \frac{H-h}{V}$: 3.° la quantité de mouvement que la gravité auroit imprimée au poids P dans le même temps $= P g dt$; on aura donc, à cause de

l'équilibre de ces trois quantités, $\frac{gPr}{R} = \frac{E}{i''} \times [V(2gh) - V + g \times \frac{H-h}{V}]$. C. Q. F. T. & D.

COROLLAIRE I.

(11.) Supposons que la roue n'élève aucun poids, & qu'on veuille savoir la plus grande vitesse à laquelle elle pourra parvenir, on fera dans l'équation $P = 0$, & on trouvera $V = \frac{1}{2} V(2gh) + V(gH - \frac{1}{2}gh)$; supposant encore $h = 0$, on aura $V = V(gH)$; c'est-à-dire que si, le diamètre de la roue étant égal à BE ou plus grand que BE , le fluide entre dans la circonférence par un point de niveau avec le point B , la circonférence de la roue, quoiqu'elle n'élève aucun poids, ne parviendra jamais qu'à une vitesse due à la moitié de la hauteur BE . Fig. 4.

COROLLAIRE II.

(12.) Supposons à présent qu'on veuille avoir les conditions du plus grand effet possible, on égalera $\frac{P.Vr}{R}$ à un *maximum*: or, par le problème III, on a $\frac{P.Vr}{R} = \frac{E.V}{g \times i''} \times [V(2gh) - V + g \times \frac{H-h}{V}]$; différenciant en faisant varier V , & égalant à zéro, on aura $V = \frac{1}{2} V(2gh)$, c'est-à-dire qu'il faudra que la circonférence de la roue prenne la moitié de la vitesse du fluide qui la frappe, ainsi que nous l'avons déjà trouvé pour les roues à aubes. Mettant à présent cette valeur de V dans celle de $\frac{P.Vr}{R}$, qui représente l'effet de la roue, on trouvera cet effet proportionnel à $\frac{E}{i''} \times (H - \frac{h}{2})$, d'où l'on voit facilement qu'il faut pour le plus grand effet possible qu'on ait $h = 0$; c'est-à-dire que le diamètre de la roue doit être ou égal à BE ou plus grand que BE , & que, dans les deux cas, le fluide doit entrer dans la circonférence de la roue au niveau du point B , & par conséquent avec

une vitesse infiniment petite; d'où il suit que la vitesse de la roue doit aussi être infiniment petite.

C O R O L L A I R E I I I.

(13.) Pour comparer l'effet de cette roue avec la quantité d'eau qui la fait mouvoir, je cherche d'abord la quantité d'eau qui tombe sur la roue dans le temps que le poids monte de toute la hauteur H , & je trouve qu'elle est égale à $\frac{E}{1^{\text{re}}} \times \frac{H \cdot R}{V_r}$, quantité qui (en mettant pour $\frac{V_r}{R}$ la valeur prise dans le *corollaire précédent*, & faisant $h = 0$) devient égale à P ; donc cette roue est dans le même cas que les roues horizontales à palettes courbes, c'est-à-dire qu'elle peut élever depuis la partie inférieure de la roue jusqu'à la surface du réservoir qui fournit l'eau, une quantité de poids égale au poids de toute l'eau qui la fait mouvoir.

*SOLUTIONS des Problèmes contenus dans ce Mémoire,
par le principe de la conservation des forces vives.*

J'ai cru qu'on ne seroit pas fâché de voir cette nouvelle application d'un principe dont on a fait jusqu'à présent un si grand usage dans les questions d'Hydrodynamique; mais j'avertis que pour bien entendre les solutions que je vais donner, il faudroit avoir présente la manière dont je me suis servi de ce principe dans mon Mémoire sur les fluides, imprimé avec ceux de 1766, Mémoire dont ceci peut être regardé comme une continuation.

Fig. 3. (14.) Je me propose d'abord la solution du *Problème II*: il est facile de voir qu'il n'y a pas de forces vives perdues dans cette question; par conséquent l'incrément des forces vives, acquis par le système, pendant un instant, sera égal à l'incrément du moment de la descente du fluide, moins l'incrément du moment de l'ascension du poids P . Soient donc employées les mêmes dénominations que dans l'article 6, & soit outre cela la vitesse avec laquelle le fluide s'échappe sous la roue $= Z$; on aura
l'incrément

L'incrément des forces vives de tout le système pendant un Fig. 3.
instant $= \frac{E dt}{1''} \times \frac{ZZ}{2g}$, celui du moment de la descente du

fluide sera $= \frac{E dt}{1''} \cdot (H + h)$, celui de l'ascension du poids

P sera $= \frac{P \cdot V r dt}{R}$; on aura donc $\frac{E dt}{1''} \times \frac{ZZ}{2g} = \frac{E dt}{1''}$

$\cdot (H + h) - \frac{P \cdot V r dt}{1''}$; or nous avons trouvé dans ce

même article 6, que $Z = V - \sqrt{2g \cdot (H + h) + V^2}$
 $- 2V \sin. A \sqrt{2gH}$; mettant cette valeur dans l'équation

ci-dessus, on aura $\frac{E}{1''} \cdot [\sin. A \sqrt{2gH} - V + \sqrt{2g$

$\cdot (H + h) + V^2 - 2V \sin. A \sqrt{2gH}]] = \frac{gPr}{R}$,

comme nous l'avons trouvé dans le problème II. C. Q. F. T. & D.

(15.) Je vais chercher à présent le mouvement de la roue à
godets. Il est clair d'abord que le fluide sort de la partie inférieure
de cette roue avec la vitesse V ; par conséquent si le principe de Fig. 4.
la conservation des forces vives avoit lieu sans restriction dans ce

problème, on auroit, ainsi que dans le précédent, $\frac{E dt}{1''} \times \frac{VV}{2g}$

$= \frac{E dt}{1''} \times H - \frac{P \cdot V r}{R} dt$; mais le fluide frappant les cavités

de la circonférence en N , il y a nécessairement une perte de
forces vives; & on verra facilement, d'après mon Mémoire sur
les fluides, que la vitesse du fluide étant u & celle de la roue

étant V , cette perte de forces vives sera $= \frac{(u - V)^2}{2g} \times \frac{E dt}{1''}$;

il n'y aura donc qu'à ajouter cette quantité au premier membre
de l'équation ci-dessus, & on aura la vraie équation du problème

$\frac{E}{1''} + \left(\frac{VV + (u - V)^2}{2g} \right) = \frac{E}{1''} \times H - \frac{P \cdot V r}{R}$, ou en

mettant u pour sa valeur $\sqrt{2gh}$, $\frac{E}{1''} \times [\sqrt{2gh} - V + g$

$\times \frac{H - h}{V}] = \frac{gPr}{R}$, comme dans le problème III. C. Q. F. T. & D.

Fig. 2. (16.) La solution pour les roues verticales, est semblable à celle pour les roues à godets : en effet, la vitesse du fluide lorsqu'il a frappé les aubes étant V , l'incrément des forces vives du système sera $\frac{VV}{2g} \times \frac{Edt}{1''}$, & par conséquent en employant le principe des forces vives sans restriction, on auroit $\frac{Edt}{1''} \times \frac{VV}{2g} = \frac{Edt}{1''} \times H - \frac{P \cdot V r dt}{R}$; mais il y a dans cette question une perte de forces vives qui est pareille à celle de la question précédente, & qu'on trouvera aussi égale à $\frac{(u - V)^2}{2g} \times \frac{Edt}{1''}$; on aura donc $\frac{E}{1''} \times \left(\frac{VV + (u - V)^2}{2g} \right) = \frac{E}{1''} \times H - \frac{P V r}{R}$; ou $\frac{E}{1''} \cdot [V(2gH) - V] = \frac{g P r}{R}$, ce qui est l'équation qu'on trouveroit pour ce problème particulier par la méthode que j'ai suivie dans ce Mémoire.

Fig. 2. (17.) La solution du premier problème est un peu plus embarrassante, parce que la perte de forces vives qui se fait au point B , ne doit pas être estimée comme dans les questions précédentes : pour trouver cette perte de forces vives, regardons la palette GH comme un corps d'une masse B , qui tourne autour de l'axe CB avec une vitesse V ; dans cette supposition, la force vive de la palette avant le choc est $\frac{B V V}{2g}$, & comme le choc de la molécule $\frac{Edt}{1''}$ lui imprime dans un instant une vitesse $\frac{Edt \cdot ME}{1'' \cdot B \cdot AB} - V(2gH)$, la force vive après le choc $= B \cdot \left(\frac{V V}{2g} + \frac{2 V \cdot Edt \cdot ME \cdot \sqrt{2gH}}{2g \cdot 1'' \cdot A \cdot AB} \right)$, & par conséquent cette palette acquiert par le choc une force vive $= \frac{2 V \cdot Edt \cdot ME \cdot \sqrt{2gH}}{2g \cdot 1'' \cdot A \cdot B}$. D'un autre côté, Z étant la vitesse avec laquelle le fluide sort par-dessous la roue, & $V(2gH)$ celle qu'il a avant le choc, il s'ensuit qu'il perd par le choc une force vive $= \frac{2gH - Z Z}{2g}$; retranchant de cette quantité la force

vive acquise par la palette, on aura la perte des forces vives faite par tout le système $= \frac{2gH - ZZ}{2g} - \frac{2V \cdot Edt \cdot ME}{2g \cdot 1'' \cdot AB} \cdot \sqrt{2gH}$; Fig. 1.
 il ne reste plus qu'à ajouter cette perte de forces vives à l'incrément des forces vives acquises dans un instant par tout le système, l'incrément qui est évidemment $= \frac{Edt}{1''} \times \frac{ZZ}{2g}$, & égalier ensuite la somme à $\frac{Edt}{1''} \times H - \frac{P \cdot Vrdt}{R}$, comme nous l'avons fait ci-dessus, & on aura pour l'équation du problème $\frac{E}{1''} \times \left(\frac{ZZ}{2g} + \frac{2gH - ZZ - 2V \cdot \frac{ME}{AB} \cdot \sqrt{2gH}}{2g} \right) = \frac{Edt}{1''} \times H - \frac{P \cdot Vrdt}{R}$,
 ou $\frac{E}{1''} \cdot \left(\frac{ME}{AB} \cdot \sqrt{2gH} \right) = \frac{gPr}{R}$; & mettant pour ME & AB leurs valeurs prises dans l'article 1, on aura enfin $\frac{E}{1''} \times \cos. B^2 \cos. A \cdot \sqrt{2gH} \cdot (\tan. A + \tan. B - \frac{\cos. A \sqrt{2gH}}{V}) = \frac{gPr}{R}$, comme dans la première solution.
 C. Q. F. T. & D.

COROLLAIRE GÉNÉRAL.

(18.) Supposons une machine quelconque mûe par un fluide, & soit la vitesse que ce fluide conserve après avoir agi sur cette machine $= Z$, soit encore la perte de forces vives qui peut se faire dans tout le système $= \frac{Edt}{1''} \times \frac{vv}{2g}$, il est clair par les solutions précédentes qu'on aura $\frac{Edt}{1''} \times \left(\frac{ZZ + vv}{1''} \right) = \frac{Edt}{1''} \times H - \frac{P \cdot Vrdt}{R}$, ou $\frac{E}{1''} \times \left(H - \frac{ZZ + vv}{2g} \right) = \frac{P \cdot Vr}{R}$, & comme (article 2) $\frac{P \cdot Vr}{R}$ sera proportionnel à l'effet de cette machine, il s'ensuit que $H - \frac{ZZ + vv}{2g}$ le sera aussi; d'où
 N n ij

Fig. 1. l'on voit qu'une machine dans laquelle on auroit $\frac{ZZ + vv}{2g} = 0$,

ou, ce qui est la même chose, $\frac{E}{1''} \times H = P \frac{P.Vr}{R}$, produiroit

le plus grand de tous les effets possibles, & qu'il seroit absurde de dire qu'une autre machine quelconque pût produire un effet plus grand : or cette équation $\frac{E.H}{1''} = \frac{P.Vr}{R}$ a lieu dans le mouvement des roues à godets & des roues horizontales à palettes courbes, pourvu qu'on remplisse toutes les conditions du *maximum* que j'ai assigné ; donc ces deux espèces de roues peuvent dans la théorie produire le plus grand de tous les effets possibles ; d'où il suit aussi, par l'article 8, que les roues à palettes planes ne peuvent produire que la moitié de ce plus grand effet.

Application des Solutions précédentes à la pratique.

J'ai donné dans ce Mémoire les rapports que les effets des différentes espèces de roues doivent avoir entre eux par la théorie, mais il se peut faire que ces rapports ne soient plus les mêmes dans la pratique, & c'est ce que je vais examiner dans les réflexions suivantes.

Des roues verticales à palettes ou à aubes.

(19.) Ces roues pourroient produire la moitié du plus grand de tous les effets possibles, comme nous l'avons dit (*article 18*), si les palettes, en tournant dans leur petit canal, en remplissoient exactement tout le passage, & ne laissoient échapper aucune partie du fluide sans lui avoir ôté la vitesse qu'il a de plus qu'elles ; mais on est obligé, pour éviter le frottement de ces palettes contre les bords & les fonds du canal, de laisser un petit intervalle entre elles & ce canal, ce qui en même-temps donne à une partie du fluide la liberté de s'échapper sans exercer son action : il n'est pas possible de déterminer la diminution d'effet qui provient de cette cause, puisqu'elle dépend du plus ou moins de perfection de l'ouvrage ; mais je crois qu'il est rare que dans la

pratique l'effet de cette roue soit les $\frac{3}{8}$ du plus grand de tous les effets possibles, quoique dans la théorie il pût en être la moitié.

Des roues horizontales à palettes planes.

(20.) Celles-ci ne perdent pas, à beaucoup près, une aussi grande quantité de l'action du fluide que les précédentes, & par conséquent elles doivent leur être préférées lorsque la quantité de chute que l'on a, ou d'autres circonstances, permettent également de faire usage des unes & des autres : mais voici encore un avantage particulier dont ces roues jouissent ; nous avons vu dans la solution que nous avons donnée (article 1) qu'elles peuvent toujours produire leur plus grand effet possible, pourvu qu'on

laisse prendre à leurs palettes une vitesse $= \frac{V(2gH)}{2 \sin. A}$; or cette Fig. 1.

quantité augmentant à proportion que $\sin. A$ diminue, il s'ensuit que, sans rien perdre de l'effet de ces roues, on peut en diminuant l'angle A , augmenter considérablement la vitesse des palettes, suivant l'exigence des machines qu'on veut faire mouvoir ; au lieu qu'il n'y a qu'une seule vitesse, savoir la moitié de celle du fluide, qui convienne au plus grand effet possible des roues verticales.

Des roues horizontales à palettes courbes.

(21.) Ces roues n'ont pas sur les précédentes tout l'avantage que la théorie leur assigne, parce qu'il est comme impossible dans la pratique que toutes les parties du fluide entrent dans les courbes, en suivant une direction convenable, & en sortant dans une direction horizontale, comme cela devoit être pour le plus grand effet possible : malgré ces défauts & quelques autres qu'il seroit trop long de détailler, ces roues sont toujours supérieures aux roues horizontales à palettes planes, & à plus forte raison aux roues verticales, pourvu qu'on ait une chute d'eau suffisante : par exemple, je crois qu'avec une chute de 5 ou 6 pieds, on peut faire une roue horizontale à palettes courbes, dont l'effet soit à celui des roues verticales ordinaires, au moins comme 3 est à 2.

Des roues à godets.

(22.) Nous avons dit que pour qu'une roue à godets produise son plus grand effet possible, il faut 1.^o que son diamètre
 Fig. 8. soit égal à toute la hauteur de la chute BE ou plus grand que cette hauteur; 2.^o que l'eau entre dans les godets au niveau de la surface du réservoir; 3.^o que la vitesse de la roue soit infiniment petite: mais quoique le plus grand effet possible n'existe réellement que lorsque ces trois conditions sont observées, on peut néanmoins donner au fluide une petite chute BA , & à la roue une assez grande vitesse, sans que pour cela l'effet s'éloigne beaucoup de celui qui est le plus grand. Pour le faire voir, prenons un exemple particulier, supposons que la hauteur entière $BE = 12$ pieds, que le diamètre de la roue $= 11$ pieds, & que ce fluide entre dans la roue par le point A : comme les godets commencent toujours à se vider avant d'arriver au point E , supposons que l'arc EY de 25 degrés soit toujours entièrement vide (le reste de la demi-circonférence étant uniformément plein); il est clair d'après les précédentes solutions, qu'il faudra pour le plus grand effet possible que la vitesse des palettes soit la moitié de celle qui est due à la hauteur BA ; on aura donc $V = \frac{1}{2} \sqrt{2g \cdot BA} = \frac{3^{\text{pieds},87}}{1^{\text{se}}}$: or la roue ayant la vitesse que nous venons d'assigner, on trouvera facilement que son effet sera à son plus grand effet possible comme $BO - \frac{1}{2} BA$ est à BE , ou comme $\frac{11^{\text{pieds}}}{1} \cdot (1 - \cos. 25^{\text{d}}) - \frac{1}{2}$ est à 12, ou comme 11 est à 12 à très-peu de chose près; ainsi malgré les imperfections que nous avons supposées dans la construction de cette roue, & quoiqu'on laisse prendre aux palettes une vitesse de près de 4 pieds par secondes, l'effet ne sera diminué que d'un douzième; supposons même qu'on eût besoin de donner 6 pieds de vitesse par secondes à ces palettes, on trouveroit que la diminution d'effet ne seroit encore, malgré cela, que d'un dixième seulement.

On voit par cet exemple, que les roues à godets produisent,

à peu de chose près, dans la pratique, le plus grand de tous les effets possibles, au lieu que nous avons dit que les roues verticales ordinaires ne produisoient au plus que les $\frac{3}{8}$ de cet effet, & que les deux espèces de roues horizontales en produisoient seulement, l'une un peu moins, l'autre un peu plus de la moitié.

Au reste l'emploi des différentes espèces de roues que je viens d'examiner, dépendant de la chute d'eau dont on peut disposer, de la nature des machines qu'on veut faire mouvoir, & enfin de plusieurs autres circonstances particulières, on ne peut assigner généralement les avantages d'une espèce sur l'autre : mais d'après les principes que je viens de donner, on pourra aisément dans chaque cas en faire une comparaison assez exacte, & c'est l'objet que je me propoisois dans ce Mémoire.



P R É C I S
D E S O P É R A T I O N S
Continuées en 1766 dans la Méditerranée.

Par M. DE CHABERT.

29 Avril
1767.

JE viens rendre hommage à l'Académie du fruit des travaux de ma dernière campagne; il a été recueilli avec beaucoup de risques & de peines dans les pays peu fréquentés que j'ai parcourus: mais je remplissois tout-à-la-fois dans ma commission, le vœu ancien de l'Académie & l'intention bienfaisante du Ministère de la Marine, de diminuer les dangers de la navigation de la Méditerranée; deux motifs bien puissans pour moi de m'efforcer à les surmonter tous.

Je déterminai d'abord en partant de Toulon les latitudes du cap Corse & de la ville de Ferraio dans l'île d'Elbe, par des observations faites à terre; je fis encore celle de la direction respective de ces deux points, je reconnus la situation de la plupart des petites îles de ce parage, soit entr'elles ou avec la terre ferme de l'Italie; je relevai ensuite la position des îles de Ponce & de celles qui forment l'ouverture du golfe de Naples.

Quoique la longitude de la ville de ce nom eût été déjà déterminée, comme j'ignorois si c'étoit avec la précision nécessaire, je profitai de la circonstance qui se présentait pendant mon séjour dans cette ville, pour assurer d'autant plus cette détermination par l'Émerison du premier Satellite de Jupiter du 5 Juin; d'ailleurs le jeune Roi des Deux-Siciles qui aime les Sciences & cultive les Arts, desiroit de suivre le travail astronomique relatif à l'observation de ce phénomène. J'eus l'honneur de lui en expliquer les détails, & non-seulement de l'observer en sa présence, mais encore de procurer à Sa Majesté la satisfaction de l'observer Elle-même avec exactitude & de décider la situation de sa capitale sur le globe.

Je



}s



Fig. 1

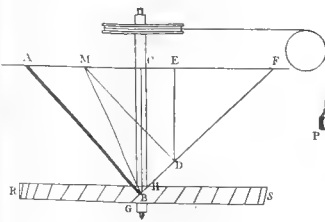


Fig. 3.

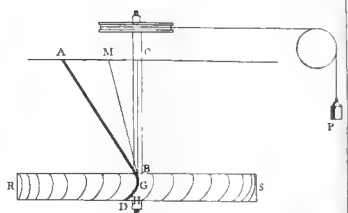


Fig. 2

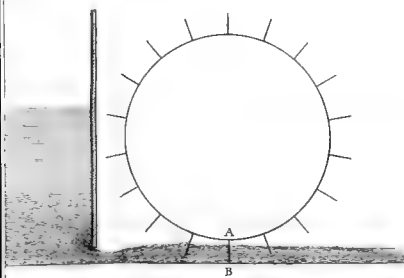
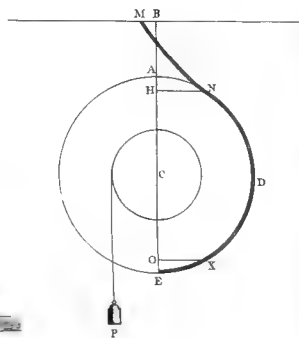


Fig. 4



Je me servis pour la première fois dans cette occasion de l'horloge astronomique à verge de compensation, que je venois d'acquérir de M. Berthoud, faite avec la perfection dont on fait qu'il est capable.

On desiroit ardemment à Naples d'avoir des observations de latitude & de direction, au moins pour les principaux points de la côte jusqu'au détroit du Phare; on se plaignoit de ne rien connoître dans cette partie avec assez de certitude pour l'employer dans une carte du royaume, à laquelle on travailloit; mais je ne pouvois pas me proposer alors de remplir cet objet d'une manière suivie; il falloit que je me rendisse au plus tôt à Tunis pour y reprendre mes opérations sur la côte de Barbarie; cependant, comme il se présente quelquefois en navigant le long des côtes, des occasions d'observer, sans retarder sensiblement la route, je pris la mienne de ce côté; j'observai d'abord la latitude de la pointe orientale de l'île Capri, à terre, & sa situation par rapport au Palais du Roi à Naples; continuant ensuite de tirer vers le midi, je liai encore Capri avec la petite île Plane devant la Licosa, par une observation de latitude & de gisement faite sur cette dernière île. De-là je fus au cap de Palinure, à l'ouverture du golfe de Policastro, & je descendois à terre dans le même dessein, mais j'y trouvai de la part des Calabrois des obstacles qui m'obligèrent de discontinuer ce travail.

Je passai dans le détroit du Phare de Messine, & j'y fis quelques remarques sur les précautions à prendre contre la violence des courans qu'on y éprouve: me trouvant ensuite devant le cap Passero, à l'extrémité sud-est de la Sicile, je descendis à la petite île qui le forme, où est une grosse tour de garde dont je déterminai la latitude: j'eus aussi occasion d'observer celle de l'entrée de la Calle Saint-Paul, au nord de l'île de Malte; je fis une semblable observation à la Lampedouse, à l'entrée du petit port qui est au midi de cette île, & je relevai par rapport à elle, les directions de deux autres îles ses voisines, le Lampion & la Linouse.

Lorsque je partis de Tunis pour poursuivre mon travail de 1764, aux côtes orientales du royaume de ce nom, muni de
Mém. 1767. , O o

passerports & même accompagné d'un Officier du Bey, que j'avois embarqué pour me servir de sauve-garde dans les endroits où je voudrois débarquer, je commençai par l'observation de la latitude de Clipea, aujourd'hui le fort de Galipia, à l'ouverture du golfe de Hamemet, du côté du nord : cette latitude avec celle connue du cap Bon, & leur gisement respectif que je relevai, assurent la distance de ces points.

Du mouillage de Galipia je fus à la ville de Hamemet, qui est au fond du golfe de ce nom, du côté du nord ; j'y descendis & je fixai encore la latitude, je me rendis ensuite à Souza, grande ville qui est presque au fond du même golfe, du côté du sud, où l'on fait un commerce considérable d'huile & de grains ; mais dont le mouillage est dangereux en hiver.

La distance de ces deux dernières villes ne permettant pas de les apercevoir pour les relever de l'une à l'autre, je pris la précaution, à mesure que je traversois l'espace de mer qui les sépare, de choisir avec la frégate un point à peu près au milieu de leur distance, d'où je découvris tout-à-la-fois, & relevai ces deux villes à des degrés opposés de la boussole : dès-lors il est sensible que j'eus leur gisement avec la même précision que si je l'avois observé directement de l'un à l'autre objet, & qu'ayant encore la différence en latitude entre Hamemet & Souza, déduite d'observations faites avec un quart-de-cercle de près de deux pieds & demi de rayon, je conclus la distance exacte de ces deux villes.

Cette méthode dont je fais usage autant qu'il est possible, me met en état de mesurer des triangles dont l'hypothénuse peut avoir jusqu'à dix-huit ou vingt lieues, lorsque les deux objets qui le terminent sont assez élevés pour être aperçus en même-temps d'un point quelconque entre l'un & l'autre, & d'obtenir, par la résolution de pareils triangles, la mesure d'une telle étendue, souvent à moins de cent toises d'erreur.

J'achevai la visite & les opérations du golfe de Hamemet par la latitude que j'observai à terre à la ville de Monestier où le mouillage est sûr pour un vaisseau de guerre, & enfin par celle des Conillières, îles fort basses, d'où je parvins cependant à

découvrir & à relever avec précision la ville d'Africa ou Médea, au moyen de quelques échafaudages avec de grandes échelles; par-là je liai, avec le golfe, la côte qui le suit au midi des Conillières.

Je m'avisai d'un expédient à peu-près pareil à Africa, pour avoir le gisement de cette ville avec quelques pointes de la côte du côté du nord & de celui du sud, ne pouvant les observer d'un lieu élevé sur terre, comme je me l'étois proposé. Les Maures de cette ville s'étoient révoltés contre les ordres du Bey, dont j'étois le porteur; ils n'avoient jamais voulu, malgré ma sauve-garde, me laisser descendre à terre; plus de six cents hommes attroupés sur le rivage, m'avoient même lancé avec des frondes une grêle de pierres, & j'avois été obligé de me contenter d'observer la latitude à bord de la frégate, mouillée est & ouest avec le château d'Africa. Je mis donc à la voile, & ayant fait monter un Pilote intelligent au haut du grand mât, d'où il découvroit les objets éloignés que je voulois relever & qu'on ne voyoit pas de la hauteur du pont; je passai plusieurs fois avec la frégate d'abord du côté du nord de la presqu'île d'Africa, & dans l'instant que le Pilote avertissoit que la frégate traversoit la direction du château avec l'objet éloigné de la partie du midi, on relevoit sur le pont le château, & par conséquent aussi l'objet éloigné qu'on ne voyoit pas; je fis la même chose au midi de la presqu'île pour le relèvement des objets éloignés du côté du nord.

On voit que ce moyen peut être souvent de grande ressource pour connoître les gisemens qu'on croyoit impossible de relever.

Je déterminai aussi la latitude de la tour de Capoula, au midi d'Africa, sans pouvoir descendre à terre; le peuple s'y attroupoit encore à mon approche: je fis ensuite le tour des trois îles des Querquenis, qui ont ensemble environ six à huit lieues d'étendue du nord-est au sud-ouest; elles sont si peu élevées au-dessus du niveau de la mer, que souvent on ne voit pas la terre, quoiqu'on n'en soit éloigné que d'une lieue & demie; on aperçoit seulement des palmiers qui semblent sortir de l'eau.

Ces îles sont entourées de hauts-fonds qui s'étendent assez loin, & dont la profondeur diminue par gradation en approchant de

terre; la grosse mer du large se brise à la tête, & elle est absolument tranquille sur le fond, au point que les plus gros vaisseaux chassés par une tempête affreuse, peuvent venir en toute sûreté de jour ou de nuit vers les Querquenis; la tranquillité de la mer les avertit d'abord qu'ils entrent sur le haut-fond, & lorsque, par la sonde, ils trouvent seulement sept & même six brasses d'eau, ils n'ont qu'à mouiller sans s'embarasser du lieu, parce que certainement ils y seront aussi-bien que dans le meilleur port.

Le même avantage se trouve encore autour de l'île de Gerbi & le long de la côte vers l'est jusqu'à Zoara, où la terre est encore presque aussi basse: quel bonheur pour les marins, si toutes les côtes offroient une telle ressource!

Le travail relatif à la situation des Querquenis fut nécessairement compliqué; j'y employai l'estime du chemin, les observations de la latitude à bord, quelquefois les relèvemens des terres, mais sur-tout la sonde, qui est le véritable guide & un moyen suffisant lorsqu'il ne s'agit que de naviguer autour de ces îles; & comme ma frégate tiroit peu d'eau, je pouvois approcher de terre jusqu'au fond de trois brasses.

Je fus mouiller ensuite devant la ville de Sfacs, qui est derrière les Querquenis; elle est assez considérable & susceptible d'un commerce beaucoup plus étendu que celui qui s'y fait; mais elle est peuplée d'hommes qui ne respectent aucune autorité, qui sont méchans, cruels & superstitieux à l'excès. La nouvelle de la révolte d'Africa à mon sujet y étoit répandue: cependant le Gouverneur de cette province, qui vint dîner à mon bord, me flattoit que je pourrois, lui présent, observer sans danger la latitude sur le rivage; j'y descendois en conséquence avec lui, lorsqu'un petit bateau du pays vint en hâte au-devant de ma chaloupe avertir le Gouverneur que le peuple étoit soulevé & nous attendoit au rivage dans l'intention de nous égorger tous deux; je retournai à mon bord, & il n'y eut plus lieu de penser à descendre; j'y suppléai en déduisant avec soin la latitude de Sfacs de celle de mon bord, que j'observai pendant deux jours.

De-là, j'entrai dans le golfe de Gabès, autrefois la petite Sirthe, lequel est presque inconnu parce qu'on n'y fait point de

commerce; j'y descendis aux petites îles désertes nommées *Pfâila*, qui sont au fond du côté du nord, & j'observai la latitude sur la plus méridionale.

C'est-là que j'éprouvai le plus sensiblement la marée, que j'avois déjà reconnue depuis les *Querquenis*; elle est très-réglée dans tout ce golfe, & distincte de l'effet des vents du large ou de terre qu'on voit dans d'autres golfes de la Méditerranée. Lorsque j'abordai aux îles de *Pfâila* le 13 Août vers onze heures & demie du matin, jour où la Lune étoit en quadrature, la mer commençoit à baisser; & quand, mon observation finie, je voulus retourner à mon bord, ma chaloupe se trouva tout-à-fait échouée, il fallut attendre le retour du flot; la différence de hauteur de l'eau de la haute à la basse mer, fut ce jour-là d'environ 3 pieds, mais la hauteur du rivage en sable aride, indiquoit que dans les grandes marées cette différence peut être de 5 pieds.

La marée se fait encore sentir visiblement sur toute la côte, à l'est du golfe de *Gabès*, & même jusqu'à celle du golfe de la *Sidre*: mais l'effet en étant moindre, on distingue difficilement les temps exacts du flux & du reflux, à cause de l'agitation de la mer par le vent.

Des îles de *Pfâila* je traversai le golfe de *Gabès* pour prendre les principales connoissances de sa forme & mesurer sa largeur; je déterminai encore sans descendre à terre, la latitude de *Gerbi*; je parcourus le tour de cette île & je fus mouiller devant le château de *Birban* ou de *Bibien*, derrière lequel sont des salines; c'est la dernière possession du royaume de *Tunis*. Je desirois fort d'en sortir pour trouver sur les côtes de *Tripoli*, des hommes plus traitables, & j'avois bien raison, car je manquai de perdre ici la vie. On me conseilla de supposer que mon bâtiment étoit marchand, afin d'en imposer moins à la Soldatesque de ce château, qui étoit *Maure*, & la gagner par le paiement des petits droits dont les vaisseaux de guerre sont exempts; je me déguisai personnellement en aide-pilote, je fis quelques présents, nous fumes très-bons amis, on me permit d'observer à l'entrée de la nuit quelques hauteurs d'étoiles, & je venois de finir lorsqu'un des *Maures* qui nous entouroient, & qui s'ennuyoient appa-

rennment de nous voir, me dit assez doucement de me retirer; je lui demandai un instant; il me restoit en effet un seul coup d'œil à donner pour vérifier quelque chose sur l'état du quart-de-cercle, & j'y travaillai sans penser au danger qui me menaçoit; ce malheureux n'en dit pas plus, mais tira son poignard & le plongeoit dans ma gorge sans un Officier de mon bord qui fut à temps de retenir le coup : nous nous jettâmes en hâte dans la chaloupe, avec le quart-de-cercle tout monté, & poussâmes au large.

Du mouillage de Bibian je vins à celui des salines de Zoara, appartenantes à Tripoli ; j'observai sans difficulté la hauteur méridienne du Soleil à terre, les Maures étoient alors aux Salines à une lieue du rivage; enfin j'arrivai à Tripoli.

Le Pacha de cette régence me combla d'honneurs & de politesses, & j'en profitai pour employer le temps du séjour que je serois obligé de faire dans ce port pour mon aiguade; je dressai ma tente astronomique, j'y établis l'instrument des passages & j'observai le lieu de la Lune au méridien, les 27, 28 & 29 Août, afin d'assurer mieux la longitude de Tripoli déterminée en 1702 par le P. Feuillée, mais où il restoit quelque incertitude à cause des observations correspondantes.

En partant de cette ville je vérifiai d'abord la distance au cap Mesurat, & je la trouvai beaucoup plus courte qu'elle n'est marquée sur les cartes; je visitai ensuite toutes les côtes praticables du golfe de la Sidre, autrefois la grande Sirthe: j'eus soin de les prolonger à environ demi-lieue du rivage & de mouiller tous les soirs, afin qu'en ne navigant ainsi que pendant le jour, je ne laissasse rien que je n'eusse vu; je reconnus qu'indépendamment de ce qu'il s'en faut au moins d'un tiers que ce golfe ne soit si enfoncé que les cartes l'indiquent, il n'offre pas des mouillages sûrs pour tous les vents, comme beaucoup de personnes me l'avoient assuré; que dans le cas où l'on viendroit y mouiller de relâche ou autrement, on n'y trouveroit aucune part ni eau ni habitans, par conséquent nulle ressource; je n'y trouvai pas non plus cette multitude de dangers & de petites îles que les mauvais plans dont j'étois muni y supposoient de toutes parts, mais

seulement dans un endroit quelques hauts-fonds de roches, sur lesquels il y a trois brasses d'eau nommées le *banc de la Rose*, c'est, je pense, le seul danger qui existe dans ce golfe; je le découvris par hasard, & j'y eusse péri si ma frégate eût tiré autant d'eau que les vaisseaux; je fixai sa position à tous égards, & sur-tout très-exactement en latitude que j'observai à terre, ainsi que j'avois fait pour le cap Mesurat & pour quelques autres points du golfe.

Enfin je reconnus, par l'estime de mes routes, une erreur générale sur toutes les Cartes dans l'ouverture du même golfe, qu'elles montroient trop étendue d'environ quatorze lieues du cap Mesurat à Bengasi; cela me détermina à fixer la longitude du point de Bengasi, pour établir solidement la correction nécessaire, & à profiter de l'occasion favorable qu'offroient les phénomènes les plus propres pour cet objet, qui devoient arriver la nuit du 22 au 23 Septembre.

Bengasi est cependant un mauvais port semé de roches, qui n'offre sûreté qu'aux plus petits bâtimens marchands; mais la nécessité d'y rectifier cette erreur, me fit prendre le parti d'y entrer, quoiqu'avec quelques risques; j'observai cette nuit les Émersions de deux petites étoiles des Pléiades, & de plus le lieu de la Lune au méridien le 27 Septembre au matin: je fus campé pendant cet intervalle, non sans crainte des incursions que les Arabes du désert de Barca font souvent dans ce canton.

Je rembarquai le 27 mes instrumens dans le dessein de partir le lendemain pour aller observer quelques latitudes au fond du Levant, & de-là à l'ouverture du golfe Adriatique pour y fixer un point de longitude: je mis à la voile le 29, mais ma marche venoit d'être changée par un événement imprévu; un coup de vent violent fit chasser la frégate, quoique mouillée sur quatre ancrs; elle toucha pendant deux heures sur un fond qui se trouva heureusement de sable dans cet endroit; il y eut cependant des apparences d'un mal qui pouvoit être trop dangereux, s'il étoit réel, pour ne pas exiger la visite de la carenne avant d'entreprendre une navigation qui devenoit rude dans cette saison.

Je fus donc obligé d'aller à Malte, où je fis ma quarantaine en même temps que cette opération; je reconnus que la frégate

n'avoit pas souffert sensiblement de cet accident : je la remis en aussi bon état qu'auparavant & j'appareillai de ce port le 25 Octobre.

Je travaillai alors sur la côte orientale de Sicile ; j'ajoutai à la latitude déjà déterminée du cap Passero, celles du cap de Morre di Porco, du fanal de l'entrée du port de Siracuse & de celui d'Agosta ; j'observai toutes ces latitudes à terre avec les principaux gisemens des côtes entre ces points. Je fis même à Siracuse l'observation de l'éclipse du premier satellite de Jupiter, du 27 Octobre au matin.

Je me rendis ensuite, comme je l'avois projeté, à l'ouverture du golfe Adriatique & je mouillai au port de Tarente, j'y établis ma tente astronomique, & indépendamment de trois immersions d'étoiles des Pléiades du 16 Novembre, j'observai le lieu de la Lune au méridien les 14, 15, 16, 17 & 18, du même mois.

Je reconnus encore l'effet de la marée dans le port intérieur de Tarente ; je l'observai avec soin pendant cinq jours consécutifs d'un temps calme, mais la différence de la haute à la basse mer y est petite.

Le fond de la mer est très-fertile en coquillages autour de la ville de Tarente, & sur-tout aux environs des canaux de communication du port extérieur à l'intérieur aux extrémités de l'île sur laquelle Tarente est bâtie.

On y connoît jusqu'à quarante sortes de coquillages, & en si grande abondance qu'ils sont la principale nourriture du peuple.

Cette pêche se fait par conséquent tous les jours & dans la quantité qu'on veut ; on a seulement soin, à mesure que l'on tire du fond des coquillages trop petits, de les rejeter dans l'eau pour leur donner le temps de grossir, c'est ce que l'on appelle *les semer*.

Les temps devinrent dès-lors si orageux, & la navigation si périlleuse & si difficile que je ne réussis plus à rien de ce que je voulois faire, soit dans ce parage ou en me rapprochant de France, & même quoique je ne perdissè plus un moment ce dernier objet de vue, les coups de vents contraires furent si fréquens

fréquens & si obstinés, que je n'arrivai à Toulon que le 26 de Janvier, & dans tout cet intervalle, je n'eus occasion d'observer autre chose que la latitude de Palerme; les instrumens pour la détermination de la longitude y furent inutilement établis.

J'ai eu le bonheur, en arrivant à Paris, de trouver qu'on y avoit fait des observations correspondantes à la plupart des miennes, & j'ai lieu d'espérer que je n'aurai plus rien à désirer à cet égard lorsque M.^{rs} les Astronomes étrangers, empressés de concourir à l'utilité de mon objet, auront bien voulu m'envoyer, comme ils le firent en 1765, leurs observations correspondantes.



M É M O I R E
S U R L' A C T I O N
D'UN FEU VIOLENT DE CHARBON,
Appliqué à plusieurs terres, pierres & chaux métalliques.

Par M. MACQUER.

11 Juillet
1767.

TOUS ceux qui s'intéressent au progrès des Sciences, ont applaudi au Mémoire que M. d'Arcet, Docteur en Médecine de la Faculté de Paris, a lû à l'Académie dans ses Assemblées des 16 & 28 Mai de l'année dernière : ce Mémoire contient en effet une très-grande quantité d'expériences du genre de celles qui peuvent le plus augmenter nos connoissances sur la plupart des corps que la terre renferme dans son sein, & dont nous avons tant d'intérêt de bien connoître les propriétés. L'objet de M. d'Arcet étoit d'examiner les altérations que pourroient éprouver les principales espèces de matières terreuses & pierreuses que nous offre la Nature, en les exposant à l'action d'un feu croissant également, continué pendant plusieurs jours & en même temps le plus fort qu'il seroit possible ; & les succès qu'il a eus prouvent que le feu qu'il a appliqué à ces corps a été en effet le plus fort qu'on ait employé jusqu'à présent dans un travail réglé & consistant en une nombreuse suite d'expériences du même genre : il est démontré depuis le Mémoire de M. d'Arcet, qu'une multitude de terres & de pierres qu'on avoit cru jusqu'à présent réfractaires ou infusibles au feu des fours & fourneaux, tels que beaucoup de pierres calcaires, les talcs, mica, asbestes ou amiantes, les gypses & plusieurs terres métalliques, ne le sont point, & que parmi ces corps exposés à un feu d'une force & d'une durée suffisantes, les uns se fondent complètement, & passent même à une vitrification parfaite, & que les autres approchent plus ou moins de la fusion.

Mais il a fallu , pour que M. d'Arcet pût faire ces découvertes, qu'il eût à sa disposition un feu bien supérieur aux plus forts que l'on connoisse , non-seulement dans les laboratoires de Chimie, mais encore dans les grands fours des manufactures, où l'on a besoin d'une chaleur très-violente & long-temps soutenue; il a eu cet avantage dans ceux que M. le Comte de Lauraguais a employés à faire cuire la Porcelaine plus dure & plus solide qu'aucune de celles qu'on eût faites jusqu'alors en France, dont il a fait la découverte, & pour laquelle M. d'Arcet étoit son coopérateur *. Ce dernier a profité en homme éclairé & zélé de cette heureuse circonstance, pour faire toutes les belles expériences dont son Mémoire est rempli; mais quelque nombreuses qu'elles soient, il s'en faut beaucoup, comme le remarque M. d'Arcet lui-même, qu'elles aient été aussi variées & aussi multipliées qu'elles méritent de l'être: les travaux de M. le Comte de Lauraguais ayant été interrompus, les expériences de M. d'Arcet, qui ne se faisoient qu'à l'aide de ces mêmes travaux, l'ont été aussi, & celles qui sont faites sont bien capables de faire désirer celles qui ne le sont pas, & de faire regretter que le grand travail, & sur-tout la dépense très-considérable qu'elles exigent, y mettent des obstacles presque insurmontables, du moins pour la plupart des Physiciens & des Chimistes.

Telles étoient à peu-près les réflexions que je faisois en raisonnant sur le Mémoire de M. d'Arcet : les effets que j'avois vu produire au petit fourneau à charbon dans lequel j'avois fait mes essais dans mes recherches sur la Porcelaine, & dont j'ai donné la description dans mon Mémoire sur les Argiles, imprimé dans ceux de l'Académie de l'année 1758, me firent espérer qu'un fourneau à charbon, construit de même, mais dont les dimensions seroient plus grandes, pourroit produire dans l'espace de quelques

* M. d'Arcet n'est pas le seul qui ait eu part à ce beau travail; M. le Guay, aux talens duquel les meilleurs Connoisseurs, & M. d'Arcet en particulier, se font un devoir de rendre justice, y a aussi beaucoup contribué;

je crois que c'est faire également l'éloge de ces deux habiles hommes, que de dire que c'est M. d'Arcet lui-même qui m'a dicté ce qui concerne M. le Guay dans cette note.

heures une chaleur égale à celle qui règne dans les grands fours à bois après plusieurs jours de feu continu.

J'ai eu occasion de faire construire le fourneau à charbon que je croyois le plus propre à remplir ces vues; ce fourneau fut fait & placé dans le laboratoire d'un des Membres de l'Académie, & nous y fîmes ensemble toutes les expériences dont je vais rendre compte.

Le fourneau dont il s'agit étoit en tout semblable au fourneau d'essai de Porcelaine, dont j'ai donné la description dans mon Mémoire sur les argiles : ainsi je ne m'arrêterai point à en exposer ici la construction; on la trouvera suffisamment détaillée dans ce Mémoire, & d'ailleurs elle est fort simple. J'avertis seulement que, pour parvenir plus sûrement à notre but, je fis faire celui-ci d'environ 2 pouces plus grand dans toutes ses dimensions; qu'il est, de même que le précédent, en terre cuite de Vaugirard, & que ses parois ont deux bons pouces d'épaisseur : je rappelle aussi que je n'applique point de soufflets à ce fourneau, parce que sa construction est telle qu'il se détermine un courant d'air qui entre par son ouverture inférieure, traverse son foyer & sort par son tuyau ou cheminée; ce qui fait brûler avec la plus grande activité le charbon qu'il contient.

Comme il s'agissoit moins dans nos expériences de continuer & d'augmenter celles de M. d'Arcet, que de les constater & de nous assurer s'il étoit possible de produire dans notre petit fourneau à charbon & dans l'espace de quelques heures un feu aussi fort que celui qu'il avoit eu dans les grands fours à bois, chauffés pendant plusieurs jours de suite, nous nous sommes attachés à exposer à l'action de notre feu les mêmes matières qu'il avoit exposées au sien, en préférant toujours les plus réfractaires, celles qu'aucun Chimiste, sans en excepter M. Pott, n'avoit pu fondre jusqu'à présent dans les fourneaux; c'est-à-dire les chaux blanches d'antimoine & d'étain, & sur-tout le gypse pur dont M. d'Arcet regarde la vitrification complète comme le plus important & le plus étonnant de tous les effets qu'il a vu produire à son grand feu.

Nous avons donc mis dans notre première fournée du gypse de Montmartre bien pur, de l'antimoine diaphorétique bien lavé,

de la chaux d'étain bien blanche, faite par l'acide nitreux & bien lavée, de la chaux d'étain blanche, faite par la détonation avec le nitre & bien lavée, une pierre venant de Norwège, de la nature de la matière talqueuse qu'on nomme *craie de Briançon blanche*, un spath dur tiré du granit d'Alençon, une argile blanche très-pure & dépouillée exactement de tout sable, la même argile, non purgée de son sable fin, un morceau de craie de Champagne, enfin le même gypse de Montmartre, placé dans un autre endroit que le premier morceau.

Toutes ces matières furent mises chacune séparément dans un petit creuset d'Allemagne, & placées dans une moufle d'argile blanche réfractaire, très-pure, mêlée de sable, que nous avons faite nous-mêmes.

Cette moufle contenant tous ces creusets, fut placée au centre du fourneau, vis-à-vis la porte du foyer, à 5 pouces & demi au-dessus de son ouverture inférieure.

Après avoir échauffé le fourneau avec une petite quantité de charbon, par degrés pendant deux heures, & avec les précautions que j'ai indiquées dans mon Mémoire sur les argiles; il fut rempli de charbon, & l'on ferma la porte du foyer & celle de la chape afin de lui donner tout son tirage: la cheminée dans cette première expérience, étoit un tuyau de 6 pouces de diamètre & de 8 pieds de hauteur; il nous parut qu'il tiroit fortement; il faisoit un bruit semblable à celui d'un carrosse qui roule sur un pont, & qu'on entend d'une certaine distance, & la commotion qu'il occasionnoit dans l'air excitoit un tremblement sensible dans les vitres & dans les ustensiles suspendus à différens endroits du laboratoire. Le feu fut soutenu dans cet état pendant trois heures, & nous observâmes que le fourneau consumoit environ une voie de charbon* par heure.

Au bout de ce temps, voyant qu'il tomboit du fourneau beaucoup de filets & de larmes de verres, on cessa le feu.

Le résultat de cette première expérience ne nous donna que fort peu d'éclaircissémens, à cause d'un accident notable qui étoit arrivé à la moufle; elle avoit été toute fendue & écrasée par le

* La voie de charbon pèse environ cent trente livres.

poids du charbon, en sorte que la plupart des creusets étoient dérangés & renversés, ce qui a laissé de l'incertitude sur plusieurs d'entre eux ; malgré cela, à l'aide de leur place, de la forme & des propriétés connues de presque toutes les matières qu'ils renfermoient, nous en reconnûmes plusieurs avec certitude, entr'autres celui qui contenoit la chaux d'étain, faite par l'acide nitreux, qui étoit devenu rougeâtre & qui commençoit à fondre :

Celui qui contenoit la pierre de Norwège, laquelle étoit durcie à l'extérieur & étoit restée tendre dans l'intérieur :

Ceux qui contenoient les argiles blanches, qui étoient simplement durcies sans aucune disposition à la fonte :

La craie de Champagne qui étoit devenue chaux vive :

Le spath dur qui étoit totalement fondu en un verre blanc laiteux :

Enfin un des creusets qui contenoit du gypse dont il y avoit presque la moitié de fondu.

L'accident de la moufle avoit été occasionné par deux causes différentes ; la première, c'est que dans l'empressement que nous avions de commencer nos expériences, nous ne l'avions pas laissée sécher & cuire avec assez de lenteur, ce qui ne manque jamais de faire fendre ces sortes d'ustensiles lorsqu'ils viennent à éprouver la grande violence du feu, & la seconde qui venoit uniquement de ma faute, c'est que n'ayant pas fait réflexion qu'elle devoit supporter une charge de charbon beaucoup plus grande que dans mon premier fourneau d'essai, je ne lui avois pas donné assez d'épaisseur,

Quoique ce soient là des détails presque étrangers à l'objet principal de notre travail, j'ai cru cependant qu'il étoit utile d'en faire mention, en faveur de ceux qui voudroient faire des expériences du même genre, & comme ce n'est pas là le seul accident qui nous soit arrivé dans le cours de nos expériences, j'entrerais par la même raison, à mesure que l'occasion s'en présentera, dans le détail de quelques autres circonstances de même nature.

Pour revenir à nos expériences, le résultat de cette première fournée, quoique manquée, étoit suffisant pour nous faire espérer plus de réussite dans les suivantes ; il s'agissoit d'obtenir un plus grand

degré de chaleur & d'avoir des vaisseaux en état de la soutenir; le désir d'avancer ne nous permettant point de faire de nouvelles mouffes, à cause de la longueur du temps qu'elles exigent pour être bonnes; d'ailleurs ayant remarqué que ces vaisseaux, qui sont très-commodes lorsqu'on y veut faire cuire des plaques pour essais de Porcelaine, ne le sont point du tout quand il s'agit d'y placer une certaine quantité de creusets, je crus qu'un grand creuset d'Allemagne pourroit la remplacer avec avantage, & je ne me trompai pas; nous en choisîmes un d'environ 9 pouces de hauteur, nous l'emplîmes de sablon à la hauteur de 5 pouces $\frac{1}{2}$; nous plaçâmes sur ce sablon les petits creusets contenant les matières que je nommerai ci-après: ce grand creuset fut couvert avec une capsule de grès de Picardie, dont la convexité'entroît dans le creuset & qui y fut lutée tout autour avec une bonne argile mêlée de sable; on le plaça debout au centre du fourneau, en sorte que les petits creusets qu'il contenoit se trouvoient précisément dans l'endroit le plus chaud du foyer.

Les matières contenues dans ces creusets étoient à peu-près les mêmes que dans la première expérience, c'est-à-dire deux creusets contenant du gypse pur, placés à deux endroits différens; un d'antimoine diaphorétique; les deux mêmes chaux d'étain que la première fois; un mélange de parties égales de *minium* & d'antimoine diaphorétique; enfin un creuset rempli d'os calcinés en blancheur & bien lavés.

Dans l'intention de donner plus d'activité au fourneau, nous alongeâmes son tuyau de 6 pieds, en sorte que dans cette seconde expérience il avoit 14 pieds de haut, & pour être plus certains de la réussite, nous soutinmes le grand feu pendant sept heures entières.

Après que tout fut refroidi, l'appareil se trouva en fort bon état; tout étoit très-bien conservé, & l'on pouvoit reconnoître avec certitude les creusets & ce qu'ils renfermoient; mais nous ne fumes pas peu surpris, en les examinant, de trouver que quoique le feu eût été du double plus long que dans la première expérience, la chaleur avoit été sensiblement moindre, comme on en jugera par le détail suivant.

L'antimoine diaphorétique étoit rassemblé au fond du creuset en une petite masse très-compacte demi-fondue en un verre brun opaque, & les parois intérieures du creuset étoient enduites de la même vitrification.

La chaux d'étain par l'acide nitreux n'étoit point fondue; elle étoit restée blanche & friable dans le centre, mais elle étoit devenue d'un jaune fauve autour du creuset, très-adhérente & très-dure vers son fond.

La chaux d'étain par le nitre n'étoit point fondue davantage; elle étoit restée blanche & friable, excepté autour des parois du creuset où étoient attachées des parties de cette chaux très-blanches & devenues très-dures.

La terre des os n'avoit presque pas éprouvé de changement, ni pris de retraite.

J'avois fait le mélange de parties égales de *minium* & d'antimoine diaphorétique, dans l'espérance que cette chaux blanche d'antimoine pourroit, en qualité de terre métallique, avoir plus d'analogie avec le verre de plomb que les sables & autres terres non métalliques quelconques; qu'en conséquence il pourroit résulter de l'union de ces deux matières un cristal bien net & absolument exempt de filandres; mais il est arrivé toute autre chose: le verre de plomb, au lieu de servir de fondant à la chaux d'antimoine & de l'entraîner dans sa vitrification, l'avoit laissée intacte au fond du creuset, avoit percé ce creuset & ayant coulé dans le sable qui lui servoit de support, l'avoit fondu & formé avec lui un cristal transparent, mais fort jaune.

Nous n'avons pas suivi ce genre d'expériences, parce qu'elles s'écartoient de l'objet que nous avions principalement en vue; mais celle-ci semble indiquer que le mélange des terres métalliques, les unes réfractaires, les autres fusibles, n'est pas un moyen propre à produire des cristaux, tels qu'on les desire pour les lunettes achromatiques.

Je reviens aux autres produits de notre seconde fournée: le gypse pur étoit, comme je l'ai dit, la principale matière qui nous servoit à reconnoître le degré de feu que nous avions obtenu: or, quoiqu'il eût été placé dans cette seconde expérience, de même que

que dans la première, à deux endroits différens & les plus chauds, il est certain que non-seulement il n'y en avoit aucune portion qui fût fondue & vitrifiée, comme dans la première expérience, mais encore qu'il paroissoit fort éloigné de la fusion dans toutes ses parties.

Il étoit donc bien certain que quoique notre feu eût duré une fois plus, & que le tuyau du fourneau eût été presque une fois plus long, nous n'avions eu cependant qu'une chaleur beaucoup moindre; il n'étoit pas possible d'attribuer cette différence à la plus grande durée du feu, il restoit par conséquent démontré que c'étoit à la plus grande longueur du tuyau qu'il falloit s'en prendre: en effet, nous avons remarqué avec étonnement pendant tout le cours de cette expérience, que le fourneau avoit tiré sensiblement moins que dans la première fournée; & un homme intelligent & bon observateur, qui nous avoit aidé à servir le fourneau dans l'une & dans l'autre expérience, avoit aussi fait la même remarque. Je fis réflexion alors que notre fourneau étoit plus grand que celui dans lequel j'avois fait mes expériences de Porcelaine, & que cependant le tuyau n'avoit pas plus de diamètre, & il nous parut certain, d'après cette réflexion & d'après plusieurs autres faits analogues que je me rappelai, qu'il n'est pas vrai en général, comme tous les Chimistes l'ont cru jusqu'à présent, & comme je le croyois moi-même avec tous les autres, que plus on allonge le tuyau de la cheminée d'un fourneau à vent (en lui supposant même une grosseur proportionnée à la capacité du fourneau) & plus on augmente le tirage, mais qu'il faut de plus que la grosseur de ce tuyau soit proportionnée aussi à la longueur qu'on lui donne; en sorte, par exemple, que si un tuyau de 6 pouces de diamètre, mais seulement de 6 ou 8 pieds de hauteur, se trouve dans la proportion nécessaire pour faire tirer fortement un fourneau d'une certaine capacité, & qu'il n'ait juste que la grosseur convenable pour cela, comme il est arrivé dans notre première expérience, plus on allongera ensuite ce tuyau, & plus on diminuera le tirage du fourneau, ce dont nous avons eu une preuve démonstrative dans notre seconde expérience: il suit de-là que dans ce cas si l'on veut augmenter le tirage du fourneau,

il ne suffit pas d'augmenter la longueur de son tuyau, mais qu'il faut aussi augmenter sa grosseur à proportion de la hauteur qu'on lui donne. Cette observation me paroît d'autant plus importante qu'elle concerne non-seulement les fourneaux à charbon tel que le nôtre, mais aussi les grands fours à flamme; je m'en suis assuré par diverses épreuves faites dans celui de la Manufacture de Porcelaine de Séves, auquel nous cherchons à présent, M. de Montigny & moi, à donner la construction la plus avantageuse pour y faire cuire la Porcelaine solide & dure, dont j'ai déposé il y a quelque temps à l'Académie la composition avec plusieurs pièces.

Il s'est présenté encore un effet remarquable dans cette seconde fournée, dont je crois qu'il est à propos de faire mention, parce qu'il s'est confirmé de plus en plus dans nos expériences suivantes; j'ai dit que le creuset d'Allemagne dans lequel nous avions placé nos matières, étoit recouvert par une capsule de grès de Picardie; dont la concavité regardoit le haut du fourneau: or après l'opération, tout l'intérieur de cette capsule s'est trouvé enduit d'une couleur métallique & cuivreuse; il y avoit même à différens endroits de petits grains sphériques d'une matière décidément métallique, que nous avons reconnus être de bon fer malléable, & il est à remarquer que la capsule, après que tout a été refroidi, s'est trouvée pleine de poussier de charbon, qui étoit resté noir & qui ne s'étoit point brûlé pendant l'opération faite de communication avec l'air; le même effet s'est fait remarquer d'une manière encore plus sensible sur un rond de terre grise de Montereau, qui a servi à couvrir le grand creuset dans toutes les opérations qui ont été faites depuis, en sorte qu'il paroît qu'un moyen sûr de donner cette couleur métallique bronzée aux argiles, c'est de les cémenter ainsi avec du charbon en poudre à un très-grand feu, de manière que le tout soit très-rouge pendant l'opération, mais que cependant le charbon ne puisse se consumer.

Cette couleur bronzée donnée à des poteries, n'est point nouvelle quant à l'effet; plusieurs Particuliers ont le secret de la faire prendre très-belle à des figures de terre cuite, mais on ne connoît point le procédé qu'ils emploient. Avant les expériences dont je viens de parler, je soupçonnois que cela se faisoit par une fumigation;

& je croyois en même temps que c'étoit le seul moyen de réussir ; mais les expériences dont je viens de parler m'ont détrompé & prouvent même que la cémentation est un moyen certain d'obtenir cette couleur : je me propose de faire par la suite de nouvelles recherches sur cet objet.

Quant à la nature de la couleur elle-même, elle paroît mériter attention à cause de la parfaite ressemblance qu'elle a avec celle des métaux : on seroit tenté de croire, en la considérant, que la terre argileuse qui est susceptible de la prendre, reçoit dans cette opération un commencement de métallisation ; cependant les acides minéraux n'attaquent nullement l'argile qui a reçu cette couleur, ce qui prouve qu'elle n'est point, au moins entièrement, dans l'état métallique ; à l'égard des petits grains sphériques que nous avons reconnus être du fer parfait, je n'oserois décider qu'ils aient été réellement produits dans l'opération même, car, sans compter que les argiles les plus pures contiennent toujours une certaine quantité de terre ferrugineuse, il est très-possible qu'ils ne soient dûs qu'à des écailles qui ne manquent jamais de se détacher de l'intérieur d'un tuyau de tôle tel que le nôtre, par l'effet d'une forte chaleur, aidée du concours de l'air.

Ces différens objets pourront donner lieu par la suite à de nouvelles recherches ; mais il s'agit pour le présent de celles que nous avons tentées pour faire produire à notre fourneau le plus grand effet possible : bien convaincus, d'après les expériences, que son tuyau n'avoit pas assez de largeur, nous en avons fait faire un autre de 8 pouces de diamètre, & nous avons cru qu'avec cette largeur il supporteroit aisément une hauteur de 16 pieds.

Le fourneau étant surmonté de ce nouveau tuyau, nous y avons mis, comme dans les expériences précédentes, du gypse dans deux creusets différens à deux différentes places, de l'asbeste, de la craie verte de Briançon, de l'amianthe des Pyrénées, du tripoli, de l'antimoine diaphorétique, de la chaux d'étain faite par l'acide nitreux, de l'ardoise commune, c'est-à-dire de celle qu'on emploie à Paris, qui ne fait point d'effervescence avec les acides, & que je crois être celle d'Angers, enfin le même spath des environs de Bordeaux qui avoit été exposé au feu dans

l'expérience précédente; le changement de tuyau a produit dans cette fournée tout l'effet que nous en attendions; le fourneau a tiré avec la plus grande activité; nous avons soutenu le grand feu seulement pendant trois heures & demie, & malgré cette courte durée du feu, la chaleur a été beaucoup plus considérable que dans la fournée précédente; tout a été entièrement fondu, à l'exception du spath de Bordeaux & de la chaux d'étain.

Mais malgré cette réussite, je ne puis donner aucun détail assuré sur l'état de chacune des matières fondues dans cette fournée, parce qu'elles avoient été placées dans un étui de terre de Montereau, que j'avois cru en état de résister à ce grand feu, mais qui s'étoit tellement fendu & affaîlé, qu'après l'opération nous n'avons pu reconnoître les creusets avec certitude; ceux qui contenoient le gypse, étoient pourtant reconnoissables en ce qu'ils étoient totalement rongés & percés, ce qui est l'effet ordinaire de cette matière, ainsi que M. d'Arcet a eu occasion de l'observer dans toutes ses expériences.

Cet effet du gypse sur les creusets donnant lieu de soupçonner avec assez de fondement que la matière même du creuset peut lui servir de fondant, & voulant être bien assurés que notre fourneau pouvoit le vitrifier tout seul & sans soupçon d'aucun secours étranger, nous en avons mis dans une quatrième fournée à deux endroits différens, comme dans toutes les précédentes, avec cette différence que l'une de ces portions de gypse n'étoit point dans un creuset, mais seulement posée sur le sablon qui servoit de support aux creusets, & de manière qu'il étoit éloigné de tout creuset & de toute matière argileuse; il n'y avoit dans cette fournée avec le gypse que l'antimoine diaphorétique avec deux chaux d'étain, faites l'une par l'acide nitreux & l'autre par la détonation avec le nitre; les creusets dans cette fournée étoient contenus dans un grand creuset d'Allemagne, comme dans la seconde, & ce creuset étoit recouvert d'un grand rond de terre de Montereau, qui avoit servi dans la fournée précédente & qui, quoique l'étui de la même terre eût été si fort endommagé, s'étoit cependant très-bien conservé & coloré en cuivre avec les petits grains ferrugineux dans les endroits où le poussier de charbon avoit séjourné dessus sans se brûler.

Le grand feu, dans cette expérience, a été soutenu pendant quatre heures, & après l'opération tout s'est trouvé en très-bon état & bien reconnoissable.

Le gypse contenu dans le creuset l'avoit percé à son ordinaire & s'étoit fondu en verre vert transparent.

Celui qui n'étoit posé que sur le sable s'étoit fondu complètement; il avoit fait un trou dans ce sable & formé une espèce de Porcelaine assez belle avec le reste du sable dans lequel il avoit coulé.

L'antimoine diaphorétique étoit aussi entièrement fondu en un verre brun peu transparent.

Mais ni l'une ni l'autre des chaux d'étain n'étoit fondue, & c'est ce qui me paroît le plus digne de remarque: on peut se rappeler que dans toutes les expériences précédentes, ces mêmes chaux avoient résisté à la violence du feu qui faisoit fondre toutes les autres matières & même le gypse; il paroît néanmoins dans le Mémoire de M. d'Arcet, que la chaux d'étain s'est fondue & même changée en verre transparent dans ses grands fours à bois: cela vient-il de ce que son feu a été supérieur au nôtre? j'ai peine à le croire, d'après les effets que celui-ci a produits sur toutes les autres matières que nous y avons exposées. Cela vient probablement de ce que la chaux d'étain qui a servi à M. d'Arcet étoit beaucoup moins dépouillée de principe inflammable, & par conséquent beaucoup plus fusible que les nôtres; car il est certain que la différence des terres métalliques plus ou moins dépouillées de principe inflammable, en fait une prodigieuse par rapport à leur fusibilité.

Ces considérations nous ont engagés à exposer à notre grand feu, dans une cinquième expérience, de la chaux d'étain faite sans addition & moins blanche que celles faites par le secours du nitre & de l'acide nitreux, que nous avions employées jusques alors, mais qui cependant étoit d'un gris fort clair & approchant du blanc; à l'égard du gypse & de l'antimoine diaphorétique, comme leur vitrification avoit été constatée avec la plus grande certitude dans notre dernière fournée, nous avons cru qu'il étoit inutile d'en mettre dans celle-ci; mais pour profiter de la place qui nous restoit nous y avons joint plusieurs des matières sur

lesquelles il étoit resté quelques doutes dans les expériences précédentes, & plusieurs autres que nous n'avions pas encore exposées à notre feu : ces matières furent l'amyante des Pyrénées, une pierre dure faisant feu avec l'acier, cristallisée en cubes, tirée du Cabinet de M. de Malesherbes; de la craie blanche de Briançon & de la verte, un asbeste venant du nord, un spath calcaire qui se trouve sur la route de Lyon à Grenoble, du tripoli, du liège de montagne, du talc de Moscovie, un spath dur, séparé d'un granit des environs de Chézy avec un morceau du même granit, enfin une pierre de couleur d'ardoise, tirée aussi, comme la plupart des substances que je viens de nommer, du Cabinet de M. de Malesherbes, & qui paroît être de la nature de l'ardoise.

Le feu de cette fournée, dont l'appareil étoit comme celui de la précédente, a été soutenu pendant cinq heures; après l'opération finie, tout s'est trouvé en bon état, excepté cependant que le grand creuset d'Allemagne servant d'étui aux petits, avoit été incliné sur le côté (nous ne savons dans quel temps de l'opération) vers les parois du fourneau; en sorte qu'il ne se trouvoit plus au centre du foyer, ce qui a dû diminuer l'effet du feu sur nos matières.

Malgré cela, la chaux d'étain avoit commencé à se vitrifier autour des parois du creuset; elle avoit pris beaucoup de retraite & étoit durcie au point de faire feu avec l'acier, ce qui n'étoit arrivé à aucune de nos autres chaux d'étain dans les fournées précédentes.

L'amyante étoit en partie fondue en un verre noir opaque, & avoit un peu rongé le creuset.

La pierre dure en cubes avoit beaucoup blanchi, mais n'avoit été ni fondue, ni même pris la moindre disposition à la fusion dans aucune de ses parties; ce qui nous l'a fait regarder comme une espèce de cristal ou de quartz.

La craie blanche de Briançon étoit beaucoup durcie, & commençoit à fondre dans le bas du creuset.

La verte étoit fondue en verre compact, opaque & grisâtre.

L'asbeste étoit fondu en un verre noir verdâtre.

Le spath calcaire de la route de Lyon à Grenoble avoit fait

un trou au creuset, s'étoit répandu sur son support, qui étoit un petit rond de terre de Montereau; il s'y étoit fait un petit creux dans lequel il étoit fondu en un verre blanc bien lié, d'une belle transparence. Il est à observer que ce spath est dissoluble en entier dans l'acide nitreux, sans laisser le moindre résidu : M. d'Arcet a observé le même effet dans un spath calcaire d'Allemagne, & il remarque avec raison, comme une chose digne d'attention, que ce spath est entièrement calcaire & dissoluble dans les acides.

Le tripoli étoit fondu en une masse vitrifiée à l'extérieur en verre blanchâtre, & devenu poreux dans l'intérieur.

Une partie du liège de montagne étoit fondue en matière noirâtre très-dure.

Le talc de Moscovie étoit fondu en un verre brun opaque & compact; il n'a pas endommagé le creuset.

Le granit de Chésy étoit fondu en verre blanc de lait, parsemé de taches noires provenant d'un mica de même couleur qu'il contient & qui étoit aussi fondu, & le spath dur qui en avoit été séparé étoit fondu en verre de même couleur sans taches; ce granit & son spath se comportent dans le grand feu exactement de même que ceux d'Alençon.

La pierre couleur d'ardoise des Pyrénées, avoit percé le creuset & s'étoit fondue en une matière grise opaque, vitrifiée tout autour en verre brun.

Si l'on compare maintenant les résultats de nos expériences avec ceux qu'a obtenus M. d'Arcet dans ses grands fours à bois, on trouvera qu'elles s'accordent très-bien & se confirment les unes par les autres, & on verra en même-temps que nous avons fait entrer en fusion les mêmes matières que lui, & particulièrement celles qui se sont montrées les plus difficiles à fondre dans ses expériences, à l'exception cependant de la chaux d'étain, qui vraisemblablement se seroit fondue entièrement, si le creuset ne se fut pas éloigné du centre du foyer, & qu'on eût continué le feu une heure de plus; & il résulte de-là que dans un petit fourneau à charbon, bien construit & animé par un grand courant d'air, on peut, sans le secours des soufflets, obtenir en cinq ou six heures de temps, une chaleur égale à celle qui ne règne dans les

fours à bois, qu'après plusieurs jours de grand feu, soutenu sans interruption, ce qui peut faciliter infiniment les recherches & les expériences du genre de celles de M. d'Arcet & des nôtres, & c'étoit l'objet que nous avions principalement en vue dans nos expériences.

Je ne prétends diminuer en rien par ces réflexions les avantages qu'on peut retirer des fours à bois, quand il est question d'examiner l'effet du grand feu sur les substances les plus difficiles à fondre, au contraire, je conviens que de tous les moyens connus jusqu'à présent de faire ces sortes d'expériences, celui de ces fours est le plus avantageux; j'ai eu souvent occasion d'éprouver les effets des miroirs ardents, du feu de charbon poussé par des soufflets, des fourneaux à charbon & à vent, tel que celui dont il a été question dans ce Mémoire; enfin des grands fours à bois échauffés par la flamme pendant plusieurs jours, & de comparer entr'eux les effets & les moyens d'appliquer l'action du feu à différens corps.

Les miroirs & lentilles ont l'avantage de produire en un instant une chaleur, sans comparaison plus forte que celle de tout autre foyer, il est fait mention dans le Mémoire sur la platine, que j'ai donné avec M. Baumé, des expériences que nous avons faites au miroir ardent: entre les corps regardés jusqu'alors comme infusibles, nous y avons fondu le gypse & l'antimoine diaphorétique, sans cependant les avoir amenés jusqu'à la transparence, mais outre la difficulté connue de tout le monde, de tenir & de fixer les corps au foyer de ces verres & miroirs, ils ont enore un inconvénient bien plus grand, dont il est fait mention dans le même Mémoire, & qui les rend presque inutiles dans les recherches sur la plus ou moins grande fusibilité des différentes substances, c'est que leur action est tout-à-fait inégale, & cela relativement à la couleur & à la contexture des matières qu'on y expose; or ces qualités n'ont aucun rapport à la plus ou moins grande fusibilité essentielle, en sorte, par exemple, que des substances blanches & polies, quoique très-fusibles dans le feu ordinaire, résistent infiniment davantage à l'action du foyer, que des matières colorées & poreuses, qui pourtant se montrent extrêmement réfractaires

réfractaires dans les fourneaux; un morceau d'argent bien poli s'y fond plus difficilement qu'un morceau de fer brut, quoique ce dernier métal résiste, sans aucune comparaison, davantage au feu des fourneaux que le premier; je crois même avoir aperçu, dans nombre d'expériences, que les corps très-blancs résistent davantage à leur fusion dans un feu quelconque, toutes choses égales d'ailleurs, que ceux qui ont des couleurs, sur-tout foncées & rembrunies; mais il est certain que cette différence est infiniment moins sensible dans le feu des fourneaux qu'au foyer des miroirs & verres ardents, dont les corps très-blancs éludent l'action d'une manière surprenante, par la propriété qu'ils ont de réfléchir les rayons du Soleil au lieu de s'en laisser pénétrer; je regarde donc comme une chose très-certaine que les miroirs & verres ardents, sont des instrumens incapables de nous faire connoître les rapports de fusibilité des différens corps.

A l'égard du feu des charbons animé par le vent des soufflets, je ne doute point qu'on ne puisse fondre par son moyen les matières les plus réfractaires, & même plus promptement que par tout autre feu, sur-tout avec une suffisante quantité de charbon & des soufflets d'une grandeur proportionnée, mais cette manière d'appliquer le feu, qui est très-bonne & très-commode dans plusieurs circonstances, & particulièrement dans la fonte des métaux, ne vaut rien dans les expériences comme celles de M. d'Arcet & les nôtres; l'action brusque & turbulente de ce feu, auquel aucun creuset ne peut résister quand il est poussé à sa plus grande force, ne manque presque jamais de troubler tout & de rendre incertains & inexacts les résultats des expériences: je pense comme M. d'Arcet sur tous les inconvéniens qu'il reproche à cette manière d'administrer le feu.

Mais il n'en est pas de même du feu de charbon dans un fourneau à vent bien construit, ce feu, quoique croissant avec infiniment plus de rapidité que dans les fours à flamme, se gradue pourtant de lui-même aussi-bien que celui de ces derniers, puisqu'il n'est animé que par un courant d'air modéré, & qui, pendant toute sa durée, traverse toutes les parties du foyer avec

beaucoup d'égalité & d'uniformité, & fait monter la chaleur au même point qu'é dans les fours à flamme.

En rapportant les avantages du fourneau dont nous nous sommes servis, je ne veux pas non plus dissimuler les inconvénients; je conviens qu'il a celui de fatiguer davantage que les fours à flamme, les creusets ou étuis, par le poids & par le contact du charbon, mais je puis assurer qu'il est facile de parer à cet inconvénient, en choisissant les vaisseaux, & disposant bien l'appareil; d'ailleurs quand il s'agit d'expériences qu'il faut beaucoup multiplier, & qui, parce que les unes font naître l'idée des autres, ne peuvent être faites toutes ensemble, mais doivent nécessairement se succéder, la facilité, la célérité & l'économie, sont des avantages bien capables de contre-balancer des inconvénients, même beaucoup plus considérables que celui dont j'ai fait mention, qui à proprement parler, n'en est point un, puisqu'il est facile de l'éviter.



OBSERVATIONS DE LA PREMIÈRE COMÈTE QUI A PARU

DANS LE MOIS DE MARS DE L'ANNÉE 1767.

Par M. CASSINI DE THURY.

JE n'ai commencé à observer cette Comète que le 11 du mois de Mars, elle n'étoit point alors visible à la vue simple; mais, avec une lunette de 5 pieds, elle paroissoit comme une nébuleuse, sans aucune queue sensible, située près d'une Étoile de la 6.^e grandeur dans la constellation des Poissons, mais un peu plus éloignée de l'étoile *n* des Poissons de la 4.^e grandeur, qui la précédoit de 4 minutes de temps.

Je me suis servi pour déterminer la position de la Comète par rapport à ces deux Étoiles, d'une lunette de 5 pieds, posée sur une machine parallactique, celle dont je me sers ordinairement pour les observations éloignées du méridien qu'on ne peut faire avec le quart-de-cercle mural.

L'Étoile suivoit exactement le fil parallèle, & je marquois les trois instans où la Comète & l'Étoile arrivoient aux fils obliques & à l'horaire, lorsqu'il étoit visible sans le secours de la lumière qui effaçoit la Comète; je répétois plusieurs fois l'observation pour reconnoître la quantité du mouvement de la Comète & sa direction; la Comète étoit si peu élevée sur l'horizon lorsqu'on pouvoit l'apercevoir, qu'on ne pouvoit la suivre que pendant l'espace d'une heure.

. Le 11 Mars.

A 7^h 27' 40", l'étoile *n* des Poissons précédoit la Comète de 4' 5" de temps; la Comète qui paroissoit en haut employoit 3' 40" de temps à traverser les deux lames obliques.

I.^{re}
Observation.

Rr ij

A $7^h 42' 34''$, la même Étoile précédoit la Comète de $4' 8''$, & la Comète a employé $3' 41''$ à traverser les fils obliques.

A $7^h 54' 1''$, la même Étoile précédoit la Comète de $4' 10''$, & la Comète a employé à traverser les fils $3' 38''\frac{1}{2}$.

A $8^h 12' 4''$, la même Étoile précédoit la Comète de $4' 11''$, & la Comète a employé à traverser les fils $3' 38''$; la hauteur de la Comète étoit alors de $8'$ degrés.

Les petites différences que l'on remarque dans l'intervalle des passages de la Comète par les fils obliques, qui n'est pas proportionnel au temps, prouvent la difficulté de bien juger du moment où le disque de la Comète mal terminé paroissoit & dispa-roissoit, & en même temps la nécessité de multiplier assez les observations pour que l'on puisse faire choix de celles qui suivent une progression plus uniforme.

En examinant les résultats des quatre observations que nous venons de rapporter, éloignées de 45 minutes de temps, on voit que le mouvement apparent de la Comète étoit selon l'ordre des signes, & qu'elle approchoit de l'Équateur.

En comparant la Comète à la principale étoile n , nous n'avons pas négligé d'observer le passage de la petite Étoile qui précédoit la Comète de quelques secondes; car il faut, autant qu'il est possible, avoir toujours deux termes fixes de comparaison pour être assuré de ne point confondre les Étoiles de la même grandeur, qui ne sont reconnoissables que par leur position respective, & qu'il est difficile de reconnoître lorsqu'il s'en trouve plusieurs dans la même ouverture de la lunette.

Par une première observation, on a trouvé l'intervalle des passages entre l'étoile n & l'étoile de la $6.^e$ grandeur, de..... $4' 17''$

Par une seconde observation, de..... $4' 19$

Par la première, le passage par les obliques, de..... $2' 24$

Par la seconde, de..... $2' 25\frac{1}{2}$

Par une troisième observation, l'intervalle des passages, de.. $4' 18$

Par une quatrième..... $4' 17$

Par la troisième observation, l'intervalle entre les obliques, de $2' 25$

Par la quatrième, de..... $2' 25\frac{1}{2}$

Prenant un milieu, on supposera l'intervalle entre les passages des deux Étoiles, de 4' 18"

Et le passage par les obliques, de 2. 25 $\frac{1}{2}$

L'ascension droite de l'étoile n des Poissons, réduite à notre époque, est, selon M. l'abbé de la Caille, de 19^d 45' 6"

Et la déclinaison boréale, de 14. 7. 59

D'où il est facile de déduire l'ascension droite de l'Étoile de 20^d 49' 46", & sa déclinaison de 13^d 28' 54"; mais la hauteur de l'étoile n étoit de 8^d 22', & celle de l'Étoile de la 6.^e grandeur de 7^d 31', il convient donc de retrancher 27 secondes de l'ascension droite, & ajouter 32 secondes à la différence de déclinaison par rapport à la différence des réfractions que l'on a trouvée de 42 secondes, & l'on aura,

La vraie ascens. droite de l'Étoile de la 6.^e grandeur de 20^d 49' 19"

Et sa déclinaison de 13. 28. 22

C'est à cette seconde Étoile que l'on a toujours comparé la Comète les jours suivans, ainsi il étoit important de bien déterminer sa position.

Pour déterminer la position de la Comète, nous avons employé la dernière observation faite à 8^h 12', & nous avons trouvé l'ascension droite de la Comète de 20^d 47' 51", & sa déclinaison de 13^d 46' 26".

La Comète dans l'intervalle de 45 minutes de temps, a donc eu un mouvement en ascension droite de 6 secondes de temps, à raison de 8 secondes par heure, ou de 48 minutes de degré en vingt-quatre heures; la variation en déclinaison a été de 45 secondes par heure ou de 18 minutes en vingt-quatre heures, ces déterminations qui ne sont que des à-peu-près, étoient nécessaires pour se préparer aux observations des jours suivans, & pour reconnoître s'il ne s'étoit point glissé quelque erreur dans les observations.

Le 12 Mars.

A 7^h 26' 15", la même étoile n précédoit la Comète de . . 7' 47["] $\frac{1}{2}$

Et la Comète en haut a employé à traverser les fils 2. 6

II.^{me}
Observation.

On répéta cette observation, & au lieu de faire suivre le fil parallèle par l'étoile *n*, on plaça l'Étoile en bas & la Comète en haut.

A $8^h 0' 51''$, la même Étoile précédoit la Comète de... $7' 54''\frac{1}{2}$

Et a employé à traverser les fils..... $2. 58$

La Comète a parcouru les fils en..... $4. 13$

La première observation, faite à $7^h 26'$, donne l'ascension droite de la Comète, de..... $21^d 41' 51''$

Et la seconde, faite à $8^h 0'$, de..... $21. 43. 43$

Elle avoit été trouvée la veille à $8^h 12'$; de..... $20. 47. 51$

Donc, dans l'espace de $23^h 0' 48''$, le mouvement en ascension droite a été de..... $55' 42''$

A l'égard de la déclinaison de la Comète, on l'a trouvée par la première observation, de..... $13^d 24' 14''$

Par la deuxième, de..... $13. 23. 34$

La Comète a été comparée le même jour à l'Étoile de la $6.^e$ grandeur.

A $7^h 26' 15''$, cette Étoile précédoit la Comète de..... $3' 27''$

La Comète a employé à traverser les fils..... $2. 6$

Et l'Étoile..... $2. 22\frac{1}{2}$

Cette observation donne l'ascension droite de la Comète de $21^d 41' 11''$ à $7^h 27'$, & la déclinaison de $13^d 24' 47''$.

Le 13 Mars.

III.^{me}
Observation. La lumière de la Comète paroissoit diminuer tous les jours; elle étoit encore avec les mêmes Étoiles que les jours précédens.

A $7^h 43' 17''$, la même Étoile *n* précéd. la Comète de $11^h 15'$ de temps.

La Comète a employé à traverser les fils..... $4. 21$

Et l'Étoile en bas..... $1. 30$

A $7^h 43' 17''$, l'Étoile de la $6.^e$ grandeur précédoit la Comète de $7' 0''$

Et la même Étoile a employé à traverser les fils..... $4. 1$

Cette seconde observation, préférable à la première, parce que la seconde Étoile approchoit plus que la première du parallèle de la Comète, donne l'ascension droite de la Comète de $22^{\text{d}} 34' 46''$, & la déclinaison de $13^{\text{d}} 1' 39''$.

Le 14 Mars.

La Comète ne paroïssoit plus que comme un nuage, elle étoit trop éloignée du parallèle de l'Étoile *n*, pour pouvoir y être comparée, mais la seconde n'étoit éloignée que de 48 minutes de degré du parallèle de la Comète.

IV.^{me}
Observation.

A $7^{\text{h}} 28' 5''$, la 2. ^e Étoile précédoit la Comète de	$10' 14'' \frac{1}{2}$
L'Étoile a employé à parcourir les fils en haut	1. 53
Et la Comète en bas	4. 59
Par une seconde observation, faite à $8^{\text{h}} 7'$, la même Étoile précédoit la Comète de	10. 21
L'Étoile a employé à parcourir les fils	2. 13
Et la Comète	4. 32
L'Étoile étoit élevée sur l'horizon de	$6^{\text{d}} 23'$
La première observ. donne l'ascensf. droite de la Comète de $23^{\text{d}} 22' 57''$	
Et la déclinaison de	$12. 40. 24$
La deuxième observ. donne l'ascensf. dr. de la Comète de $23. 25. 1$	
Et la déclinaison de	$12. 39. 4$

Le 15 Mars.

On distinguoit la Comète si foiblement, qu'on ne doit pas attendre une aussi grande exactitude de cette dernière observation que des précédentes.

V.^{me}
Observation.

A $8^{\text{h}} 7' 30''$, la 2. ^e Étoile précédoit la Comète de	$13' 28'' \frac{1}{2}$
La Comète avoit employé à traverser les fils	2. 52
Et l'Étoile en haut	2. 2
Cette observation donne l'ascension droite de la Comète de $24^{\text{d}} 11' 53''$	
Et la déclinaison de	$12. 11. 33$

Mais cette déclinaison doit être regardée comme douteuse, parce qu'elle diffère beaucoup d'une observation faite lorsque la Comète étoit plus élevée sur l'horizon, qui donne la déclinaison de la Comète de $12^{\text{d}} 18' 14''$, & c'est à cette dernière détermination que nous avons cru devoir nous arrêter, la hauteur de l'Étoile à $8^{\text{h}} 7'$ étoit de $5^{\text{d}} 45'$.

Il résulte des observations faites pendant cinq jours consécutifs, que le mouvement de la Comète

En.....	{	Ascension droite, a été de.....	$3^{\text{d}} 22''$
		Déclinaison, de.....	1. 35
		Longitude, de.....	2. 30
		Latitude, de.....	2. 36

Il seroit difficile, pour ne pas dire impossible, de déduire avec quelque précision les élémens de la théorie d'une Comète de cinq observations aussi peu distantes les unes des autres, & quand même on seroit parvenu à représenter les cinq observations que nous venons de rapporter avec la plus grande précision, il ne s'en suivroit pas pour cela que l'on connût la vraie théorie de la Comète; d'ailleurs les observations de cette Comète ont été faites si près de l'horizon, que quoique nous ayons eu l'attention de calculer la hauteur de la Comète & de l'Étoile à laquelle on l'a comparée tous les jours pour faire les réductions nécessaires, tant à l'ascension droite qu'à la déclinaison de la Comète, il est toujours à craindre qu'il ne soit arrivé quelque variation dans la réfraction absolue.

M. Pingré a déjà publié les élémens de la théorie de cette Comète, fondés sur des observations plus éloignées que les miennes; je donne ici ceux que j'ai employés dans le calcul de mes observations, & je fais la comparaison de la longitude calculée, avec celle qui résulte des élémens supposés.

Les ascensions droites & déclinaisons ont été réduits, à cause de la différence des réfractions, qui est fort sensible d'un degré à l'autre, lorsque les hauteurs sont très-basses.

	ASCENSION de la COMÈTE.	DÉCLINAIS. de la COMÈTE.	LONGITUDE du SOLEIL.	DISTANC. à la TERRE.
11 Mars à 8 ^h 12'	20 ^d 47' 35"	13 ^h 46' 10"	8 ^h 11 ^f 21 ^d 17' 47"	9945
12 Mars à 8. 0	21. 43. 16	13. 23. 5	8. 11. 22. 17. 25	9948
13 Mars à 7. 43	22. 34. 5	13. 0. 55	8. 11. 23. 17. 45	9951
14 Mars à 8. 7	23. 23. 35	12. 37. 25	8. 11. 24. 16. 47	9954
15 Mars à 8. 7	24. 9. 10	12. 15. 40	8. 11. 25. 16. 31	9957

De ces élémens, j'ai déduit, en supposant le passage par le périhélie le 17 Février à 8 heures, temps vrai, la longitude du périhélie de 4^f 23^d 15', le lieu du nœud de 8^f 4^d 11', l'inclinaison de l'orbite de 40^d 50', & le logarithme de la distance périhélie de 970357, les élémens suivans :

	ANOMALIE vraie.	LONGITUDE héliocentrique.	LATITUDE héliocentrique.	DISTANC. de la Comète au SOLEIL.
Mars 11	66 ^d 14' 38"	2 ^h 13 ^d 57' 30"	8 ^d 21' 10"	7128
12	68. 5. 51	2. 12. 31. 50	7. 9. 16	7303
13	69. 53. 48	2. 11. 9. 16	5. 59. 16	7480
14	71. 36. 54	2. 9. 50. 20	4. 52. 15	7656
15	73. 15. 23	2. 8. 35. 20	3. 48. 10	7829

Avec ces élémens, j'ai trouvé la longitude & la latitude de la Comète, vues de la Terre, pour chaque jour à 8 heures, temps vrai.

LONGITUDE calculée.	LATITUDE calculée.	LONGITUDE observée.	LATITUDE observée.
11 Mars à 8 ^h ... 24 ^d 21' 17"	4 ^d 37' 10"	A 8 ^h 12'... 24 ^d 21' 30"	4 ^d 38' 45"
12 Mars à 8... 25. 2. 58	3. 56. 33	8. 0... 25. 3. 15	3. 57. 10
13 Mars à 8... 25. 40. 39	3. 17. 25	7. 43... 25. 41. 18	3. 18. 20
14 Mars à 8... 26. 17. 1	2. 40. 15	8. 7... 26. 17. 25	2. 38. 42
15 Mars à 8... 26. 50. 36	2. 4. 50	8. 7... 26. 51. 0	2. 2. 15

On voit que la différence entre la longitude calculée & celle qui a été observée, ne monte pas à une minute; mais on

Mém. 1767.

. S^f

322 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
remarque une plus grande différence dans les déclinaisons calculées
& observées, ce qui vient de ce que les observations faites à des
hauteurs aussi basses, ne peuvent jamais être aussi exactes que
celles qui sont dégagées des vapeurs de l'horizon: d'ailleurs, en
supposant le lieu du nœud dans $8^{\circ} 4' 16''$, & l'inclinaison
de $41^{\circ} 10'$, on trouvera les latitudes plus d'accord avec les
observations.

OBSERVATIONS DE LA SECONDE COMÈTE

Qui a paru au mois d'Avril 1766.

Par M. CASSINI DE THURY.

LE 9 Avril au soir, j'ai découvert une Comète dans la
constellation du Bélier, près d'une Étoile de la quatrième
grandeur, appelée dans le catalogue de Flamsteed, *Clavio informis*, dont l'ascension droite, déterminée par les observations de
cet Astronome, étoit en 1690, de $67^{\circ} 56' 45''$, & la distance
au pôle de $64^{\circ} 3' 5''$; cette même étoile est appelée, dans le
catalogue des quatre cents Étoiles déterminées par M. de la Caille,
l'austral du Lys; & cet Astronome a déterminé son ascension
droite pour l'année 1750, de $38^{\circ} 49' 45''$, & sa déclinaison
de $26^{\circ} 12' 47''$ boréale.

La Comète paroît à la vue simple fort brillante, avec une
queue qui occupoit environ un espace de 3 à 4 degrés; je dis
environ, parce qu'il est fort difficile de déterminer l'étendue de
la queue des Comètes, qui paroît augmenter ou diminuer selon
que le Ciel est plus ou moins clair, & c'est ce que l'on a remarqué
dans la Comète de 1744, où l'on apercevoit plusieurs queues.

Je me suis servi, pour déterminer la position de cette Comète,
de ma lunette ordinaire, dont j'ai déjà donné la description.

La Comète n'étoit élevée sur l'horizon que de $6^{\circ} 8'$; lorsque
j'ai fait la première observation, l'étoile du Bélier, à laquelle je

me propoſois de la comparer, étoit plus élevée de $1^d 25'$: cette différence de hauteur, différemment affectée par la réfraction, exigeoit que l'on tint compte de la quantité qu'il falloit ajouter ou retrancher des différences d'afcenſion droite & de déclinaïſon, obſervées pour en déduire la vraie afcenſion droite & déclinaïſon de la Comète.

A $8^h 52' 10''$, l'étoile dite *Clarior* précédoit la Comète de $1' 31''$ de temps.

I.^{ere}
Obſervation.

La Comète paroïſſoit au haut de la lunette, & employa à parcourir les fils..... $3' 24''$
Et l'Étoile en bas..... $2. 33\frac{1}{2}$

On laiſſa la lunette dans la même ſituation, & l'on obſerva le paſſage au fil horaire de toutes les Étoiles qui ſe trouvoient dans le parallèle de la Comète.

La Comète avoit paſſé au fil horaire à..... $8^h 52' 35''$
La $109.^e$ du Taureau y paſſa à..... $11. 30. 45\frac{1}{2}$
Elle étoit au haut de la lunette, & elle employa à traverser les fils..... $2. 22\frac{1}{2}$

Quoique la poſition de la $109.^e$ du Taureau fût marquée dans le Catalogue de Flamſtéd, cependant comme l'étoile η H devoit ſe trouver dans le même parallèle, on changea la direction de la lunette.

La $109.^e$ placée au haut de la lunette paſſa au fil horaire à..... $11^h 38' 25''$
L'intervalle des obliques fut obſervé de..... $2. 45$
La $116.^e$ du Taureau paſſa en bas à..... $11. 48. 38$
L'intervalle des obliques..... $4. 30$
La $123.^e$ paſſa en haut à..... $11. 58. 4$
L'intervalle des fils..... $0. 48\frac{1}{2}$
La $132.^e$ paſſa en bas..... $12. 6. 45$
L'intervalle des fils..... $3. 54\frac{1}{2}$
 η H paſſa en haut à..... $12. 52. 41$
L'intervalle des obliques..... $4. 32$

L'obſervation de toutes les Étoiles dont la poſition étoit
S f ij

connue, & qu'il étoit important de vérifier dans le cas où l'on seroit obligé d'y avoir recours les jours suivans, offroit encore un moyen de déterminer plus exactement la position de la Comète.

Pour déduire la position de la Comète de la première observation faite à 8^h 52' il a fallu réduire l'ascension droite de l'étoile du Bélier au temps de l'observation, & nous la supposons de 39^d 4' 0", & la déclinaison de 26^d 16' 56", & ayant égard à la différence que devoit produire la différence des réfractions sur les différences observées, nous avons trouvé l'ascension droite de la Comète de 39^d 25' 50", & la déclinaison de 25^d 9' 10".

Le 9 Avril.

11.^{me}
Observation.

La queue de la Comète paroïssoit à peu près de la même grandeur que la veille; la Comète étoit placée entre deux petites Étoiles, dont la position n'est pas marquée dans les Catalogues, & comme il y avoit apparence que ces Étoiles pourroient être employées les jours suivans pour déterminer le cours de la Comète, nous nous appliquâmes particulièrement à déterminer leurs positions respectives, & par rapport à l'Étoile observée la veille, nous trouvâmes l'intervalle des passages entre les deux Étoiles de 4' 55", & entre la 1.^{re} Étoile & *Clairior* de 5' 46" $\frac{1}{2}$, la différence de déclinaison entre les deux Étoiles de 25' 15", & entre la 1.^{re} & *Clairior* de 1^d 38' 30"; d'où nous avons déduit

L'ascension droite de la 1. ^{re} Étoile de.....	37 ^d 38' 0"
Et sa déclinaison de.....	24. 38. 26
L'ascension droite de la 2. ^e Étoile de.....	38. 51. 45
Et sa déclinaison de.....	24. 12. 56

Pour revenir à l'observation de la Comète qui suivoit le fil parallèle.

A 7 ^h 51', la 1. ^{re} Étoile précédoit la Comète de.....	1' 42"
L'Étoile employoit à traverser les fils obliques.....	4. 14
A 8 ^h 3', la même Étoile précédoit de.....	1. 43 $\frac{1}{2}$
L'Étoile employoit à traverser les fils obliques.....	4. 18 $\frac{1}{2}$
A 8 ^h 16', la même Étoile précédoit de.....	1. 40
L'Étoile en haut employoit.....	2. 55
Et la Comète en haut.....	1. 47

DES SCIENCES

A 8 ^h 24 ¹ / ₂ , la même Étoile précédoit de.....	3 25
L'Étoile en haut employoit.....	1' 37"
La Comète en haut.....	3. 41 ¹ / ₂
A 8 ^h 33', la Comète précédoit la 2. ^e Étoile de.....	2. 28
La Comète en haut.....	3. 19
La 2. ^e Étoile en haut.....	1. 50
A 8 ^h 47 ¹ / ₂ , la 1. ^{re} Étoile précédoit la Comète de.....	1. 2
La 1. ^{re} Étoile en haut.....	1. 31
La Comète en bas.....	3. 12
	4. 55.

De toutes ces observations, assez multipliées pour qu'il n'y ait point d'erreur à craindre dans la position de la Comète, nous avons calculé la première faite à 8^h 2' qui donne l'ascension droite de la Comète de 38^d 3' 52", & la déclinaison de 24^d 22' 56", & la dernière observation faite à 8^h 47' qui donne l'ascension droite de la Comète de 38^d 0' 45", & la déclinaison de 24^d 15' 41".

Le 10 Avril.

La Comète paroissoit moins brillante que les jours précédens, elle étoit encore avec les deux mêmes Étoiles que la veille, la lumière de la Lune, qui se trouvoit fort près de la Comète, effaçoit un peu la queue.

III.^{me}
Observations.

A 8 ^h 5', la Comète précédoit la 1. ^{re} Étoile de.....	4' 17"
Elle employoit à traverser les fils en haut.....	4. 12
Et la 1. ^{re} Étoile en bas.....	1. 36
La Comète précédoit la 2. ^e Étoile de.....	9. 10
Et la 2. ^e Étoile en bas.....	3. 27
A 8 ^h 24', la Comète précédoit la 1. ^{re} de.....	4. 20
Elle employoit.....	3. 38
Et la 1. ^{re} Étoile.....	2. 7
Elle précédoit la 2. ^e de.....	9. 12
Et la 2. ^e Étoile.....	3. 56
A 8 ^h 41', la Comète précédoit la 1. ^{re} de.....	4. 20
Elle employoit.....	2. 40
Et l'Étoile en haut.....	3. 12

La première observation paroît préférable à la dernière, parce que la Comète étoit alors fort basse, & que les Étoiles paroissoient foiblement au travers des vapeurs de l'horizon; la première observation donne l'ascension droite de la Comète de $3^{\text{h}} 6^{\text{m}} 33^{\text{s}} 38''$, & la déclinaison de $23^{\text{d}} 28' 56''$.

Le 11 Avril.

I V.^{me}
Observation.

Le clair de la Lune effaçoit la queue de la Comète que l'on ne découvrit qu'après 8 heures du soir, la Comète étoit dans le parallèle de la Lune, & nous observâmes le passage du bord de la Lune au même fil horaire où avoit passé la Comète.

A $8^{\text{h}} 20' 9''$, la Comète passa au fil horaire en haut.

Elle employa à traverser les fils $3' 6''$.

A $9^{\text{h}} 9' 12''$, le centre de la Lune arriva au même fil.

A $9^{\text{h}} 33' 32''\frac{1}{2}$, l'Étoile η des Pléiades arriva au même fil.

Elle employa à traverser les fils $4' 15''$.

L'Étoile n'étoit élevée alors sur l'horizon que de $4' 10''$.

Et la Comète $3' 10''$.

Ainsi il étoit nécessaire d'avoir égard à l'effet que devoit produire la différence des réfractions, qui alloit à $1' 59''$ pour l'ascension droite, & $2' 38''$ pour la déclinaison.

Nous avons supposé l'ascension droite de l'Étoile η des Pléiades de $5^{\text{h}} 3^{\text{m}} 24' 13''$, & la déclinaison de $23^{\text{d}} 21' 55''$; d'où nous avons déduit l'ascension droite de la Comète de $3^{\text{h}} 5^{\text{m}} 2' 27''$, & la déclinaison de $22^{\text{d}} 32' 22''$.

Le 12 Avril.

V.^{me}
Observation.

La Comète, qui n'étoit élevée que de 4 degrés lorsqu'on a commencé à l'apercevoir, ne paroissoit que foiblement à la vue simple, & on ne put distinguer les petites Étoiles qui l'environnoient; nous déterminâmes son passage au fil horaire, où elle arriva à $7^{\text{h}} 56' 30''$.

La Comète paroissoit en haut, & employa à traverser

les fils obliques $4' 50''$.

Une autre Étoile arriva au même fil à	8 ^h 8' 19"
Elle paroissoit en bas, & a parcouru les fils dans...	1. 58
Une autre Étoile arriva à	8. 42. 29
Elle paroissoit en bas, & employa	4. 35 ⁵ / ₂
Une autre Étoile arriva à	8. 32. 30
Elle étoit en bas & employa	3. 31
Une autre Étoile arriva à	8. 43. 13 ⁵ / ₂
Elle étoit en bas, & employa	3. 51 ⁵ / ₂
Une autre Étoile arriva à	8. 45. 51 ⁵ / ₂
Elle paroissoit en bas, & employa	3. 1
La 65. ^e d'Ariès arriva au même fil	8. 57. 14
Elle paroissoit en bas, & employa	4. 14
Une autre Étoile arriva à	9. 2. 5
Elle étoit en bas, & employa	1. 48
Une autre Étoile arriva à	9. 7. 26
Elle étoit en bas, & employa	4 41
L'Étoile γ des Pléiades arriva à	9. 16. 50
Elle étoit en bas & employa	1. 29.

Cette étoile passe 55 secondes après π , & est plus méridionale que cette Étoile, de $0^d 40' 45''$ (voyez *Carte de M. Outhier, tome II, page 608*), dont son ascension droite étoit en 1766, de $53^d 38' 0''$, & sa déclinaison de $22^d 40' 15''$.

Pour déterminer la position de la Comète, nous avons employé particulièrement la 65.^e d'Ariès, dont l'ascension droite réduite à notre époque, est de $48^d 43' 29''$, & la déclinaison de $21^d 59' 20''$, & ayant égard à l'effet de la différence des réfractions, nous avons trouvé l'ascension droite de la Comète de $33^d 31' 1''$; & sa déclinaison de $21^d 35' 2''$.

Les nuages qui bordoient l'horizon au coucher du Soleil, quoique la partie supérieure du Ciel fût claire, ne nous permirent plus de voir la Comète, elle approchoit du Soleil ou de son périhélie, & selon les Éphémérides de M. Pingré elle devoit reparoître dans le mois de Juin, mais les temps ont été si peu

propres pour les observations, que malgré l'attention que nous avons eu de saisir tous les momens où le Ciel étoit clair, nous n'avons encore pu la découvrir; d'ailleurs vers le temps du solstice il n'y a presque point de nuit, & pour peu qu'il y ait de vapeurs à l'horizon, on ne pouvoit pas distinguer une Étoile de la 3.^e grandeur dans des hauteurs aussi basses que celles où l'on devoit apercevoir la Comète avant que le jour fût venu.

	ASCENSION droite de la Comète.	DIFFÉR.	DÉCLINAIS. de la COMÈTE.	DIFFÉR.
8 Avril à 8 ^h 52'	39 ^d 25' 50"	1 ^d 21' 58"	25 ^d 9' 10"	46' 0"
9 Avril à 8. 2	38. 3. 52	1. 30. 14	24. 22. 56	54. 0
10 Avril à 8. 5	36. 33. 38	1. 31. 11	23. 28. 56	56. 34
11 Avril à 8. 20	35. 2. 27	1. 31. 26	22. 32. 22	57. 20
12 Avril à 7. 56	33. 31. 1		21. 35. 2	

ADDITION aux Mémoires précédens.

COMME la position des Étoiles de la 6.^e grandeur, auxquelles j'avois comparé les deux Comètes, n'étoit marquée dans aucun Catalogue, j'ai été obligé de la déduire de celle des Étoiles connues qui passoient dans l'ouverture de la lunette, mais le peu d'élevation de ces étoiles sur l'horizon, lorsque la Comète paroissoit le soir, & la différence des réfractions très-sensible d'un degré à l'autre, proche l'horizon, devoient laisser quelque incertitude sur la position de ces étoiles; c'est ce qui m'a engagé à attendre leurs passages au méridien, dans un temps où elles pourroient être observées; j'ai profité du beau temps qu'il a fait les nuits dernières, pour observer ces Étoiles dont je donne ici les observations & leurs résultats, qui se trouvent différens de ceux que j'avois d'abord supposés, ce que je soupçonnois parce que les étoiles n des Poissons & du Bélier, *Clarior informium* que j'avois employé pour trouver la position des Étoiles inconnues, étoient un peu éloignées du parallèle de ces Étoiles, & qu'elles paroissoient à la pointe du rhomboïde,

Le 30 Août, le Soleil au Méridien à 11^h 51' 27".

Hauteur mérid.

L'Aigle au méridien, à....	8 ^h 54' 21" $\frac{1}{2}$	49 ^d 34' 30"
β du Bélier.....	14. 55. 40.....	60. 57. 35
L'étoile <i>B</i> inconnue.....	15. 44. 6.....	65. 56. 0

Le 1.^{er} Septembre, le Soleil au Méridien à 11^h 50' 35".

π du lien des Poissons.....	14 ^h 24' 54".....	55 ^d 26' 40"
L'étoile <i>A</i> inconnue.....	14. 29. 11.....	54. 46. 0
β du Bélier.....	14. 47. 34 $\frac{1}{2}$	60. 57. 35

Passage au Méridien.

Hauteur mérid.

L'étoile inconnue <i>B</i>	15 ^d 35' 59" $\frac{1}{2}$	65 ^d 56' 0"
L'étoile inconnue <i>C</i>	15. 40. 53.....	65. 30. 0
<i>Clavio informium</i>	15. 41. 56.....	67. 34. 15

En supposant l'ascension droite de β du Bélier de 25^d 26' 44", j'ai trouvé celle des autres Étoiles en cette manière :

Ascensions droites.

Déclinaisons boréales.

π du lien des Poissons.....	19 ^d 43' 21".....	14 ^d 8' 35"
L'étoile <i>A</i>	20. 47. 35.....	13. 27. 50
L'étoile <i>B</i>	37. 34. 58.....	24. 38. 5
L'étoile <i>C</i>	38. 48. 32.....	24. 12. 4
<i>Clavio informium</i>	39. 4. 19.....	26. 16. 30

Il sera facile de réduire la position de ces Étoiles à leur position véritable, au temps de l'apparition des deux Comètes.



M É M O I R E
S U R L E V É R I T A B L E S E X E
D E C E U X
Q U ' O N A P P E L L E H E R M A P H R O D I T E S .

Par M. FERREIN.

O N voit de temps en temps des personnes qui paroissent, & croient elles-mêmes, réunir les deux sexes; & ce sont celles que l'on dit être *Hermaphrodites*: il est très-important, par rapport à la société, aux mœurs & à la religion, de savoir à quoi s'en tenir sur cela. Je fus consulté à cette occasion, il y a environ quatre ans, par les parens d'un jeune Seigneur, âgé d'environ douze ans, à qui il devoit revenir par les loix du pays, un héritage très-considérable, s'il étoit mâle, comme on étoit fort porté à le croire, au lieu qu'il ne pouvoit nullement hériter, s'il étoit du sexe féminin.

J'ai vu aussi plusieurs fois & examiné un autre Hermaphrodite, qu'on croyoit, ainsi que le jeune Seigneur, tenir bien plus du sexe féminin que du masculin; celui-ci est un nommé *Michel*, Parisien, qui a parcouru presque toute l'Europe pour exciter la curiosité publique, & dont M. Morand le père a donné la description*. Je vais rapporter ce que j'ai vu sur l'un & sur l'autre, je joindrai à cela les réflexions qui ont rapport au sujet.

Le jeune Seigneur qui vint plusieurs fois chez moi, avec son Gouverneur, par ordre de ses parens, étoit âgé, comme j'ai dit, d'environ douze ans; d'une taille proportionnée à son âge & d'un embonpoint raisonnable; son visage étoit assez blanc, médiocrement plein, tel qu'on le voit dans un grand nombre de filles du même âge; ses mamelles étoient assez plates, le devant du cou, du sternum & le dehors de la poitrine fort unis, les clavicules

* Mém. Académ. Royale des Sciences, année 1750, page 109.

aplaties de même que chez les filles; la largeur du bassin, sur-tout du petit bassin & la grandeur de l'angle que font en dessous les deux os pubis, étoit aussi comme chez les filles; sa voix ni grave ni aiguë, ressembloit à celle de la plupart des garçons & de plusieurs filles: j'ignore si se regardant & étant regardé par les autres comme garçon, il ne se seroit pas accoutumé à prendre un son de voix un peu plus mâle, on sait que l'habitude fait beaucoup pour cela.

En examinant les parties de la génération, on voyoit sur le devant des pubis une verge longue d'environ cinq quarts de ponce, sur une grosseur proportionnée, avec le gland, les téguemens, le prépuce, ressemblant assez au membre viril, mais avec les différences qui suivent, 1.^o cette verge étoit, par elle-même & indépendamment de son poids, fort recourbée vers le bas, de manière que le bout du gland regardoit la pointe des pieds; cette courbure la rendoit plus courte en dessous qu'en dessus.

2.^o Il n'y avoit pas de frein au-dessous du gland.

3.^o Le prépuce fort étendu au-dessus du gland, se raccourcissoit & disparoïssoit même tout-à-fait en dessous, vers l'endroit où devoit être le frein.

4.^o Il n'y avoit dans toute l'étendue de la verge, aucune trace; soit de la partie spongieuse, soit du canal de l'urètre.

5.^o On voyoit à l'extrémité du gland, tirant vers le bas, une apparence de l'ouverture de l'urètre, mais quand on venoit à l'examiner, on découvroit que ce n'étoit uniquement que l'extrémité d'une rainure ou filon noir, qui sépare le dessous du gland comme en deux lobes, l'un à droite & l'autre à gauche.

6.^o La peau qui rènoit le long du dessous de la verge, n'étoit pas unie, polie, glissante comme celle qui recouvroit le dessus & les côtés; elle avoit quelque chose de rude & un peu rougeâtre.

7.^o On voyoit encore à cette même peau, une espèce de bord ou de crête fort peu saillante, qui rènoit le long du dessous de la verge, & sembloit la tenir courbée en dessous; cette crête, vers la racine de la verge, se perdoit dans les nymphes dont nous parlerons plus bas.

Comme les exemples servent à s'éclaircir mutuellement, je

rapporterai après chaque article ce que j'ai observé le 9 Décembre 1760, & le 23 Mars 1761 sur *Michel*, que j'avois déjà vu quinze ans auparavant : *Michel*, plus âgé que le précédent d'environ seize ans, est d'une taille fort médiocre avec assez d'embonpoint; du reste je n'ai rien dit des mamelles & de l'extérieur du cou & de la poitrine, des clavicules, des os du bassin, de la voix du jeune Seigneur, qui ne soit exactement vrai de *Michel*, mais ce dernier a de plus que le premier, les lèvres & le menton garnis, non d'une barbe semblable à celle des garçons de son âge, mais d'un poil follet qu'il n'a jamais fait couper ni raser, suivant ce qu'il m'a dit, & comme on en peut juger par le simple coup-d'œil. *Michel* a une verge semblable à celle du jeune Seigneur, que j'appellerai M. N. . . , & l'on peut appliquer à cette verge la description de celle que j'ai faite de M. N. . . , sans y changer le moindre mot, la moindre circonstance, sinon, 1.^o que la verge de *Michel* est beaucoup plus longue & plus grosse; 2.^o qu'au lieu de la petite crête ou saillie qui se perd dans les nymphes, vers la racine de la verge, chez M. N. . . , ce sont chez *Michel*, deux crêtes bien plus marquées, laissant un sillon entr'elles; ces deux crêtes, qui ne sont autre chose que les nymphes, commencent vers le dessous du gland, elles règnent le long du dessous de la verge & s'étendent d'avant en arrière pour aller dans la vulve, comme on l'expliquera bientôt.

A la verge près, on ne voit rien dans les parties honteuses de M. N. . . , non plus que dans celles de *Michel*, qui tiennent ou paroissent tenir du sexe masculin, il n'y a pas la moindre apparence de testicule, de scrotum, des vaisseaux spermatiques, rien, en un mot, qui ne caractérise le sexe féminin.

On fait que les grandes parties qu'on voit en dehors chez les femmes, sont les grandes lèvres & la vulve, avec les parties qui paroissent dans celle-ci.

Les grandes lèvres se présentent chez M. N. . . & chez *Michel*, à peu près comme dans les femmes & les filles, sinon que leur réunion en arrière, appelée *fourchette*, est plus en avant; c'est-à-dire plus éloignée de l'anus, ce qui rend par conséquent le périnée plus étendu; une autre petite différence par rapport à

Michel, c'est que ces lèvres sont chez lui un peu plus grosses & plus saillantes que dans la plupart des femmes; en écartant ces lèvres, on voit chez M. N. . . comme chez Michel, la cavité nommée vulve ou *pudendum*, qui s'étend depuis la racine de la verge jusqu'au périnée, où elle se termine comme chez toutes les femmes par cette espèce d'enfoncement qu'on nomme *fosse naviculaire*.

Personne n'ignore que les parties qui paroissent dans la vulve sont le *clitoris* ou verge féminine, les *nymphes*, l'ouverture du conduit de l'urine & le vagin, on ne s'attend pas sans doute à trouver ici la verge féminine distincte de celle qui a été décrite.

A l'égard des nymphes, elles se présentent chez M. N. . . ainsi que chez Michel, à peu-près comme chez les filles, allant depuis leur réunion jusqu'aux côtés de l'entrée du vagin, mais avec les différences suivantes; 1.^o elles sont bien moins saillantes & moins écartées l'une de l'autre que chez les femmes ordinaires; 2.^o en examinant la verge de Michel, on voit partir les nymphes du dessous du gland de même que dans toutes les femmes, régner ensuite le long du dessous de la verge, comme je l'ai insinué plus haut, & s'étendre dans la vulve pour finir près du vagin, au lieu que chez M. N. . . les nymphes ne paroissent partir, ainsi qu'il a été dit, que du bas de la racine de la verge; qu'il y a seulement une petite saillie ou crête qui suit le dessous de cette même verge & qui se perd dans les nymphes; dans l'un & dans l'autre l'ouverture de l'urètre placée entre les nymphes, ne diffère en rien, soit par sa situation, soit par sa figure, soit par son calibre, de l'urètre des filles du même âge: le jet de l'urine que j'en vis sortir, étoit aussi le même que chez les filles; je poussai une assez grosse sonde dans l'urètre de Michel, tandis que je tenois le bout du doigt index dans le vagin, la sonde entra de la quantité de trois pouces & demi bien mesurés.

Je viens de dire que l'orifice de l'urètre des deux sujets dont je parle, occupe le même endroit de la vulve que chez les femmes ordinaires; mais nous avons remarqué plus haut que dans l'un & dans l'autre le périnée s'étend plus en devant qu'il ne fait chez celles-là: cela va au point qu'il couvre une partie

considérable de la vulve de M. N. . . cette partie ainsi couverte par le périnée, est précisément celle où le vagin & l'urètre vont se terminer, de manière que pour apercevoir l'ouverture de l'urètre, il faut nécessairement retirer un peu en arrière l'endroit du périnée où les grandes lèvres se terminent

On sait que chez les filles qui n'ont pas été déflorées, & particulièrement chez celles qui n'ont pas atteint l'âge de puberté, l'hymen & les quatre éminences nommées *caroncles myrtiformes* par les Anatomistes du siècle passé*, rendent l'entrée du vagin extrêmement étroite, & même que l'hymen ne laisse quelquefois aucun passage.

Après avoir enfoncé avec peine, la dernière phalange du petit doigt dans la partie postérieure de la vulve de M. N. . . je tâchai de la diriger de bas en haut pour la faire entrer dans le vagin; mais, soit le rétrécissement de l'orifice du dernier, soit la difficulté de tourner le doigt en ce sens là, soit l'inquiétude & l'impatience du jeune Seigneur qui s'agitoit continuellement pour m'arrêter, je ne pus satisfaire entièrement ma curiosité, je sentis seulement à l'endroit qui forme l'entrée du vagin, un enfoncement terminé du côté de l'urètre par une éminence assez inégale, qui ne me parut & qui ne pouvoit être que la caroncle myrtiforme antérieure: après cette tentative, je voulus me servir d'une sonde un peu recourbée par le bout; mais le jeune Seigneur saisi d'une crainte mal placée ne voulut jamais me permettre de finir cette expérience.

L'entrée du vagin n'est pas à beaucoup près si difficile à

* J'ai dit *par les Anatomistes du siècle passé*, tels que Riolan, Graaf & Bartholin, parce que plusieurs Modernes donnent ce nom aux éminences en crête de coq, qui sont les restes de l'hymen déchiré; ce qui fait, pour le dire en passant, une équivoque qui donna lieu, il y a quelques années, à de grandes disputes, & qui embarrassâ fort les Juges du Parlement de Rennes, au sujet d'un procès qu'il y avoit entré une dame & son mari. Quatre Experts, nommés par la Jus-

tice, ayant certifié que les caroncles myrtiformes avoient toute leur intégrité, & que la femme n'avoit pas été déflorée, tandis que plusieurs personnes de l'Art & des plus habiles jugèrent, au contraire, d'après ce certificat sur l'existence des caroncles myrtiformes, que la femme avoit été déflorée; je fus ensuite consulté, & j'expliquai l'équivoque qui avoit fait naître les sentimens opposés qu'on vient de dire, & dont le premier devoit être & fut suivi en justice.

découvrir chez Michel ; j'y introduisis le petit doigt, ensuite l'index, qui entra jusqu'à la racine, & ensuite une sonde qui fut arrêtée après trois grands pouces de chemin : Michel me dit que chez lui l'introduction du petit doigt caufoit un certain chatouillement, une impression lascive.

Réflexions sur les observations précédentes.

Il y a bien des siècles qu'on parle d'hermaphrodites ; Paul d'Égine, à l'exemple de Léonide, les distingue en deux genres, les hermaphrodites mâles, dont il fait trois espèces, & les hermaphrodites femelles, dont les exemples sont, selon lui, assez fréquens : ce qu'il y a de certain, c'est que les seuls hermaphrodites qui ont coutume de se présenter assez souvent & sur lesquels nous avons des observations suivies, répétées & bien constatées, ce sont ceux en qui l'on trouve les parties extérieures de la femme, avec une verge assez semblable à celle de l'homme. Nous avons grand nombre d'auteurs tels que Graaf *, Riolan, Fabricius, Aquapendens, Skenknius, Tulpius, Platerus & Plazzoni qui ont vu des exemples dans le genre d'hermaphrodites dont nous parlons ; on n'aperçoit, à la verge près, que les parties extérieures de la femme ; savoir, les grandes lèvres, la vulve, les nymphes, l'ouverture de l'urètre ou conduit de l'urine, & celle du vagin : la raison même suffit pour faire voir que les changemens que nous avons dit, en parlant de ces parties, n'étoient que l'effet de l'accroissement du clitoris qui les avoit tirés d'arrière en avant, en se courbant lui-même d'avant en arrière, à cause de la résistance de ces parties. Dans les dissections qui en ont été faites par Graaf & Vanhorne, on a trouvé dans l'intérieur les ovaires, les trompes, la matrice, le vagin, le conduit de l'urine, comme chez les femmes, sans la moindre partie du sexe viril.

Nos auteurs les plus éclairés conviennent que les sujets dont on vient de parler, sont uniquement des femmes dont le clitoris a pris un accroissement considérable, jusqu'à en imposer sous l'apparence de la verge virile.

* Graaf, *Observationes anatomicæ. libro 1, page 589.*

Les moindres Anatomistes savent que le clitoris ou la verge féminine, ne diffère guère de celle de l'homme que par sa petitesse & par le défaut de l'urètre, qu'elle est formée d'ailleurs comme chez les hommes, par les corps caverneux attachés au pubis, soutenus par un ligament, mais que le gland & le prépuce sont les seules parties qui se montrent au dehors, le reste étant caché dans la graisse; on fait aussi que le clitoris est très-sensible & capable d'érection, de même que la verge virile; il n'y a donc dans les sujets dont nous parlons, que le trop grand accroissement du clitoris qui produit une fausse apparence du sexe masculin.

Ce sont-là les *tribades*, les *incubes* des anciens, dont on croit même que S.^t Paul a voulu parler dans son *épître aux Romains*, chapitre 2. Nombre d'Auteurs disent que ce genre de filles est & a été fort commun en Orient, & que pour les rendre propres au mariage, on retranchoit le clitoris par une opération décrite par *Aetius*, *Paul d'Égine*; on voit à présent ce qu'on doit juger du sexe de M. N. . . , comme de celui de Michel. L'examen de la verge de l'un & de l'autre sujet dont j'ai parlé, suffiroit sans autre recherche, pour décider que c'est un véritable clitoris; en effet, on y trouve précisément les caractères qui distinguent le clitoris de la verge masculine; ces caractères sont, 1.^o qu'il n'y a ni le canal ni la substance spongieuse de l'urètre; 2.^o que le corps de cette pièce est fort tourné vers le bas; 3.^o qu'il n'y a pas de frein au-dessous du gland; 4.^o qu'on voit à l'extrémité, tirant vers le bas du gland, une espèce de vide qui représente assez bien l'ouverture de l'urètre, mais qui n'est réellement que l'extrémité d'une rainure ou sillon, qui sépare le dessous du gland comme en deux lobes; 5.^o que le prépuce dispaçoit tout-à-fait au-dessous du gland, vers l'endroit où commence le sillon dont j'ai parlé; 6.^o que les nymphes partent du dessous du gland pour s'étendre ensuite jusqu'à la région du vagin.

Tout cela s'observe au clitoris & à la verge de M. N. . . & de Michel, avec cette différence qu'on ne voit le long du dessous de la verge du premier qu'une petite crête ou saillie, allant se perdre dans les nymphes qui ne paroissent commencer qu'à la
racine

racine de la verge : sans doute que la trop grande distension qu'elles ont soufferte par l'accroissement excessif du clitoris les a fait disparôître, non chez Michel, mais chez M. N. . . dans l'étendue qui répond au-dessous du gland & de la verge, & n'en a laissé dans cet endroit qu'une légère trace, c'est-à-dire la petite crête dont j'ai parlé ; c'est aussi, suivant toutes les apparences, ce qui aura tiré plus en devant les lèvres de la vulve & le périnée. Il n'y a donc rien, jusqu'à la verge même des deux sujets en question, qui ne démontre le sexe féminin, & l'on ne doit pas douter, sur-tout après les observations de Graaf & de Vanhorne, rapportées ci-dessus, que les parties internes, & particulièrement la matrice, ne soient en eux comme chez les autres filles ; cela est encore démontré chez Michel par les faits suivans.

En maniant les tégumens des aînes, on découvre de chaque côté un cordon qui sort par les anneaux des muscles de l'abdomen, descend ou se perd près du pli de la cuisse, & l'on reconnoît clairement à sa grosseur, à la manière dont il s'amincit & dont il paroît finir, que c'est le ligament rond de la matrice, sans qu'il soit possible aux plus ignorans d'imaginer que ce puisse être le cordon des vaisseaux spermatiques ; ce ligament est sans doute encore trop délié dans le jeune Seigneur dont j'ai parlé, & la graisse qui l'environne est trop ferme chez lui pour qu'on puisse le sentir.

Un autre fait bien décisif, c'est l'écoulement des règles chez Michel.

Voici ce qu'il me raconta le 9 Décembre 1760 & le 23 Mars 1761, sans se contredire sur quoi que ce soit, & avec des circonstances qu'un ignorant en Médecine, tel que lui, ne sauroit jamais inventer. Michel s'étoit assez bien porté jusqu'à l'âge de dix-sept ans ; ce fut alors qu'il devint pâle, d'une santé délicate, & qu'il lui prit un écoulement par le vagin ; c'étoit une liqueur visqueuse & jaunâtre, dont la quantité pouvoit aller à un demi-goblet en vingt-quatre heures ; cela dura environ dix-huit mois, au bout duquel temps il éprouva bien d'autres symptômes ; il eut de grands maux de tête & des coliques, le sein se gonfla, le bout des mamelles devint douloureux avec des élancemens

lorsqu'il vouloit y toucher; ces symptômes durèrent une quinzaine de jours, au bout desquels les règles parurent & continuèrent pendant six jours; il se sentit alors beaucoup plus léger, la pâleur du visage se dissipa & sa santé se rétablit assez bien; ses règles, sans être fort abondantes, continuèrent à revenir périodiquement pendant quatre ans, mais non sans quelque dérangement; elles retardoient quelquefois de quinze jours, d'un mois, même de six semaines; il éprouvoit alors de grands maux de tête, des lassitudes avec un gonflement de mamelles, dont le bout devenoit beaucoup plus gros & plus rouge.

Ces quatre ans expirés, ses règles se dérangèrent totalement & cessèrent même au bout de quelque temps; il en fut assez incommodé, mais enfin sa santé se rétablit, & il reprit une assez bonne couleur; depuis cela, il a vu quelquefois en rouge, mais rarement & fort peu; deux ou trois jours avant que cela arrive, il se sent pesant, abattu, avec mal de tête; la dernière fois que je le vis, c'est-à-dire le 23 Mars 1761, il y avoit huit mois que rien n'avoit paru.

J'ajouterai à cela une réflexion: si Michel n'a pas été tout-à-fait aussi incommodé du dérangement des règles que la plupart des filles qui ont les pâles couleurs, c'est sans doute l'effet des grands exercices & des voyages continuels qu'il a faits depuis tant d'années, dans presque toutes les parties de l'Europe, & peut-être encore celui d'un tempérament approchant de celui des femmes que nous appelons *viragines*, tempérament que je soupçonne fort chez celles dont le clitoris a pris un si grand accroissement.

Revenons à M. N... il y a lieu de croire que les règles se sont déclarées ou se déclareront chez lui dans quelque temps, à moins d'un vice du sang semblable à celui qui cause les pâles couleurs des filles; & dans ce cas, on mettroit en œuvre les remèdes usités pour cela, comme l'exercice, les préparations de mars, les eaux acidulées; il ne sera pas même impossible que l'entrée du vagin fût fermée; nous en avons des exemples chez les auteurs.

Je terminerai ce Mémoire par un paradoxe qui paroîtra peut-être singulier; c'est que s'il suffisoit pour être hermaphrodite ou

pour réunir les deux sexes, d'avoir une verge apparente comme celle de l'homme, jointe aux parties du sexe féminin, il n'y auroit jamais eu de femme qui n'eût été hermaphrodite, au moins pendant quelques mois. J'ai observé que dans les premiers mois de la grossesse tous les embrions femelles ont une verge attachée aux os pubis, saillante & figurée à peu-près comme celle des mâles, en sorte que ceux qui les voient sans être au fait de l'Anatomie, ont coutume de les prendre pour tels; c'est ce que j'ai vu arriver plus d'une fois. Chacun peut se rappeler que s'il a entendu parler d'avortons de trois à quatre mois, ce sont presque toujours, dit-on, des mâles, & rarement des femelles, dont la mère s'est blessée; ils paroissent tels, en effet, au premier coup-d'œil, de même que les deux sujets dont nous avons parlé: mais qu'on examine de près les uns & les autres, on verra que le titre d'hermaphrodites ne convient pas mieux aux derniers qu'aux premiers; la seule différence un peu frappante qu'on trouvera, c'est que dans les embrions femelles, la partie des nymphes qui s'attache en dessous à la petite verge est fort saillante, au lieu qu'elle l'est très-peu chez Michel, & qu'il n'en reste qu'une légère trace chez le jeune Seigneur dont j'ai parlé.

Il paroîtra peut-être singulier que personne, au moins que je sache, n'ait observé tout ce que je rapporte de ces embrions femelles; mais si l'on se donne la peine d'examiner le fait, on trouvera que c'est l'exacte vérité.



OBSERVATIONS DE L'OPPOSITION
DE JUPITER AVEC LE SOLEIL

DU 8 MARS 1767.

Faites à l'École Royale Militaire.

Par M. J E A U R A T.

18 Mars 1767. **L**ES Observations que je donne ici, ont été faites par un très-beau temps & dans une circonstance favorable; car Jupiter étoit peu éloigné du parallèle de deux Étoiles très-connues, l'une de la 2.^e grandeur, l'autre de la 1.^{re}. Dans ce qui suit, je donne 1.^o la position apparente des deux Étoiles auxquelles Jupiter a été comparé: 2.^o les observations telles qu'elles ont été faites: 3.^o le calcul des observations: 4.^o enfin ce qui résulte du calcul des observations mêmes.

1.^o *Position apparente des deux Étoiles auxquelles JUPITER a été comparé.*

γ d'ORION.....	{	Longitude.....	2 ^h 17 ^d 41' 51"
		Latitude australe.....	16. 50. 53
		Ascension droite.....	78. 10. 7
		Déclinaison boréale.....	6. 16. 55
α de PROCYON.....	{	Longitude.....	3. 22. 34. 42
		Latitude australe.....	15. 58. 9
		Ascension droite.....	111. 47. 9
		Déclinaison boréale.....	5. 48. 28.

*Connoiss. des
Temps, 1763.
p. 86 & 90.*

2.^o Observations faites en Mars 1767.

JOURS des OBSERVATIONS.	PASSAGES AU MÉRIDIEN.				DIFFÉRENCE des déclinaisons entre γ & JUPITER.
	TEMPS DE LA PENDULE.			TEMPS VRAI.	
	γ	α	Centre	Centre	
	d'ORION.	de PROCYON.	de JUPITER.	de JUPITER.	
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	M. S.
6 Mars . . .	6. 3. 22	8. 17. 28	12. 8. 50	12. 9. 47	- 3. 53
8 Mars . . .	5. 55. 37 $\frac{1}{2}$	8. 9. 43 $\frac{2}{3}$	12. 0. 8	12. 1. 27	+ 2. 14
9 Mars . . .	5. 51. 45	8. 5. 51	11. 55. 46	11. 57. 18	+ 5. 17
10 Mars . . .	5. 47. 53	8. 1. 59	11. 51. 24	11. 53. 8	+ 8. 21

3.^o CALCUL des Observations précédentes.

TEMPS VRAI des OBSERVATIONS.	ASCENSION droite de JUPITER.	DÉCLINAISON de JUPITER.	LONGITUDE géocentrique de JUPITER.	LATITUDE géocentrique de JUPITER.
H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
6 Mars à 12. 9. 47	169. 47. 0	6. 3. 2 B.	5. 18. 14. 17	1. 30. 53 B.
8 Mars à 12. 1. 27	169. 32. 34	6. 9. 9	5. 17. 58. 41	1. 30. 54
9 Mars à 11. 57. 18	169. 25. 11	6. 12. 12	5. 17. 50. 45	1. 30. 49
10 Mars à 11. 53. 8	169. 17. 40	6. 15. 16	5. 17. 42. 40	1. 30. 44

4.^o Enfin il résulte des observations & des calculs qui précèdent,
que l'opposition est arrivée le 8 Mars 1767

à 6^h 40' 55", temps vrai }
à 6. 51. 57, temps moyen } du méridien de Paris.

Jupiter avoit alors une longitude héliocentrique observée

Dans l'Écliptique, de 5' 18" 0' 26"

Dans son orbite, de 5. 18. 0. 44

Et la latitude géocentrique boréale observée, est de . . . 1. 30. 54

Vu iij

Faisant abstraction des petites équations de M. Mayer (*Connoiss. des Temps, année 1763, page 128*), on trouve pour longitude héliocentrique calculée,

Selon M. Halley.....	5 ^r 18 ^d 4' 30"
Selon M. Cassini.....	5. 17. 57. 37
Selon moi.....	5. 18. 3. 25

Ce qui donne pour erreur des Tables en longitude,

De M. Halley.....	+ 3' 46"
De M. Cassini.....	- 3. 7
Des miennes.....	+ 2. 41

Mais faisant usage des petites équations de M. Mayer, qui dans ce cas est en totalité de — 3' 19", on trouvera pour longitude héliocentrique calculée,

Selon M. Halley.....	5 ^r 18 ^d 1' 11"
Selon M. Cassini.....	5. 17. 54. 18
Selon moi.....	5. 18. 0. 6

Dans ce second cas, l'erreur des Tables en longitude est,

Pour celles de M. Halley, de.....	+ 0' 27
Pour celles de M. Cassini, de.....	- 6. 26
Pour les miennes, de.....	- 0. 38

N. B. Les petites équations de M. Mayer, rectifient assez bien, pour cette fois-ci, les Tables de M. Halley & les miennes; l'examen seul apprendra si effectivement cette somme des petites équations produira constamment le même effet : au reste, s'il arrive ici que l'effet soit favorable aux Tables de M. Halley & aux miennes, on conviendra qu'en revanche elles en produisent un bien fâcheux pour celles de M. Cassini.



*OBSERVATION
DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL
DU 5 AOÛT 1766,*

Faite à Versailles, à l'hôtel de Luynes.

Par M. LE CARDINAL DE LUYNES.

J'AI pris le temps vrai à une méridienne filaire, que j'ai faite 10 Avril avec grand soin à l'hôtel de Luynes, & qui est très-exacte 1767. & très-solidement construite.

J'ai observé avec le même micromètre-objectif de M. Short, dont j'ai fait la description en rendant compte à l'Académie de mon observation du passage de Vénus sur le Soleil; mon observation de ce passage est imprimée dans les Mémoires de l'Académie.

<i>Temps vrai.</i>	<i>Partie éclairée.</i>	<i>Partie obscure.</i>
6 ^h 49' 44".....	17 ^{toises} 7 ^{parties}	4 ^{doigts} 16'
52. 54.....	17. 16.....	4. 9
7. 1. 14.....	19. 10.....	3. 19 $\frac{1}{2}$
2. 44.....	19. 30.....	3. 4
5. 39.....	20. 19.....	2. 45

Les arbres m'ont ensuite caché le Soleil.

Inclinaison de la route apparente de la { 6^h 54' 44"..... 48^d
Lune avec le vertical..... } 7. 7. 14..... 54



O B S E R V A T I O N S
SUR L'ORAGE DU 6 AOÛT 1767,
Et d'un coup de foudre qui s'est élevé de la terrasse
de l'Observatoire.

Par M. l'abbé CHAPPE D'AUTEROCHÉ.

JE m'étois proposé cette année d'élever une barre de fer en plein air, pour continuer mes observations sur l'Électricité naturelle, dont je m'occupe depuis 1753; des circonstances m'ayant empêché de remplir mes vues à ce sujet, je me suis borné aux observations suivantes.

Le temps avoit été très-chaud au commencement de ce mois; le thermomètre de M. de Reaumur étoit le 3 à 21 degrés à 3 heures après midi; la chaleur augmenta chaque jour; le thermomètre monta le 5 à 26^d $\frac{1}{2}$, & il étoit à 25^d le 6 à 3 heures après midi, le baromètre à 28 pouces, & le vent à l'ouest $\frac{1}{4}$ de sud-ouest.

A 5 heures du soir, un nuage très-obscur situé à l'horizon, annonçoit de l'orage; le ciel s'obscurcit de plus en plus; à 7 heures environ, les éclairs commencèrent à briller sans qu'on entendît le bruit du tonnerre; ils se multiplièrent à chaque instant.

Je fus alors à une des fenêtres de la tour occidentale pour y examiner plus facilement cet orage: j'avois pour principal objet d'observer si je ne verrois pas la foudre s'élever de terre, ainsi que je l'avois souvent observé à Tobols en Sibérie, & à Paris dans l'orage du 7 Juillet 1766.

Les éclairs continuoient avec la même vivacité; le nuage s'étendoit de plus en plus; vers 8 heures, il occupoit à l'horizon un arc de près de 110 degrés depuis l'ouest jusqu'au sud sud-ouest; la partie orientale du nuage me parut à 40 degrés de hauteur, & l'occidentale étoit cachée par l'horizon.

Le

Le ciel paroïssoit tout en feu; à 8 heures $\frac{3}{4}$, les éclairs se succédoient avec la plus grande rapidité; leur lumière éclairoit quelquefois une partie du ciel de plus de 30 degrés parallèlement à l'horizon sur 15 & 20 degrés de hauteur; je n'avois pas entendu un seul coup de tonnerre depuis 7 heures; il commença à gronder à 9 heures. Je n'avois encore vu que deux ou trois éclairs terminés à l'horizon, & une seule fois la foudre me parut s'élever de bas en haut sous la forme d'une fusée; mais tous ces phénomènes se passaient à une si grande distance, que je n'entendois pas de bruit; l'orage s'approchoit cependant: bientôt un grand vent s'éleva & produisit une espèce d'ouragan qui remplit l'air d'une si grande quantité de poussière, que la lumière des éclairs en étoit considérablement affoiblie.

L'orage se dirigea un peu au sud, en s'approchant de Paris; je descendis au premier étage pour y continuer mes observations, M. de Cassini le fils & M. de Prunelay se joignirent à moi; nous fumes nous placer à la fenêtre du petit cabinet d'observation, elle est très-petite & à l'est de l'Observatoire; nous y étions à l'abri des grands coups de vent, de la pluie qui commençoit & des accidens que pouvoient occasionner les grandes fenêtres de l'Observatoire, par la quantité de fer qu'elles contiennent; nous aperçûmes tous très-distinctement un coup de foudre s'élever du côté de Châtillon sous la forme d'une fusée; sa grosseur & sa vivacité diminuoient à mesure qu'elle s'élevoit; le coup de tonnerre qui suivit ne fut cependant pas considérable; à 10 heures $\frac{1}{4}$, la pluie augmentoit de plus en plus; la nuée orageuse s'étendoit déjà sur Paris, du moins du côté de l'Observatoire; les éclairs & les coups de tonnerre se succédoient presque sans interruption: nous étions toujours au même endroit en face du mâât situé sur la terrasse de l'Observatoire; ce mâât est isolé & éloigné du bâtiment de 22 toises, & de 32 de celui où nous étions.

A 10 heures $\frac{1}{2}$ environ, un coup de foudre s'éleva dans la direction de ce mâât; nous l'aperçûmes avec une telle évidence, que nous criâmes tous, *ah! le voilà*; le bruit se fit entendre immédiatement; quelques-uns des domestiques se sauvèrent dans l'appartement voisin; d'autres vinrent dans celui où nous étions,

Mém. 1767.

. X x

& chaque voisin prétendit, le jour suivant, que la foudre étoit tombée dans les environs de sa maison.

J'étois convaincu que la foudre avoit parcouru le mât, non-seulement parce que j'avois vu qu'elle avoit suivi cette direction sous la forme d'une fusée, mais encore parce que j'aperçus très-distinctement dans l'air quelques étincelles après le coup de foudre; ces étincelles ressembloient à celles qu'on voit après qu'une fusée s'est éteinte, & il me parut évident qu'elles étoient occasionnées par les parties du bois que la foudre avoit détachées & qui avoient été enflammées. Je desirois cependant m'assurer du fait en visitant le mât, la pluie considérable qui ne cessoit de tomber, ne me permit pas de le faire tout de suite; je fus le voir le lendemain & le jour suivant, & il me paroît constant que le coup de foudre a suivi la direction du mât.

Fig. 1. Ce mât *FG*, placé au milieu de la terrasse pour les observations astronomiques, est fendu de toutes parts; on a rempli ces fentes de mastic, & pour le faire tenir, on a hérissé de clous l'intérieur de ces fentes; il porte à son extrémité une poulie de fonte & une girouette; par la suite des temps, ce mastic est tombé & une partie des clous est restée à découvert; au premier coup-d'œil que je jetai sur ces clous, je ne doutai plus que la plupart n'eussent été frappés de la foudre; ceux qui ne l'ont pas été sont restés avec leur rouille jaunâtre; les autres en sont non-seulement dépouillés, mais ils sont d'une couleur noirâtre & quelquefois bleue, semblables à celle du fer rouillé qu'on a mis au feu. On

Fig. 3. distinguoit aisément du bas du mât une tache noire *LM* située vers son extrémité supérieure; cette tache & l'espérance de trouver au haut du mât de nouvelles preuves de ce phénomène, à cause de la quantité de fer dont il est garni, me déterminèrent à faire placer une corde dans la poulie afin d'avoir la facilité de me faire élever jusqu'à la girouette, & examiner le mât dans toute son étendue & sur tous les sens: ce moyen me réussit parfaitement, & voici ce que j'ai observé.

Le mât a 30 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur & 32 en y comprenant la poulie & la girouette; il est circulaire; son diamètre est d'un pied par le bas & de 8 pouces dans le haut.

Les clous étant plus ou moins enfoncés dans les fentes dont j'ai parlé, ont été plus ou moins exposés à l'action de la foudre & garantis de même plus ou moins par le mastic; ils semblent indiquer l'effet d'une étincelle qui s'est élevée perpendiculairement : dans cette circonstance, le clou *A* n'a été frappé que vers le haut, & le bas a été mis à couvert par le mastic qui est plus saillant en *x*; dans d'autres endroits, comme en *B*, la partie la plus élevée de la tête du clou a seule été frappée, parce que le clou étant très-enfoncé, le restant n'étoit point dans la direction de la ligne perpendiculaire. On observe les mêmes phénomènes depuis le bas du mât jusqu'à sa partie supérieure, mais avec des différences analogues à la position des clous; les uns ont été frappés vers le milieu de la queue & quelquefois suivant sa longueur; d'autres fois, la tête ou son épaisseur porte seule des marques de la foudre; tous les clous cependant n'ont pas été frappés: on en trouve plusieurs vers le bas du mât & sur sa partie orientale qui sont dans ce cas. Le barreau de fer *CC* a conservé toute sa rouille, ainsi que le clou *D* qui a 3 pouces de longueur; on observe à peine des foibles marques de la foudre sur les clous 1, 2, 3, &c. situés de même dans la partie orientale du mât; mais ses effets sont très-sensibles dans les parties du nord, de l'ouest & du sud.

On voit dans la figure 1.^{re} deux clous *EF* & un bout de ficelle *Z*, le clou *E* a conservé toute sa rouille, & le clou *F* a été frappé de la foudre; la rouille a été non-seulement emportée, mais le clou est d'une couleur de fumée semblable à celle que produit la poudre sur le fer lorsqu'elle a été enflammée; la ficelle a été noircie vers le milieu, mais légèrement; la fente *GH* est hérissée de clous en dedans, ainsi que celle *IK* située sur le côté occidental du mât; les clous de ces deux fentes ont presque tous été frappés de la foudre: on ne voit autour du mât aucune marque de ce phénomène depuis l'extrémité *K* de la fente jusqu'en *L*; cette distance est d'un pied.

Il paroît que l'étincelle a sauté de *K* à l'anneau *NP*, en brûlant le mât dans la partie *LM*; cet endroit du mât est le seul où l'on voit clairement que le bois a été brûlé; il est entouré dans cette partie de deux frettes *NP*, *QR* de 2 pouces de largeur,

X x ij

Figures 1
& 3.

& de 3 lignes d'épaisseur; on y trouve aussi quatre barres de fer d'un pouce de largeur, elles sont incrustées perpendiculairement dans le mât pour rendre cette partie plus solide; ces ferrures sont fixées avec de gros clous & toutes ont été frappées de la foudre; on croiroit qu'elles sortent de la forge, avec cette différence qu'on remarque encore dans quelques endroits de la rouille, & elle est écaillée dans d'autres.

Je n'ai pu distinguer parfaitement les effets de la foudre sur la poulie, parce qu'elle étoit si rouillée que j'y fis mettre de l'huile pour la rendre mobile; cette huile jetoit quelques incertitudes sur mes observations, & je n'ai pas cru devoir les rapporter.

On ne voit à la girouette des marques de la foudre que vers son axe, ce qui sembleroit prouver qu'elle a quitté le mât par cette partie; la girouette conserve encore dans cet endroit une couleur blanchâtre enfumée semblable à celle dont j'ai déjà parlé.

Desirant montrer à l'Académie quelques fragmens authentiques de ce phénomène, je remontai le 12 à la girouette avec une scie, afin de me procurer quelques morceaux de bois brûlés; mais cet instrument me devint inutile, je retirai avec la plus grande facilité du mât plusieurs chevilles de bois: la cheville *M* a 3 pouces de long sur 2 pouces de large & 10 lignes d'épaisseur; la partie inférieure de cette cheville est brûlée de toutes parts, excepté à la partie supérieure; la surface exposée à l'air n'est, pour ainsi dire, que roussie: on voit même dans quelques endroits la couleur à l'huile dont le mât a été peint dans le temps; elle forme dans les autres endroits des boursoufflures qu'on voit à la simple vue; tout l'intérieur du trou est un charbon dont on détache des morceaux avec la plus grande facilité.

La cheville *n.^o 2* est ronde, son diamètre est d'un pouce $\frac{1}{2}$ environ, & sa longueur de 2 pouces; sa partie extérieure est roussie presque en entier; elle est brûlée par-tout ailleurs, excepté à son bout intérieur, qui n'est pas même roussi; le mât est percé naturellement d'outre en outre dans cet endroit. La cheville *n.^o 3* remplit la même ouverture du côté oriental, & l'étincelle paroît avoir sauté de la cheville *n.^o 3* à celle *n.^o 5*; cette dernière a 4 pouces de long sur 6 lignes de large par le gros bout, & 10 lignes

environ par le petit; elle est totalement brûlée à sa surface & presque en charbon, principalement par le bout intérieur qui répond au bout de la cheville n.^o 2: mais la partie extérieure de la cheville n.^o 3 n'a dans sa partie extérieure exposée à l'air aucune marque qui annonce qu'elle ait été frappée par la foudre, elle a conservé en entier sa couleur. J'ai vu de même du charbon dans l'intérieur des trous où étoient ces chevilles: il paroît que presque toute l'action de la foudre a agi sur les ferrures situées au haut du mât, & que ce n'est qu'une étincelle détachée de la principale qui a pénétré dans son intérieur par la cheville n.^o 2. Fig. 4.

J'ai avancé, dans le commencement de ce Mémoire, que le bruit du tonnerre avoit suivi immédiatement l'éclair; mais il y eut un petit intervalle que je ne pensai pas à déterminer, par le plaisir que j'eus de voir si clairement ce phénomène: cet intervalle se trouve encore constaté par les domestiques, qui n'entendirent le coup qu'au même instant que nous fîmes le cri dont j'ai parlé, quoiqu'ils fussent plus près du mât que moi. Il me paroît très-constant que le bruit n'a pas été produit par l'étincelle au moment qu'elle a paru au bas du mât, mais lorsqu'elle a éclaté à sa partie supérieure; & en effet n'étant éloigné que de 32 toises, l'intervalle entre l'éclair & le bruit n'auroit pas été de $\frac{1}{4}$ de seconde, & il a été beaucoup plus considérable. Je dois encore observer que la foudre n'a pas enveloppé le mât dans tous les sens, elle auroit formé, dans ce cas, une colonne de feu d'un pied de diamètre environ, & il s'en faut de beaucoup qu'elle ait été si considérable; il me paroît que l'étincelle s'est élevée vers la partie du mât située au nord-ouest; elle a suivi sa surface, sautant de clou en clou, & quelques étincelles se sont détachées de la principale vers le sud & le nord.



*ESSAI SUR LE RAPPORT
DES POIDS ÉTRANGERS
AVEC LE MARC DE FRANCE.*

Par M. TILLET.

9 Avril
1766.

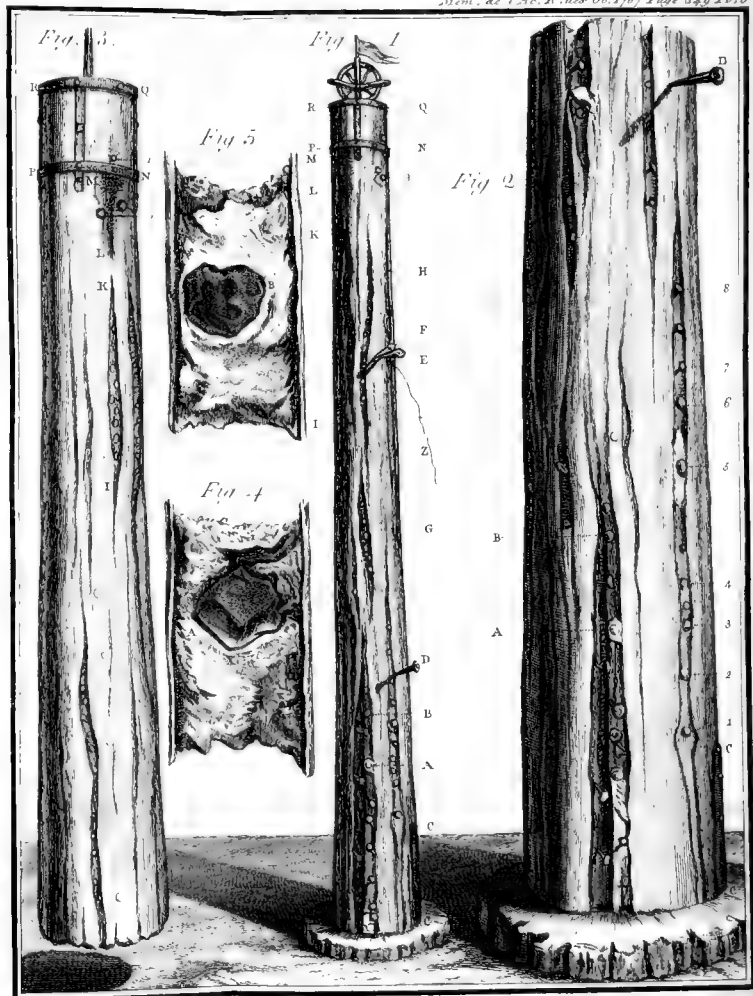
QUELQUE différence qu'il y ait entre les poids qui font aujourd'hui la règle du commerce, soit que l'on considère ceux de toutes les Nations policées, soit qu'on se borne à examiner ceux dont un État particulier a adopté l'usage, on pourroit conjecturer qu'ils ont été à peu-près les mêmes dans leur origine; qu'un Peuple les a transmis à l'autre par une suite du commerce qui les a liés, & que leurs intérêts ont demandé qu'il n'y eût parmi eux qu'un moyen uniforme de régler leurs échanges *. L'esprit du commerce, peu susceptible alors de discussions délicates, & guidé uniquement par des vues tirées des besoins de la Société, étoit concentré, en quelque façon, dans ces échanges simples des matières utiles ou de pur agrément, & il trouvoit une première facilité à les faire dans l'égalité des poids.

L'attention principale des hommes se porta d'abord, selon toute apparence, sur le rapport des choses les plus précieuses avec celles qui l'étoient moins, & sur la balance que pouvoit établir entr'elles un poids convenu. Mais insensiblement cette règle essentielle du commerce dut perdre son uniformité : les matières dont on forma les poids, éprouvèrent sans doute des altérations plus ou moins considérables; les Ouvriers chargés de ce travail, n'y portèrent pas toujours la précision qu'il exige; l'infidélité put aussi quelquefois concourir à l'affoiblissement des poids.

* L'ancienne livre des Gaulois étoit égale, suivant Boutheroue, à celle des Romains; ces derniers, maîtres de l'Univers, introduisirent par-tout leur poids, qu'ils tenoient peut-être des Grecs, & que ceux-ci pouvoient

avoir reçu des Phéniciens, le peuple le plus renommé par l'étendue de son commerce. Si l'on admet cette tradition, qui d'ailleurs n'a rien que de naturel, elle ne supposera pour tant de Peuples, qu'un seul & même poids.





Ces inconvénients, devenus enfin trop marqués pour qu'on les négligeât, firent reconnoître la nécessité d'établir un poids fixe auquel on eût recours dans le besoin : des formalités attachées à la communication de ce poids, le garantirent des altérations sensibles; on conserva par-tout des étalons. Mais les différences qui s'étoient introduites dans les poids usuels, furent consacrées dans ces étalons : dès-lors plus d'égalité; chaque Peuple tint à la loi qu'il s'étoit faite, par la raison seule qu'il y étoit accoutumé; il fallut s'inscrire, avant tout échange ou le moindre achat, du moyen de les régler; & le rapport des poids devint la connoissance préliminaire du commerce.

Elle eût été moins difficile à acquérir, si la différence des poids n'eût subsisté qu'entre des pays différens : mais les variations qui s'étoient glissées en général, avant qu'on eût établi des étalons d'une manière authentique, eurent lieu aussi dans la plupart des États particuliers; & quelquefois des provinces soumises au même Maître, ne se servirent pas du même poids. Il y a plus encore; malgré le projet formé par différens États, d'adopter un poids égal, & de l'employer sous de semblables dénominations à l'égard des parties qui le composent, il ne s'y trouve pas établi avec exactitude; & l'on y remarque des différences assez sensibles, pour que, sur des matières précieuses, elles méritent de l'attention. On en verra un exemple frappant dans le poids de Cologne, qui est un des plus célèbres de l'Europe, dont l'usage est général en Allemagne, & qui a été introduit dans d'autres États; on remarquera que ce poids est plus fort à Stuttgart qu'à Bonn, plus foible à Dantzick & à Hambourg qu'à Manheim, & qu'il a reçu une augmentation considérable en passant dans le Danemarck. Nous convenons qu'il n'est pas sans exemple qu'un poids égal, établi dans des États fort éloignés les uns des autres, s'y soit conservé dans son intégrité primitive, ou au moins n'y ait souffert aucune altération dont on puisse juger par la balance, quoique plusieurs siècles se soient écoulés, depuis que les étalons formés sur ce poids y ont été déposés. Le marc qui est en usage à Turin, est égal à celui de Bruxelles; & la différence peu importante que nous aurons lieu d'y remarquer, peut aussi-bien être attribuée à

une légère imperfection des balances dont on s'est servi dans l'un ou l'autre endroit pour y vérifier les poids qu'on nous a envoyés, qu'à un affoiblissement dans l'un des deux étalons. Mais une pareille égalité est plus rare qu'on ne l'imagineroit; & quelque opinion qu'il y ait en général sur cette égalité comme établie dans des pays différens, il faut toujours en venir à une comparaison exacte, si l'on cherche la précision; il faut rapprocher les poids en nature, négliger ce qui a été écrit, & ne décider que la balance à la main.

Des variations multipliées ainsi à l'infini & par-là capables de conduire à des erreurs, dans le moyen même que les hommes emploient pour régler leurs intérêts, & se prêter mutuellement à leurs besoins; les difficultés qui en résultent pour le commerce, & qui le gênent quelquefois; les fraudes auxquelles la simplicité & la bonne foi sont exposées, tout feroit desirer sans doute que le principe d'unité, si grand de quelque côté qu'on l'envisage, eût encore ici son application; qu'un même poids, premier indice de la droiture & adopté par tous les hommes, devînt comme un langage commun; qu'il aplanît les difficultés du commerce, en écartât tous les gains qui ne sont pas dans son ordre, & ne laissât plus matière à des raffinemens frauduleux.

Mais il n'est guère possible d'espérer un pareil avantage: il supposeroit un concert de la part de toutes les Nations policées, ou au moins de celles où le commerce est le plus en vigueur; il exigeroit des réductions & des calculs qui, dans le premier moment, conservassent les intérêts respectifs des Négocians & les fissent quadrer avec le poids convenu, jusqu'à ce que l'habitude eût rendu ce même poids la base universelle des intérêts. D'ailleurs, on a quelquefois regardé comme un des mobiles du commerce, la diversité des poids & des mesures, loin que ce que nous présentons ici comme utile, paroisse mériter d'être introduit dans la Société.

Je ne m'arrêterai point à combattre cette fausse opinion: dès lors que des esprits prévenus comptent pour rien une base uniforme de commerce; qu'ils s'embarrassent peu que la droiture devienne évidente par une règle qui soit aussi connue de l'acheteur, qu'elle est

est familière au vendeur; qu'ils préfèrent de petits bénéfices clandestins, aux facilités d'un commerce en grand; dès qu'il faudroit enfin supposer, par une suite du même principe, que la diversité des langues & des monnoies auroit des avantages pour la Société, parce qu'une foule d'Interprètes y feroient employés utilement pour eux, & que de l'autre il y auroit matière à bénéfice pour une multitude de Changeurs *. Nous n'opposons pas une discussion sérieuse, à une telle manière d'apprécier le bien du commerce; il est rare qu'en pareille matière, de simples raisonnemens produisent leur effet, quelque fondés qu'ils soient, quand on parle à des hommes qui veulent que les meilleurs principes se plient à des détails minutieux, qui ne les reçoivent qu'à ce prix, & ne craignent pas assez tout ce qui peut favoriser les abus.

Cette opinion peu réfléchie étant donc mise à l'écart, si nous reconnoissons une fois qu'un même poids universellement établi seroit avantageux à la Société, mais qu'il y auroit beaucoup d'obstacles à vaincre pour parvenir à ce but, il convient au moins de ne le pas perdre de vue, d'y tendre d'une façon indirecte, de faciliter sur ce point les opérations du commerce, & d'y attacher sur-tout plus de fidélité, en mettant entre les mains des hommes le moyen prompt d'y ramener celui d'entr'eux qui s'en écarteroit: ce moyen s'offre de lui-même; il consiste dans le tableau du rapport exact des poids que chaque Nation a adoptés, & dans une comparaison rigoureuse de la plus foible de leurs diminutions avec celles d'un de ces poids principaux, tel que celui de France, pris pour objet de cette comparaison. Le calcul n'a rien de pénible à la faveur d'un rapport aussi détaillé, & il

* Nous empruntons ces deux comparaisons, d'un Mémoire de M. de la Condamine, qui fait partie du recueil de l'Académie pour l'année 1747, & qui renferme un nouveau projet d'une mesure universelle, propre à servir de mesure commune à toutes les Nations. Les raisonnemens qui ont été faits jusqu'ici sur l'utilité prétendue que tire le commerce de la diversité des poids & des mesures, sont rapportés dans cet excellent Mémoire avec ce

qu'ils ont de spécieux, & détruits en même temps par des raisons auxquelles on ne sauroit se refuser. C'est, nous le disons, du commerce considéré sous de grandes vues; c'est de son essence dont il faut s'occuper, quand on traite la question de l'uniformité des poids, & non d'un simple trafic borné à de petits objets, quelquefois suspect, & presque toujours gêné par ce qui porte l'évidence en ce genre & se trouve invariablement déterminé.

Mém. 1767,

. Y y

est difficile qu'on tombe dans des erreurs. Par-là nous rentrons en quelque manière dans nos premières vues, & nous préparons peut-être les esprits au projet plus en grand de l'uniformité des poids.

L'essai sur cette matière, que nous présentons aujourd'hui à l'Académie, la mettra à portée de juger de l'avantage dont il peut être, & de ce qu'il y auroit à faire pour perfectionner ce travail, dans le cas où nous aurions les facilités de le continuer. Une circonstance favorable lui a donné naissance; en la rappelant ici, nous allons rendre compte des secours que nous avons reçus de la part du Ministère, sans l'appui duquel une telle entreprise eût échoué : nous dirons aussi un mot, tant des précautions qui ont été prises pour que notre travail portât sur des fondemens certains que des tempéramens où nous avons cru devoir entrer, quand une imperfection légère dans les divisions d'un poids nous rendoit incertains sur sa véritable pesanteur totale, & nous forçoit de recourir aux instructions qui le concernoient.

Lorsque le Conseil ordonna qu'il seroit fait des expériences sur la meilleure manière de procéder aux essais des matières d'or & d'argent, nous fumes chargés de ce travail, M.^{rs} Hellot, Macquer & moi. Il semble que tout soit destiné, dans ce moment-ci, à rapeler à l'Académie les travaux du savant Chimiste dont elle vient d'entendre l'éloge, & à lui en faire sentir plus vivement la perte *. Tandis que nous nous occupions des recherches que ce travail exigeoit, M. Chauvelin, Intendant des finances, à qui le détail des Monnoies est confié, & dont le zèle pour cet objet important de l'administration a beaucoup contribué au premier règlement qui ait été fait sur la partie des essais, engagea M. le Duc de Praslin à communiquer, par la voie des Ambassadeurs du Roi dans les Cours étrangères, un Mémoire aux Essayeurs & aux Chimistes des principales villes de l'Europe,

* M. Hellot mourut le 15 Février 1766. Je lus ce Mémoire, tant en son nom qu'au mien, dans l'Assemblée publique de l'Académie, où M. de Fouchy, Secrétaire perpétuel, fit l'éloge intéressant de cet Académicien,

& rendit sur-tout un compte fidèle, tant des occupations dirigées constamment vers l'utilité générale, que des recherches curieuses par lesquelles M. Hellot s'étoit distingué, & avoit acquis la considération dont il jouissoit.

lequel contenoit quatre questions relatives aux essais, & demandoit des réponses dont nous devons faire usage pour constater la meilleure méthode d'essayer.

Une de ces questions rouloit sur le rapport des poids du pays où elle étoit proposée, avec le marc de France. On y répondit, mais d'une manière à nous jeter dans l'embarras sur l'exactitude du rapport. Il arrivoit quelquefois plusieurs Mémoires du même endroit, ou de pays différens, dans lesquels le même poids étoit établi, & les réponses sur cet article ne quadroient point entr'elles: on y confondoit encore souvent le poids de marc de France, avec celui qui est en usage dans les Pays-bas sous le nom de *poids de Troyes*. D'ailleurs, les Mémoires ne donnoient communément que des approximations annoncées comme telles: ou bien, on y trouvoit des rapports généraux, en nombres ronds, dans lesquels il y avoit tout lieu de croire qu'on avoit négligé la précision.

Au surplus, quand les auteurs des Mémoires eussent bien connu les poids de leur propre pays, il leur restoit toujours à connoître la juste pesanteur du nôtre, & il eût été difficile que sans quelque circonstance favorable à cette recherche, ils fussent parvenus à l'exactitude que nous demandions.

Le rapport des poids étrangers avec celui de France, ne pouvant donc pas être établi sur les notions incertaines que les Mémoires fournissoient, M. Chauvelin voulut bien encore, à notre sollicitation, engager M. le Duc de Praslin à demander aux Ambassadeurs du Roi des poids en nature, ajustés avec soin sur les Étalons des différens États où les Ministres de Sa Majesté résident, & des instructions tant sur la division des poids & la dénomination des parties dont ils sont composés, que sur la différence qui se trouveroit peut-être établie dans un même pays entre le poids consacré aux matières précieuses, & celui qui n'auroit été destiné que pour les marchandises grossières.

Les mêmes vues d'utilité qui avoient déterminé M. le Duc de Praslin à demander d'abord de simples Mémoires, le portèrent de nouveau à favoriser un travail où l'on prenoit une marche plus sûre que celle qui avoit été tenue jusqu'ici, où l'exactitude devoit se trouver presque nécessairement, & qui intéressoit par-là

les Nations mêmes qui concouroient à le perfectionner. La plupart des Ambassadeurs du Roi, ou des Résidens, ont envoyé à ce Ministre, d'après la lettre qu'il leur a écrite, les poids en nature qui sont en usage dans les différens États de l'Europe : on a joint à quelques-uns les procès-verbaux de leur étalonnement ; il est désigné sur d'autres par des marques authentiques : les Mémoires d'un autre côté, ou les lettres qui ont accompagné plusieurs de ces poids, annoncent du zèle & de l'attention : l'intérêt même qu'ont pris à ce projet les Princes étrangers, auxquels les Ambassadeurs du Roi en ont fait part, a influé sans doute sur la justesse des poids qu'on a tirés de leurs États ; & nous pouvons dire en général que s'il s'est glissé quelque défaut de précision dans le nombre de ceux qui nous ont été remis, on ne pouvoit guère pour une pareille opération, où le concours de tant de personnes étoit nécessaire, compter sur une plus grande exactitude, & réunir plus de moyens propres à la bien établir.

M. le Duc de Praslin nous faisoit remettre ces poids étrangers par le canal de M. Chauvelin, à mesure qu'ils lui étoient adressés ; & nous commençons à nous occuper de leur rapport avec le marc de France, lorsque le Conseil forma le projet d'établir aussi dans le royaume un rapport exact des différens poids & mesures qu'on y emploie, en prenant pour objet de comparaison ceux qui sont en usage à Paris, & de faire dresser un tarif qui, en facilitant les opérations du commerce, le rendît plus actif & contribuât encore à sa sûreté.

M. le Contrôleur général a confié l'exécution de ce projet à M. de Montaran, Intendant du Commerce, & a jeté les yeux en même temps sur M. Hellot & sur moi, pour concourir au travail qu'il exige. L'utilité qui en doit résulter, nous y a déjà fait porter toute l'application dont nous sommes capables : nous avons même eu déjà l'honneur de présenter à l'Académie quelques machines que nous avons imaginées, soit pour donner tout d'un coup le rapport des différentes mesures à grains avec le boisseau de Paris, de quelque forme qu'on suppose ces mesures, soit pour comparer aussi sur le champ toutes les mesures des liquides avec la pinte de Paris, réduire leurs dimensions en pouces cubes,

& établir du même coup - d'œil le poids du liquide qu'elles contiennent.

M. le Contrôleur général, instruit du travail que nous avons commencé sur le rapport des poids étrangers avec celui de France, a jugé que pour les vues du Conseil, dont nous venons de parler, il deviendrait un préliminaire dont le commerce tireroit quelque avantage, & il nous a chargé de le suivre sans interruption : ce Ministre a même engagé M. le Duc de Praslin à demander de nouveau à quelques-uns des Ambassadeurs du Roi, les poids en usage chez les Nations étrangères que nous n'avons pas encore reçus ; il a pris communication du travail que nous présentons aujourd'hui à l'Académie ; & il desire que nous le donnions au Public, quoique ce travail ne soit qu'un foible essai & un simple tarif borné au petit nombre de poids qui nous ont été remis.

Il n'étoit guère possible de se flatter que la totalité des poids dont on va voir le rapport avec le marc de France, fût de la dernière exactitude, & que les divisions de chacun d'eux étant réunies, fussent rigoureusement de la même pesanteur que le poids principal qu'elles doivent représenter. Lorsque, dans la vérification que nous en avons faite, ce défaut de précision s'est rencontré, & qu'il a été question d'une livre qui alloit à peu près au double de notre marc, nous avons cru que pour en constater l'exacte pesanteur, la moitié de cette livre, composée d'une seule pièce, devoit être préférée aux parties subdivisées qu'elle contenoit, lesquelles étoient destinées à faire équilibre avec cette pièce principale. Il est moins difficile d'ajuster un poids seul sur un étalon, que d'y faire correspondre plusieurs parties partagées par moitié, & qui demandent entre elles-mêmes un accord parfait.

C'est sur ce principe que les divisions des poids n'ont jamais fait notre règle pour établir les rapports, à moins que par des inductions particulières, tirées des Mémoires qui ont accompagné quelquefois les poids étrangers, nous ne reconnussions que les divisions représentoient avec exactitude l'étalon du pays qu'il étoit question de comparer. Si l'on observoit, par exemple, dans ces Mémoires, que de deux poids qu'on envoyoit, l'un établi

pour les matières précieuses, étoit dans telle ou telle proportion avec celui qui n'étoit en usage que pour les matières grossières, nous commençons par regarder le poids destiné aux matières précieuses, comme formé véritablement sur un étalon, au cas que cela n'eût pas été dit expressément; tandis qu'un poids employé seulement pour les choses communes est ordinairement les suites d'un abus; & nous supposons alors qu'il y avoit eu plus d'attention de la part de l'Ouvrier pour ajuster le premier, que pour établir le second: nous comparions ensuite les poids entr'eux; & si les divisions de celui qui étoit désigné pour les matières précieuses, différoient un peu de la pièce principale du même poids, nous donnions la préférence, soit aux divisions, soit à cette pièce principale, suivant que leur justesse nous étoit indiquée par un rapport quelconque avec le poids mis en usage pour les marchandises grossières. Sans une exception telle que nous venons de la marquer, nous avons toujours comparé avec notre poids de marc, la totalité d'une livre étrangère quelconque, si elle n'avoit qu'une pesanteur médiocre; ou bien, la pièce principale de cette livre, si celle-ci étoit forte, a servi de base au rapport.

Il a été assez d'usage jusqu'ici, dans la comparaison des différens poids, de se borner à des rapports généraux, de ne les exprimer que par des quantités considérables & relatives aux marchandises communes, ou de les réduire, autant qu'il étoit possible, à leur moindre dénominateur, en abandonnant ainsi à un calcul souvent épineux la connoissance du rapport exact des diminutions. Nous avons regardé comme beaucoup plus avantageux au Public, de lui présenter un tarif, dans lequel la livre ou le marc étranger répondît à une quantité fixe des parties de la livre de France: où les subdivisions du même poids étranger, mises sous leurs dénominations particulières, répondissent aussi aux subdivisions de notre marc; & dans lequel enfin on eût conduit le rapport jusqu'à la plus foible diminution des deux poids comparés. Avec ce secours, on a bientôt les rapports en grand, & tout est fait pour celui des fractions.

On présume sans doute qu'après l'empressement que nous avons marqué pour asseoir notre travail sur des points fixes, & obtenir

des Nations étrangères des poids étalonnés avec soin, nous avons pris à l'égard du marc de France les mêmes précautions que nous avions désiré qu'on employât ailleurs.

La Cour des Monnoies de Paris a en dépôt, & ne communique qu'avec beaucoup de formalités un poids composé de cinquante marcs, qui est connu sous le nom de *poids de Charlemagne*. C'est sur le marc contenu dans la pile qui forme ce poids, que nous avons étalonné nous-mêmes celui dont nous avons fait la comparaison avec les poids étrangers. Les balances que nous avons employées à cette opération, sont proportionnées pour la force à la pesanteur d'un marc; elles sont exactes, sensibles à un quart de grain, & les mêmes que celles dont nous nous sommes servis pour établir nos différens rapports.

Qu'il nous soit permis d'observer ici que le poids de marc, originairement établi en France, paroît y avoir moins souffert d'altérations que ceux des autres États n'en ont éprouvé. Quand on refuseroit de remonter au règne de Charlemagne pour y prendre l'origine du marc que nous avons aujourd'hui, au moins sera-t-on disposé à croire que depuis plusieurs siècles, il n'a ni reçu d'augmentation, ni souffert d'affoiblissement, lorsque nous aurons fait remarquer qu'il se trouve tous les jours d'anciennes monnoies d'or fin, frappées sous nos Rois, lesquelles ayant été ajustées sous un poids bien déterminé & relatif au marc établi alors, conservent encore rigoureusement le même poids dont elles étoient; & nous jugeons qu'elles sont restées dans cette précision par le marc qui est en usage aujourd'hui.

Philippe de Valois fit fabriquer le 17 Juillet 1346, des *deniers d'or fin à la Chaise*, qui furent ainsi nommés, parce que ce Prince y est représenté assis : ces deniers étoient à la taille de 52 au marc, & devoient peser chacun 1 gros 16 grains $\frac{2}{3}$. Nous avons sous les yeux une de ces monnoies d'or très-bien conservée; elle a toute la fleur du coin, & précisément le même poids qui avoit été prescrit lorsqu'on la fabriqua. Nous avons encore plusieurs anciennes espèces d'or fin qui viennent à l'appui de la même observation : telle est, par exemple, une monnoie frappée en 1354 sous le Roi Jean, & nommée *denier*.

d'or à l'Agnel, qui étant aussi à la taille de 52 au marc, a le même poids que l'espèce précédente, à une portion près de fraction très-légère : 2.^o un *écu à la Couronne* frappé sous Charles VI le 28 Février 1387, & à la taille de 61 $\frac{1}{2}$; il a exactement le poids qui étoit prescrit alors, c'est-à-dire, 1 gros 3 grains $\frac{3}{33}$: 3.^o enfin un autre *écu à la Couronne* frappé sous le même règne le 7 Novembre 1411, à la taille de 64 au marc; cette dernière monnaie devoit peser par conséquent 1 gros juste du marc établi en France il y a trois cents cinquante-quatre ans : elle a ce poids aujourd'hui, & prouve assez évidemment que depuis plusieurs siècles notre marc n'a pas varié. On nous objectera peut-être que parmi les monnaies d'or fin, qui ont eu cours sous les règnes dont nous parlons, il a pu s'en glisser quelques-unes plus fortes que le poids prescrit; & que celles qui nous sont tombées entre les mains, sont peut-être du petit nombre de ces espèces, où le poids fixé par les Ordonnances se trouve excédé.

Nous répondrons à cette objection, 1.^o qu'il n'est guère à présumer que des monnaies d'une matière aussi précieuse ne fussent pas ajustées avec la dernière précision; 2.^o que loin de cela, il étoit assez d'usage autrefois, comme il l'est aujourd'hui, de les tenir un peu plus foibles que nos Rois ne l'ordonnoient, ce qui étoit toléré pour la facilité de la fabrication, & procuroit au Prince un léger bénéfice. Nous avons en effet plusieurs espèces d'or fin, fabriquées il y a quatre cents ans, & assez bien conservées pour qu'on n'y remarque aucune altération, lesquelles sont un peu au-dessous du poids qu'elles auroient dû avoir d'après les Ordonnances. Une de ces monnaies entr'autres, connue sous le nom de *franc à cheval*, & qui avoit cours sous le Roi Jean; en 1360, est trop foible de 1 grain ou à peu près; une autre nommée *fleurs-de-lis d'or*, frappée sous Charles V, en 1365, & qui a toute la fraîcheur du coin, ne pèse cependant que 70 grains $\frac{1}{4}$, au lieu de 1 gros juste auquel il eût été nécessaire de la porter, comme formée sur la taille de 64 au marc. Rien n'est si commun que ce léger affoiblissement sur le poids des monnaies; tandis qu'il faut regarder comme une singularité qu'elles

excèdent

excèdent le poids prescrit : mais il n'est pas absolument rare que les louis d'or sortent, même aujourd'hui, des Monnoies sur le pied du *droit de poids*, c'est-à-dire, dans toute la pesanteur rigoureuse qui est particulière à chacune de ces espèces, & qui les établit sur le pied de 30 au marc.

Quoique nous ayons porté toute l'attention dont nous sommes capables, à l'essai que nous donnons aujourd'hui sur le rapport des poids étrangers avec celui de France, nous sommes bien éloignés de croire qu'il ne s'y soit pas glissé quelques erreurs, soit qu'elles viennent du côté des poids mêmes qui nous ont été remis, malgré les précautions qui ont été prises à cet égard, soit qu'il faille les attribuer uniquement à un défaut d'exactitude de notre part ; mais il est certain que nous avons pris la seule voie capable de conduire un travail de ce genre à une sorte de perfection : ce n'étoit en effet qu'avec les poids en nature & recus avec authenticité des Nations mêmes chez lesquelles ils sont établis, qu'on pouvoit fonder des rapports exacts, & les annoncer dans toute la rigueur des moindres fractions. Aussi avons-nous bientôt remarqué, en consultant les différens ouvrages imprimés sur cette matière, qu'elle n'avoit pas été traitée avec la précision qu'elle demande ; que les poids en usage dans quelques États pour y peser l'or, l'argent & les autres matières précieuses, n'ont point été distingués communément de ceux qu'on y emploie pour les marchandises grossières ; qu'ils ont tous été rapprochés pour l'ordinaire sous le nom vague & indéterminé de *livre* ; & que les auteurs, en se copiant les uns les autres, ont jeté souvent sur cette partie, de fausses lumières plus nuisibles peut-être au commerce, que l'ignorance entière des vrais rapports que les différens poids ont entr'eux.

Au surplus, il n'est pas surprenant que dans quelques Ouvrages sur le commerce, qui d'ailleurs ont leur utilité, le sujet que nous traitons ne soit pas approfondi : il n'y forme pour l'ordinaire qu'un article assez succinct, & dont on suppose que les Négocians sont instruits, au moins quant à ce qui regarde leurs relations particulières, & entre dans le plan de leur correspondance. D'un autre côté, on ne connoît bien que les poids qu'on a sans cesse

sous les yeux ; & loin souvent d'avoir la même lumière sur ceux d'une Nation étrangère, on lui suppose l'usage d'un poids différent du sien. Nous avons observé en effet que dans quelques-uns des Mémoires qui ont été envoyés d'Allemagne, sur le rapport du poids de Cologne avec le marc de France, on nomme celui-ci *poids de Troyes* ; & on le regarde comme étant proprement le nôtre, tandis que c'est celui de Bruxelles, de la Hollande, de tous les Pays-bas.

Rien ne prouve mieux enfin, combien il étoit important, sans négliger absolument les instructions particulières, de ne pas prendre pour base de nos rapports, celles même de ces instructions qui étoient annoncées comme sorties d'une main habile, que le résultat de la comparaison que nous avons faite de la livre Romaine en nature, avec celle de France. Le rapport de la première à la seconde nous avoit été envoyé à plusieurs reprises, sur le pied de 24 à 35 ; & l'on s'étoit borné à nous donner cette simple notion, quoique la livre de Rome eût été demandée comme les poids des autres États. Nous savions que les auteurs qui ont parlé de cette livre célèbre, ne sont point d'accord entre eux sur sa véritable pesanteur, relativement à celle de la livre de France : Budée en effet l'estime égale à $12\frac{1}{2}$ de nos onces ; Boutheroue ne la porte qu'au poids de $10\frac{1}{2}$ des mêmes onces ; Garrault & le Blanc la fixent à $10\frac{2}{3}$ onces ; & le P. Merfenne, qui a le plus approché de la vérité, croit, d'après une expérience & des observations historiques, que la livre Romaine équivaut à 1 marc 3 onces 1 gros de la nôtre. Incertains donc sur le parti qu'il y avoit à prendre, & le rapport de 24 à 35, qu'on venoit de nous envoyer de Rome, ne tendant encore qu'à multiplier les variations, nous fîmes de nouvelles instances, pour qu'on voulût bien envoyer au Ministre cette livre en nature, après l'avoir vérifiée sur l'étalon. Nous l'avons obtenue enfin, avec l'assurance *qu'elle a été confrontée dans la plus grande exactitude avec l'étalon qui est en dépôt à la douane de Rome*. La balance a fixé tout d'un coup ce qui avoit été laissé indécis jusqu'à ce jour, après beaucoup de discussions & les plus profondes recherches ; la livre Romaine répond, comme on le

verra, à un marc trois onces demi-gros quatorze grains de la livre de France, & approche beaucoup par-là du rapport de 25 à 36 à l'égard de notre livre; au lieu que par le rapport de 24 à 35, on supposeroit la livre Romaine moins forte de 66 grains $\frac{16}{33}$, que nous ne l'avons trouvée en effet. Si dans les Mémoires qui nous ont été envoyés de Rome, une différence aussi marquée a échappé à l'auteur, dont les lumières d'ailleurs nous sont très-connues, c'est, n'en doutons point, parce qu'il n'est guère possible d'obtenir la précision sur ce point que par l'opération la plus simple, mais que peu de personnes sont à portée de faire; nous entendons la comparaison des poids en nature, ajustés avec soin, & fidèlement étalonnés dans les pays mêmes où ils sont établis.

Si jamais un ouvrage a mérité que le Public daignât y prendre quelque intérêt, soit pour en relever avec soin les erreurs, soit pour en favoriser l'entière exécution, c'est sans doute celui qui nous a été confié, & dont le Mémoire que l'Académie vient d'entendre présente une première idée. On voit en effet qu'il a pour but une utilité générale; qu'il doit faire la base du commerce, en faciliter les opérations, & tranquilliser, dans une partie assez délicate, les Citoyens qui agissent avec droiture, en ne laissant aucune ressource à la mauvaise foi. D'ailleurs, notre travail se borne à recueillir les matériaux que les différens Peuples fournissent, à les rapprocher simplement d'un terme commun, & à les remettre ensuite sous les yeux de ces Peuples, avec la même fidélité qu'ils ont montrée en les envoyant. Nos engagements une fois remplis, on perdra de vue insensiblement les Rédacteurs de l'ouvrage; nous ne le considérerons plus nous-mêmes que comme un dépôt sorti de nos mains, & , quoique conçu en France, il appartiendra à toutes les Nations.

A M S T E R D A M.

Le Poids dont on fait usage dans les sept Provinces-unies , y est désigné sous le nom de *marc de Troyes*. Nous n'avons rien de bien positif sur l'origine & l'établissement de ce poids : il n'en reste même aucun vestige , quant à sa pesanteur relative à notre marc , dans les monumens de cette dernière ville , desquels il soit possible de tirer des éclaircissémens.

Pendant que ce *marc de Troyes* n'est connu en France que par les ouvrages où l'on fait des recherches qui ont quelque rapport à ce sujet ; tandis que les dénominations ^a particulières aux deux dernières subdivisions de ce poids , sont presque ignorées aujourd'hui parmi nous , & ne se trouvent employées dans le commerce que par les Négocians qui sont en correspondance avec les Étrangers : tandis enfin que le nombre des moindres diminutions ^b de ce poids qui représente le marc entier , est beaucoup plus fort que le nombre des moindres fractions du marc de France , dont la totalité de celui-ci est composé ^c , le *poids de Troyes* est très-connu en Allemagne , sans néanmoins y être adopté : on l'y regarde en général , & par une erreur assez naturelle , comme celui qui fait en France la règle du commerce : on l'emploie dans les Pays - bas , à l'exclusion de tout autre ; & nous remarquerons à l'article de Londres , qu'une des deux livres qui sont établies en Angleterre , paroît porter le nom de ^d *Troy-weight*. *poids de Troyes* ^d , quoiqu'elle en diffère beaucoup pour la pesanteur & le nombre des onces.

Ce *marc de Troyes* est en usage à Bruxelles : nous savons même qu'on y en conserve un étalon , auquel on attache la plus grande authenticité. On verra quel est son rapport avec le marc de France , à l'article de Bruxelles.

BERLIN.

Il y a toute apparence que le poids dont on se sert à Berlin, tant pour les matières précieuses que pour les marchandises communes, a été originairement le même que celui dont on fait usage à Cologne, mais qu'il a reçu en Prusse quelque augmentation; il est plus fort en effet de cinq grains que celui de cette dernière ville: les seize Loths dont ce marc de Berlin est composé,

	POIDS DE FRANCE.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Répondent à.....	7	5	16
8 Loths à.....	3	$6\frac{1}{2}$	8
4.....	1	7	22
2.....	$7\frac{1}{2}$	11
1.....	$3\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$29\frac{3}{4}$
$\frac{1}{4}$	$11\frac{1}{2}$	$32\frac{7}{8}$
$\frac{1}{8}$	$34\frac{7}{16}$
$\frac{1}{16}$	$17\frac{7}{32}$
$\frac{1}{32}$	$8\frac{39}{64}$
$\frac{1}{64}$	$4\frac{39}{128}$
$\frac{1}{128}$	$2\frac{39}{256}$
$\frac{1}{256}$	$1\frac{39}{512}$

B E R N E.

Il y a trois fortes de poids en usage à Berne; celui des Orfèvres, celui des Marchands, & celui des Apothicaires.

Le premier est composé de 8 onces *ou* 16 Loths. Chaque once se divise en 476 grains: ainsi un Loth en contient 238, & le marc 3808.

POIDS DE FRANCE.			
Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Les 8 onces de ce poids des Orfèvres, répondent à.....	I	"	" $\frac{1}{2}$ 4
Les 4 onces, à.....	4	"	20
Les 2, à.....	2	"	10
L'once, à.....	I	"	5
$\frac{1}{2}$ Once <i>ou</i> un Loth contenant 238 grains de Berne.....	4	2 $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ Loth <i>ou</i> 119 grains.....	2	I $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}$ <i>ou</i> 59 $\frac{1}{2}$	I	" $\frac{5}{8}$
$\frac{1}{8}$ <i>ou</i> 29 $\frac{3}{4}$	" $\frac{1}{2}$	" $\frac{5}{16}$
$\frac{1}{16}$ <i>ou</i> 14 $\frac{7}{8}$	18 $\frac{5}{32}$
$\frac{1}{32}$ <i>ou</i> 7 $\frac{7}{16}$	9 $\frac{5}{64}$
$\frac{1}{64}$ <i>ou</i> 3 $\frac{23}{32}$	4 $\frac{69}{128}$
$\frac{1}{128}$ <i>ou</i> I $\frac{55}{64}$	2 $\frac{69}{256}$
$\frac{1}{256}$ <i>ou</i> $\frac{119}{128}$	I $\frac{69}{512}$

La Livre, poids des Marchands de Berne, est composée de
16 onces ou 32 Loths:

POIDS DE FRANCE.			
Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
2	1	$\text{II } \frac{1}{2}$	6
1	II	4	21
.....	4	2	$10 \frac{1}{2}$
4	2	1	$5 \frac{1}{2}$
2	1	$\text{II } \frac{1}{2}$	$2 \frac{5}{8}$
1	4	$19 \frac{5}{16}$
$\frac{2}{3}$	2	$9 \frac{21}{32}$
$\frac{1}{2}$	1	$4 \frac{53}{64}$
$\frac{2}{3}$	$\text{II } \frac{1}{2}$	$2 \frac{53}{128}$
$\frac{1}{16}$	$19 \frac{53}{256}$
$\frac{1}{32}$	$9 \frac{309}{512}$
$\frac{1}{64}$	$4 \frac{821}{1024}$
$\frac{1}{128}$	$2 \frac{821}{2048}$
$\frac{1}{256}$	$1 \frac{821}{4096}$

8 Onces ou 16 Loths du poids des Apothicaires,

POIDS DE FRANCE.		
Onces.	Gros.	Grains.
7	$5 \frac{1}{2}$	26
4 Onces	$6 \frac{1}{2}$	31
2	7	$33 \frac{1}{2}$
1	$7 \frac{1}{2}$	$16 \frac{3}{4}$
$\frac{1}{2}$ Once ou Loth	$3 \frac{1}{2}$	$26 \frac{3}{8}$

Nous voyons par les instructions qui nous ont été envoyées de

Berne, que le poids des Marchands varie dans ce Canton suivant les différentes villes qui en dépendent, & qu'il n'y a d'uniformité sur ce point qu'entre Lausanne & Morges. Nous allons donner une Table, d'après ces mêmes instructions, par laquelle on jugera d'un coup-d'œil, de la diversité qui règne dans ce Canton sur le poids des Marchands.

Si l'on suppose qu'il est divisé à Berne en.....	10000.	parties
Il en contient à Lausanne.....	9727.	
A Morges.....	9727.	
A Nion.....	10959.	
A Romain-motier.....	10271.	
A Yverdon.....	10326.	
A Granfon.....	10308.	
A Payerne.....	9674.	
A Gessenay.....	10525.	
A Vevay.....	10995.	
A Aarau.....	9347.	
A Thoun.....	10289.	
A Zoffingen.....	9528.	
A Brouck.....	10489.	
A Berthoud.....	9872.	
A Buren.....	10326.	

B O N N.

Le Poids de Cologne, dont on fait usage à Bonn, est un peu plus foible que celui qui est adopté dans les autres États de l'Allemagne, & dont la pesanteur sera établie, à mesure qu'il sera question de ce poids relativement à ces différens États.

POIDS DE FRANCE.			
	Onces.	Gros.	Grains.
Il ne répond à Bonn qu'à.....	7	5	$6\frac{1}{2}$
8 Loths.....	3	$6\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{8}$
4.....	1	7	$19\frac{11}{16}$
2.....	$7\frac{1}{2}$	$9\frac{27}{32}$
1.....	$3\frac{1}{2}$	$22\frac{59}{64}$
$\frac{1}{2}$ Loth.....	$1\frac{1}{2}$	$29\frac{59}{128}$
$\frac{1}{4}$	$II\frac{1}{2}$	$32\frac{187}{256}$
$\frac{1}{8}$	$34\frac{187}{512}$
$\frac{1}{16}$	$17\frac{187}{1024}$
$\frac{1}{32}$	$8\frac{1211}{2048}$
$\frac{1}{64}$	$4\frac{1211}{4096}$
$\frac{1}{128}$	$2\frac{1211}{8192}$
$\frac{1}{256}$	$1\frac{1211}{16384}$

B R U X E L L E S.

Le Marc de Bruxelles, qu'on désigne dans les Pays-bas sous le nom de *Poids de Troyes*, est composé de 8 onces, l'once de 20 esterlins, & l'esterlin de 32 As. Nous n'hésitons pas à regarder le marc de cette ville qui nous a été envoyé, comme établi avec toute la précision qu'il exigeoit, & comme propre par-là à servir de règle pour fixer, autant qu'il est possible, la pesanteur originaire du *poids de Troyes*. On l'a accompagné en effet d'un procès-verbal très-authentique, qui annonce qu'il a été ajusté sur l'étalon qui est conservé à la Chambre des Comptes de Bruxelles : on nomme cet étalon, le *DORMANT du véritable poids de Troyes*.

P O I D S D E F R A N C E .			
Mars.	Onces.	Gros.	Grains.
Le Marc de Bruxelles répond à.....	I	"	2 I
4 Onces répondent à.....	4	"	10 $\frac{1}{2}$
2.....	2	"	5 $\frac{1}{4}$
1.....	I	"	2 $\frac{5}{8}$
10 Esterlins.....		4	I $\frac{5}{16}$
5.....		2	" $\frac{21}{32}$
1.....			28 $\frac{149}{160}$
16 As.....			14 $\frac{149}{320}$
8.....			7 $\frac{149}{640}$
4.....			3 $\frac{789}{1280}$
2.....			I $\frac{2069}{2560}$
1.....			" $\frac{4629}{5120}$

COLOGNE.

Le Marc de Cologne se divise de deux manières : premièrement, en 65536 parties ; secondement, en 16 Loths ou 8 onces. Chaque Loth représente 4096 de ces parties, & répond à 4 gros. Le Loth se subdivise en demi-Loth, quarts de Loth, huitièmes, seizièmes, &c. en représentant toujours une quantité proportionnelle des 65536 parties, jusqu'au $\frac{1}{4096}$ de Loth qui est la 65536.^e partie du marc de Cologne.

POIDS DE FRANCE.			
	Onces.	Gros.	Grains.
Le Marc de Cologne contenant 16 Loths, répond à.....	7	5	11
8 Loths répondent à.....	3	6 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$
4.....	1	7	20 $\frac{3}{4}$
2.....		7 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{3}{8}$
1.....		3 $\frac{1}{2}$	23 $\frac{3}{16}$
$\frac{1}{2}$ Loth.....		1 $\frac{1}{2}$	29 $\frac{19}{32}$
$\frac{1}{4}$		11 $\frac{1}{2}$	32 $\frac{51}{64}$
$\frac{1}{8}$			34 $\frac{51}{128}$
$\frac{1}{16}$			17 $\frac{51}{256}$
$\frac{1}{32}$			8 $\frac{307}{512}$
$\frac{1}{64}$			4 $\frac{307}{1024}$
$\frac{1}{128}$			2 $\frac{307}{2048}$
$\frac{1}{256}$			1 $\frac{307}{4096}$

CONSTANTINOPLÉ.

La Livre ou *Cheky* de Constantinople se divise en 100 *Drachmes*. Outre que chaque Drachme peut se partager par moitiés & quarts, elle se subdivise en 16 *Kara* ou *Taint*, qui contiennent chacun 4 grains : ainsi cette livre renferme 1600 *Kara* ou 6400 grains.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Le Cheki, ou 100 drachmes, répond à...	1	2	3	28
50 Drachmes.....	5	$1\frac{1}{2}$	14
25.....	2	$4\frac{1}{2}$	25
5.....	4	$12\frac{1}{5}$
1.....	$11\frac{1}{2}$	$24\frac{1}{25}$
$\frac{1}{2}$ ou 8 Kara.....	$30\frac{1}{50}$
$\frac{1}{4}$ ou 4 Kara.....	$15\frac{1}{100}$
2 Kara.....	$7\frac{101}{200}$
1.....	$3\frac{301}{400}$
2 Grains.....	$1\frac{701}{800}$
1.....	$11\frac{1501}{1600}$

Suivant le Mémoire que nous avons reçu de Constantinople ; il est d'usage dans le commerce de cette ville, de regarder le marc de France comme équivalant à $76\frac{3}{4}$ drachmes : le tarif que nous venons de donner, confirme l'exactitude assez grande de ce rapport : $4608\frac{7}{100}$ grains de notre poids, répondent en effet à $76\frac{3}{4}$ drachmes de celui de Constantinople.

COPENHAGUE.

Les Mémoires de Copenhague qui nous ont été remis, annoncent qu'on s'y sert du marc de Cologne pour les matières d'or & d'argent : cependant l'un des deux poids de cette ville que nous avons reçu, comme destiné particulièrement à cet usage, diffère assez considérablement de celui de Cologne : il est plus fort que ce dernier, de 36 grains, ou à peu près, du Marc de France. Le poids de Danemarck se divise en 16 loths, le loth en 4 quintins, le quintin en 4 deniers, & le denier en 2 hellers.

POIDS DE FRANCE.			
	Onces.	Gros.	Grains.
Il répond à	7	$5\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{3}$
8 Loths répondent à	3	$6\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{6}$
4	1	7	$29\frac{7}{12}$
2		$7\frac{1}{2}$	$14\frac{19}{24}$
1		$3\frac{1}{2}$	$25\frac{19}{48}$
2 Quintins		$1\frac{1}{2}$	$30\frac{67}{96}$
1		$\frac{1}{2}$	$33\frac{67}{192}$
2 Deniers			$34\frac{259}{384}$
1			$17\frac{259}{768}$
1 Heller			$8\frac{1027}{1536}$

374 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Le poids dont on fait usage à Copenhague pour les matières communes, est plus fort que le premier.

POIDS DE FRANCE.				
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Les 16 Loths de ce poids répondent à . . .	I	//	I	22 $\frac{1}{2}$
8 Loths a.	4	// $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{4}$
4	2	//	23 $\frac{5}{8}$
2	1	//	11 $\frac{13}{16}$
1	4	5 $\frac{29}{32}$
2 Quintins	2	2 $\frac{61}{64}$
1	1	1 $\frac{61}{128}$
2 Deniers	// $\frac{1}{2}$	// $\frac{189}{256}$
1	18 $\frac{189}{512}$
1 Heller	9 $\frac{189}{1024}$

DANTZICK.

Le Poids de Cologne dont on se sert à Dantzick, s'y trouve plus affoibli que dans la plupart des endroits où il est en usage.

	POIDS DE FRANCE.		
	Onces.	Gros.	Grains.
Il ne répond qu'à.....	7	5	$3\frac{1}{2}$
8 Loths.....	3	$6\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$
4.....	1	7	$18\frac{7}{8}$
2.....		$7\frac{1}{2}$	$9\frac{7}{16}$
1.....		$3\frac{1}{2}$	$22\frac{23}{32}$
$\frac{1}{2}$		$1\frac{1}{2}$	$29\frac{23}{64}$
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$	$32\frac{87}{128}$
$\frac{1}{8}$			$34\frac{87}{256}$
$\frac{1}{16}$			$17\frac{87}{512}$
$\frac{1}{32}$			$8\frac{599}{1024}$
$\frac{1}{64}$			$4\frac{599}{2048}$
$\frac{1}{128}$			$2\frac{599}{4096}$
$\frac{1}{256}$			$1\frac{599}{8192}$

D R E S D E.

Le poids établi à Dresde pour toutes les espèces de marchandises, étoit dans son origine celui de Cologne : il est un de ceux qui a le plus éprouvé d'affoiblissement, & ne repond qu'à 7 onces 5 gros 3 grains $\frac{1}{2}$ du marc de France : on voit par-là qu'il est absolument égal à celui de Dantzick, dont nous venons d'établir le rapport.

Quoique nous n'ayons pas reçu par le canal des Ambassadeurs du Roi, le poids de Freiberg, ville située à six lieues de Dresde, comme nous avons reçu les autres poids étrangers, cependant il nous est parvenu par une voie assez sûre, pour qu'on puisse y avoir égard : il est plus foible de 1 grain $\frac{1}{2}$ que celui de Dresde. Les mines qui rendent Freiberg célèbre, nous ont engagé à faire attention au poids qui s'y trouve en usage, & qui peut-être ne differe un peu de celui de Dresde, que parce qu'il y a eu quelque défaut de précision dans l'étalonnement de l'un ou de l'autre poids.

FLORENCE.

On prétend à Florence que la livre qui s'y trouve établie aujourd'hui, est celle dont les Romains se servoient anciennement. On y conserve avec des formalités très-authentiques le *Campione*, sur lequel on vérifie la livre destinée aux étalonnemens lorsqu'on a lieu de soupçonner que celle-ci a souffert quelque altération : elle se divise en 12 onces, l'once en 24 deniers, & le denier en 24 grains.

POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces	Gros. Grains.
Cette livre répond à.....	1	3	" $\frac{1}{2}$ 20
6 Onces répondent à.....	5	4 28
3.....	2	6 14
1.....	7 28 $\frac{2}{3}$
12 Deniers.....	3 $\frac{1}{2}$ 14 $\frac{1}{3}$
6.....	1 $\frac{1}{2}$ 25 $\frac{1}{6}$
3.....	" $\frac{1}{2}$ 30 $\frac{7}{12}$
1.....	22 $\frac{7}{36}$
12 Grains.....	11 $\frac{7}{2}$
6.....	5 $\frac{79}{144}$
3.....	2 $\frac{231}{288}$
1.....	" $\frac{799}{864}$

La livre de Florence, dont on voit ici le rapport avec le marc de France, est proprement celle dont on fait usage à la Monnoie de cette ville, & d'après laquelle on a ajusté avec beaucoup de soin la livre en nature accompagnée de ses subdivisions, qui nous a été envoyée. Cette opération a eu indirectement son utilité pour Florence même : elle y a occasionné une légère réforme dans les poids usuels. En y comparant en effet la livre établie à la Monnoie avec celle dont le Public se sert, on a

Mém. 1767.

. B b b

remarqué que la première étoit plus forte que la seconde, de 15 grains : on nous a mis à portée nous-mêmes de vérifier ce fait, en nous envoyant l'une & l'autre livre; mais cette différence n'a été considérée avec raison à Florence, que comme la suite d'une altération insensible qu'a éprouvé le poids dont on se sert journellement pour étalonner ceux du Public: l'on regarde la livre qui est employée à la Monnoie, comme entièrement conforme au poids original de Toscane; & il a été ordonné en conséquence, que celui qui est destiné aux étalonnemens, seroit rétabli sur le pied de celui de la Monnoie, dont la parfaite égalité avec l'étalon primitif a été constatée d'une manière légale.

On se sert à Livourne de la livre de Florence; mais elle n'est plus la même dans quelques endroits du duché de Toscane: elle est plus foible, par exemple, à Sienne, de 18 deniers 12 grains, poids de Florence; & elle a 1 once de moins à Pistoie.

G È N E S.

On se sert à Gènes de deux sortes de Poids: l'un est appelé petit Poids, *Peso sottile*; l'autre, gros Poids, *Peso grosso*.

Le petit Poids est composé du *Rubbo* de 25 livres: la livre, de 12 onces; l'once, de 24 deniers; & le denier de 24 grains. Ce poids est employé à peser les matières précieuses, telles que l'or, l'argent, la soie, &c.

La livre du gros poids est composée de 12 onces: comme ce poids n'est en usage que pour les marchandises communes, on ne porte la division de la livre que jusqu'à la demi-once. Une livre & demie de ce gros poids forme le *Rotolo*: 25 livres composent le *Rubbo*, & 6 *Rubbi* composent le *Cantaro*, qui est par conséquent de 150 livres.

POIDS DE FRANCE.			
Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
La livre du petit poids répond à.....	1	2	$2\frac{1}{2}$ 30
Les 6 Onces, à.....	5	1 33
3 Onces.....	2	$4\frac{1}{2}$ $16\frac{1}{2}$
1.....	$6\frac{1}{2}$ $29\frac{1}{2}$
12 Deniers.....	3	$32\frac{3}{4}$
6.....	$1\frac{1}{2}$	$16\frac{3}{8}$
3.....	$\frac{1}{2}$	$26\frac{3}{6}$
1.....	$20\frac{35}{48}$
12 Grains.....	$10\frac{35}{96}$
6.....	$5\frac{35}{192}$
3.....	$2\frac{35}{384}$
1.....	$H\frac{35}{768}$

380 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

La livre du gros Poids,

Répond à.....
 Les 6 Onces, à.....
 3 Onces.....
 1.....
 $\frac{1}{2}$ Once.....

POIDS DE FRANCE.			
Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
1	2	3	5
.....	5	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
.....	2	$4\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{4}$
.....	$6\frac{1}{2}$	$30\frac{5}{12}$
.....	3	$33\frac{1}{34}$

HAMBOURG.

Le Poids de Cologne, qu'on emploie à Hambourg,

POIDS DE FRANCE.			
	Onces.	Gros.	Grains.
Répond à.....	7	5	$7\frac{3}{4}$
8 Loths.....	3	$6\frac{1}{2}$	$3\frac{7}{8}$
4.....	1	7	$19\frac{35}{16}$
2.....	$7\frac{1}{2}$	$9\frac{31}{32}$
1.....	$3\frac{1}{2}$	$22\frac{61}{64}$
$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$29\frac{61}{128}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$32\frac{191}{256}$
$\frac{1}{8}$	$34\frac{101}{128}$
$\frac{1}{16}$	$17\frac{191}{1024}$
$\frac{1}{32}$	$8\frac{1215}{2048}$
$\frac{1}{64}$	$4\frac{1211}{4096}$
$\frac{1}{128}$	$2\frac{1215}{8192}$
$\frac{1}{256}$	$1\frac{1215}{16384}$

Le poids de Hambourg, dont on vient de donner le rapport avec celui de France, étoit accompagné, lorsqu'il nous fut remis, d'un autre poids plus fort que celui de Cologne, & dont nous présumons qu'on se sert à Hambourg pour peser les matières les plus communes.

Il répond à..... 7 Onces 7 Gros 23 Grains de France.

L I È G E.

On se fert à Liège du poids de Bruxelles : celui qui a été envoyé de cette première ville, est cependant plus fort de 3 grains que le poids dont il tire son origine.

POIDS DE FRANCE.			
Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Il répond en effet à.....	I	"	24
4 Onces répondent à.....	4	"	12
2.....	2	"	6
1.....	1	"	3
10 Esterlins.....	4	1 $\frac{1}{8}$
5.....	2	" $\frac{3}{4}$
1.....	28 $\frac{19}{20}$
16 As.....	14 $\frac{19}{20}$
8.....	7 $\frac{19}{20}$
4.....	3 $\frac{9}{10}$
2.....	1 $\frac{29}{20}$
1.....	" $\frac{17}{20}$

L I S B O N N E.

L'arrobe de Portugal est composé de 32 livres : 4 arrobes forment le quintal. La livre s'y divise, comme en France, en 2 marcs ; le marc en 8 onces, l'once en 8 gros, &c.

POIDS DE FRANCE.			
	Onces.	Gros.	Grains.
Le Marc de Portugal répond à.....	7	$3\frac{1}{2}$	34
$\frac{1}{4}$ Onces.....	3	$5\frac{1}{2}$	35
2.....	1	$6\frac{1}{2}$	$35\frac{1}{2}$
1.....		7	$35\frac{3}{4}$
$\frac{1}{4}$ Gros.....		$3\frac{1}{2}$	$17\frac{7}{8}$
2.....		$1\frac{1}{2}$	$26\frac{15}{16}$
1.....		$\frac{1}{2}$	$31\frac{15}{32}$
$\frac{1}{2}$			$33\frac{47}{64}$
18 Grains.....			$16\frac{111}{128}$
9.....			$8\frac{111}{256}$
3.....			$2\frac{63}{768}$
1.....			$\frac{2159}{2304}$

L O N D R E S.

On fait usage en Angleterre de deux sortes de poids.

L'un connu sous le nom de la livre *Troy*, est destiné à peser toutes les choses de prix, comme les diamans, les pierres précieuses, l'or & l'argent : on s'en sert encore pour peser le blé, le pain & les liqueurs. Cette livre est composée de 12 onces, l'once de 20 deniers, & le denier de 24 grains.

L'autre poids connu sous le nom de la livre *Avoir du poids*, & dont l'usage s'est introduit peu-à-peu, sans être fondé sur aucun statut, est employé à peser toutes les marchandises communes, telles que les épiceries, le goudron, la poix, la résine, le suif, la cire, le lin, le chanvre, & les métaux mêmes les moins précieux, le cuivre, l'étain, le plomb, l'acier, le fer. La livre *Avoir du poids* est composée de 16 onces, lesquelles prises séparément, sont plus foibles que celles de la livre *Troy*.

POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.
			Grains.
La Livre <i>Troy</i> , composée de 12 onces, répond à.....	1	4	$1\frac{1}{2}$
6 Onces.....	6	$18\frac{1}{2}$
3.....	3	$27\frac{1}{4}$
1.....	1	$9\frac{1}{12}$
10 Deniers.....	$4\frac{13}{24}$
5.....	$2\frac{13}{48}$
1.....	$29\frac{61}{240}$
12 Grains.....	$14\frac{101}{240}$
6.....	$7\frac{101}{960}$
3.....	$3\frac{1161}{1920}$
1.....	$1\frac{1261}{1760}$

La livre *Avoir du poids* composée de 16 onces,

LIVRE TROY.			
	Onces.	Deniers.	Grains.
Répond en premier lieu à.....	14	11	21
L'Ounce, à.....		18	5 $\frac{13}{16}$
Le Denier, à.....			21 $\frac{5}{64}$
Le Grain, à.....			11 $\frac{467}{512}$

Cette même livre *Avoir du poids*,

POIDS DE FRANCE.				
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Répond en second lieu à.....	1	6	6 $\frac{1}{2}$	6
La moitié ou 8 Onces, à.....		7	3	21
4 Onces.....		3	5 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$
2.....		1	6 $\frac{1}{2}$	23 $\frac{1}{4}$
1.....			7	29 $\frac{5}{8}$
10 Deniers.....			3 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{13}{16}$
5.....			1 $\frac{1}{2}$	25 $\frac{13}{32}$
1.....				26 $\frac{109}{160}$
12 Grains.....				13 $\frac{109}{320}$
6.....				6 $\frac{429}{640}$
3.....				3 $\frac{429}{1280}$
1.....				1 $\frac{143}{1280}$

Peut-être la livre *Avoir du poids*, étant bornée à la pesée des matières grossières, est-elle limitée aussi à la simple subdivision des onces. On a supposé, dans le calcul ci-dessus, que l'once de cette livre se partageoit en 20 deniers, & le denier en 24 grains, comme cette subdivision a lieu par rapport à la livre *Troy*.

Mém. 1767.

. Ccc

LUCQUES.

La Livre de Lucques, qui a rapport au *Peso fottile* des autres villes d'Italie,

POIDS DE FRANCE.				
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Répond à.....	1	3	//	$23\frac{1}{4}$
6 Onces.....	5	4	$11\frac{5}{8}$
3.....	2	6	$5\frac{13}{16}$
1.....	7	$25\frac{15}{16}$
12 Deniers.....	$3\frac{1}{2}$	$12\frac{11}{32}$
6.....	$1\frac{1}{2}$	$24\frac{31}{64}$
3.....	// $\frac{1}{2}$	$30\frac{31}{128}$
1.....	$22\frac{31}{384}$
12 Grains.....	$11\frac{31}{768}$
6.....	$5\frac{799}{1536}$
3.....	$2\frac{2315}{3072}$
1.....	// $\frac{8479}{9216}$

M A D R I D.

Le Marc royal de Castille est le seul dont on fasse usage aujourd'hui en Espagne pour peser les matières d'or & d'argent : & c'est depuis l'année 1731, qu'il est défendu très-expressement d'en employer d'autre.

Ce marc se divise en 8 onces, l'once en 8 huitains, le huitain en 6 tomins, & le tomin en 12 grains : il contient par conséquent 64 huitains, ou 384 tomins, ou 4608 grains.

POIDS DE FRANCE.		
Onces.	Gros.	Grains.
Le Marc de Castille répond à.....	7	4 8
4 Onces répondent à.....	3	6 4
2.....	1	7 2
1.....	7 $\frac{1}{2}$	1
4 Huitains.....	3 $\frac{1}{2}$	18 $\frac{1}{2}$
2.....	1 $\frac{1}{2}$	27 $\frac{1}{2}$
1.....	// $\frac{1}{2}$	31 $\frac{5}{8}$
3 Tomins.....	33 $\frac{13}{16}$
1.....	11 $\frac{13}{48}$
6 Grains.....	5 $\frac{61}{96}$
3.....	2 $\frac{157}{192}$
1.....	// $\frac{541}{576}$

M A L T E.

La Livre de Malte est relative, dans l'ordre des poids, à celui qu'on nomme en Italie *Peso sottile* : on va voir même qu'elle diffère peu, pour la pesanteur, de celui qui est établi sous ce nom à Gènes; cette livre contient 12 onces; l'once s'y divise en quarts, en huitièmes, ou en seizièmes d'once; le seizième se subdivise en 36 grains ou deux *Trappesi*, composés chacun de 18 grains.

On fait usage à Malte du Quintal, mais on l'y distingue en *fort*, ou en *foible* : le quintal fort est composé de cent onze *Rotoli*, & le *Rotolo* de 2 livres 9 onces. Le quintal foible ne contient que cent *Rotoli*, & le *Rotolo* n'est que de 2 livres 6 onces, lorsqu'il s'agit de ce dernier quintal.

POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros. Grains.
La Livre de Malte répond à.....	1	2	2 $\frac{1}{2}$ 21
6 Onces.....	5	1 28 $\frac{1}{2}$
3.....	2	4 $\frac{1}{2}$ 14 $\frac{1}{4}$
1.....	6 $\frac{1}{2}$ 28 $\frac{3}{4}$
$\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ 16 $\frac{3}{16}$
$\frac{1}{8}$	II $\frac{1}{2}$ 26 $\frac{3}{32}$
$\frac{1}{16}$ ou 2 Trappesi.....	31 $\frac{3}{64}$
18 Grains ou 1 Trappefo.....	15 $\frac{67}{128}$
9.....	7 $\frac{105}{256}$
3.....	2 $\frac{451}{768}$
1.....	II $\frac{1987}{2304}$

D'après le rapport de la livre de Malte avec le marc de France, qui vient d'être établi, le quintal *fort* répond à 197 livres 7 onces 11 grains $\frac{1}{4}$ du poids de France, & le quintal *foible* à 161 livres 1 marc 3 onces 1 gros $\frac{1}{2}$ 30 grains du même poids.

M A N H E I M.

On fait usage à Manheim du poids de Cologne.

POIDS DE FRANCE.			
	Onces.	Gros.	Grains.
Il s'y trouve répondre à	7	5	10 $\frac{1}{2}$
8 Loths.....	3	6 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{8}$
4.....	1	7	20 $\frac{9}{16}$
2.....	7 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{9}{32}$
1.....	3 $\frac{1}{2}$	23 $\frac{9}{64}$
$\frac{1}{2}$ Loth.....	1 $\frac{1}{2}$	29 $\frac{73}{128}$
$\frac{1}{4}$	// $\frac{1}{2}$	32 $\frac{201}{256}$
$\frac{1}{8}$	34 $\frac{201}{512}$
$\frac{1}{16}$	17 $\frac{201}{1024}$
$\frac{1}{32}$	8 $\frac{1225}{2048}$
$\frac{1}{64}$	4 $\frac{1225}{4096}$
$\frac{1}{128}$	2 $\frac{1225}{8192}$
$\frac{1}{256}$	1 $\frac{1225}{16384}$

M I L A N.

Il y a deux fortes de poids à Milan.

L'un connu sous le nom de *Peso di marco*, & dont l'once est appelée *Uncia di marco d'oro*, est employé pour les matières les plus précieuses; c'est proprement le marc de la Monnoie & celui des Orfèvres: il est composé de 8 onces; chacune d'elles se divise en 24 deniers & le denier en 24 grains.

L'autre, nommé *Libra grossa*, sert à peser les marchandises les plus communes, & contient 28 onces; mais chacune de ces onces est moins forte que celle du marc précédent; aussi l'appelle-t-on *Uncia di peso leggiera* ou *di mercanzia*. On emploie encore à Milan, pour la vente du café, du sucre, de la soie, &c. une petite livre composée seulement de 12 des onces légères qui entrent dans la grosse livre, & on la nomme par cette raison *Libretta* ou *Libra Piccola*.

POIDS DE FRANCE.			
	Onces.	Gros.	Grains.
Le marc de Milan répond à.....	7	5	33
4 Onces.....	3	$6\frac{1}{2}$	$16\frac{1}{2}$
2.....	1	7	$26\frac{1}{4}$
1.....	$7\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{8}$
12 Deniers.....	$3\frac{1}{2}$	$24\frac{9}{16}$
6.....	$1\frac{1}{2}$	$30\frac{9}{32}$
3.....	$\frac{1}{2}$	$33\frac{9}{64}$
1.....	$23\frac{3}{64}$
12 Grains.....	$11\frac{67}{128}$
6.....	$5\frac{105}{256}$
3.....	$2\frac{451}{512}$
1.....	$1\frac{1475}{1024}$

POIDS DE FRANCE.			
M	Onces	Gros.	Grains.
La Livre, <i>Libra grossa</i> répond à.....	3	"	$7\frac{1}{2}$ "
La $\frac{1}{2}$ Livre ou 14 Onces répondent à..	1	4	$3\frac{1}{2}$ 18
12 Onces ou la petite Livre.....	1	2	$5\frac{1}{2}$ "
6.....		5	$2\frac{1}{2}$ 18
3.....		2	5 27
2.....		1	6 18
1.....			7 9
12 Deniers.....			$3\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$
6.....			$1\frac{1}{2}$ $20\frac{1}{4}$
3.....			" $\frac{1}{2}$ $28\frac{1}{8}$
1.....			$21\frac{3}{8}$
12 Grains.....			10 $\frac{11}{16}$
6.....			5 $\frac{11}{32}$
3.....			2 $\frac{41}{64}$
1.....			" $\frac{171}{192}$

M U N I C H.

On fait usage à Munich du poids de Cologne: il est d'un demi-grain plus fort que nous ne l'avons établi pour Cologne, & c'est le plus pesant de ceux du même ordre qui nous ont été envoyés des différentes villes d'Allemagne.

POIDS DE FRANCE.			
	Onces.	Gros.	Grains.
Il répond à	7	5	11 $\frac{1}{2}$
8 Loths	3	6 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{3}{4}$
4	1	7	20 $\frac{7}{8}$
2		7 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{7}{16}$
1		3 $\frac{1}{2}$	23 $\frac{7}{32}$
$\frac{1}{2}$		1 $\frac{1}{2}$	29 $\frac{39}{64}$
$\frac{1}{4}$		" $\frac{1}{2}$	32 $\frac{103}{128}$
$\frac{1}{8}$			34 $\frac{103}{256}$
$\frac{1}{16}$			17 $\frac{103}{512}$
$\frac{1}{32}$			8 $\frac{615}{1624}$
$\frac{1}{64}$			4 $\frac{615}{2048}$
$\frac{1}{128}$			2 $\frac{615}{4096}$
$\frac{1}{256}$			1 $\frac{615}{8192}$

NAPLES.

N A P L E S.

La Livre se divise à Naples en 12 onces, l'once en 30 trappesi, & le trappeso en 20 acina : on se sert de cette livre pour peser l'or, l'argent, la soie, la dorure & toutes les marchandises fines.

On emploie pour les grosses marchandises, telles que la viande, le poisson, la farine, les fruits, &c. un poids qu'on nomme *rotolo*, & qui répond à 33 onces 10 trappesi de la livre de Naples, de manière que 3 rotoli équivalent à 8 livres 4 onces de Naples, & 9 rotoli à 25 de ces mêmes livres.

Le rotolo se divise en demi, en tiers, en quarts, en sixièmes & huitièmes de rotolo ; les autres diminutions de ce poids principal se forment avec des onces, des trappesi, &c.

POIDS DE NAPLES.		
Onces.	Trappesi	Acina.
33	10	"
16	20	"
11	3	$6\frac{2}{3}$
8	10	"
5	16	$13\frac{1}{3}$
4	5	"

La livre de Naples composée de 12 onces,

POIDS DE FRANCE.				
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Répond à	1	2	$3\frac{1}{2}$	27
6 Onces répondent	5	$1\frac{1}{2}$	$31\frac{1}{2}$
3	2	$4\frac{1}{2}$	$33\frac{3}{4}$
1	$6\frac{1}{2}$	$35\frac{1}{2}$
15 Trappesi	3	$35\frac{5}{8}$
5	1	$11\frac{7}{8}$
1	$16\frac{31}{40}$
10 Acina	$8\frac{31}{80}$
5	$4\frac{31}{160}$
2	$1\frac{271}{400}$
1	$11\frac{671}{800}$

Le rapport du rotolo avec la livre de Naples, & le rapport de celle-ci avec la livre de France étant une fois donnés, on a bientôt celui du rotolo avec cette dernière. Nous avons dit en effet que ce poids équivaut à 33 onces 10 trappesi de la livre de Naples : dès-lors il répondra, suivant le tarif ci-dessus, à 3 marcs 5 onces $\frac{1}{2}$ gros 35 grains de France.

RATISSONNE.

On fait usage à Ratissbonne de quatre poids différens : le premier est employé à peser l'or ; il se subdivise en 12 parties, dont les deux dernières sont égales en pesanteur ; & il a une dénomination qui lui est particulière, on l'appelle *poids de Couronnes*. Il est formé par une pile, qui contient en total 128 de ces couronnes : la pièce principale par conséquent, ou la moitié de cette pile, en représente 64 ; la pièce d'au-dessous équivaux à 32, & ainsi des autres subdivisions plus foibles à proportion.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Le poids total des 128 Couronnes répond à	1	6	//	24
64 Couronnes.....	7	//	12
32.....	3	4	6
16.....	1	6	3
8.....	7	$1\frac{1}{2}$
4.....	$3\frac{1}{2}$	$//\frac{3}{4}$
2.....	$1\frac{1}{2}$	$18\frac{3}{8}$
1.....	$//\frac{1}{2}$	$27\frac{3}{16}$
$\frac{1}{2}$	$31\frac{19}{32}$
$\frac{1}{4}$	$15\frac{51}{64}$
$\frac{1}{8}$	$7\frac{115}{128}$
$\frac{1}{16}$	$3\frac{243}{256}$
Autre $\frac{1}{16}$ dont la moitié, qui est $\frac{1}{32}$, répondroit à.....	$1\frac{499}{512}$

Le second poids de Ratifbonne sert à peser les ducats. La totalité de ce poids est une petite pile composée de 11 parties, & laquelle équivalait en pesanteur à 64 ducats.

POIDS DE FRANCE.			
	Onces.	Gros.	Grains.
Elle répond à	7	2	32
32 Ducats	3	5	16
16	1	$6\frac{1}{2}$	8
8		7	22
4		$3\frac{1}{2}$	11
2		$1\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{2}$
1		$\frac{1}{2}$	$29\frac{3}{4}$
$\frac{1}{2}$			$32\frac{7}{8}$
$\frac{1}{4}$			$16\frac{7}{16}$
$\frac{1}{8}$			$8\frac{7}{32}$
$\frac{1}{16}$			$4\frac{7}{64}$
Autre $\frac{1}{16}$ }	dont la moitié, qui seroit $\frac{1}{32}$, répon-		
	droit à		$2\frac{7}{128}$
	& le quart, qui seroit $\frac{1}{64}$, répondroit		
	à		$1\frac{7}{256}$

Le troisième poids employé pour les matières d'argent, est un marc qui se divise en 8 onces, l'once en demi, quarts & huitièmes d'once; le huitième est aussi nommé *drachme*, qui se subdivise en demi, quarts & huitièmes de drachme.

POIDS DE FRANCE.				
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Ce marc de Ratisbonne répond à.....	I	//	//	24
Les 4 onces, à.....	4	//	12
Les 2 onces.....	2	//	6
L'once.....	I	//	3
La $\frac{1}{2}$ once.....	4	$1\frac{1}{2}$
Le 8. ^{me} d'once ou la drachme.....	I	// $\frac{3}{8}$
La $\frac{1}{2}$ drachme.....	// $\frac{1}{2}$	// $\frac{3}{16}$
Le $\frac{1}{4}$ de drachme.....	$18\frac{3}{32}$
Autre $\frac{1}{4}$ de drachme {	dont la moitié ou $\frac{1}{8}$ de drachme.....	$9\frac{3}{64}$
	Le 16. ^{me} de drachme.....	$4\frac{67}{128}$
	Le 32. ^{me}	$2\frac{67}{256}$
	Le 64. ^{me}	$1\frac{67}{512}$

Le quatrième poids dont on fait usage à Ratisbonne pour les matières communes, est une livre de 16 onces : on ne l'emploie cependant pas pour peser le pain : le troisième poids qui est destiné, comme nous l'avons dit, à peser les matières d'argent, est celui dont on se sert lorsqu'il s'agit du pain.

Cette livre est composée de 16 onces, l'once se divise en demi, quarts & huitièmes d'once, & le huitième qu'on nomme aussi *drachme*, se subdivise en demi-drachme, quarts, huitièmes, seizième de drachme, &c.

	POIDS DE FRANCE.			
	Mars.	Onces.	Gros.	Grains.
Les 16 Onces répondent à.....	2	2	$4\frac{1}{2}$	6
8 Onces.....	1	1	2	21
4.....	4	5	$10\frac{1}{2}$
2.....	2	$2\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{4}$
1.....	1	1	$20\frac{5}{8}$
$\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$10\frac{5}{16}$
$\frac{1}{4}$	2	$23\frac{5}{32}$
$\frac{1}{8}$ ou 1 drachme.....	1	$11\frac{37}{64}$
$\frac{1}{2}$ drachme.....	$\frac{1}{2}$	$5\frac{101}{128}$
$\frac{1}{4}$	$20\frac{229}{256}$
Autre $\frac{1}{4}$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{8} \text{ de drachme}..... \\ \frac{1}{16}..... \\ \frac{1}{32}..... \\ \frac{1}{64}..... \end{array} \right.$	$10\frac{229}{512}$
	$5\frac{229}{1024}$
	$2\frac{1253}{2048}$
	$1\frac{1253}{4096}$

Le poids dont on se sert à Ratisbonne pour peser l'argent ; a sans doute été originairement le même que celui de Bruxelles. Ce dernier en effet n'est inférieur au premier que de 3 grains, poids de marc de France. La livre même qu'on emploie à Ratisbonne pour les matières grossières, a beaucoup de rapport avec le poids dont on se sert à Vienne dans le commerce pour les marchandises communes ; la moitié de cette livre n'excède en pesanteur ce marc de Vienne composé de 16 loths, que de 1 gros 5 grains, poids de marc de France.

R O M E.

La Livre Romaine, dont on conserve avec soin l'étalon au Capitole, est composée de 12 onces, l'once de 24 deniers, & le denier de 24 grains.

Cette livre n'est pas exactement la même dans tous les États du Pape. Il y a des endroits où elle est composée de plus de 12 onces; mais, quelle qu'en soit l'augmentation, la différence ne tombe que sur la quotité des onces, & non sur l'once en elle-même qui ne varie point.

P O I D S D E F R A N C E.				
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
La livre Romaine répond à.....	I	3	// $\frac{1}{2}$	14
6 Onces.....	5	4	25
3.....	2	6	12 $\frac{1}{2}$
1.....	7	28 $\frac{1}{6}$
12 Deniers.....	3 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{12}$
6.....	1 $\frac{1}{2}$	25 $\frac{1}{24}$
3.....	// $\frac{1}{2}$	30 $\frac{25}{48}$
1.....	22 $\frac{25}{144}$
12 Grains.....	11 $\frac{25}{288}$
6.....	5 $\frac{13}{144}$
3.....	2 $\frac{89}{144}$
1.....	// $\frac{3193}{3456}$

S T O C K H O L M.

Le principal Poids de Suède est connu sous le nom de *Viſualie Vigt*. La livre s'y diviſe en 32 loths, dont 16 compoſent le marc : le loth ſe partage en deux demi-loths, qui équivalent chacun à 2 quintins, en quarts de loth, huitièmes, ſeizièmes, trente-deuxièmes de loth, &c.

	P O I D S D E F R A N C E.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
La Livre Suédoïſe répond à.....	1	5	7	8
16 Loths ou le Marc, à.....	6	$7\frac{1}{2}$	4
8 Loths.....	3	$3\frac{1}{2}$	20
4.....	1	$5\frac{1}{2}$	28
2.....	$6\frac{1}{2}$	32
1.....	3	34
$\frac{1}{2}$ ou 2 Quintins.....	$1\frac{1}{2}$	17
$\frac{1}{4}$ ou 1 Quintin.....	$1\frac{1}{2}$	$26\frac{1}{2}$
$\frac{1}{8}$	$31\frac{1}{4}$
$\frac{1}{16}$	$15\frac{5}{8}$
$\frac{1}{32}$	$7\frac{13}{16}$
$\frac{1}{64}$	$3\frac{29}{32}$
$\frac{1}{128}$	$1\frac{61}{64}$

Il paroît qu'on fait uſage en Suède d'un poids particulier pour les ducats, comme nous avons vu que parmi les poids de Ratiſbonne il y en a un, dont la deſtination eſt la même. La très-petite pile qui nous a été envoyée de Stockholm avec le poids *Viſualie Vigt*, ne repréſente en entier que 32 ducats : elle eſt plus foible de 6 grains, poids de marc de France, que la moitié de celle de Ratiſbonne qui donne auſſi la peſanteur d'un nombre pareil de ducats, & elle ne répond qu'à 3 onces 5 gros 10 grains du même marc. D'après ce poids total pour les 32 ducats de Suède, chacune de ces eſpèces doit peſer $65\frac{18}{32}$ de nos grains.

STUTTGARD.

STUTTGARD.

Le Poids de Cologne, qui est en usage dans le Duché de Wurtemberg & dans le Cercle de Souabe, a été adopté par les trois Cercles correspondans : c'est la partie de l'Allemagne où ce poids est le plus fort.

POIDS DE FRANCE.		
Onces.	Gros.	Grains.
7	5	11 $\frac{3}{4}$
3	6 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{7}{8}$
1	7	20 $\frac{13}{16}$
	7 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{15}{32}$
	3 $\frac{1}{2}$	23 $\frac{15}{64}$
	1 $\frac{1}{2}$	29 $\frac{79}{128}$
	" $\frac{1}{2}$	32 $\frac{207}{256}$
		34 $\frac{207}{512}$
		17 $\frac{207}{1024}$
		8 $\frac{1231}{2048}$
		4 $\frac{1231}{4096}$
		2 $\frac{1231}{8192}$
		1 $\frac{1231}{16384}$

Il répond à.....

8 Loths.....

4.....

2.....

1.....

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{16}$

$\frac{1}{32}$

$\frac{1}{64}$

$\frac{1}{128}$

$\frac{1}{256}$

T U R I N.

Il y a trois sortes de Poids en Piémont : la *Livre*, qui est le poids général ; le *Marc*, dont on fait usage spécialement à l'hôtel de la Monnoie, & que les Orfèvres emploient aussi ; & le poids de Médecine, qui est borné à sa destination particulière.

La livre & le marc sont composés des mêmes onces, mais l'une en contient 12 & l'autre 8. Les onces du poids de Médecine sont plus foibles que celles de la livre & du marc ; 10 de ces dernières équivalent à 12 des premières. La livre se divise en 12 onces, l'once en 8 octaves, l'octave en 3 deniers, & le denier en 24 grains.

Le marc contient 8 onces, l'once 24 deniers, & le denier 24 grains : on partage aussi le grain en 24 *granoï*, & ceux-ci dans le besoin se subdivisent encore en 24.^{mes}

Le poids de Médecine est composé de 12 onces, l'once de 8 drachmes, la drachme de 3 scrupules, & le scrupule de 20 grains.

Après avoir averti que les onces de la livre & du marc de Piémont, sont absolument les mêmes, & que celles du poids de Médecine sont plus foibles d'un sixième que les précédentes, il suffira de donner ici le rapport du marc de Turin avec celui de France. Il paroît que ce marc de Piémont a été primitivement le même que celui de Bruxelles, lequel est aussi celui de tous les Pays-bas & de la Hollande ; il n'y a entre eux qu'une différence légère, & qui peut avoir été occasionnée par un défaut de précision dans l'étalonnement. Le marc de Bruxelles est plus fort que le marc de France, de 21 grains, poids de ce dernier marc ; & celui de Turin,

POIDS DE FRANCE.				
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Répond à.....	I	"	"	$22 \frac{1}{4}$
4 Onces.....	4	"	$11 \frac{1}{8}$
2.....	2	"	$5 \frac{9}{16}$
1.....	1	"	$2 \frac{25}{32}$
12 Deniers.....	4	$1 \frac{25}{64}$
6.....	2	$\frac{87}{128}$
3.....	1	$\frac{87}{256}$
1.....	$24 \frac{87}{768}$
12 Grains.....	$12 \frac{87}{432}$
6.....	$6 \frac{87}{3072}$
3.....	$3 \frac{87}{6144}$
1.....	$1 \frac{87}{18432}$

V A R S O V I E.

La Livre de Pologne;

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Répond a	1	5	2	12
$\frac{1}{2}$	6	5	6
$\frac{1}{4}$	3	$2\frac{1}{2}$	3
$\frac{1}{8}$	1	5	$19\frac{1}{2}$
$\frac{1}{16}$	$6\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{4}$
$\frac{1}{32}$	3	$22\frac{7}{8}$
$\frac{1}{64}$	$1\frac{1}{2}$	$11\frac{7}{16}$
$\frac{1}{128}$	$11\frac{1}{2}$	$23\frac{3}{32}$
$\frac{1}{256}$	$29\frac{5}{64}$
$\frac{1}{512}$	$14\frac{119}{128}$
$\frac{1}{1024}$	$7\frac{119}{256}$
$\frac{1}{2048}$	$3\frac{375}{512}$
$\frac{1}{4096}$	$1\frac{887}{1024}$

V E N I S E.

Les deux poids principaux dont on fait usage à Venise, sont la livre appelée *libra grossa* & le poids qu'on y nomme *Peso fottile* ; l'un & l'autre se divisent en 12 onces.

Il paroît, d'après un Mémoire qui nous a été communiqué sur la subdivision de l'once des poids établis à Venise, qu'elle est différente de celle qui a lieu dans la plupart des villes d'Italie : suivant ce Mémoire, en effet, l'once de la livre de Venise, en particulier, se divise en 192 karats, & le karat en 4 grains. Si on exprime ainsi à Venise les diminutions de l'once des différens poids dont on y fait usage, & si le nombre des karats varie suivant le poids qu'on emploie, il sera aisé d'établir le rapport de ces diminutions avec celles de l'once du marc de France, en se réglant sur celui que nous allons donner de la livre de Venise, du poids nommé *Peso fottile*, & de leurs premières divisions avec ce même marc.

P O I D S D E F R A N C E .				
	Mars.	Onces.	Gros.	Grains.
La Livre <i>Libra grossa</i> , répond à.....	I	7	4 $\frac{1}{2}$	25 $\frac{1}{2}$
6 Onces.....	"	7	6	30 $\frac{3}{4}$
3.....	"	3	7	15 $\frac{3}{8}$
1.....	"	1	2	29 $\frac{1}{8}$
Le poids nommé <i>Peso fottile</i> , répond à.	I	1	6 $\frac{1}{2}$	24
6 Onces.....	4	7	30
3.....	2	3 $\frac{1}{2}$	15
1.....	6 $\frac{1}{2}$	5

Il est question dans le Mémoire dont nous avons parlé plus haut, de deux poids comme établis à Venise indépendamment de ceux dont nous venons de donner le rapport : l'un employé par les Orfèvres, sert à peser l'or, l'argent, les perles, les diamans ; c'est un marc composé de 8 onces qui répond à

E e e iij

7 onces 6 gros 32 grains $\frac{1}{2}$ de celui de France, & dont l'once conséquemment répond à 7 gros $\frac{1}{2}$ 22 grains $\frac{1}{10}$. L'autre est une livre composée de 12 onces, qui est en usage dans la Mercerie, & paroît destinée principalement à peser l'or filé, les galons d'or & d'argent : cette livre répond à 1 marc 2 onces 5 gros 18 grains $\frac{1}{4}$ du marc de France, & l'once à 7 gros 7 grains $\frac{9}{10}$.

Les villes dépendantes de Venise ont leurs poids particuliers, dont voici le rapport avec le marc de France, sous le nom de chacune de ces villes.

	POIDS DE FRANCE.			
	Mars.	Onces.	Gros	Grains.
T R E V I S E.				
Grosse livre.....	2	"	7	22
Petite livre.....	1	3	" $\frac{1}{2}$	22
V É R O N N E.				
Grosse livre.....	2	"	1 $\frac{1}{2}$	17
Petite livre.....	1	2	6	35
P A D O U E.				
Grosse livre.....	1	7	7 $\frac{1}{2}$	5
Petite livre.....	1	2	1	14
B E R G A M E.				
Grosse livre.....	3	2	4 $\frac{1}{2}$	12
Petite livre.....	1	2	5	5
B R E S S E.				
Grosse livre, celle de Bergame.....	"	"	"	"
Petite livre.....	1	2	3	29

V I E N N E.

Il y a deux sortes de Poids à Vienne : l'un, qui est le plus fort, sert dans l'hôtel des Monnoies ; l'autre est employé dans le commerce.

Celui-ci, ainsi que le premier, est composé de 16 loths ; le loth contient 4 gros *ou* quintels ; le quintel, 4 pfennings *ou* deniers.

	POIDS DE FRANCE.			
	Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Les 16 Loths <i>ou</i> le Marc du commerce répondent à.....	1	1	1	16
8.....	4	$4\frac{1}{2}$	8
4.....	2	2	22
2.....	1	1	11
1.....	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$
2 Gros <i>ou</i> Quintels.....	2	$20\frac{3}{4}$
1.....	1	$10\frac{3}{8}$
2 Pfennings <i>ou</i> Deniers.....	$11\frac{1}{2}$	$5\frac{3}{10}$
1.....	$20\frac{19}{32}$

Le marc dont on se sert à Vienne dans l'hôtel des Monnoies, répond à 1 marc 1 once 1 gros 26 grains de France : il est par conséquent plus fort de 10 grains que celui du commerce.

POIDS DE FRANCE.			
Marc.	Onces.	Gros.	Grains.
Ce marc pour l'or & l'argent répond à . .	1	1	26
La moitié ou 8 Loths	4	$4\frac{1}{2}$	13
4	2	2	$24\frac{1}{2}$
2	1	1	$12\frac{1}{4}$
1	$4\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{8}$
2 Gros ou Quintels	2	$21\frac{1}{16}$
1	1	$10\frac{17}{32}$
2 Pfennings ou Deniers	$11\frac{1}{2}$	$5\frac{17}{64}$
1	$20\frac{81}{128}$



M É M O I R E

SUR UNE ESPÈCE DE MÉTÉORE
CONNU SOUS LE NOM DE TROMBE.

Par M. B R I S S O N.

9 Mai
1767.

ON appelle *Trombe* un amas de vapeurs ressemblant à une grosse nuée fort épaisse, qui s'allonge de haut en bas ou de bas en haut, en forme de colonne cylindrique ou de cône renversé, qui fait entendre un bruit assez semblable à celui d'une mer fortement agitée, qui jette souvent autour d'elle beaucoup de pluie ou de grêle, & qui est capable de submerger les vaisseaux, de renverser les arbres, les maisons & tout ce qui se trouve exposé à son choc.

Ces sortes de phénomènes sont très-rares sur terre, mais assez fréquens sur mer; & comme on court de grands risques lorsqu'on s'y trouve exposé, les Marins, qui connoissent ce danger, font tous leurs efforts pour s'en éloigner, mais lorsqu'ils ne peuvent éviter de s'en approcher, ils tâchent de rompre & de diviser la nuée à coups de canon, avant que d'être dessous, afin de prévenir l'inondation dont ils sont menacés.

Plusieurs Physiciens ont cherché la cause de ce phénomène; mais ils ne se sont pas trouvés d'accord dans leurs conjectures. Je vais rapporter celles qu'on a regardées comme les plus probables, faire voir leur insuffisance pour l'explication du météore; & déterminer la vraie cause par laquelle je crois qu'il est produit. L'Académie jugera si j'ai rempli mon dessein.

M. *Andoque*, Membre de l'Académie de Béziers, a eu recours pour expliquer ce phénomène, à des tourbillons qui doivent, dit-il, se former dans l'air, comme il s'en forme dans les eaux *. Pour rendre son explication sensible, il imagine dans la mer deux courans parallèles de même direction & assez peu éloignés.

* Voy. *Hist. de l'Acad.* 1727, page 5.

Mém. 1767.

. Fff

(Il me semble que, si ces deux courans avoient des directions contraires, ils seroient plus capables de produire l'effet qu'on veut leur attribuer.) L'eau qui est entre eux , dit M. *Andoque*, est par elle-même sans mouvement; mais les parties les plus proches de part & d'autre des deux courans ne peuvent s'empêcher d'en prendre par la rencontre & la collision des courans; & le mouvement qu'elles prennent, est déterminé à se faire en rond, comme celui d'une roue horizontale en repos, frappée selon une tangente. On conçoit sans peine que ce mouvement est d'autant plus fort que l'est celui des courans, & qu'il se communique de proche en proche à toute l'eau, auparavant tranquille : elle se meut donc en tourbillon; & il ne faut pas seulement imaginer ce tourbillon à la surface supérieure, dit encore M. *Andoque*, mais dans toute la profondeur renfermée entre les deux courans; seulement l'eau de la surface supérieure, qui n'est chargée de rien, a plus de facilité à tourbillonner que l'eau inférieure, qui est chargée de la supérieure; & de-là le tourbillon total doit prendre la figure d'un cône, dont la base soit en haut : si l'on ne suppose qu'un courant, il ne laissera pas de faire tourbillonner, dans toute sa profondeur, une partie de l'eau tranquille qu'il rencontrera, mais une moindre partie que s'il y avoit deux courans; le reste fera le même.

M. *Andoque* fait l'application de ce raisonnement au météore qu'il veut expliquer : il dit qu'un courant impétueux dans l'atmosphère en va choquer violemment une autre partie tranquille, & fait tourbillonner ce qu'il en détache : il dit encore que la grande obscurité du ciel, qu'on remarque ordinairement dans ce phénomène, marque une grande condensation des nuages, causée par le vent; & à cause de cette condensation, il en tombe des vapeurs aqueuses, qui, se mêlant à l'air tourbillonnant, font une fumée épaisse par leur quantité, & un bruit considérable par leur extrême agitation : la figure du tourbillon d'air & de vapeurs doit être la même, dit-il, & posée de même que celle d'un tourbillon d'eau formé dans la mer : elle est l'effet des mêmes principes.

Si l'on fait attention aux différentes circonstances qui

accompagnent souvent les Trombes, & aux différentes manières dont elles sont produites, on verra combien l'explication de M. *Andoque* est insuffisante; car 1.^o il arrive quelquefois qu'il ne fait point de vent dans le temps & le lieu du phénomène: 2.^o la Trombe ne vient pas toujours du nuage, mais elle s'élève quelquefois de la surface des eaux vers le nuage: nous pouvons en donner un exemple dans la Trombe observée au mois d'Octobre de l'année 1741, à 7 heures du matin sur le lac de Genève, & à une portée de mousquet de ses bords. M. *Jallabert*, ci-devant Professeur de Philosophie & de Mathématiques à Genève, en envoya l'observation à l'Académie des Sciences; dont il est Correspondant. « C'étoit, dit-il, une colonne, dont la partie supérieure aboutissoit à un nuage assez noir, & dont la « partie inférieure, qui étoit plus étroite, se terminoit un peu « au-dessus de l'eau: il avoit plu & fait beaucoup de vent la veille, « mais le vent avoit cessé sur le matin, & le Ciel demouroit « seulement chargé de quelques nuages. Ce météore fut observé « pendant deux ou trois minutes, après quoi il se dissipa: mais « on aperçut aussitôt une vapeur épaisse, qui montoit de l'endroit « sur lequel il avoit paru; & là même les eaux du lac bouillon- « noient, & sembloient faire effort pour s'élever ^a ». On voit ordinairement quelque chose de pareil après les Trombes de mer, ou pendant qu'elles paroissent; aussi M. *Jallabert* jugea-t-il que celle du lac de Genève n'étoit pas d'une nature différente, mais il ajoute une circonstance singulière, & qu'il tenoit d'un Observateur digne de foi, qui n'étoit qu'à environ trois cents pas de la colonne: c'est que le temps étoit alors fort calme, & que lorsqu'elle se dissipa, il ne s'ensuivit ni vent ni pluie.

On vit encore une autre Trombe sur le lac de Genève, le 9 Juillet de l'année 1742, à 6 heures du matin: elle étoit près des bords de ce lac sous Lausanne, & l'Académie en fut informée par M. *Crammer*, Professeur de Philosophie & de Mathématiques à Genève ^b: M. *Crammer* ne l'avoit point observée lui-même, & ce qu'il en avoit pu recueillir de plus certain dans le pays, c'est que cette Trombe s'étoit élevée à une hauteur considérable, & jusqu'à un nuage fort obscur qui étoit au-dessus.

^a Voy. Hist. de l'Acad. 1741, p. 20.

^b Voy. Hist. de l'Acad. 1742, p. 25.

M. Jallabert, qui avoit communiqué à l'Académie celle qu'on avoit vue sur le lac en 1741, & qui avoit eu des nouvelles de celle-ci, en écrivit quelques jours après à M. Crammer en ces termes : « On a vu s'élever sur le lac, à environ trois coups de » fusil de ses bords, une vapeur noire & épaisse, qui paroïsoit » occuper un espace de 16 à 18 toises de largeur, & un peu plus » en hauteur, & qui montoit avec des élancemens assez violens. » Après avoir paru pendant une bonne demi-heure, elle se » forma en une colonne fort droite & fort élevée, & subsista de » cette manière jusqu'à ce que, s'étant avancée cinquante ou soixante » pas sur terre, vers la pointe de Puilly, elle se dissipa presque » dans un instant ».

De ces observations on a inféré, avec raison, que les Trombes ne peuvent point se former par le seul conflit des vents ; mais on les a attribuées à une cause qui me paroît tout aussi insuffisante. On prétend qu'elles sont presque toutes produites par quelques éruptions de vapeurs souterraines, ou même de volcans, dont on fait effectivement que les fonds de la mer & des lacs ne sont pas exempts ; & l'on infère de-là que les tourbillons d'air & les ouragans, qu'on croit communément être la cause de ces sortes de météores, pourroient bien n'en être que l'effet, ou une suite accidentelle. On dit donc « que des matières bitumineuses & » inflammables, qui s'amassent en des lieux souterrains, où il n'y » en avoit point auparavant, ou qui s'allument dans ceux où elles ne brûloient pas, peuvent produire ces phénomènes * ».

* Voy. *Hist. de l'Acad.* 1742, p. 25.

Cette dernière cause pourroit peut-être suffire pour rendre raison des Trombes qui s'élèvent de la surface des eaux vers les nuages, & que l'on peut appeler *Trombes ascendantes* ; mais elle ne peut pas produire celles qui viennent des nuages vers la terre, & qu'on peut nommer *Trombes descendantes* : diroit-on que ces dernières sont produites par des courans d'air qui font prendre à la nuée la forme d'un tourbillon d'eau, qui s'allonge & s'élargit plus ou moins, suivant la vitesse avec laquelle il tourne, & suivant l'étendue en hauteur des vents qui l'agitent ? & que les premières sont l'effet de quelques éruptions de vapeurs souterraines ou de volcans ? Pourquoi assigner deux causes à des effets auxquels

une seule peut suffire ? Il me paroît donc plus raisonnable & plus conforme à la simplicité des loix de la Nature, de n'attribuer aux Trombes descendantes & aux Trombes ascendantes qu'une seule & même cause, capable de produire les unes & les autres ; c'est ce que je prétends faire en les regardant comme des phénomènes d'électricité.

Lorsque deux corps, dont l'un est actuellement électrisé, & l'autre ne l'est pas, sont en présence l'un de l'autre, ils ont l'un vers l'autre une sorte de tendance, qui fait que celui des deux qui est le plus libre de se mouvoir, se porte vers l'autre avec plus ou moins de vivacité ; c'est-là ce qu'on appelle *attraction électrique* ; cette attraction n'est qu'apparente ; elle est vraiment l'effet d'une impulsion, car il y a entre ces deux corps deux courans de matière, dont les directions sont opposées, & que M. l'abbé Nollet a nommées *effluences* & *affluences simultanées* : la matière effluente sort du corps actuellement électrisé, & se porte vers celui qui ne l'est pas ; & la matière affluente part du corps non électrisé, & se dirige vers celui qui l'est actuellement. Ce sont ces deux courans qui occasionnent tous ces mouvemens connus sous le nom d'*attractions* & de *répulsions électriques*, & l'on sait que de ces deux courans, il y en a toujours un qui est plus fort que l'autre ; ces faits qui sont aujourd'hui bien constatés, & bien prouvés par l'expérience, me paroissent suffire pour expliquer physiquement le phénomène des Trombes, soit descendantes, soit ascendantes. Lorsqu'un nuage, fortement électrisé, se présente à une distance convenable de la Terre, il s'établit aussitôt entre les corps qui sont à sa surface & le nuage électrisé, les deux courans de matière dont nous venons de parler ; le nuage lance de toutes parts, & plus fortement qu'ailleurs vers les corps terrestres, des rayons de la matière effluente ; & dans le même temps les corps terrestres lui rendent une matière semblable, en lui fournissant la matière affluente : si le courant de la matière effluente est le plus fort, les particules de vapeurs qui composent le nuage, sont entraînées par cette matière effluente, & forment la colonne cylindrique ou conique, d'où résulte la Trombe que j'appelle *descendante*, qui a plus ou moins de diamètre, & qui se

porte plus ou moins loin, suivant le degré d'énergie de la vertu électrique du nuage : si, au contraire, c'est le courant de matière affluente qui ait le plus de force, & que le nuage électrisé se présente vis-à-vis de corps qui aient la liberté de se mouvoir, comme lorsqu'il se trouve au-dessus de la surface de la mer ou d'un grand lac, alors la matière affluente entraîne avec elle une quantité de particules aqueuses assez considérable pour former cette colonne que l'on voit s'élançer vers le nuage, & qu'on peut appeler *Trombe ascendante*.

L'expérience est ici parfaitement d'accord avec le raisonnement : j'ai rempli d'eau un petit vase de métal, & je lui ai présenté, à quelques pouces de distance, un tube nouvellement frotté : aussitôt l'eau du vase s'est élevée en forme de petite monticule, qui s'est soutenue jusqu'à ce qu'il en soit parti une étincelle ; après quoi elle est retombée : pendant que l'eau étoit ainsi suspendue ; on entendoit un petit bruissement, & le côté du tube, qui étoit tourné vers le vase, s'est trouvé tout couvert de petites parcelles d'eau. Cette expérience est connue depuis long-temps, & très-aisée à répéter, mais il est bon d'avertir que pour qu'elle réussisse bien, il faut que le temps soit favorable & l'électricité un peu forte ; elle réussira plus sûrement encore, si au lieu d'eau on se sert d'encre ; cette dernière liqueur contient des parties vitrioliques qui offrent à la matière électrique plus de prise que ne fait l'eau pure : cette expérience m'a donc donné en petit l'image d'une Trombe ascendante, & il n'est pas douteux que si le corps électrisé, que je présentai au-dessus de mon vase plein d'eau, eût été composé de particules mobiles entre elles, j'aurois pu avoir aussi l'image d'une Trombe descendante.

De plus, si nous faisons attention aux circonstances qui accompagnent cette expérience, nous verrons qu'elles sont tout-à-fait conformes à celles qui accompagnent le plus souvent les Trombes : 1.^o L'eau demeure suspendue en forme de monticule, jusqu'à ce qu'il en parte une étincelle, après quoi elle retombe ; de même il arrive souvent que les Trombes lancent des éclairs & font entendre le bruit du tonnerre, qui sont reconnus aujourd'hui pour des effets électriques ; après quoi les Trombes ne manquent

guère de se dissiper. 2.^o Le petit bruissement que l'on entend dans notre expérience, pendant que l'eau demeure suspendue, est causé par l'éruption & le choc des deux courans des matières effluente & affluente. La même chose arrive dans les Trombes, mais avec une violence proportionnée à la grandeur du phénomène; c'est-là ce qui cause ces ouragans, & qui fait entendre ce bruit assez semblable à celui d'une mer fortement agitée. 3.^o Dans notre expérience, près de la surface de l'eau du petit vase, où la matière affluente a assez de vitesse & de densité, l'eau y est soutenue de manière à former une espèce de petite colonne ou de monticule, & par-tout ailleurs les rayons trop rares ne peuvent entraîner que des particules d'eau imperceptibles, qui se répandent aux environs, & dont une partie se trouve adhérente au tube : de même dans les Trombes, par-tout où la matière effluente ou affluente a assez de vitesse & de densité, elle soutient les vapeurs aqueuses assez rapprochées les unes des autres pour former cette colonne d'où résulte le phénomène, mais par-tout ailleurs les rayons de cette matière, devenus trop rares, ne peuvent entraîner ou soutenir que des vapeurs très-déliées, qui occasionnent cette espèce de fumée épaisse que l'on aperçoit souvent autour des Trombes. Si les vapeurs aqueuses qui forment la colonne, se trouvent, pendant la durée du phénomène, assez condensées pour se réunir en gouttes, lorsqu'elles cessent d'être soutenues, elles tombent en pluie, ou même en grêle, si le froid a été assez grand pour les geler; sinon il n'en résulte qu'une espèce de nuage que le vent emporte ou dissipe: voilà pourquoi ces sortes de météores se passent quelquefois sans pluie, & que d'autres fois ils en fournissent une considérable.

On voit souvent la Trombe suivre, dans sa route, le nuage auquel elle paroît adhérente, de même qu'un corps léger, non électrisé, paroît entraîné par un corps actuellement électrique, & qu'on fait mouvoir horizontalement. Les éruptions de vapeurs souterraines ou de volcans, ne peuvent pas rendre raison de ce fait, à moins qu'on ne suppose que le volcan chemine comme le nuage, ce que je n'imagine pas qu'on croie jamais.

Il arrive aussi quelquefois que la colonne qui forme la

Trombe, est composée de deux pièces non contiguës, l'une qui provient du nuage électrisé auquel elle paroît adhérente, & l'autre qui s'élève de la surface des eaux. Ne voit-on pas la même chose lorsqu'on présente l'un à l'autre deux corps liquides, ou qui en contiennent, dont l'un soit actuellement électrisé, & que l'autre ne le soit pas? les deux fluides se portent l'un vers l'autre, sans cependant s'atteindre, si les corps sont trop éloignés l'un de l'autre, ou que l'électricité soit trop foible pour les obliger à se joindre.

La figure de cône renversé que prend souvent la colonne; peut encore s'expliquer très-bien suivant le principe que j'ai établi; l'on fait que les rayons de la matière effluente, qui partent du corps actuellement électrisé, sont divergens entre eux, mais l'on fait aussi qu'à l'approche d'un corps non électrisé, ces mêmes rayons se détournent de leur route, se dirigent vers ce corps, & de divergens qu'ils étoient, deviennent convergens, tendant tous vers un foyer commun; la même chose arrivant aux rayons de matière effluente qui sortent d'un nuage électrisé qui se trouve à une distance convenable des corps terrestres qui ne le sont pas; les particules de vapeurs, entraînées par cette matière, doivent prendre entre elles un arrangement conforme à la direction du mouvement de la matière qui les entraîne; d'où doit résulter la forme d'un cône, dont le sommet soit tourné vers les corps terrestres & la base vers le nuage.

De tout ce que nous venons de dire, il est aisé de voir que les Trombes, soit descendantes, soit ascendantes, ainsi que toutes les circonstances, soit constantes, soit accidentelles, qui les accompagnent, sont produites par une seule & même cause, & qu'elles ne sont autre chose que des phénomènes d'électricité.



SOLSTICE D'ÉTÉ DE 1767,

*Observé au foyer d'un Verré objectif de 80 pieds ;
en l'Eglise de Saint-Sulpice ;*

*Avec d'autres Observations du SOLEIL & d'ARCTURUS ,
faites aux Quarts-de-cercles mobiles.*

Par M. LE MONNIER.

COMME l'image du Soleil, projetée sur le marbre blanc, doit indiquer, outre les effets de la nutation, les moindres variations dans les hauteurs solsticiales, je vais donner, actuellement que les effets de la nutation vont être sensibles, les observations qui seront faites chaque année des deux bords du Soleil.

Dans l'Essai sur l'histoire & le progrès de l'Astronomie, imprimé à la tête du livre des Institutions, en 1746, j'ai averti que les observations gravées sur le marbre pour le solstice de l'année précédente, avoient déjà été précédées de celles de 1744, vers les termes de la plus grande obliquité possible de l'Écliptique.

J'ai averti aussi que le portail & le pilier sur lequel le marbre solsticial est posé, avoient été bâtis plus de vingt ans auparavant, & qu'ils étoient fondés sur le roc, ainsi que feu M. Languet de Gergy me l'avoit assuré.

En 1767, le 22 Juin, le bord de l'image du Soleil rasait du côté du sud le trait gravé en 1745, par sa partie inférieure, & ayant aussi ponctué légèrement au crayon la trace de ce bord, la ligne qui joignoit les points, m'a paru distante du milieu du trait gravé, de $0\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$ de ligne, ce qui répond à $5''\frac{1}{2}$ ou $4''\frac{1}{8}$.

Du côté du nord, l'autre bord n'arrivoit pas jusqu'au trait gravé, & il s'en falloit $0\frac{1}{2}$ ligne ou $8''\frac{1}{4}$ jusqu'au milieu du trait.

Je prends toujours le milieu des traits gravés, parce que leur épaisseur peut changer, & qu'il y a lieu de croire qu'elle s'est un peu affoiblie depuis 1745, à cause que le marbre blanc est

Mém. 1767.

: G g g

quelquefois frotté avec l'éponge pour effacer les traits du crayon.

M. du Vaucel, qui s'est trouvé présent à l'observation du 22 Juin, y en a continué une autre le 26, dont il rendra compte avec celles des Solstices d'hiver, dans un Mémoire particulier : il avoit même observé dès le 19 Juin la trace de l'image du Soleil sur le marbre, & j'ai concouru avec lui à relever les distances de ces traces aux traits principaux. Le lieu du Soleil calculé pour le 22 Juin, nous indique que son centre étoit déjà au-dessous du tropique de $6''$, au lieu qu'on a trouvé $6''\frac{1}{2}$ à $7''$ par observation, ainsi l'excès est de $\frac{1}{4}$ de seconde, lequel ajouté à la demi-épaisseur des traits noirs gravés sur le marbre, telle qu'on l'a vue il y a trente ans, représente assez exactement l'effet de la nutation ou la quantité dont l'écliptique s'est rapproché du plan de l'équateur, depuis l'observation faite en 1764. Voyez ce qui en est dit dans l'Histoire de 1762, page 129.

Mouvement apparent d'Arcturus en déclinaison.

Cette étoile ne varie pas sensiblement en longitude, mais sa variation ou son mouvement propre se fait en latitude, & il est très-sensible, comme plusieurs l'ont remarqué avant moi, ainsi qu'il a été dit aux Transactions Philosophiques & dans nos Mémoires de l'année 1738.

Comme j'ai comparé, il y a près de trente ans, *Arcturus* avec le bord supérieur du Soleil, il est à propos d'examiner ici quel a dû être le mouvement réel d'*Arcturus* en déclinaison, c'est-à-dire son excès sur ce que nous indique l'effet de la moyenne précession de l'équinoxe.

Je suppose cette précession de $1^d\ 23'\ 20''$ en longitude pendant cent ans; dans cette hypothèse, je trouve pour l'an 1687 la variation moyenne en déclinaison correspondante de $28'\ 39''$, & en 1750 de $25'\ 26''$, ce qui diffère à peine de ce qu'ont publié d'autres Auteurs pour ces temps-là; mais ce qui donne en défaut $3'\frac{1}{3}$ pour le mouvement apparent d'*Arcturus* en déclinaison, ou bien 1 minute en trente ans, comme les observations en font foi.

Quoique nos observations anciennes faites à l'Observatoire,

demandent un critique sévère de l'état des instrumens, ainsi que j'en ai rendu compte, soit dans nos Mémoires de 1738, soit dans l'Histoire céleste, &c. je vais y procéder encore avec les soins que semble requérir une question aussi délicate; mais auparavant, voici ce qu'a donné mon quart-de-cercle mobile, vérifié à l'horizon depuis 1738 jusqu'en 1766.

Le 14 Juillet 1738, hauteur méridienne d'*Arcturus*. . $61^{\text{d}} 44' 6''\frac{1}{2}$.

D'où ôtant $50''\frac{3}{4}$, dont le quart-de-cercle haussait à cette hauteur, l'on a. $61. 43. 15\frac{3}{4}$.

J'ai supposé que la correction se distribuoit proportionnellement entre les corrections faites au zénith & à l'horizon : ce sera la même chose pour l'année 1766, d'où l'on voit combien ces hauteurs, de même que les hauteurs solsticiales, sont difficiles à bien constater, & qu'elles sont incertaines si l'on n'a pas la précaution d'y concourir par des vérifications très-pénibles.

L'aberration d'*Arcturus* étoit en 1738, le 14 Juillet, de $9''\frac{1}{2}$ au nord, & la nutation dans le cercle de $8''\frac{1}{4}$, ce qui donne la hauteur moyenne de $61^{\text{d}} 42' 57''\frac{3}{4}$; il en faut ôter $31''$ de réfraction & la hauteur de l'équateur, $41^{\text{d}} 08' 55''$, & il reste pour la déclinaison moyenne d'*Arcturus* $20^{\text{d}} 33' 31''\frac{3}{4}$.

Au mois de Mai 1766, j'ai vérifié avec des précautions singulières, le quart-de-cercle mobile, à l'horizon, m'étant placé sur une voûte dans un lieu fermé de vitres, au vieux château de Meudon, & ayant pointé la lunette à une mire d'un bâtiment à l'ouest du mont Valérien : avant & après l'opération, la réfraction n'avoit pas varié, & en effet ce jour-là fut choisi & préféré à d'autres jours où elles auroient pu être soupçonnées variables, non à de si petites distances, mais aux objets les plus éloignés de l'horizon. La latitude du vieux château de Meudon est $1^{\circ} 47'$ plus australe que l'Observatoire royal, au lieu qu'en 1738 le quart-de-cercle étoit situé $47''\frac{1}{2}$ plus au nord.

La hauteur d'*Arcturus*, le 21 Juillet 1766, sur le quart-de-cercle, étoit de $61^{\text{d}} 36' 0''$, ou $61^{\text{d}} 35' 57''\frac{1}{2}$.

Y ajoutant la correction du quart-de-cercle proportionnelle, &c. savoir $35''$, l'apparente corrigée a dû être de. $61^{\text{d}} 36' 35''$ ou $32''\frac{1}{2}$.

L'aberration moins la nutation étoit — $1''$,
 & la réfraction — 31 la moyenne..... $61^d\ 36'\ 03''$ ou $00''\frac{1}{2}$

Ce qui donne la décl. moyenne d'*Arcturus*
 pour lors de..... $20. 24. 33$ ou 31 .

Ainsi dans l'espace de vingt-huit années *Arcturus* auroit varié en déclinaison de $8' 58''\frac{1}{2}$ ou $9' 00''\frac{3}{4}$, au lieu de $8' 00''\frac{1}{2}$ que donne la moyenne précession de l'équinoxe.

Telle est la variation observée par moi-même en vingt-huit ans, avec un quart-de-cercle de 30 pouces, ce qui donneroit $62''$ à $65''$, pour la variation particulière d'*Arcturus* en trente ans en déclinaison, indépendamment de la précession moyenne de l'équinoxe.

Voyons présentement dans un intervalle d'années trois fois plus grand, ce qu'a donné le quart-de-cercle de 32 pouces de M. Picard, & dont je me sers encore aujourd'hui; je laisserai à part l'erreur des grands arcs de l'instrument.

En 1673, *Arcturus* a été observé au méridien le 26 Juillet
 de..... $62^d\ 05'\ 00''$, le 2 Août $62^d\ 04'\ 55''$

L'aberration étoit de $1''$, & de
 $11''\frac{2}{3}$ au nord, la nutation, $8''\frac{1}{2}$
 au sud, & la moyenne fera de. . $62. 4. 57\frac{1}{2}$ $62. 04. 52$

Et à cause de la réfraction $31''$,
 l'on aura la décl. moyenne de $20. 54. 44$ $20. 54. 38\frac{1}{2}$.

J'admets ici, comme dans tous les calculs précédens, la latitude ou complément de la hauteur de l'équateur de $48^d\ 50'\ 17''\frac{1}{2}$ à l'Observatoire royal, quoiqu'on sache d'ailleurs que le quart-de-cercle de M. Picard a dû la faire paroître de $15''$ à $17''\frac{1}{2}$ plus grande, lorsqu'il étoit rectifié à l'horizon; je ne me servirai donc de la hauteur apparente du pôle observée sur ce quart-de-cercle, que pour m'assurer s'il a été bien vérifié à l'horizon; par exemple on auroit dû trouver pour lors $48^d\ 51'\ 25''$, au lieu que quelques jours après, de la hauteur de la Polaire vue au méridien au-dessus du pôle, on en conclut la hauteur apparente du pôle sur le quart-de-cercle de $48^d\ 51'\ 30''$, ainsi il haussait alors de $5''$ à l'horizon.

En 1675, le 19 Juillet,
Arcturus a paru élevé de... $62^{\text{d}}\ 04'\ 07''\frac{1}{2}$... le 20 $62^{\text{d}}\ 04'\ 10''$

Ayant égard à l'aberration
 & à la nutation, la moyenne. $62.\ 04.\ 05.\frac{1}{2}$ $62.\ 04.\ 08$

D'où l'on tire la déclinaison
 moyenne, comme ci-dessus. $20.\ 53.\ 52$ $20.\ 53.\ 54\frac{1}{2}$.

Quelques jours ensuite, la plus grande hauteur de l'Étoile polaire ayant été observée, j'en ai déduit le pôle apparent sur le quart-de-cercle de $48^{\text{d}}\ 51'\ 25''$ à $26''$; ainsi l'instrument haussait à peine de $1''$ & doit être regardé comme suffisamment rectifié à l'horizon.

Prenant un milieu entre ces déclinaisons observées, mais corrigées, on trouve qu'à la fin de Juillet 1674, la déclinaison moyenne d'*Arcturus* a dû être sur le quart-de-cercle de $20^{\text{d}}\ 54'\ 15''$.

Je l'ai trouvé cette année le 12 Juillet, au même instrument, de $20^{\text{d}}\ 24'\ 32''$, ce qui donne en quatre-vingt-treize ans, le mouvement apparent en déclinaison de $0^{\text{d}}\ 29'\ 43''$: la moyenne précession de l'équinoxe donne $26'\ 37''$, ainsi l'excès est $3'\ 06''$, ou bien en trente ans $1'\ 00''$ précisément.

J'ai prouvé en 1746, dans la Préface des Institutions Astronomiques, que l'obliquité de l'écliptique ne diminuoit que d'une demi-minute en cent ans; ensuite le Jésuite Ximénès est parvenu presque aux mêmes conclusions.

* Voyez ce qui a été dit ensuite dans la *Connoiss. des Temps* de l'année 1770, p. 226.

Comparaison du bord supérieur du Soleil au solstice d'été à midi, avec les hauteurs méridiennes d'Arcturus.

En 1738, la plus grande hauteur du bord supérieur du Soleil étoit, sans aucunes corrections, de..... $64^{\text{d}}\ 54'\ 18''$

La nutation étoit alors de $7''\frac{1}{4}$ au sud, ainsi la hauteur moyenne..... $64.\ 54.\ 25.\frac{3}{4}$

La hauteur moyenne d'*Arcturus* le 14 Juillet... $61.\ 43.\ 48.\frac{3}{4}$

La différence... $3.\ 10.\ 36.\frac{1}{4}$

En 1766, au même quart-de-cercle, la hauteur apparente, corrigée au vieux château de Meudon, a été trouvée pour le bord supérieur du Soleil.....

$$64^{\text{d}} 56' 15''\frac{1}{2} \text{ ou } 17\frac{1}{2}$$

La nutation étoit alors $7''$,0 au nord; ainsi

la hauteur moyenne.....

$$64. 56. 8\frac{1}{2} \text{ ou } 10\frac{1}{2}$$

1766, le 21 Juillet, *Arcturus*..

$$61. 36. 34.$$

La différence...

$$3. 19. 34\frac{1}{2} \text{ ou } 36\frac{1}{2}$$

L'accroissement est précisément de $9' 00''$; & ce qui est bien à remarquer, c'est qu'il appartient à 5 secondes près au mouvement apparent d'*Arcturus*, puisque la moyenne précession de l'équinoxe, joint à un excès de 56 secondes en vingt-huit ans, donne $8' 55''$.

Ce qui n'étoit pour nous qu'une conjecture, il y a vingt ans, acquiert aujourd'hui plus de certitude par les faits, & la diminution de l'obliquité de l'Écliptique ne paroît pas si rapide ni uniforme.

Hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil, observées en 1738 & en 1766, à mon quart-de-cercle mobile de 30 pouces de rayon.

Hauteurs moyennes réduites au Parallèle de l'Observatoire.

1738.....	$64^{\text{d}} 54' 22''\frac{1}{2}$	ayant égard à la nut. qui étoit de	$7''$,2:
1739.....	64. 54. 21	la moyenne, si la nutation est +	7,05.
1740.....	64. 54. 20	ou 25.....	+ 2,25.
1741.....	64. 54. 21 $\frac{1}{2}$	ou 26 $\frac{1}{2}$	— 1,00.
1742.....	64. 54. 21 $\frac{2}{5}$		— 3,75.
1766.....	64. 54. 21 $\frac{1}{2}$		— 7,00.

Hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil, réduites au parallèle de l'Observatoire royal avec le Quart-de-cercle de M. Picard.

Hauteurs moyennes.

1675.....	$64^{\text{d}} 55' 18,2$	nutation.....	— 1"8.
1676.....	64. 55. 10,8.....		+ 0,8.
1677.....	64. 55. 19,0.....		+ 4,0.
1739.....	64. 55. 02,5.....		+ 5,0.

D'où l'on voit, après tant de preuves accumulées, que l'obliquité de l'écliptique n'a pas varié sensiblement pendant vingt-cinq à trente ans, ainsi que je l'avois déjà remarqué autrefois à l'occasion des hauteurs solsticiales de M.^{rs} Picard & de la Hire.

M É M O I R E
SUR QUELQUES EXPÉRIENCES.
RELATIVES À LA DIOPTRIQUE.

Par M. LE DUC DE CHAULNES.

(1.) **L**ES grands progrès qu'a fait depuis dix ou douze ans la Dioptrique, par les découvertes ingénieuses & les profondes théories de plusieurs Savans des Académies les plus célèbres de l'Europe, m'ont fait penser qu'il pourroit être utile de perfectionner plusieurs expériences qui ont servi de bases à leurs calculs, dont les résultats ne peuvent être portés au plus grand degré d'utilité dont ils sont susceptibles, qu'autant que les élémens qu'ils sont obligés d'employer, seront portés eux-mêmes à une précision qui y soit proportionnée.

(2.) L'acquisition que je fis, l'année passée, d'une excellente lunette du célèbre Dollond, a été l'occasion d'une partie des expériences qui vont faire la matière de ce Mémoire.

(3.) La supériorité que cette lunette a conservée jusqu'ici sur toutes celles qu'il a tenté de faire sur les mêmes dimensions & les mêmes principes, m'a engagé à chercher les moyens les plus propres à déterminer tous les élémens de sa composition avec le plus de précision qu'il me seroit possible, sans risquer de déranger un instrument si précieux, & j'ai cherché en même temps à y ajouter toutes les commodités qui peuvent en rendre l'usage plus facile & plus sûr pour un grand nombre d'observations.

(4.) Pour remplir ces différens objets dans toute leur étendue, je me suis proposé d'abord de m'assurer, par de nouvelles expériences, des qualités relatives à la réfraction des différentes espèces de verre qu'on emploie à la construction de ces lunettes; c'est-à-dire, 1.^o de la proportion de leur réfringence, soit avec l'air, soit entr'eux.

2.° De leur puissance respective de disperser les rayons colorés:

(5.) J'ai cherché ensuite à déterminer toutes les dimensions d'épaisseur, de courbure & de distance de tous les verres qui composent cette lunette, & des foyers qui en résultent.

(6.) Enfin j'ai appliqué à cet instrument plusieurs inventions; dont quelques-unes sont déjà en usage depuis long-temps, mais auxquelles j'ai tâché d'ajouter quelque nouveau degré de perfection pour en rendre l'usage plus avantageux & plus commode. Ces trois points de vue différens diviseront naturellement ce Mémoire en trois parties.

(7.) On trouvera ici plusieurs idées connues & employées avant moi, dont je ne prétends assurément pas de m'attribuer l'honneur; mais j'ai cru qu'il pouvoit être utile de trouver rassemblé dans un même ouvrage tout ce qui peut faciliter, à ceux qui s'occupent de ces matières, les moyens de répéter les expériences ou de connoître le degré de confiance qu'ils peuvent donner à celles qui y sont rapportées, en jugeant des moyens dont on s'est servi pour les faire avec exactitude.

(8.) Avant de rapporter les différentes expériences que j'ai faites pour déterminer les différentes qualités de verres, relatives à la réfringence, je crois ne pouvoir me dispenser de décrire ici le microscope dont j'ai servi avec les différents micromètres que j'y ai ajoutés, parce que cet instrument m'ayant servi à déterminer une grande partie des différentes mesures que j'ai prises, leur précision dépend entièrement de l'exactitude que je lui ai procuré par les micromètres que j'y ai adaptés.

Planchie I.^{re}
fig. 1.

(9.) Ce microscope est pour le fonds un microscope ordinaire à trois verres, d'environ 8 pouces de haut, sur 2 pouces de diamètre; il est monté comme les autres sur une coulisse susceptible d'un mouvement lent conduit par une vis, & d'un autre un peu plus prompt par une crémaillère, pour trouver ou plus exactement ou plus promptement la distance à laquelle les objets sont vus le plus distinctement: cette coulisse porte deux colliers dans lesquels le microscope se trouve contenu, quand on veut s'en servir

servir avec la coulisse, & dont on peut le dégager quand on veut l'employer sans cet équipage.

(10.) Cette coulisse est attachée à une espèce de petite table de cuivre, montée sur quatre pieds de même métal, qui peut être calée par quatre vis, afin d'être rendue solide dans le temps des observations: ces quatre pieds sont réunis par une traverse, sur laquelle est placé un miroir mobile sur deux mouvemens qui lui donnent la facilité de s'incliner autant qu'il est nécessaire pour éclairer par-dessous les objets que l'on veut soumettre aux expériences.

(11.) Ceci, avec le secours de la figure; suffit pour faire juger de ce que cet instrument a de commun avec tous les autres: voici maintenant ce que j'y ai ajouté.

(12.) J'y ai adapté au foyer de l'oculaire un micromètre de la même espèce que ceux que l'on met aux lunettes astronomiques; dont par conséquent je ne ferai point ici la description, parce que cet instrument est assez connu; une attention seulement que j'ai eue, a été de donner la facilité d'approcher ou d'éloigner l'oculaire des fils du micromètre d'une façon indépendante du mouvement général, par lequel l'instrument s'éloigne ou s'approche de l'objet, afin de le rendre propre aux différentes vues des Observateurs; car pour bien juger du rapport de l'objet aux différentes distances des fils du micromètre, il n'est pas moins nécessaire de voir les fils, de la manière la plus distincte, que de voir l'objet bien terminé, & la vue distincte des fils dépend de la distance seule de l'oculaire à ces fils, qui varie pour chaque observateur, comme la distance de l'instrument entier à l'objet qu'on considère, qui est différente aussi, selon que l'observateur a la vue plus courte ou plus longue.

(13.) Pour remplir cet objet, j'ai fait terminer le tuyau *A* dans lequel se trouve l'oculaire, par une vis *B*, pour qu'il puisse s'approcher ou s'éloigner des fils par un mouvement lent, & cette vis entre dans un écrou *C*, en forme d'anneau, qui porte deux oreilles *D, d*, & qui peut être serré par une vis *E* qui passe

Planche II,
fig. 2.

lisse dans une de ces oreilles *D*, & qui trouve un écrou dans l'autre *d*, afin de pouvoir fixer par ce moyen l'oculaire, au point que l'on a trouvé le plus convenable.

(14.) La deuxième addition que j'ai faite il y a déjà très-long-temps à cet instrument, est un micromètre destiné à porter l'objet soumis aux expériences, & à lui donner deux mouvemens perpendiculaires l'un à l'autre, pour avoir la facilité d'en examiner plus commodément toutes les parties.

Planche III,
fig. 3.

(15.) Ce micromètre est composé d'une plaque de cuivre *A, a*, qui porte deux joues *B, B, b*, destinées à recevoir la coulisse *C, c* & le cadran *D, d, D* de la vis de compte *E, e*. Cette coulisse *C* destinée à soutenir la pièce mobile *F f*, dont nous allons parler, porte à une de ses extrémités un écrou *G g*, dans lequel passe la vis de compte *E e*, qui sert à la faire mouvoir.

(16.) La pièce *F f* qui est percée d'un trou rond en *H h*, est terminée à l'une de ses extrémités par la pince *I i*, dans laquelle on fixe le porte-objet par le moyen de la vis de pression *K k*, & à l'autre extrémité par une portion circulaire *L*, taillée pour recevoir la vis sans fin *M m*, qui la fait mouvoir autour du centre *H*.

(17.) La vis sans fin *M*, est portée par le petit pontet *N n* fixé sur la coulisse.

(18.) La vis de compte *E*, porte une aiguille plate *O*, de même épaisseur que le limbe *PP* du cadran *D*, sur lequel sont marquées les divisions, afin que la division de Vernier, qui est tracée sur cette aiguille, se trouvant dans le même plan que celle du cadran, on puisse les comparer plus commodément l'une à l'autre.

Planche I.^{re}
fig. 1.

(19.) Ce micromètre étant tout monté s'applique dans une espèce de coulisse attachée sur la petite table du microscope, où l'on peut le fixer à différentes distances de l'axe du microscope, afin de l'accommoder aux différens porte-objets qu'on veut y assujettir.

(20.) Il est aisé de sentir la commodité de cet instrument pour toutes les observations microscopiques, puisque l'on peut donner aux objets les deux mouvemens perpendiculaires l'un à l'autre qui sont nécessaires pour parcourir toutes leurs parties avec assez de lenteur, pour qu'ils n'échappent pas à la vue en sortant du champ du microscope; mais comme j'ai démontré ailleurs qu'on ne peut se fier dans les mesures précises à l'égalité des vis dans leurs différentes parties, voici les moyens que j'ai employés pour dresser une Table des parties de la division de ce micromètre, dont l'égalité fût indépendante des erreurs de la vis.

(21.) En me servant d'une méthode semblable à celle dont j'ai rendu compte à l'Académie, dans le Mémoire, sur quelques moyens de perfectionner les instrumens d'Astronomie, qui est imprimé dans le volume de 1765; j'ai divisé sur une petite règle de cuivre la longueur d'un pouce en 240 parties; c'est-à-dire, en vingtièmes de ligne.

(22.) Après avoir placé cette petite règle, ainsi divisée, dans la pince *I* du micromètre du porte-objet, j'ai fait marcher la vis de compte *E* jusqu'à l'extrémité de la course, de façon que l'index *Q*, porté par la coulisse, rencontrât la ligne du commencement des révolutions marquées sur les joues *B B* de la coulisse, & que l'éguille *O* du cadran fût aussi exactement sur la première division. Planche III,
fig. 3.

(23.) Il est bon d'observer, que ce micromètre n'ayant point de ressort qui pousse l'écrou contre le pas de la vis, il faut avoir attention quand on veut placer l'éguille sur la première division; de commencer par la faire passer au-delà, pour la ramener ensuite dans le sens dans lequel on doit continuer de la faire marcher, afin d'éviter le temps perdu; attention très-importante à apporter dans tous les usages du micromètre.

(24.) Tout étant ainsi préparé, j'ai placé le micromètre sur la table du microscope, & par le moyen de la vis de pression je l'ai fixé de façon, que la première division tracée sur la petite règle se trouvât exactement sous le fil du micromètre de l'oculaire

H h h ij

du microscope, après quoi j'ai commencé l'opération; c'est-à-dire, j'ai amené, par le moyen de la vis de compte *E* du micromètre du porte-objet, la seconde division de la petite règle sous le même fil du microscope, ce qui a été continué ainsi de divisions en divisions, jusqu'à la fin, & à chaque division j'ai fait écrire le nombre de révolutions de parties & de décimales, marquées par l'éguille sur le cadran, pour chaque division.

(25.) Cette Table étant finie, comme j'avois besoin pour les expériences que je me propoisois, d'une très-grande exactitude, j'ai voulu avoir une Table encore plus étendue & la pousser jusqu'aux centièmes de ligne.

(26.) Pour cet effet, j'ai fait construire un second micromètre, pareil à celui du porte-objet ^a. J'ai fait faire aussi la petite plaque ^b, garnie de deux joues *AAa*, avec une vis de pression *Bb*, pour arrêter ce micromètre aux différentes distances que l'on jugeroit convenables, j'ai donné à cette plaque une longueur suffisante pour qu'elle pût être saisie par la pince *Cc* du premier micromètre, & j'y ai pratiqué un trou oblong *D*, qui répondît à l'axe du microscope, afin de laisser passer la lumière pour éclairer l'objet.

*Planche III,
fig. 3.
*Planche IV,
fig. 4.

(27.) Mon intention étant que ce second micromètre, monté sur sa plaque, & placé d'un sens contraire au premier, pût suivre le mouvement du premier sans quitter le même plan, afin que l'objet ne sortît point du foyer du microscope, j'ai placé sous la plaque de ce second micromètre un petit rouleau *e*, dont le diamètre fût égal à l'élévation de la pince du premier, au-dessus de la table du microscope.

(28.) J'ai fait ensuite, avec un diamant, sur une petite plaque de verre, une intersection de deux lignes extrêmement fines, & je l'ai placée dans la pince du second micromètre.

(29.) Tout étant ainsi préparé, j'ai fixé le premier micromètre à sa première révolution, & l'éguille de son cadran à sa première division, comme lorsque j'ai commencé la première Table, & par le moyen du second, j'ai amené l'intersection faite sur la glace,

sous le fil fixe du micromètre du microscope; ensuite j'ai placé le curseur du micromètre du microscope, de façon que le fil mobile coïncidât aussi parfaitement qu'il m'a été possible avec le fil fixe.

(30.) Dans cet état, j'ai fait marcher le premier micromètre, jusqu'à ce que l'éguille de son cadran ait marqué la division de la première table, qui indique le premier vingtième de ligne: ce mouvement ayant fait écarter sous le microscope l'interfection faite sur la glace du fil du micromètre du microscope, j'ai fait marcher le curseur de ce micromètre jusqu'à ce qu'il rencontrât l'interfection, ce qui me donnoit la valeur d'un vingtième de ligne en parties de micromètre, d'où j'ai tiré, en les divisant par cinq, un écartement des deux fils de ce micromètre qui répondoit à un centième de ligne.

(31.) Maintenant, pour commencer la Table, sans toucher au micromètre du microscope, j'ai ramené celui du porte-objet au premier point des révolutions & à celui des divisions de son cadran; après quoi ayant placé exactement, par le moyen du second micromètre, l'interfection faite sur la glace, sous le fil fixe, je l'ai fait venir, par le moyen du premier micromètre, sous le fil du curseur, ce qui, par conséquent, lui a fait parcourir l'espace d'un centième de ligne, & j'ai fait écrire sur la Table le nombre de parties & de décimales marqué par l'éguille.

(32.) Ensuite, sans toucher à ce premier micromètre, par le moyen du second, j'ai fait revenir l'interfection sous le fil fixe du micromètre du microscope, alors j'ai fait marcher le premier micromètre une seconde fois, comme la première, ce qui m'a donné le second centième, & ainsi de suite jusqu'à la fin.

(33.) Il est aisé de sentir que le second micromètre donnant la facilité de ramener l'objet du sens contraire au premier, sans déranger celui-ci, on a comparé chacune des parties de ce premier micromètre, avec l'ouverture constante qui se trouve entre les fils fixe & mobile du micromètre du microscope, qui a été déterminée une première fois avec exactitude.

(34.) On ne doit pas être inquiet de quelques petites inégalités que l'on peut trouver, & que l'on trouve en effet, en recommençant plusieurs fois cette opération; parce que, pourvu qu'on y apporte un peu d'attention, elles n'excèdent pas ordinairement deux ou trois décimales, ce qui, à mon microscope, répond au plus à un quinze centième de ligne, & de plus, parce qu'ayant pris pour base la table des vingtièmes de ligne, l'erreur ne peut se répéter que dans l'étendue de chaque vingtième, & qu'à la fin de chacun de ces vingtièmes on la répartit sur les cinq centièmes dont il est composé.

(35.) Tel est le détail de cette opération, au moyen de laquelle on peut être assuré d'avoir, avec une exactitude suffisante, toutes les petites distances qu'on peut avoir intérêt de mesurer dans les expériences les plus délicates.

(36.) Venons maintenant aux expériences qui font le principal objet de ce Mémoire.

PREMIÈRE PARTIE.

Expériences sur les qualités des Verres qu'on emploie dans la construction des Lunettes achromatiques.

(37.) Les qualités du verre, relatives à la réfringence, que je me propose d'examiner, sont, comme je l'ai dit plus haut: 1.° La puissance qu'a cette matière, de détourner un rayon quelconque qui tombe sur elle, après avoir traversé un autre milieu, suivant une certaine proportion entre l'angle d'incidence que fait ce rayon, avec la perpendiculaire à sa surface, lorsqu'il tombe sur elle, avec la même perpendiculaire en la traversant: je ne parlerai ici que de l'air; ces observations n'étant relatives qu'à la construction des lunettes. 2.° La propriété qu'a cette même matière de disperser plus ou moins aussi, suivant une certaine raison, les rayons des diverses couleurs qui ont eux-mêmes la propriété d'avoir différens degrés de refrangibilité; ce qui partagera cette première partie en deux articles.

ARTICLE I.^{er}*De la proportion des sinus des angles d'incidence & de réfractions de l'air dans le verre.*

(38.) Le célèbre Newton, ce grand homme, auquel toutes les Sciences, & l'Optique en particulier, ont de si grandes obligations, nous a donné, dans le 1.^{er} livre du Traité qu'il a fait sur cette matière, le détail des expériences qui lui avoient servi à déterminer la relation des sinus d'incidence & de réfraction qui ont lieu dans le passage d'un rayon de l'air dans le verre; mais ces expériences, quoique faites sûrement avec toute la sagacité & l'adresse dont ce grand homme étoit capable, & qui suffisoient peut-être pour le but qu'il se propoisoit, m'ont paru avoir plusieurs inconvéniens pour celui que j'ai en vue. Le premier est, qu'elles ne sont pas susceptibles d'une assez grande précision; le second est, qu'elles sont difficiles à répéter, par l'appareil qu'elles demandent; & enfin, parce qu'elles ne donnent de résultat que pour le verre dont est construit le prisme qu'il y emploie, & ne pourroient servir à déterminer la réfraction moyenne d'une autre matière réfringente.

(39.) Pour éviter ces inconvéniens, voici la méthode que j'ai suivie.

(40.) Si l'on expose sous un microscope une plaque de verre plane, & que l'on fasse tenir sur chacune de ses surfaces de petits objets, tels que de la poussière d'ailes de papillon, l'on trouvera, en faisant approcher ou éloigner le microscope, deux points différens, auxquels on apercevra distinctement les objets placés à l'une ou à l'autre de ces surfaces; la mesure de l'espace qu'aura parcouru le microscope, pour apercevoir ces deux points comparée à l'épaisseur réelle du verre, donnera directement & sans autre calcul, la différence des sinus d'incidence & de réfraction.

(41.) En effet, si dans le verre *AB* on observe la marche des rayons qui partent des deux surfaces *A* & *B*, pour être ensuite réunis par le microscope aux distances convenables pour y former les images des objets qui y sont placés, on verra que les rayons

Planche IV,
fig. 5.

qui partent de la première surface A , souffrant une réfraction en sortant du verre en D & d , viendront au microscope sous le même angle que formeroient les rayons AD & Ad , s'ils divergeoient d'un point C sans souffrir de réfraction, & par conséquent ils feront paroître la surface A comme si elle étoit rapportée en C . Or l'espace que le microscope aura parcouru pour voir les objets placés en B , avec la même distinction que ceux placés en A , mais que la réfraction fait rapporter en C , étant égal à la distance de ce point C à la surface B ; si l'on mesure exactement l'épaisseur totale du verre, & qu'on la compare avec la mesure de cet espace, on aura directement le rapport des sinus de l'angle d'incidence à l'angle de réfraction*.

(42.) Pour mesurer exactement cette épaisseur & cette distance, je me suis servi du micromètre, dont j'ai donné plus haut la description.

(43.) 1.° Pour l'épaisseur, j'ai pris un compas d'épaisseur ordinaire, & après avoir pris exactement le verre entre les deux pinces du compas, j'ai placé ce compas ainsi ouvert sur une petite planche de bois, que j'ai fixée dans la pince du micromètre; & j'ai arrangé le tout ensemble sous le microscope, de façon qu'une des pointes du compas d'épaisseur se trouvât sous le fil du micromètre du microscope; ensuite j'ai fait marcher le micromètre du porte-objet, jusqu'à ce que l'autre pointe du compas se trouvât à son tour sous le même fil du micromètre du microscope; cette opération m'a donné cette épaisseur avec tant de précision, qu'en

Planche IV,
fig. 6.

* LEMME. Les sinus des angles d'un triangle quelconque, sont proportionnels aux côtés opposés; ainsi dans le triangle ABC , (planche IV, fig. 6) le sinus de l'angle ABC , est au sinus de l'angle BCA , comme CA est à AB .

Car les perpendiculaires CD , BE , sur les côtés AB , AC prolongés, sont les sinus des angles ABC , BCA , ou BCE par rapport aux cercles dont le rayon est BC , & puisque les triangles CAD , BAE sont équi-

angles, nous avons CD est à BE comme CA est à AB . *c. q. f. d.*

COROLLAIRE. Les petits angles comme BAC , BCE sous-tendus par la même perpendiculaire BE sont réciproquement comme leurs Jambes ou branches BA , BC , ou EA , EC ; car l'angle BAC ou BCE , quand il est fort petit, est comme le sinus de BAC au sinus de BCE , ou comme BC à BA , ou comme EC à EA . *Smith, Traité d'Optique, livre II, chapitre 3.*

la répétant plusieurs fois, je n'ai jamais trouvé la valeur d'un quatre centième de ligne de différence.

(44.) Quant à la distance apparente de la seconde surface à la première, voici la méthode que j'ai employée. J'ai fait faire un pied de bois *A*, sur lequel j'ai fixé à un bout la plaque de cuivre *B*, qui a été décrite ci-devant dans la figure 4, propre à recevoir le micromètre & à l'arrêter à différentes distances, par le moyen de la vis de pression *C*. J'ai placé à l'autre bout la poupée *DD*, mobile dans une coulisse *d d*, & conduite par la vis *E*, afin de pouvoir la fixer exactement à la distance convenable. Planche IV, fig. 7.

(45.) Cette poupée *D*, percée d'un trou rond *F*, destiné à laisser passer la lumière, porte les pièces *GG*, faites pour arrêter les morceaux de verre qu'on veut soumettre à l'expérience.

(46.) J'ai fait faire ensuite la pièce *H*, creusée en canal; pour y placer & arrêter le microscope: cette pièce porte, vers une de ses extrémités, la pince *I* recourbée, pour pouvoir être saisie par la pince du micromètre, & vers l'autre la pièce *K* qui la soutient, en s'appuyant sur la partie mobile de la coulisse du micromètre, afin que le microscope, quand il est adapté à cette pièce, suive le mouvement du micromètre.

(47.) Tout étant ainsi disposé, j'affermis sur la poupée le morceau de verre *L*, que je veux examiner, après avoir mis sur chacune de ses surfaces de la poussière d'aile de papillon, ensuite je fais avancer le micromètre (que j'ai eu soin d'abord de placer au commencement de ses révolutions & divisions) dans la petite plaque de cuivre *B*, jusqu'à ce que j'aperçoive assez distinctement dans le microscope les poussières placées sur la surface extérieure du verre *L* qui est sur la poupée; alors, par le moyen de la vis *E*, je fais avancer ou reculer la poupée jusqu'à ce que ces poussières me paroissent le plus parfaitement distinctes qu'il m'est possible: dans cet état, j'éloigne, par le moyen du micromètre le microscope, jusqu'à ce que les poussières placées sur la surface intérieure me paroissent aussi distinctes que celles de la première m'avoient paru au commencement de l'opération.

(48.) Quoique cette espèce de mesure ne soit pas poussée au même point de précision que celle de l'épaisseur totale dont je viens de parler, par la petite incertitude qui vient du jugement que l'on a à porter sur le degré de distinction des objets; cependant un observateur exercé ne peut jamais se tromper d'un cinquantième de ligne.

(49.) Il est bon d'observer que plus la lentille appliquée au microscope peut être d'un foyer court, & plus on peut attendre d'exactitude dans l'opération, parce que la netteté de l'image est renfermée dans des bornes plus étroites, mais l'on est gêné par l'épaisseur du verre, parce que la lentille ne peut pas avoir un foyer moindre que les deux tiers de cette épaisseur pour qu'elle puisse recevoir les rayons qui partent de la surface extérieure.

(50.) Il est certain aussi qu'il y a de l'avantage à avoir le verre le plus épais qu'on le peut, parce que l'incertitude qui reste dans la détermination du foyer, étant égale dans un verre mince, comme dans un verre épais, elle fait dans ce dernier une moindre partie de la distance que l'on veut mesurer.

(51.) J'ai trouvé, par expérience, que la combinaison la plus favorable est de se servir d'une lentille de six lignes de foyer pour un verre de huit à neuf lignes.

(52.) Telle est la méthode que j'ai employée pour déterminer la réfraction moyenne des différentes espèces de verre dont j'ai dressé la Table ci-après.

TABLE de l'épaisseur des Verres.

N O M S DES DIFFÉRENS VERRES.	ÉPAISSEUR réelle.	ÉPAISSEUR par réfraction.	PROPORTION des Sinus d'incidence & de réfraction.
	<i>lignes.</i>	<i>lignes.</i>	<i>lignes.</i>
Les trois verres <i>A</i> 1, <i>A</i> 2, <i>A</i> 3, glace S. ^t Gobin, nouvelle...	8,53	5,66	= 0,663
Le verre <i>A</i> 3, seul.....	2,80	1,90	= 0,678
Venise = <i>a</i>	1,48	1,00	= 0,675
France, bon = <i>a</i>	1,81	1,22	= 0,674
Venise.....	1,83	1,23	= 0,672
Le verre <i>B</i> , glace de France...	1,99	1,33	= 0,668
Le verre <i>D</i> , glace de Fr. ancienne.	2,51	1,67	= 0,665
<i>Crown-glass</i>	2,78	1,85	= 0,665
France.....	1,81	1,20	= 0,662
Le verre <i>c</i> , glace de France....	1,99	1,29	= 0,648
Verre de plomb de Paris.....	2,96	1,88	= 0,635
<i>Flint-glass</i>	2,42	1,52	= 0,628
Verre de plomb, Bianchi.....	1,87	1,13	= 0,604
Verre de plomb d'Allemagne...	3,25	1,91	= 0,587
Objectif mi-partie { <i>flint-glass</i> }	3,73	1,77	= 0,611
{ verre ordinaire }		1,67	= 0,648

(53.) Il est aisé de voir, par cette Table, que presque toutes les espèces de glaces différentes ont une réfrangibilité différente, & par conséquent que l'on ne peut s'en rapporter à l'opinion commune jusqu'ici, que le rapport des sinus de réfraction du verre commun à l'air, est dans la proportion de 31 à 20.

ARTICLE II.

De la proportion de la faculté qu'ont différentes espèces de verres , de disperser les rayons colorés , plus ou moins les uns que les autres.

(54.) Le grand Newton que nous avons déjà cité , nous a donné , dans son *Traité d'Optique* , des expériences très-déliées , par lesquelles il a déterminé les sinus des angles de réfraction des différens rayons colorés qui se séparent dans le prisme après être tombés sur la première surface en faisceau , & sous un même angle d'incidence ; mais lui , ainsi que tous ceux qui ont traité de l'Optique dans le siècle dernier & au commencement de celui-ci , ont ignoré ou négligé de nous dire , que la faculté qu'a le verre , de disperser ainsi les rayons colorés , non-seulement n'est pas la même dans différentes espèces de verre , mais même qu'elle n'est pas proportionnelle à leur réfringence moyenne ; cette découverte , en même-temps qu'elle est très-importante pour le succès des lunettes achromatiques , demandoit qu'on s'assurât , avec le plus d'exactitude qu'il seroit possible , de la différence de réfringence , si l'on peut se servir de ce terme , dont les différentes compositions de verre seroient douées : ce sont ces mêmes expériences que j'ai recommencées , mais auxquelles j'ai cherché à donner un plus grand degré de précision , dont je vais rendre compte ici.

(55.) Avant de les rapporter , il convient de rappeler un principe qui se trouve dans tous les livres d'Optique , parce que c'est lui qui sert de base à presque toutes les expériences suivantes , c'est que si l'on place un verre C d'une convexité quelconque à une distance AC d'un objet lumineux , prise sur l'axe de la courbure du verre , telle qu'il se forme une image a de cet objet de l'autre côté du verre , à une distance Ca , égale à la première ; l'une de ces distances AC ou Ca , est double de celle à laquelle les rayons qui tomberoient sur le verre , parallèlement

à son axe, se rassembleroient; c'est-à-dire, de son foyer absolu *C b*.

(56.) Pour faire cette expérience, qui est très-commode pour déterminer le foyer de toutes sortes d'objectifs, j'ai préparé les instrumens suivans.

(57.) 1.^o Une planche *A* d'environ 12 pieds de long, Fig. 9, couverte de papier blanc, divisée en pieds & pouces.

(58.) 2.^o Une coulisse *b c d*, (qu'on voit représentée plus en grand *BCD*, fig. 10) percée de trois trous, dans le premier desquels *b b*, j'ai placé une plaque de cuivre mince, d'un pouce de diamètre, en y laissant une croix, au centre de laquelle on avoit percé un petit trou de trois lignes de diamètre, ensuite on y a collé un morceau de papier huilé pour en former un transparent; enfin l'on a attaché deux cheveux qui se croisent au centre du petit trou qui est au milieu de la croix.

(59.) 3.^o Une poupée *e* (dont on voit la coupe plus en grand, fig. 11), sur laquelle on a placé une coulisse verticale *f* ou *F*, fig. 11) qui en porte elle-même une horizontale *g* ou *G*, fig. 11), afin de pouvoir, suivant le besoin qu'on en peut avoir, élever ou abaisser les objectifs que l'on veut soumettre aux expériences, ou les couvrir en tout ou en partie par des diaphragmes ou autrement.

(60.) 4.^o Une autre poupée *h*, avec des coulisses pareilles à la précédente, mais qui n'est destinée qu'à porter un petit oculaire, dont on verra plus bas l'usage.

(61.) Une espèce d'équerre *i l*, (dont on voit aussi le profil en grand, fig. 11) qui porte deux petites règles de même longueur, (l'une *K* ou *K* fig. 11, fixe en bas, & l'autre *l* ou *L*, fig. 11); mobile le long de l'équerre, pour pouvoir rapporter à différentes hauteurs la distance que marque celle qui est fixée en bas.

(62.) Sur cette règle d'en bas, on a collé à son extrémité deux petites bandes d'ivoire, sur lesquelles on a divisé un pouce en lignes; mais en faisant attention à ne faire commencer dans l'une des deux, la division qu'à une demi-ligne de l'extrémité.

Planche VI,
fig. 12.

Par ce moyen, lorsqu'on veut mesurer la distance d'une poupée à l'extrémité de la planche, ou à une autre poupée, cette équerre étant placée sur la grande planche, qui est divisée en pouces; si l'on fait toucher la règle supérieure à la surface de la poupée, il se trouve toujours, soit d'un côté, soit de l'autre, quelqu'une des divisions de la règle inférieure, qui répond à l'une de celles de la grande planche, & qui fait juger, à une demi-ligne près de la distance cherchée.

Planche V,
fig. 10.

(63.) Tout étant ainsi préparé, on place la coulisse *bcd*, (fig. 9 ou fig. 10) qui porte le transparent à l'ouverture *n* d'une chambre obscure, où on l'adapte à une lanterne préparée pour cet usage, afin que la lumière du transparent soit la seule qu'on aperçoive dans l'obscurité. On place ensuite la grande planche, & on l'ajuste, par le moyen de l'équerre, de façon que la surface du transparent réponde au commencement de la division.

(64.) Ensuite on place la poupée *e*, qui porte l'objectif sur la grande planche, à la distance à peu près double du foyer qu'on connoît grossièrement.

(65.) Enfin on place la poupée *h* qui doit recevoir l'image de l'objet à une distance à peu près pareille, & on la fait avancer ou reculer jusqu'à ce que l'on aperçoive l'image de la manière la plus distincte qu'il est possible; alors on examine, par le moyen de l'équerre, la distance du transparent à l'objectif, & celle de l'objectif à la poupée qui reçoit l'image; si la première est plus grande que la seconde, on la diminue jusqu'à ce qu'elles deviennent égales & *vice versa*. On voit tout cet appareil en plan, profil & face dans la fig. 9.

(66.) Si l'on s'en tenoit à l'exactitude qu'on peut obtenir par cette méthode, on pourroit rester dans une incertitude de deux ou trois lignes, parce que le degré de distinction de l'image n'est pas assez différent dans cet espace pour que l'on puisse porter l'exactitude plus loin; mais voici ce que j'ai fait pour m'en procurer un plus grand.

(67.) J'ai placé, comme je l'ai dit plus haut, un petit oculaire de

7 à 8 lignes de foyer derrière la poupée *h*, destinée à recevoir l'image de l'objet, & je l'ai ajusté, de façon que son foyer coincidât avec le plan de la poupée qui est destiné à recevoir l'image. Pour cet effet, ayant mis sur une plaque de glace quelques petits objets, comme de la poussière d'ailes de papillon, j'ai appliqué la surface, sur laquelle je les avois mis, sur celle de la poupée *h*, vis-à-vis le trou de l'oculaire, & j'ai avancé ou reculé cet oculaire jusqu'à ce que je les visse le plus distinctement possible.

(68.) Après m'être ainsi assuré que son foyer se trouvoit parfaitement dans le plan destiné à recevoir l'image, & après avoir placé la poupée comme je l'ai dit plus haut, à la distance convenable pour que l'image vînt se peindre sur sa surface; il m'a été aisé, en haussant ou baissant l'objectif ou la poupée, de faire en sorte que l'image du petit trou, qui est au milieu de la croix du transparent, vînt tomber sur celui de la poupée qui répondoit à l'oculaire; alors en regardant par cet oculaire, j'apercevois aisément l'image des cheveux croisés sur ce petit trou du transparent, & lorsque je les voyois bien distinctement, j'étois sûr de la distance de ce foyer à une demi-ligne près; fait dont je m'assurois en dérangeant la poupée & recommençant plusieurs fois à la placer, sans jamais, comme je viens de le dire, me tromper de plus d'une demi-ligne.

(69.) Il est bon d'observer, que comme les distances que l'on prend ainsi, sont doubles de celles des foyers absolus, l'erreur sur celle des foyers ne peut pas s'étendre au-delà d'un quart de ligne.

(70.) Il est bon d'avertir aussi qu'il ne faut pas oublier de tenir compte de l'épaisseur du verre, dont la moitié appartient à chacune de ces distances.

(71.) Maintenant, pour appliquer cette expérience à la diffraction des verres; voici ce que j'ai fait.

(72.) 1.^o A la place du transparent que j'avois employé dans l'expérience précédente, j'ai fait enchâsser en *C* & *D*, dans la même coulisse (*fig. 10*) deux morceaux de verre, l'un rouge & Fig. 10.

l'autre bleu, les plus foncés que j'ai pu avoir; cette coulisse glissoit sur une petite planche *m*, percée d'un seul trou, auquel je faisois correspondre alternativement l'un des verres colorés, sur lesquels j'avois aussi attaché des cheveux croisés.

(73.) 2.^o A la place des objectifs ordinaires, j'en ai fait faire un composé de deux morceaux, l'un de *flint-glass*, & l'autre de glace ordinaire, mastiqués ensemble par le chan, & travaillés ainsi ensemble dans le même bassin pour être de la même courbure. Cette idée n'est pas de moi, elle m'a été indiquée par M. l'abbé Rochon, qui en avoit fait faire un pareil pour des expériences du même genre.

(74.) Tout étant ainsi préparé, j'ai commencé par mesurer le foyer absolu de chacune des deux moitiés du verre mi-partie, (en couvrant alternativement celle que l'on ne mesuroit pas actuellement) par la méthode que j'ai décrite plus haut.

(75.) Ensuite j'ai mesuré, par la même méthode, le foyer des rayons rouges & celui des rayons bleus de chacune des moitiés de ce verre, qui m'a servi à former la Table ci-jointe.

(76.) Cette Table est séparée en six colonnes.

La première marque l'espèce du verre *flint-glass*, ou verre ordinaire.

La seconde l'espèce du foyer blanc ou coloré.

La troisième la distance du point lumineux où commence la division de la grande planche, jusqu'au verre, non compris son épaisseur.

La quatrième la distance du point lumineux à l'image, dans laquelle est comprise l'épaisseur du verre.

La cinquième le vrai double foyer, en comprenant la demi épaisseur du verre.

La sixième le véritable foyer des rayons qui tombent parallèlement à l'axe du verre, conclu de toutes les observations précédentes,

TABLE des différens Foyers des rayons blancs ou colorés
d'un Verre double convexe mi-partie de Flint-glass & de
Verre ordinaire de la matière des Glaces de S^r Gobin.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
Verre ordinaire.	Foyer blanc. . . .	3. 4. 3			
	{ Au foyer blanc.	3. 4. 3	6. 8. $8\frac{3}{4}$	3. 4. $4\frac{3}{8}$	1. 8. $2\frac{3}{16}$
	{ Le foyer rouge.		6. 8. 10	3. 4. $5\frac{5}{8}$	1. 8. $2\frac{11}{16}$
	{ Au foyer blanc.	3. 4. 3			
	{ Le foyer bleu.		6. 8. $3\frac{1}{2}$	3. 3. $11\frac{1}{8}$	1. 7. $11\frac{9}{16}$
	{ Le foyer rouge.	3. 4. $3\frac{1}{2}$			
	{ à distances égales		6. 8. $9\frac{3}{4}$	3. 4. $4\frac{7}{8}$	1. 8. $2\frac{7}{16}$
	{ Le foyer bleu.	3. 4. $0\frac{7}{8}$			
Flint-glass.	{ à distances égales		6. 8. $4\frac{1}{2}$	3. 4. $1\frac{1}{4}$	1. 8. $0\frac{19}{16}$
	Foyer blanc. . . .	3. 0. $8\frac{1}{2}$			
	{ Au foyer blanc.	3. 0. $8\frac{1}{2}$	6. 1. $7\frac{3}{4}$	3. 0. $9\frac{7}{8}$	1. 6. $4\frac{15}{16}$
	{ Le foyer rouge.		6. 1. $10\frac{1}{2}$	3. 1. $0\frac{3}{8}$	1. 6. $6\frac{1}{16}$
	{ Au foyer blanc.	3. 0. $8\frac{1}{2}$			
	{ Le foyer bleu.		6. 1. 0	3. 0. $2\frac{1}{8}$	1. 6. $1\frac{1}{16}$
	{ Le foyer rouge.	3. 0. 11			
	{ à distances égales		6. 2. $0\frac{3}{4}$	3. 1. $0\frac{3}{8}$	1. 6. $6\frac{3}{16}$
	{ Le foyer bleu.	3. 0. 5			
	{ à distances égales		6. 1. $0\frac{3}{4}$	3. 0. $6\frac{3}{8}$	1. 6. $3\frac{3}{16}$

(77.) Il n'est pas inutile d'observer ici, que j'aurois pu, au lieu des verres colorés, employer les couleurs prismatiques naturelles, en les faisant tomber sur un cercle de carton blanc, comme l'a fait M. Newton; mais cette expérience, qui étoit suffisante pour

Mém. 1767.

. K k k

l'objet qu'il s'étoit proposé, n'étoit pas propre à celui que j'enviesageois, non-seulement parce que le mouvement du Soleil n'auroit pas donné (quoiqu'on pût y employer l'héliostate de M. s'Gravefande) assez de stabilité à la nuance de couleur que j'aurois fait tomber sur le cercle de carton, mais encore, parce que les couleurs prismatiques étant trop mêlées, je n'aurois pu déterminer que trop imparfaitement les degrés de couleurs dont je voulois déterminer les différens foyers, & qui devoient être indispensablement les mêmes, soit que j'employasse le demi-objectif de *flint-glass*, ou celui du verre commun, puisque sans cela je n'aurois pu compter sur le rapport de leurs effets respectifs.

(78.) Il est aisé de voir qu'indépendamment de la précision, dont ces expériences sont susceptibles, elles ont de plus l'avantage de pouvoir être répétées facilement & promptement, & qu'elles donnent à un artiste, qui veut faire un objectif achromatique, la facilité de s'assurer avec beaucoup d'exactitude des qualités des matières qu'il a dessein d'employer.

(79.) Après que j'eus mesuré les différens foyers du verre mi-parti, dont je viens de parler, je pensai que je pouvois soumettre aux mêmes expériences un objectif achromatique tout monté. Mon dessein étoit d'éprouver si la correction que les courbures des trois plaques de verre, & leurs différentes espèces devoient produire, étoit parfaite; en ce cas le foyer des rayons colorés, soit rouges, soit bleus, devoient être le même que le foyer blanc.

(80.) Pour cet effet, je pris l'objectif d'une petite lunette de poche de M. Dollond, que je mis en expérience, & je trouvai que,

	pieds.	pouc.	lign.	Foyer simple.		
	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.
Son foyer double pour les rayons blancs étoit	4.	11.	4.	2.	5.	8.
Pour les rayons rouges.	4.	11.	2.	2.	5.	7.
Et pour les bleus	4.	11.	9.	2.	5.	10½.

(81.) Ce qui me fit voir que la correction étoit trop forte; puisqu'elle avoit renversé la disposition ordinaire en faisant plier les rayons rouges, qui sont ordinairement moins réfrangibles, plus que les bleus, qui le sont davantage dans l'ordre naturel.

(82.) Cette expérience m'ayant tenté d'en répéter une pareille sur mon grand objectif, qui fait le sujet de ce Mémoire, je trouvai, avec la plus grande satisfaction, qu'il rassembloit tous les rayons, soit blancs, soit rouges, soit bleus, très-parfaitement & très-exactement dans le même foyer.

(83.) Cette expérience peut être d'un grand avantage pour ceux qui construisent des verres achromatiques, parce que l'appareil en étant assez simple, & pouvant être toujours disposé, ils peuvent, à mesure qu'ils travaillent, essayer si la courbure du *flint-glass*, qui doit corriger l'aberration des couleurs, demande à être augmentée ou diminuée, & n'arrêter leur travail que quand ils auront pu faire coïncider au même foyer les rayons blancs, bleus & rouges.

SECONDE PARTIE.

Expériences pour déterminer toutes les dimensions d'épaisseur, de courbure & de distance de tous les Verres qui composent la Lunette achromatique de 3 pieds 5 pouces.

ARTICLE I.^{er}

Des Épaisseurs.

(84.) J'ai mesuré les épaisseurs de tous les oculaires, suivant la méthode indiquée dans l'article 42 & suivans; c'est-à-dire, avec le compas d'épaisseur appliqué au micromètre.

(85.) Par rapport à l'objectif, comme je n'ai pas voulu hasarder de le desservir, je me suis servi, pour conclure l'épaisseur des trois plaques dont il est composé, de la méthode indiquée art. 47.

(86.) Pour cet effet j'ai fixé cet objectif sur la poupée mobile Planche IV,
fig. 7. D de cet instrument, & j'ai placé des poussières d'ailes de papillon sur les deux surfaces extérieures, afin de les distinguer d'une façon sûre.

(87.) J'ai marqué ensuite, avec le plus de précision qu'il m'a été possible, le nombre de tours & de parties du micromètre

K k k ij

qu'il avoit parcouru, lorsque je rencontrois au foyer une nouvelle surface, que je reconnoissois à de petits points semblables à de petites poussières, que le microscope fait toujours apercevoir sur les surfaces mêmes les mieux polies.

(88.) La première & la dernière surface étoient très-aisées à reconnoître, parce que j'y avois placé, comme je viens de le dire, de la poussière d'ailes de papillon. Je devois en rencontrer quatre autres dans l'intérieur du verre; mais j'ai lieu de croire que la seconde surface du premier verre, & la première du second, se touchent, ou du moins sont extrêmement proches, non-seulement parce que je n'ai pu les distinguer l'une de l'autre, mais encore parce que l'on observe dans les bords de l'objectif des anneaux colorés, tels que ceux qu'occasionne la pression de deux verres l'un contre l'autre, qui par conséquent démontre le contact presque immédiat.

(89.) En conséquence, voici les mesures que j'ai trouvées.

L'épaisseur du premier verre s'est trouvée de 560 parties du micromètre.

Celle du second..... 400.

Et celle du troisième..... 580.

(90.) Pour en conclure l'épaisseur réelle, j'ai pris dans la Table, pour le premier & le troisième verre, la proportion du *crown-glass*, dont ils sont faits, & pour celui du milieu celle du *flint-glass*, & j'ai trouvé que

	parties du micromètre.	lignes.
Le premier devoit avoir pour épaisseur réelle	8,41	= 2,11
Le second	6,36	= 1,59
Et le troisième	8,71	= 2,18
	<hr/>	
	2348	= 5,88.

(91.) J'ai trouvé ensuite avec le compas d'épaisseur, placé sous le microscope, l'épaisseur totale du verre, composé des trois plaques, & je l'ai trouvée de $2365^P = 5,91$ lignes.

(92.) La différence de 0,03 de ligne entre ces deux mesures, est trop petite pour que l'on ne puisse pas regarder comme bonne la mesure de chacun des verres rapportée ci-dessus.

ARTICLE II.

Des courbures des surfaces.

(93.) Les courbures de tous les oculaires ont été déterminées par leur foyer ; mais pour déterminer ces foyers avec précision, voici la méthode que j'ai employée.

(94.) J'ai fait faire une petite plaque de cuivre *A*, pliée en équerre, dans laquelle il y a un petit trou *B*. J'ai arrêté cette plaque au bout d'un morceau de bois *C*, à l'autre bout duquel j'ai arrêté aussi la pièce qui a été décrite, *figure 4*, destinée à recevoir le micromètre & à le fixer à la distance convenable; ensuite j'ai fait faire la petite plaque de cuivre *D*, aussi pliée en équerre, afin de pouvoir être prise & serrée dans la pince du micromètre : cette plaque, dont on voit la face en *E*, porte un petit morceau de glace taillé en biseau par les bords, afin que sa surface puisse déborder la sertissure qui l'arrête sur la plaque de cuivre.

Planche VI,
fig. 13.

(95.) Les choses étant ainsi préparées, je fixe avec de la cire l'oculaire dont je veux connoître le foyer, sur la première plaque *B*, en observant que la cire qui doit le fixer ne puisse atteindre sa surface extérieure; ensuite, après avoir mis des poussières de papillon sur la face du cristal de la pièce *D*, & avoir ajusté le micromètre au commencement de ses divisions, j'approche le micromètre tout entier en le faisant couler dans la pièce *FF*, (qui est comme on l'a dit, la même que la *figure 4*) jusqu'à ce que la surface du cristal, qui est chargée de poussières de papillon, touche la surface de l'oculaire, & je le fixe dans cette situation par le moyen de la vis de pression *b*; dans cet état j'éloigne, par la vis de compte du micromètre, la plaque, jusqu'à ce que les poussières de papillon paroissent bien distinctes à travers l'oculaire *B*, qui est placé devant le trou de la plaque *A*, qui a été ménagé pour cela, & le nombre de révolutions & de parties du micromètre me donnent la distance focale avec beaucoup de précision.

Planche IV.

(96.) Quant aux courbures des différentes plaques qui composent le grand objectif, pour m'en assurer sans le démonter, par les raisons que j'ai dit plus haut, j'ai été obligé d'employer des moyens plus compliqués.

(97.) 1.^o J'ai mesuré le foyer de cet objectif, résultant de la combinaison des trois plaques dont il est composé, par la méthode rapportée, *article 56 & suivans*, & je l'ai trouvée de 3 pieds 5 pouces $4\frac{3}{4}$ lignes, à partir du centre du verre.

(98.) 2.^o J'ai mesuré la courbure des deux surfaces extérieures, par le moyen d'un petit instrument que j'ai fait faire pour cet effet, & dont je donnerai plus bas la description.

(99.) 3.^o J'ai mesuré les foyers de réflexion qu'ont produit chacune des trois surfaces concaves de chaque côté de ce verre, en l'exposant au Soleil; ceci demandera un détail particulier, que j'exposerai aussi plus bas.

(100.) Pour mieux entendre ces trois opérations, il faut reprendre les deux dernières, chacune en particulier; la première ayant déjà été expliquée, *article 56 & suivans*.

Planche VII,
fig. 14.

(101.) J'ai fait faire une petite règle *AA*, d'environ 6 pouces de long, qui porte deux rainures, entre lesquelles il se trouve un espace plein.

(102.) Sur cet espace est attachée une pièce *C*, qui s'arrête par le moyen de deux vis *DD*, perpendiculairement sur la règle: cette pièce porte une coulisse *EE*, conduite par la vis *F*; cette coulisse, dont le bout *G* est terminé en pointe, traverse la règle, & peut s'allonger ou se raccourcir à volonté, par le moyen de la vis *F*.

(103.) J'ai fait faire ensuite les deux petites pièces *HH* en équerre, qui portent deux pointes pareilles à celles de la coulisse, & qui sont destinées à couler elles-mêmes dans les rainures de la règle, dans laquelle on les fixe à volonté, par le moyen des vis *I, I*.

(104.) Il faut avoir attention que les trois pointes, celle de la coulisse du milieu, & celles des deux espèces de poupées,

soient bien dans le même plan, pour pouvoir toucher en même-temps une petite règle, dont je parlerai tout-à-l'heure.

(105.) Ces pièces étant ainsi préparées, j'ai divisé la petite règle, de façon que quand les deux poupées se trouvent au commencement de la division, elles enferment un espace d'un pouce, dont la pointe de la coulisse occupe le milieu: cette division est faite de ligne en ligne, & sur chacune des poupées j'ai tracé une division de Vernier, pour avoir les dixièmes de ligne.

(106.) J'ai fait faire ensuite une petite pièce de bois *A*, Fig. 15. percée d'un trou rond, sur laquelle est attachée la petite règle *BB*, d'environ 6 pouces, dressée avec beaucoup de soin.

(107.) Au-dessous de cette petite pièce de bois *A*, on a fixé Fig. 16. la petite plaque de cuivre *B*, pliée en double équerre, & destinée à entrer dans la pince du micromètre du porte-objet du microscope.

(108.) Ces deux petits instrumens ont été destinés à mesurer le sinus versé des courbures extérieures de l'objectif: voici l'usage que j'en ai fait.

(109.) 1.^o J'ai placé les deux pièces *HH*, & les ai arrêté Fig. 14. de façon que leurs deux pointes se trouvassent chacune à 19 lignes du centre de la petite coulisse, & par conséquent qu'elles renfermassent un espace de 3 pouces 2 lignes, qui étoit la plus grande corde que je pusse mesurer sur l'objectif qui a 3 pouces 4 lignes d'ouverture totale.

(110.) 2.^o J'ai fait avancer la pointe portée par la coulisse, jusqu'à ce que, l'ayant présentée perpendiculairement sur l'objectif, elle ne permît pas aux deux pointes de porter ensemble, alors je l'ai fait reculer petit à petit, jusqu'à ce qu'en répétant la même opération, les trois pointes portassent à la fois.

Nota. Cette expérience comporte assez de précision pour que l'on s'aperçoive du contact à un 400.^e de ligne près, car en faisant cheminer la coulisse d'une seule partie du cadran, (divisé en 100 pour chaque tour de la vis, dont le pas répond à un quart de ligne) on sent très-distinctement que les trois pointes portent ou qu'elles ne portent pas.

Fig. 15. (111.) 3.^o J'ai arrêté la petite pièce dans la pince du micromètre, dont j'avois déjà placé l'index au commencement de la division, & ayant mis le tout sous le microscope, je l'ai arrêté, de façon que la petite règle *BB* parut coïncider avec le fil du micromètre du microscope.

Fig. 14. (112.) 4.^o J'ai placé le petit instrument, de façon que les deux pointes touchoient & s'appuyoient sur la petite règle.

Il est aisé de concevoir que le petit espace qui reste entre la pointe *G* du milieu du petit instrument, & la règle, est la mesure du sinus versé de la courbure que l'on cherche.

(113.) 5.^o Pour mesurer cet espace, il n'est pas moins aisé d'apercevoir, qu'en faisant mouvoir le micromètre extérieur, qui porte ce petit appareil tout ensemble, jusqu'à ce que la pointe du milieu du petit instrument paroisse toucher le fil du micromètre intérieur, qui coincidoit avec la petite règle, il donne exactement la mesure de ce petit espace.

(114.) En répétant plusieurs fois cette expérience, j'ai trouvé constamment que le sinus versé de la corde de 38 lignes, de la courbure extérieure, du côté du verre qui regarde l'objet, étoit de 0,58 de ligne. & celle de l'autre côté de 0,56,

Ce qui donne pour rayon de cette première courbure 25^{pouces} 11,5^{lig.}

Et pour rayon de la seconde : 26. 10,6.

Ces deux courbures ainsi mesurées, il me restoit à faire la troisième opération ; c'est - à - dire , à m'assurer des courbures intérieures.

Fig. 17. (115.) Pour cet effet j'ai placé au bout du canal d'une machine parallactique, destinée à porter ma lunette, une plaque de cuivre, percée de cinq trous ; celui du centre carré, & les quatre autres ronds, distribués également sur un cercle de 2 pouces de diamètre.

(116.) Le trou carré du centre, qui est destiné à laisser passer une baguette divisée en pouces, lignes, &c. est fait aussi pour recevoir une petite pièce couverte de papier blanc, qui le bouche entièrement quand on le veut ; il a environ 3 ou 4 lignes d'ouverture ;

d'ouverture; les quatre autres trous ont environ 3 lignes de diamètre.

(117.) J'ai ensuite orienté la machine parallaxique, de façon que cette petite plaque fût toujours perpendiculaire aux rayons du soleil.

(118.) Ensuite j'ai placé l'objectif, dont je voulois mesurer les courbures, sur le bout d'un rouleau qui remplissoit le canal de la machine, mais qui avoit la faculté de s'avancer ou de reculer à ma volonté.

(119.) Tout étant ainsi préparé & exposé au soleil, & ayant bouché le trou carré de la plaque de cuivre, j'apercevois, suivant la distance à laquelle je tenois l'objectif de cette plaque, huit images rondes des quatre trous qui se trouvoient autour du centre de la plaque, & à mesure que j'approchois l'objectif, je voyois quatre de ces images se rapprocher, ensuite se réunir, & enfin s'écarter de nouveau, pendant que les autres faisoient le même effet à une distance différente: pour en tirer la mesure précise, dès que la première réunion de quatre images me parut exacte, je fixai l'objectif, & ayant débouché le trou carré de la plaque de cuivre, j'y passai une baguette, divisée très-exactement, qui me donna la distance de ce premier foyer.

Nota. J'aurois dû voir douze images, puisque chacune des surfaces qui se trouvoient concaves, par rapport au Soleil, auroit dû en fournir quatre; on verra plus bas pourquoi je n'en apercevois que huit.

(120.) Je répétais la même chose pour le second foyer; enfin, en cherchant un troisième foyer, comme je pensois qu'il devoit y en avoir, je rencontrai, en continuant d'approcher le verre de la plaque, quatre points, mais beaucoup plus petits que les premiers, qui n'avoient pas paru d'abord, & qui se réunirent, ainsi que les autres, en un foyer d'une lumière très-foible.

(121.) Ensuite je retournai l'objectif, de façon qu'il présentât au soleil la surface opposée, & je mesurai de même les deux foyers principaux, & celui des petits points: voici les résultats.

Mém. 1767.

. LII

(122.) L'objectif ayant la face extérieure qui regarde l'objet exposée au Soleil.

	ponces.	lignes.
Le premier foyer, qui étoit celui des petits points, a été de..	2.	3 $\frac{1}{2}$.
Le second.....	5.	6 $\frac{1}{4}$.
Le troisième.....	7.	8 $\frac{1}{2}$.

La face intérieure du côté du Soleil.

Le premier foyer de.....	2.	3 $\frac{1}{2}$.
Le second.....	6.	2 $\frac{1}{2}$.
Le troisième.....	7.	5 $\frac{3}{4}$.

(123.) Par ce moyen, j'ai eu des élémens propres à trouver les courbures des trois verres qui composent mon objectif ; j'avois même, dans cette opération, une seconde détermination des deux surfaces extérieures que j'avois pu connoître immédiatement par la mesure des sinus versés que j'ai rapportée plus haut ; mais ces élémens exigeoient encore, pour en déduire les courbures, un calcul très-délicat & assez long, dont M. Bezout a bien voulu se charger *, & quelques autres expériences que je continuai.

(124.) La première que je tentai fut de déterminer, à laquelle des surfaces appartenoit chacun des foyers que j'avois trouvé.

(125.) Pour cet effet, je priai M. de l'Étang (qui a réussi à faire de très-bons objectifs achromatiques, parce qu'il joint beaucoup de théorie à beaucoup de sagacité dans les expériences, & une grande adresse dans l'exécution) de me prêter un excellent verre achromatique de 3 pieds de foyer qu'il a exécuté, qui est ainsi que le mien, composé de trois plaques de verre, dont une double concave de *flint-glass*, enfermée entre deux doubles convexes de la matière de nos glaces, & de venir m'aider à faire les expériences.

(126.) Nous trouvions dans ce verre la facilité de pouvoir séparer les plaques, d'en mesurer immédiatement les courbures, & comme elles étoient déjà connues par les bassins, dans lesquels

* Voyez à la fin du Mémoire, les formules calculées par M. Bezout.

M. de l'Étang les avoit travaillées, nous étions à portée de juger de l'exactitude de toutes les expériences, par différentes espèces de vérifications.

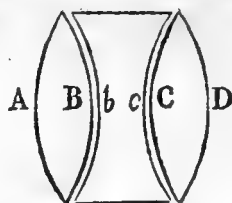
(127.) Nous primes donc ce verre tout monté, & nous l'exposâmes au Soleil sur la machine parallaxique, avec le même appareil dont je m'étois servi pour le mien.

(128.) Nous remarquâmes d'abord que nous apercevions douze points ronds, à peu près de même grandeur, au lieu de huit seulement que nous avions aperçus avec mon objectif, & nous les vîmes se réunir successivement en trois foyers, dont voici le résultat.

Ayant exposé au Soleil				
	Le côté de l'objet.		Le côté opposé.	
	pouces.	lignes.	pouces.	lignes.
Premier foyer.	5.	1 $\frac{1}{2}$	4.	10.
Second.	5.	8.	5.	8.
Troisième.	7.	1 $\frac{3}{4}$	7.	1 $\frac{3}{4}$.

(129.) Nous remarquâmes d'abord que les second & troisième foyers de chaque côté du verre étant égaux, les deux verres doubles convexes qui enferment le *flint-glass* étoient égaux ; ce que nous savions d'ailleurs, & cela nous prouva, en même-temps, que les deux premiers foyers, qui étoient les plus courts & inégaux, appartenoient aux deux surfaces du *flint-glass*, que nous savions aussi être de courbures différentes.

(130.) Pour savoir ensuite à quelle surface appartenoient les deux autres foyers, nous séparâmes un des deux verres doubles convexes, & en ayant mesuré le foyer séparément des autres, nous trouvâmes qu'il étoit de 5 pouces 8 lignes, ce qui démonstroît que le second foyer lui appartenoit, & par conséquent que le troisième, qui étoit le plus long, appartenoit à la dernière surface, comme on l'a marqué dans la Table suivante, où l'on a mis aussi les longueurs des rayons des courbures.



Le côté *A* au Soleil.

	Rayon de courbure.		Foyers de réflexion.	
		pouces.		pouces. lignes.
<i>B</i>	24.	5.	8.
<i>b</i>	20.	5.	1 $\frac{1}{2}$.
<i>D</i>	25.	7.	1 $\frac{3}{4}$.

Le côté *D* au Soleil.

<i>C</i>	24.	5.	8.
<i>c</i>	18.	4.	10.
<i>A</i>	25.	7.	1 $\frac{3}{4}$.

(131.) Présentement, pour faire l'application de cette expérience à mon objectif, il faut d'abord faire attention, que n'ayant aperçu d'abord que huit points ronds, nous n'avions d'indication que de deux surfaces, & que les petits points qui avoient formé un troisième foyer, étoient si différens des autres, avoient si peu d'intensité, & donnoient un foyer si court, que l'on ne pouvoit l'attribuer à une surface qui eût les mêmes conditions que les autres; en effet, après y avoir réfléchi, nous pensâmes que l'on ne pouvoit l'attribuer qu'à une seconde réflexion de la surface *B*, après que les rayons qui avoient été réfléchis la première fois par cette même surface *B* en avoient éprouvé une en *A*, & qu'ainsi ce foyer devoit être exclu. Il ne nous restoit donc que deux foyers; mais que devenoit le troisième que nous avions vu si clairement dans le verre de M. l'Étang?

(132.) Je pensai que si la surface *b* étoit d'une concavité, dont le rayon fût égal à celui de la convexité de *B*, leurs foyers de réflexion devoient être confondus & n'en former qu'un seul.

(133.) Cette idée se trouvoit confirmée par une forte induction; c'étoit, que sur mon objectif on apercevoit vers les bords des anneaux colorés de l'espèce de ceux qui sont formés par la pression des verres, dont les surfaces sont à très-peu près les mêmes, & dont les bandes colorées sont d'autant plus larges que les surfaces qui se touchent approchent davantage de l'égalité, & c'est de cette espèce que sont celles qui paroissent sur mon objectif.

(134.) L'expérience suivante sembloit achever de démontrer que l'idée que j'avois eue étoit fondée, car ayant pris deux verres, l'un concave & l'autre d'une convexité à peu près semblable à la concavité du premier, après les avoir mis l'un sur l'autre, de façon que leurs courbures semblables se touchassent; lorsqu'ils n'étoient pas bien centrés l'on apercevoit leurs deux foyers distincts l'un de l'autre, mais à la même distance focale, & lorsqu'on parvenoit à les bien centrer (ce qui est le cas de l'objectif), les deux foyers se confondoient en un seul.

(135.) De-là, il sembloit résulter démonstrativement que le foyer de 5 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$, que j'avois trouvé pour la surface *B* de mon objectif quand le côté *A* est tourné au Soleil, appartenoit également à la surface *b*, & par conséquent que son rayon de courbure étoit le même, &, par la même analogie, que le foyer de 6 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$ appartenoit également aux surfaces *C* & *c*, quand le côté *D* est exposé au Soleil.

(136.) Mais (& c'est ce qui fait voir combien on doit être réservé dans l'explication des phénomènes dont les circonstances paroissent les mieux éclaircies) de nouvelles expériences, que je vais rapporter, m'ont démontré que, quoique les apparences dans les deux cas dans lesquels on mettoit l'objectif en expérience, c'est-à-dire quand on tournoit le côté *A* au Soleil ou quand on y tournoit le côté opposé *D*, parussent presque les mêmes, elles devoient être attribuées à des causes très-différentes, & que je n'avois deviné la vérité que pour un de ces deux cas: voici les nouvelles expériences qui m'en ont convaincu.

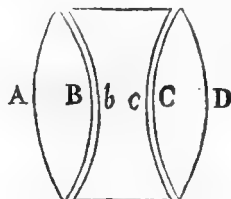
(137.) Ayant appris que M. de la Lande avoit une lunette

de Dollond des mêmes proportions que la mienne, qu'il en avoit fait desservir l'objectif par le sieur Georges & qu'il l'avoit fait remonter dans une monture telle que l'on pût toujours séparer, quand on le voudroit, les trois plaques de verre dont il étoit composé; je le lui demandai, & il voulut bien me le confier.

(138.) J'invitai M.^{rs} Bezout & de l'Étang à venir m'aider aux expériences que je me propoisois de faire pour vérifier les mesures de cet objectif: voici le détail de ces expériences.

I.^{re} E X P É R I E N C E.

(139.) Nous commençâmes par mesurer le foyer total de l'objectif tout monté, par le moyen d'une plaque de cuivre percée de quatre trous, qui, étant placée sur le verre exposé au Soleil, formoit quatre images dont la réunion nous indiqua le foyer total de 42 pouces 6 lignes; nous n'avions pas besoin de plus de précision dans cette expérience, parce que nous ne cherchions qu'à voir si cet objectif étoit construit sur des mesures semblables à celles du mien, & la différence d'environ 13 lignes du foyer de celui-là à celui du mien, qui n'a que 41 pouces 4 lignes $\frac{1}{4}$ de foyer, nous parut trop peu considérable pour ne pas juger qu'il avoit été construit dans les mêmes baffleins.

II.^{me} E X P É R I E N C E.

(140.) Nous mesurâmes les réflexions du verre tout monté, avec le même appareil & les mêmes précautions que j'avois prises pour mesurer celles du mien, & nous trouvâmes,

Le côté *A* étant exposé au Soleil,

I.....	2pouces.	3lignes $\frac{1}{2}$.
II.....	5.	6 $\frac{1}{2}$.
III.....	7.	6 $\frac{1}{2}$.

Le côté *D* au Soleil,

I.....	2 pouces.	3 lignes $\frac{3}{4}$.
II.....	6.	2 $\frac{3}{4}$.
III.....	7.	9 $\frac{3}{4}$.

III.^{me} E X P É R I E N C E.

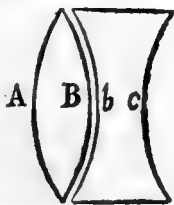
(141.) Le verre ayant été tiré de la monture, nous avons pris, par la même méthode que nous avons suivie pour le verre tout monté, les foyers de réfraction des deux verres doubles convexes de *crown-glass*, & nous trouvâmes

Le foyer du verre <i>AB</i>	28 pouces.	5 lignes $\frac{3}{4}$.
Celui du verre <i>CD</i>	24.	3 $\frac{1}{2}$.

IV.^{me} E X P É R I E N C E.

(142.) Nous mesurâmes les foyers de réflexion de chacune des surfaces, de chacun des trois verres séparément, & nous trouvâmes celles

De la surface <i>A</i> du verre <i>AB</i>	6 pouces.	9 lignes $\frac{3}{4}$.
De la surface <i>B</i> du même.....	7.	6 $\frac{1}{2}$.
De la surface <i>b</i> du <i>flint-glass</i>	19.	7.
De la surface <i>c</i> du même.....	26.	3.
Des surfaces <i>C</i> & <i>D</i> du verre <i>CD</i> , qui par conséquent est isocèle.....	6.	2 $\frac{3}{4}$.

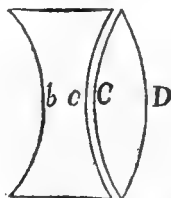
V.^{me} E X P É R I E N C E.

(143.) Nous avons ensuite pris le verre *AB* & le *flint-glass* *bc*, sans y joindre le verre *CD*, mais placés l'un par rapport à l'autre, comme ils le sont quand l'objectif est monté, & les ayant exposés le côté *A* tourné au Soleil.

(144.) Nous remarquâmes d'abord que nous trouvions la réflexion des petits points (dont j'ai parlé plus haut, *art.* 131) à 2 pouces 3 lignes $\frac{3}{4}$ comme quand nous avions présenté l'objectif tout monté; d'où nous conclûmes que ces petits points n'étoient qu'une double réflexion qui étoit inutile comme je l'avois dit *article* 131, nous trouvâmes ensuite

La réflexion de *B*, comme dans la 2.^e expérience... 7 pouces. 6 lignes $\frac{1}{2}$
 Celle *b*..... 5. 6 $\frac{1}{4}$.

En tournant le côté *c* du *flint-glass* au Soleil, la réflexion de cette surface *c* étoit la même que dans la quatrième expérience; c'est-à-dire 26 pouces 3 lignes, & celle de *A*, 23 pouces.

V I.^{me} E X P É R I E N C E.

145. Nous primes ensuite le *flint-glass* *bc* avec le verre *CD*, en supprimant le verre *AB*, mais toujours placés comme dans l'objectif tout monté.

Le côté *b* étant tourné au Soleil, nous trouvâmes la réflexion de cette surface *b*, comme dans la quatrième expérience... 19 pouces 7 lignes.

Celle de la surface *D*..... 18. 3 $\frac{1}{2}$.

Le côté *D* étant tourné au Soleil, nous trouvâmes que les réflexions de *C* & *c* étoient les mêmes,

c'est-à-dire de..... 6. 2 $\frac{3}{4}$.

(146.) De toutes ces expériences, il résulte des faits assez extraordinaires: en effet si l'on considère,

1.^o Que quand on présente l'objectif au Soleil, soit d'un côté, soit de l'autre, des six surfaces dont il est composé il y en a toujours trois concaves, qui par conséquent devroient fournir trois foyers de réflexion, comme cela arrive en effet dans l'objectif qui a été construit par M. de l'Étang.

2.^o Que

2.^o Que l'on n'aperçoit dans les objectifs construits par Dollond, que deux foyers de réflexion, & que par conséquent on en doit conclure que le troisième qu'on n'aperçoit pas, doit se confondre avec un des deux que l'on distingue.

(147.) On est fort porté à croire que dans les deux cas opposés, c'est-à-dire quand on présente le côté *A* ou le côté *D* au Soleil, ce sont les foyers des surfaces analogues qui se confondent, cependant cela est fort différent comme on va le voir.

(148.) En effet, lorsque le côté *D* est exposé au Soleil, il est incontestable par les 4.^e & 6.^e expériences que la deuxième réflexion, 6 pouces 2 lignes $\frac{3}{4}$, appartient également aux surfaces *C* & *c*, & par conséquent que la 3.^e 7 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$, ne peut être formée que par la surface *A*.

(149.) Lorsqu'au contraire le côté *A* est exposé au Soleil, il est également incontestable par les 4.^e & 5.^e expériences, que la troisième réflexion, 7 pouc. 6 lign. $\frac{1}{2}$, appartient à la surface *B*; & que par la 5.^e expérience la deuxième réflexion, 5 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$, appartient à la surface *b*; d'où il résulteroit que la surface *D*, n'en fourniroit aucune, si celle qu'elle doit fournir ne se confondoit avec une de ces deux qui ne peut être que celle de *B*, 7 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$, l'autre étant trop courte & n'étant pas dans l'analogie du premier cas dans lequel le côté *D* étant tourné au Soleil, la surface *A* forme la réflexion de 7 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$ *.

(150.) Il est évident que dans le premier cas, c'est-à-dire quand *D* est tourné au Soleil, ce sont les surfaces *C* & *c*,

* Depuis mon Mémoire fini, j'ai eu la satisfaction de voir que l'expérience a pleinement justifié ma conjecture, car ayant redemandé le verre de M. de la Lande, j'imaginai que si, en le présentant au Soleil, je pouvois décentrer le verre *CD*, comme je l'avois fait dans l'expérience rapportée, art. 134, je verrois le foyer de la surface *D* à côté & à la même

distance que celui que je savois appartenir à la surface *B*, & le fait y répondit, car après avoir tiré l'objectif de sa monture & avoir tenu le verre *CD* dans une situation un peu excentrique, j'aperçus très-distinctement quatre nouvelles images, qui se réunirent un peu à côté, mais à la même distance, 7 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, que celles du foyer de la surface *B*.

Mém. 1767.

. M m m

contiguës l'une à l'autre, dont les foyers de réflexion se confondent; & que dans le second, c'est-à-dire quand *A* est tourné au Soleil, ce sont les surfaces *D* & *B*, c'est-à-dire la première & la dernière dont les foyers se confondent.

(151.) Maintenant, pour appliquer tout ce qui vient d'être dit à mon objectif & en conclure les différentes courbures des verres qui le composent, il faut appliquer (comme on l'a fait, *art.* 149, pour le verre de M. de la Lande) la 3.^e réflexion, 7 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, *A* étant tourné au Soleil, à la surface *B*. La deuxième, 5 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$, à la surface *b*, & pour la surface *D*, dont la réflexion se confond avec celle de *B*, la même troisième réflexion, 7 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, qu'on a trouvée pour cette surface; il faut aussi par la même raison & la même analogie, attribuer la seconde réflexion, 6 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$, *D* étant tourné au Soleil, également aux deux surfaces *C* & *c*, & la troisième 7 pouces 5 lignes $\frac{3}{4}$ à la surface *A*; alors en appliquant les formules de M. Bezout à ces différentes réflexions, on en conclut les rayons de courbures marqués dans la Table suivante.

Surfaces.	Foyers de réflexion.		Rayons de courbure.	
	pouces.	lignes.	pouces.	lignes.
<i>A</i>	7.	5 $\frac{3}{4}$	25.	11,5.
<i>B</i>	7.	8 $\frac{1}{2}$	32.	8.
<i>b</i>	5.	6 $\frac{1}{4}$	17.	16.
<i>c</i> }.....	6.	2 $\frac{1}{2}$	24.	6.
<i>C</i> }				
<i>D</i>	7.	8 $\frac{1}{2}$	26.	10,6.

A R T I C L E I I I.

Des distances des Verres.

(152.) Pour mesurer les distances des verres avec le plus d'exactitude qu'il m'a été possible, j'ai fait faire deux instrumens; le premier est une petite règle de bois de 4 pieds de long, divisée en pouces & lignes avec le plus de soin & de précision que l'on a pu y mettre.

(153.) Le second est une petite règle de cuivre d'environ 4
pouces de long *AA*, à laquelle j'ai fait souder dans le milieu une
pièce *B* en équerre. Planche VII,
fig. 18.

(154.) J'ai fait faire dans cette pièce une rainure à queue
d'aronde pour recevoir la règlette à biseaux *CC*, qui puisse
couler dans cette rainure de façon à être toujours à fleur de la
surface.

(155.) J'ai divisé cette règlette en pouces & lignes, & j'ai
tracé sur la coulisse une division de Vernier, par le moyen de
laquelle on peut juger de l'allongement de la règle jusqu'à la
précision d'un dixième de ligne.

(156.) L'usage de cet instrument me paroît si facile à
entendre, que je ne crois pas nécessaire d'en donner une plus ample
explication.

(157.) C'est avec ces instrumens, & tous ceux que j'ai décrits
précédemment, que j'ai dressé la Table suivante de toutes les
dimensions de ma lunette.

(158.) La *figure 19*, représente les trois plaques qui composent
l'objectif, séparées les unes des autres pour en mieux distinguer
& mesurer les courbures : cette figure, ainsi que les suivantes,
sont dessinées sur une échelle de moitié de la grandeur naturelle. Planc. VIII.

(159.) La *figure 20*, représente en coupe les deux bouts de
la lunette ; dans l'un l'objectif est représenté tout monté en *AD*,
& dans l'autre on voit l'équipage du micromètre.

(160.) La *figure 21*, représente l'équipage destiné pour le
Ciel, dont les oculaires sont très-courts.

(161.) La *figure 22*, représente l'équipage pour la Terre,
qui est composé de quatre oculaires.

(162.) TABLE des dimensions de la Lunette achromatique
de 3 pieds & demi de longueur, faite par le
sieur Dollond, à Londres.

	RAYONS de Courbure.	ÉPAISSEURS.	FOYERS.	DISTANCES.
	pouces lignes.			
A Fig. 19...	25. 11,5			
B.....	32. 8			
b.....	17. 10			
c.....	24. 6			
C.....	24. 6			
D.....	26. 10,6			
		lignes.		
AB.....	2,11		
bc.....	1,59		
CD.....	2,18		
			pieds. pouc. lignes.	
AD Fig. 20.	5,91	3. 5. 4, $\frac{1}{2}$	
FG.....	1,62	" 1. 0, $\frac{3}{4}$	
IK.....	1,25	" " 5,45	
LM Fig. 21.	1,60	" " 8,30	
NO.....	0,97	" " 3,53	
PQ Fig. 22..	1,02	" 1. 2, $\frac{1}{2}$	
RS.....	1,23	" 1. 7	
TV.....	1,25	" 1. 10, $\frac{3}{4}$	
XY.....	1,47	" 1. 2	
				pieds. pouc. lignes.
DE Fig. 20.	3. 4. 2, $\frac{1}{2}$
GH.....	" " 2,36
HI.....	" " 1,84
P Fig. 22...	" 9. 5,9
QR.....	" 1. 10,48
ST.....	" 3. 10,17
VX.....	" 1. 9,45

TROISIÈME PARTIE.

De quelques additions faites à la Lunette pour en rendre l'usage plus commode & plus avantageux, & principalement du Micromètre.

(163.) Un instrument aussi bon que celui que l'on vient de décrire, méritoit bien qu'on y appliquât les inventions qu'on a trouvées en différens temps pour la commodité des observations.

(164.) C'est dans cette vue que je l'ai fait monter sur une machine parallaxique, d'une construction plus commode & plus solide que celles que l'on fait ordinairement, que j'avois fait faire il y a long-temps pour l'usage des télescopes que construisoit le P. Noel, Bénédictin, & qui a été employée pour le grand télescope de 8 pieds, qu'il a fait pour le Roi, & qui est au château de la Meute.

(165.) Je n'en ferai point ici la description, parce qu'indépendamment de ce qu'elle a été gravée avec les figures de ce télescope, elle sera décrite en détail dans l'Art de la construction des instrumens de Mathématiques & d'Astronomie; c'est dans la même vue que j'ai adapté un micromètre à cette lunette & que j'ai cherché à y ajouter quelques nouveaux degrés de perfection.

(166.) Ce micromètre, qui est de même espèce que ceux dont on se sert pour tous les instrumens d'Astronomie, est monté sur un tuyau de cuivre d'environ 7 pouces de long *lm*, qui entre dans un tuyau *n, o*, aussi de cuivre; ce tuyau *n, o*, est fixé sur la plaque *p, q*, qui fait le fond de la lunette : il est refendu en quatre parties sur sa longueur, afin de rendre plus doux le frottement des tuyaux qui portent les oculaires, & qu'il est destiné à recevoir.

Fig. 20.

(167.) L'avantage qu'ont ces espèces de tuyaux refendus, de laisser couler uniment & sans saut ceux que l'on y adapte, pourroit produire dans les observations, l'inconvénient de laisser glisser le tuyau qui porte l'oculaire; & changer par conséquent

son foyer pour peu que par mégarde on y donnât le plus petit mouvement.

(168.) Pour obvier à cet inconvénient, il faut fixer le tuyau de l'oculaire, quand on l'a mis à son point; on auroit pu se servir pour cet effet d'une vis de pression, mais indépendamment de ce que ces sortes de vis gâtent toujours un peu les pièces sur lesquelles elles appuyent, j'aurois crainct qu'en portant d'un seul côté elle ne changêât la forme du tuyau, & qu'elle ne dérangêât l'axe de vision; c'est pourquoi j'ai fait faire le petit ajustement que voici.

(169.) Dans la *figure 23* qui représente la coupe de la lunette; *o, o, o, o* est un anneau refendu pour recevoir la vis *X*; cet anneau est rivé avec la pièce *r* qui est une des quatre parties *r, f, t, u* du tuyau refendu *n, o* de la *figure 20*, la vis *X* porte un quarré *y* qui entre dans une douille quarrée, creusée jusqu'en *z* de la clef *c* afin que ce quarré *y* puisse y entrer plus ou moins avant, à mesure que la vis est tournée ou dé-tournée; cette clef *c* est retenue sur le tuyau par la pièce *w* qui l'empêche de ressortir.

(170.) Il est aisé de voir que l'anneau refendu *o, o, o, o* n'étant rivé qu'à la pièce *r*, n'empêche pas les autres *f, t, u* qui embrassent le tuyau qui porte les oculaires, de faire ressort comme à l'ordinaire, lorsque la vis *X* n'est pas serrée, & que lorsqu'on a trouvé le point, ce même anneau étant resserré par le moyen de cette vis *X* il fait appuyer les quatre pièces *r, f, t, u* contre le tuyau des oculaires, & le presse assez pour qu'il ne puisse couler, sans que cette pression, qui se fait tout autour, puisse le décentrer, qui est ce que je m'étois proposé.

(171.) Quand au micromètre, j'ai dit qu'il étoit de même espèce que ceux qu'on adapte aux instrumens d'Astronomie; mais ceux-ci s'appliquant ordinairement à des lunettes, dont les oculaires sont d'un assez long foyer; les réticules qu'on y ajuste ne sont pas assez grossis pour que l'on ne puisse pas y employer au moins des fils de cocon de soie, & quelquefois des cheveux, & même des fils d'argent.

(172.) Les oculaires de ma lunette étant d'un foyer fort court, ces objets, quelque déliés qu'ils soient, auroient été trop grossis, & par conséquent ils auroient paru trop inégaux, & auroient occupé trop de place dans le champ.

(173.) Pour remédier à cet inconvénient, j'ai employé un moyen que plusieurs Astronomes avoient imaginé il y a déjà long-temps, mais auquel on avoit renoncé, par l'impossibilité que l'on avoit eue jusqu'à présent de l'exécuter; savoir de tracer sur des petites plaques de glace, avec un diamant, des traits assez fins pour éviter les deux inconvéniens qui naissent du grossissement que produisent les oculaires d'un foyer court.

(174.) La méthode dont je me sers pour diviser, qui est connue de l'Académie, & dont on trouvera la description dans l'art de diviser les instrumens de Mathématique & d'Astronomie, m'a fourni les moyens, non-seulement de former des traits aussi fins & aussi unis que je le desirois, mais encore de les mettre bien perpendiculairement les uns sur les autres, & de les placer aux distances convenables avec toute la précision possible: en voici un exemple.

(175.) On sait que pour former le réticule d'un micromètre, il est assez ordinaire, après avoir placé sur la pièce qui doit rester fixe, un fil horizontal & un fil vertical qui le coupe à angles droits dans le centre du champ de la lunette; d'en placer deux autres verticaux, aussi aux extrémités de ce champ, mais l'on n'avoit pas encore tenté de leur faire comprendre une étendue déterminée, par l'impossibilité d'y parvenir: l'on se contentoit d'examiner, par observation, quelle étoit celle qui s'y trouvoit.

(176.) Par la méthode dont je viens de parler, je suis parvenu dès la première fois à tracer sur la plaque de glace, qui sert de réticule fixe, les trois traits verticaux avec assez de précision, pour que les deux des extrémités renferment exactement un espace de 34 minutes de degré, que celui du milieu partage exactement aussi en deux moitiés de 17 minutes chacune, comme je me l'étois proposé.

(177.) J'ai adapté de même au curseur une petite plaque de glace, sur laquelle j'ai tracé un trait vertical de même espèce.

(178.) Ces traits que j'ai mesurés sous le microscope n'ont qu'environ un cinq centième de ligne de largeur, & sont cependant très-sensibles.

(179.) Il faut observer que les faces du réticule fixe & du curseur, sur lesquelles les traits sont tracés, doivent se toucher, pour éviter la parallaxe qui s'y trouveroit si on ne les plaçoit pas ainsi.

(180.) Le micromètre étant ainsi disposé, il étoit nécessaire d'en faire la Table ; mais comme (ainsi qu'on l'a démontré ailleurs) on ne peut pas se fier à l'égalité des vis : voici la méthode que j'ai imaginée pour former cette Table avec la plus grande précision.

(181.) Dans un cercle, dont le rayon a 29 toises 5 pieds 0 pouce 7 lignes ; une demi-ligne répond à 4 secondes de degré ; en conséquence, comme je voulois que la Table de mon micromètre comprît un espace de 34 minutes, afin d'avoir plus qu'il ne falloit pour mesurer les plus grands diamètres de la Lune, j'ai fait diviser sur une planche épaisse & bien dressée, sur laquelle on avoit collé un papier blanc, un espace de 21 pouces 3 lignes en demi-lignes, pour en faire une mire, que je faisois placer à la distance de 29 toises 5 pieds 0 pouce 7 lignes, du point qui se trouve aux deux tiers de l'épaisseur de l'objectif, pris du côté de l'objet, qui est celui auquel les rayons se croisent, & qui par conséquent doit être regardé comme le sommet de l'angle.

(182.) Mais si je m'étois contenté de faire une division ordinaire, les traits qui auroient été trop près les uns des autres se seroient confondus, & n'auroient pu être assez distingués pour que l'on pût être sûr de celui auquel on feroit répondre le fil du curseur du micromètre.

(183.) Pour éviter cet inconvénient, voici la méthode que j'ai suivie pour construire la mire.

(184.) Sur

(184.) Sur la planche que j'y destinois, & qui a environ 8 pouces de large sur 2 pieds de long, j'ai fait tirer en crayon, dans toute sa longueur, 6 lignes parallèles *AA*, *BB*, &c. à la distance de 13 à 14 lignes l'une de l'autre; ensuite j'ai fait tirer deux lignes telles que *aa*, qui compassent ces six lignes à angle droit aux deux bouts de l'espace de 21 pouces 3 lignes, qui devoit contenir les 34 minutes.

Planche IX,
fig. 24.

(185.) Après cela j'ai fait tirer cinq autres lignes parallèles *bb*, *cc*, &c. à ces dernières, mais qui n'en fussent éloignées que d'une demi-ligne chacune.

(186.) J'ai fait faire ensuite une petite plaque de cuivre découpée comme la figure 25, dont les angles saillans sont éloignés entr'eux de 5 lignes.

Planche X.

(187.) Enfin j'ai pris une ouverture de compas de 15 lignes, & j'ai fait tracer sur la grande parallèle *AA*, d'en bas, des lignes perpendiculaires *ff*, *gg*, &c. à cette distance de 15 lignes les unes des autres, en partant de l'extrémité des 34 minutes, pour servir de repaire dans la position de la plaque de cuivre découpée (figure 25) dont j'ai parlé plus haut.

(188.) Dans cet état, j'ai placé cette plaque découpée au commencement de la division, de façon que son premier angle fût bien exactement sur la ligne du commencement, & son quatrième angle sur celle *ff*, qui est à la distance de 15 lignes de la première, & je l'ai imprimée avec une brosse, comme on en use pour ces sortes de découpures, qu'on appelle communément *caractères découpés*.

Planche IX,
fig. 24.

(189.) J'ai continué ainsi dans toute la longueur des 34 minutes, en imprimant ce caractère de façon que la totalité de cet espace en fût rempli.

(190.) J'ai fait ensuite la même opération sur la seconde parallèle *BB*; mais en observant de prendre pour commencement de la division la seconde ligne perpendiculaire *bb*, qui se trouve distante d'une demi-ligne de celle *aa*, à laquelle j'avois commencé la division de la première, & j'en ai usé de même pour les

quatre autres grandes parallèles, en reculant à chacune le commencement de la division d'une demi-ligne.

(191.) Il est aisé de concevoir, que lorsqu'on voit la mire ainsi disposée dans la lunette, si l'on a placé la première verticale du réticule fixe sur le commencement de la division aa , & que le curseur y soit aussi placé, l'un & l'autre ainsi ensemble ne répondront qu'à l'angle a de la grande parallèle AA d'en bas, & à celui aussi a de l'autre grande parallèle FF qui est en haut, & que quand on aura fait avancer ce curseur de façon qu'il réponde à l'angle saillant de la seconde parallèle BB , il aura avancé de 4 secondes, de 8 à la troisième, de 12 à la quatrième, de 16 à la cinquième, & qu'enfin il se trouvera aux angles ff de celles d'en haut & d'en bas, quand il aura parcouru 20 secondes, après quoi il recommencera à la seconde, troisième, &c.

(192.) La forme de ces angles saillans, & des rentrans qui y sont opposés, est fort commode pour distinguer avec beaucoup de précision la position du fil qu'on veut y faire répondre, & la distance à laquelle se trouvent les parallèles, donne une grande facilité à ne les pas confondre.

(193.) Pour en donner encore davantage à distinguer les minutes, on a formé aussi en haut & en bas des lignes qui y répondent, telles que ff , gg , &c. des angles rentrans, tels qu'on les voit *figure 26*, & l'on y a imprimé des chiffres dans la situation naturelle en haut, & dans la situation renversée en bas, pour que cela serve également aux lunettes astronomiques qui renversent les objets, & aux autres.

(194.) La *figure 24*, de grandeur naturelle, montre une portion de la mire, qui contient 5 minutes, & qui rendra plus clair tout ce que nous venons de dire.

(195.) Tout étant ainsi disposé, je fis placer, comme je l'ai dit plus haut, la mire à la distance convenable; mais comme pour voir les objets distinctement à cette distance, il falloit éloigner l'oculaire de l'objectif plus qu'il ne le faut pour le Ciel; je

commençai par m'assurer de la différence de ces distances, & je trouvai que la distance du réticule du micromètre, au point qui se trouve au tiers de l'épaisseur de l'objectif, étoit pour le Ciel de 3 pieds 5 pouces 2 lignes $\frac{3}{4}$, qui, réduits en quarts de ligne, donnoient 1979, & pour la mire 3 pieds 6 pouces 0 $\frac{1}{2}$ lignes, qui réduits aussi en quarts de ligne, donnoient 2018.

(196.) Après cela, je raisonnai ainsi, si PQ représente l'espace qu'aura parcouru le curseur du micromètre, pour comprendre les 34 minutes qui sont représentées sur la mire, lorsque cette mire est en O , (29 toises 5 pieds 0 pouce 7 lignes) & que Hh soit la différence (9 lignes $\frac{3}{4}$) de la position de l'oculaire pour le Ciel, d'avec sa position pour la mire; il s'ensuit que PQ , ouverture du micromètre qui répond à 34 minutes lorsqu'il est en h , seroit trop grande si elle étoit portée en RS répondant à H , & que pour pouvoir avoir une ouverture qui répondît à 34 minutes dans le Ciel, il falloit la diminuer de façon qu'elle devînt rs ; si l'on porte alors cette ouverture rs en pq , à la distance Ch , qui est celle à laquelle on peut voir distinctement la mire, on la trouvera trop petite pour comprendre toute la mire; mais alors en faisant éloigner cette mire autant qu'il est nécessaire pour que les extrémités des 34 minutes soient comprises exactement par l'ouverture $pq = rs$ des fils du micromètre; on sera sûr que les subdivisions des 34 minutes marquées sur la mire, seront exactement celles de 34 minutes dans le Ciel.

Fig. 27.

(197.) Maintenant, pour trouver la quantité dont il faut éloigner la mire, il ne faut qu'un calcul bien simple.

(198.) CO , est la distance du sommet de l'angle qui se trouve aux deux tiers de l'épaisseur de l'objectif à la mire $=$ 29 toises 5 pieds 0 pouce 7 lignes ou 25783 lignes. Ch est la distance du même point au réticule du micromètre, placé comme il doit l'être pour voir distinctement la mire $=$ 2018 quarts de ligne. CH est la distance du même point au même réticule placé comme il doit l'être pour voir les objets célestes $=$ 1979 quarts de ligne.

Fig. 27.

Fig. 27. (199.) Alors si PQ est l'ouverture du micromètre qui répond à 34 minutes lorsque la mire est à la distance CO & que le micromètre est en $Pp q Q$; lorsque le micromètre est en $Rrs S$, l'ouverture de 34 minutes deviendra $rs = pq$.

(200.) Pour que la mire de 34 minutes puisse convenir à cette ouverture, il faut l'éloigner de façon que

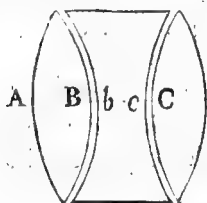
CH soit à $Ch :: CO : a Co$, c'est-à-dire,

1979 : 2018 :: 25783 : a 26291 ou $30^t 2^p 6^l 11^l$, par conséquent il faut, pour ma lunette, éloigner la mire de 3 pieds 6 pouces 4 lignes.

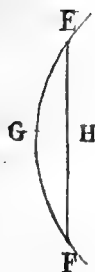
(201.) La mire étant placée à cette distance, il ne faut plus pour former la Table, qu'avoir soin d'affermir la lunette de manière qu'elle soit inébranlable pendant l'opération, & de l'ajuster de façon que les trois verticales du réticule fixe, tombent exactement sur les points marqués 0, 17 & 34 de la mire; faire joindre la ligne verticale du curseur au même point que la première verticale du réticule; avoir soin que l'alidade du cadran du micromètre soit bien sur le commencement de sa division; après quoi on éloigne le curseur de 4 en 4 secondes jusqu'au bout des 34 minutes, en écrivant à mesure le nombre des révolutions, parties & décimales, auxquelles on s'est arrêté à la fin de chaque espace de 4 secondes.

(202.) Avec ces attentions, on est sûr d'avoir une Table du micromètre aussi précise qu'on peut le desirer.

FORMULES calculées par M. BEZOUT.



Épaisseur du verre.....	$AB =$	lignes. 2,11
Celle du verre.....	$b c =$	1,59
Celle du verre.....	$CD =$	2,18
La réfract. moy. des verres AB & CD		0,665
La réfraction moyenne du verre..	$b c =$	0,628



Courbure de *A*. Le sinus versé *GH* de l'arc *EF*, dont la corde avoit 3 pouces 2 lignes, a été trouvé = 0,58 de ligne.



Courbure de *D*. Le sinus versé *LM* de l'arc *IK*, dont la corde avoit également 3 pouces 2 lignes, a été trouvé = 0,56 de ligne.

En présentant au Soleil l'objectif tout monté,

Le côté *A* au \odot on a trouvé $\left\{ \begin{array}{l} \text{un 1.}^{\text{er}} \text{ foyer appartenant à la surface } b \text{ à } 5^{\text{p}} 6\frac{1}{4} \\ \text{un 2.}^{\text{e}} \dots \text{ appartenant aux surfaces } B \& D \text{ à } 7. 8\frac{1}{2} \end{array} \right.$

Le côté *D* au \odot on a trouvé $\left\{ \begin{array}{l} \text{un 1.}^{\text{er}} \text{ foyer appartenant aux surfaces } C \& c \text{ à } 6. 2\frac{1}{2} \\ \text{un 2.}^{\text{e}} \dots \text{ appartenant à la surface } A \text{ à } 7. 5\frac{1}{4} \end{array} \right.$

Ces Éléments donnés, trouver la courbure de ces Verres.

$r, r^i, r^{ij}, r^{ijj}, r^{iv}, r^v$ sont les rayons des surfaces sphériques *A, B, b, c, C, D*;

$i : m$ le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction; en passant de l'air dans le verre *AB*;

$i : m^{ij}$ le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction; en passant de l'air dans le verre *bc*;

a = la distance focale après une réfraction à la surface *A*, une réflexion à la surface *B*, & une seconde réfraction à la surface *A*;

b = la distance focale après les deux réfractions aux surfaces A & B , une réflexion à la surface b , & deux autres réfractions aux surfaces B & A ;

c = la distance focale après cinq réfractions aux surfaces A , B , b , c , C , une réflexion à la surface D , & cinq autres réfractions aux surfaces C , c , b , B , A .

Soient enfin a' , b' , c' les quantités analogues à a , b , c , lorsqu'on présente au Soleil la surface D au lieu de la surface A ; on aura les six Équations suivantes :

$$\frac{m}{2 \left(\frac{1-m}{r} \right) + \frac{2}{r}} = a,$$

$$\frac{m}{2 \left(\frac{1-m}{r'v} \right) + \frac{2}{r'v}} = a',$$

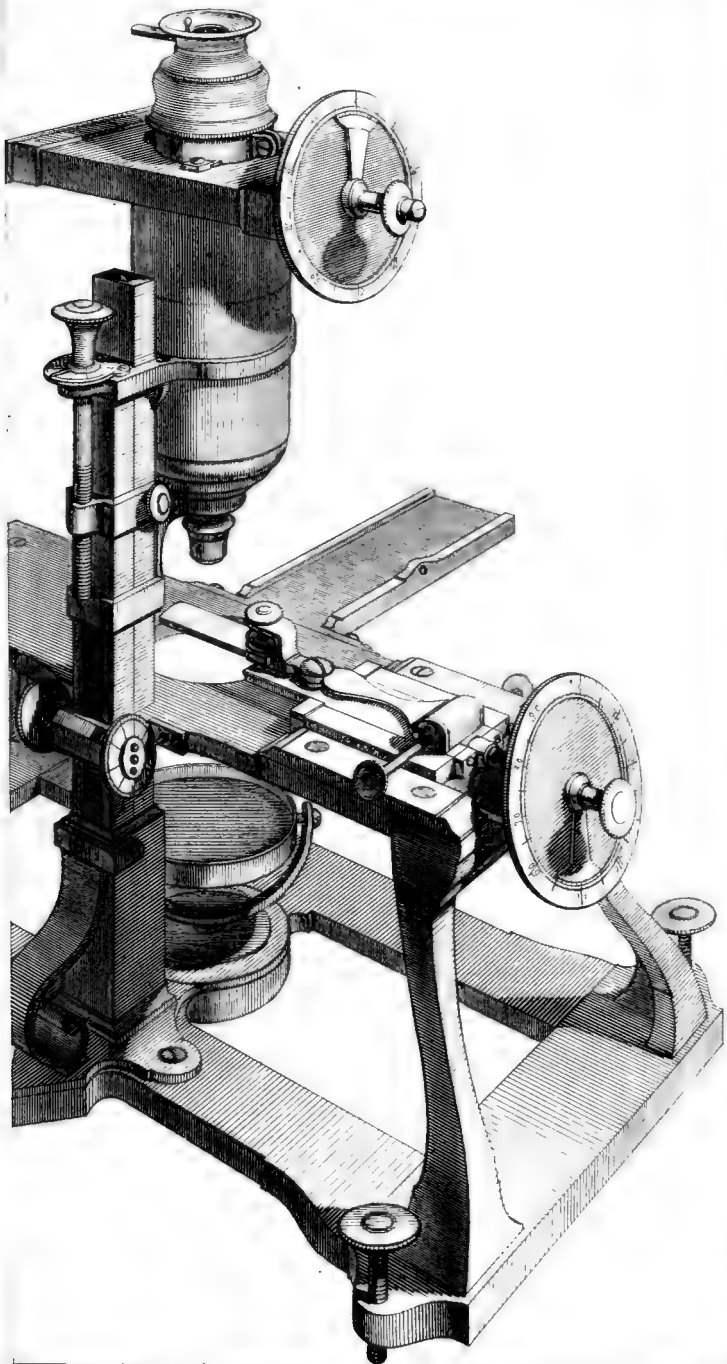
$$\frac{m}{2 \left(\frac{1-m}{r} \right) + 2 \left(\frac{1-m}{rj} \right) + \frac{2m}{rj}} = b,$$

$$\frac{m}{2 \left(\frac{1-m}{r'v} \right) + 2 \left(\frac{1-m}{r'vj} \right) + \frac{2m}{r'vj}} = b',$$

$$\frac{mm''}{2m'' \left(\frac{1-m}{r} \right) + 2m'' \left(\frac{1-m}{rj} \right) + 2m \left(\frac{m'-1}{r'ij} \right) + 2m \left(\frac{m''-1}{r'ij} \right) + 2m'' \left(\frac{1-m}{r'iv} \right) + \frac{2m''}{r'v}} = c,$$

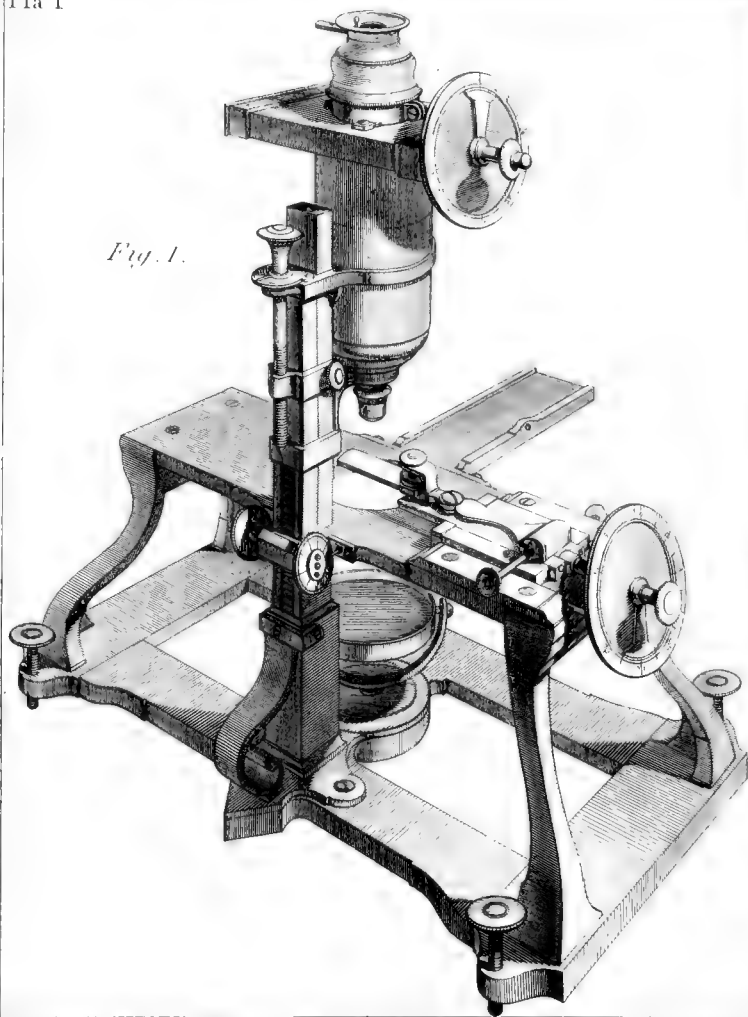
$$\frac{mm''}{2m'' \left(\frac{1-m}{r'v} \right) + 2m'' \left(\frac{1-m}{r'iv} \right) + 2m \left(\frac{m'-1}{r'ij} \right) + 2m \left(\frac{m''-1}{r'ij} \right) + 2m'' \left(\frac{1-m}{rj} \right) + \frac{2m''}{r}} = c'.$$





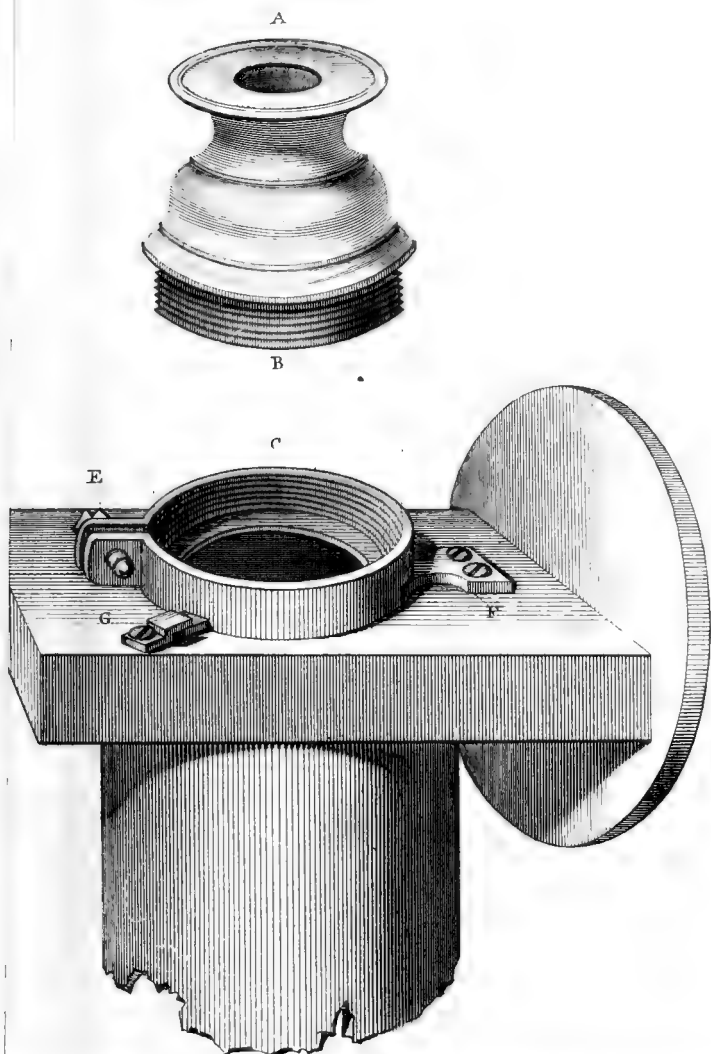
Pla I

Fig. 1.



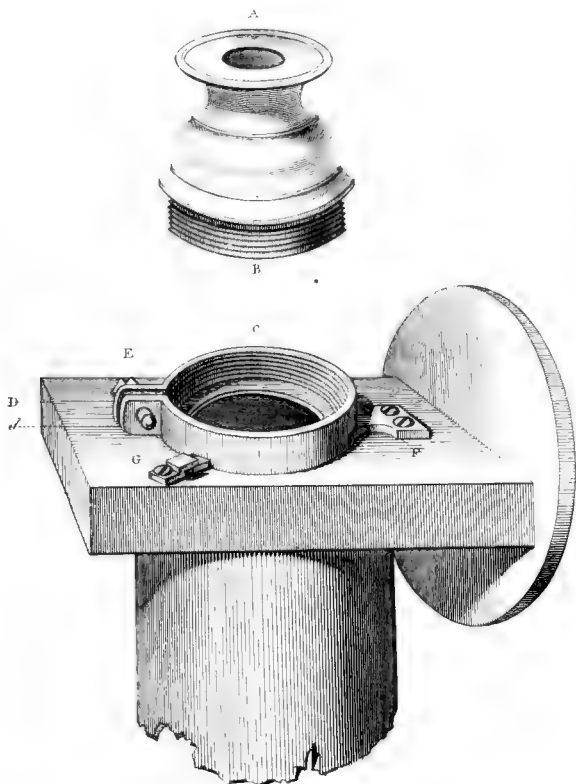
Invent. del. et Sculp.

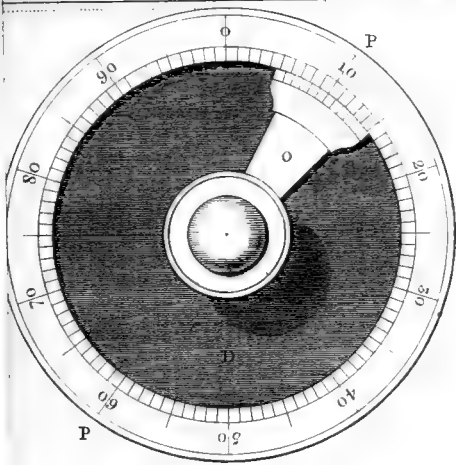
Fig. 2.



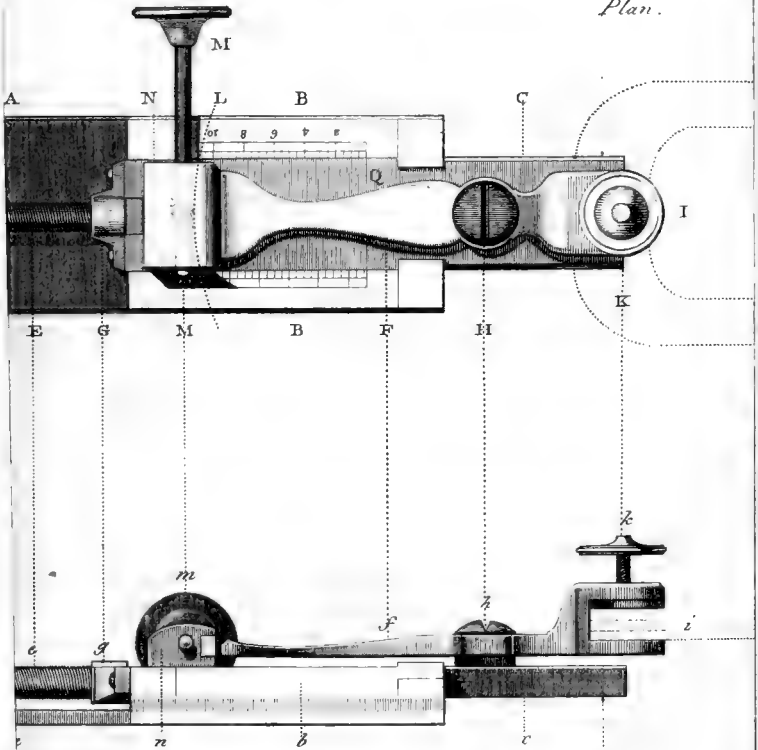
Pla II

Fig 2





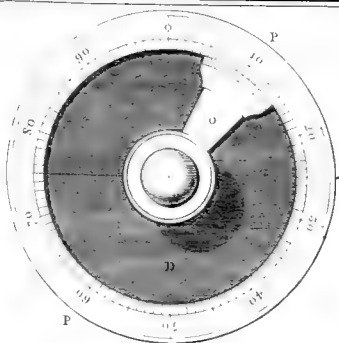
Face



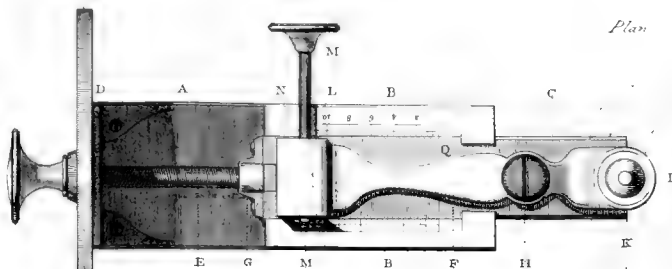
Profil.

Pla III

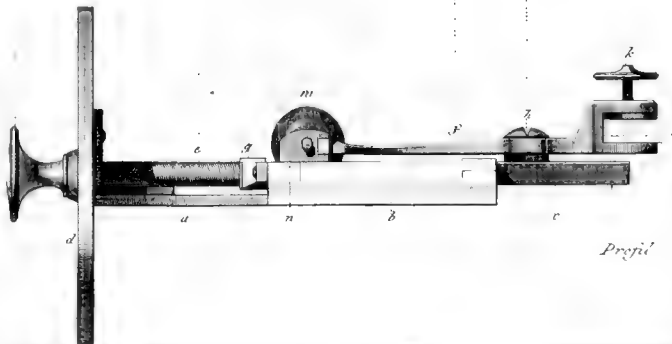
Fig. 3



Face



Plan



Profil

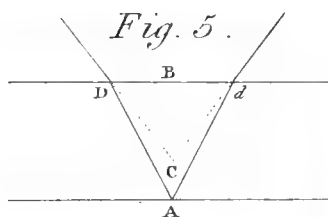
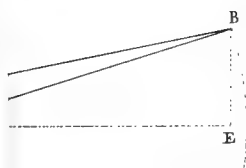
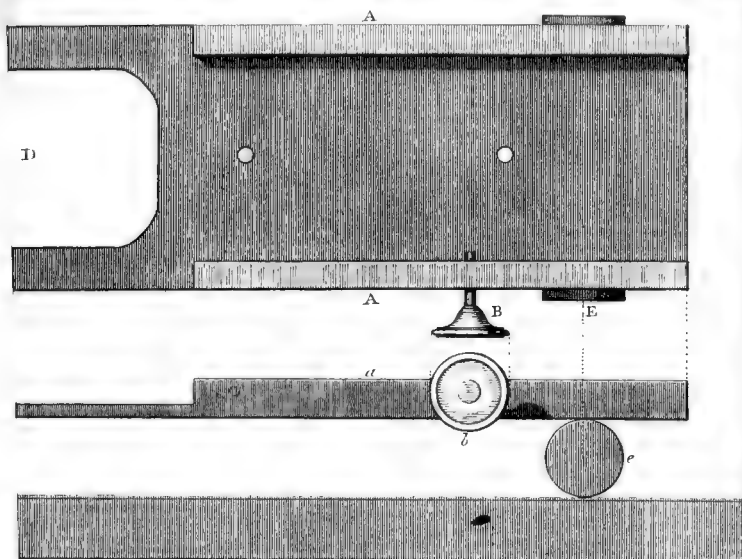
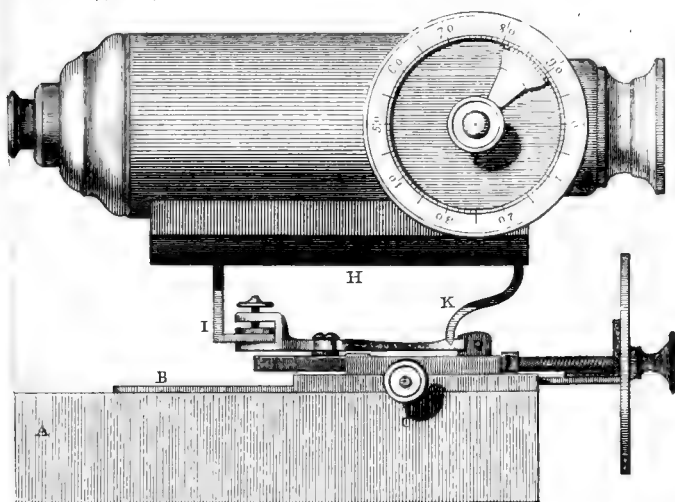


Fig. 7.



Pla IV

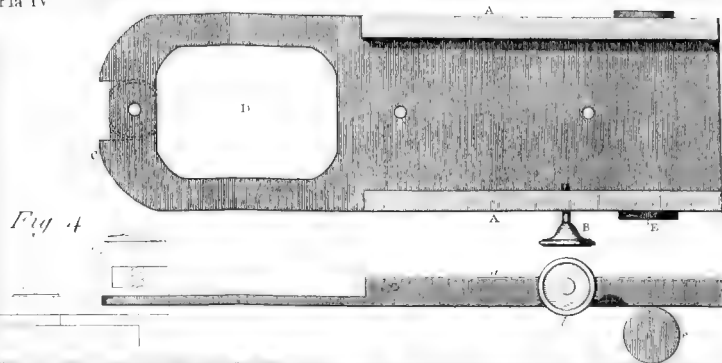


Fig. 4

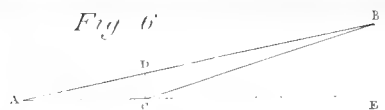


Fig. 6

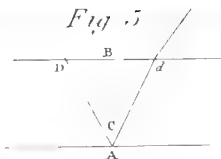


Fig. 5

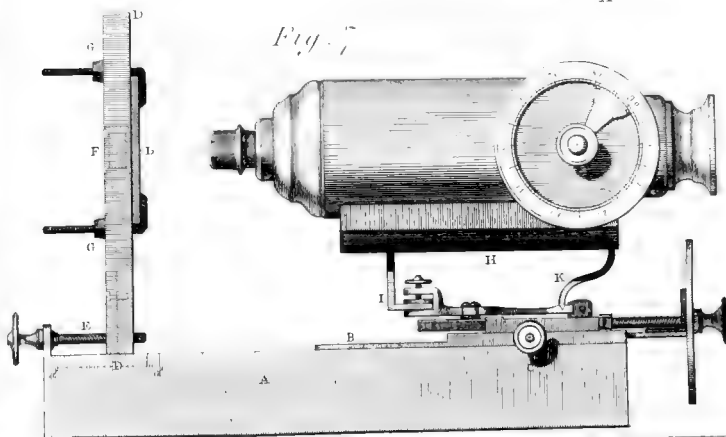
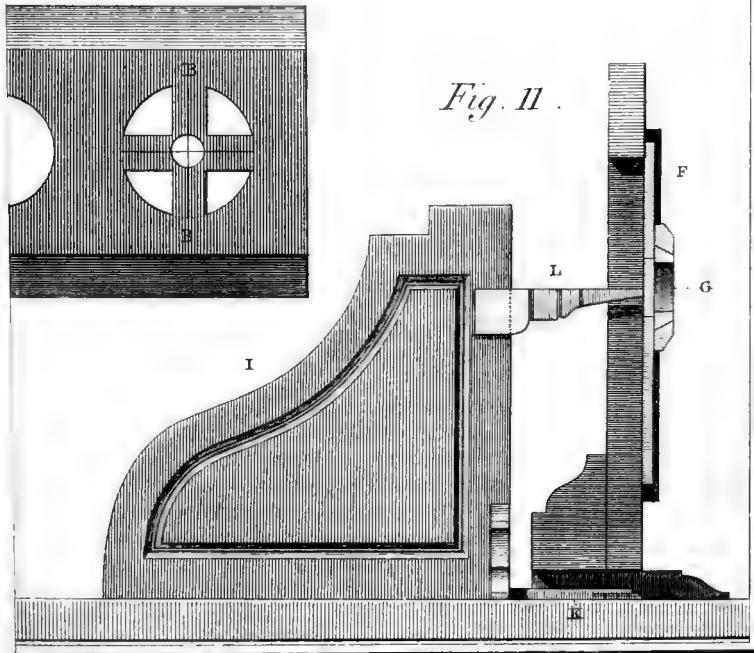
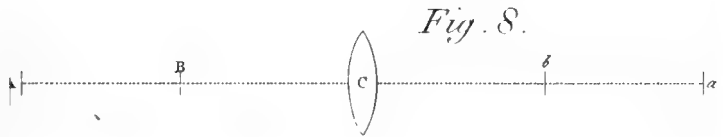
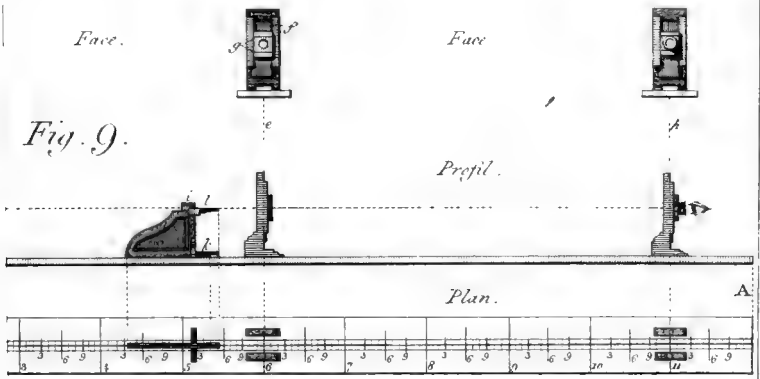


Fig. 7



Pla V

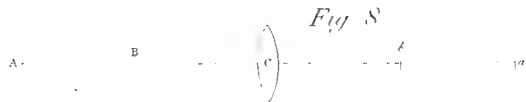
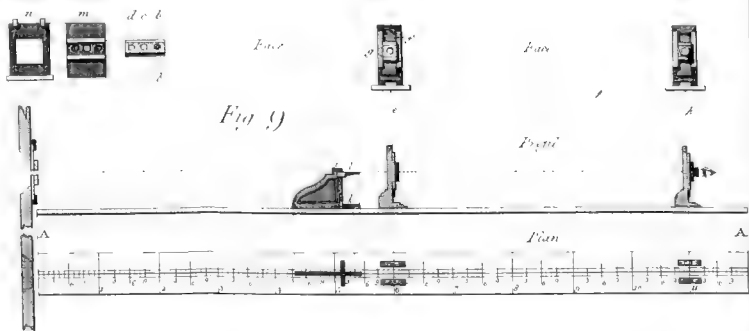


Fig 10

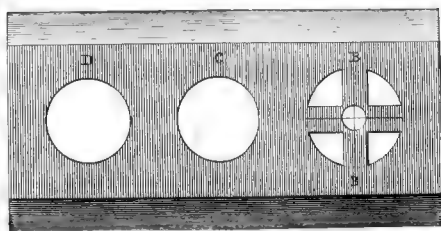
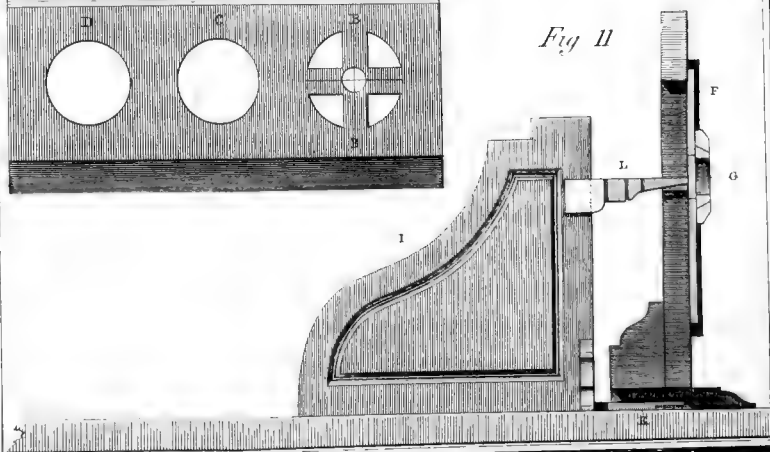
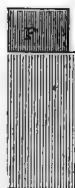
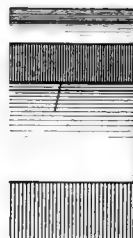


Fig 11





Pla. VI.

Fig. 12

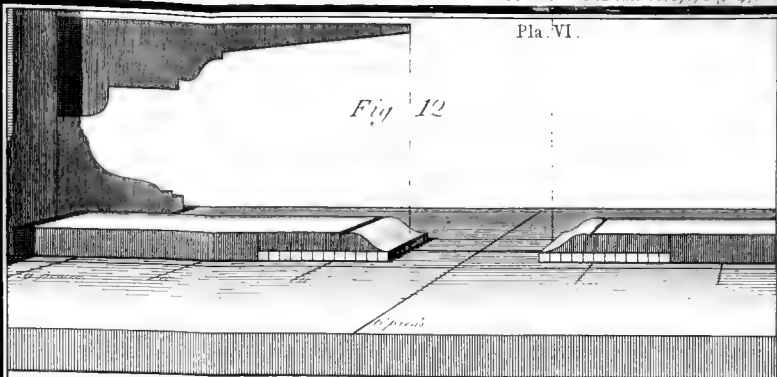
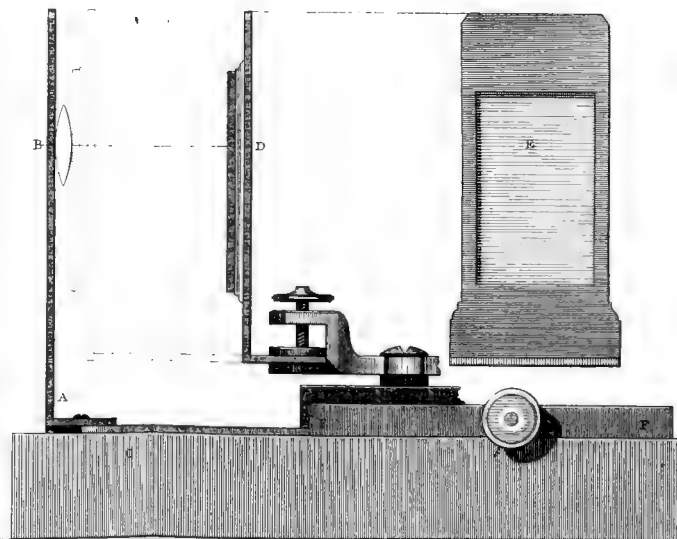


Fig. 13.



Pla VII

Fig 18.

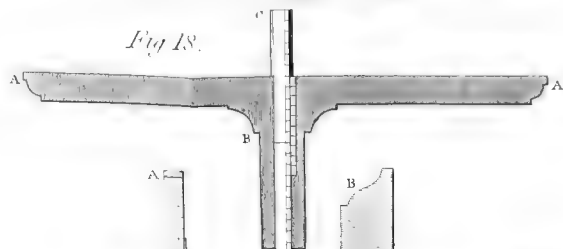


Fig 14.

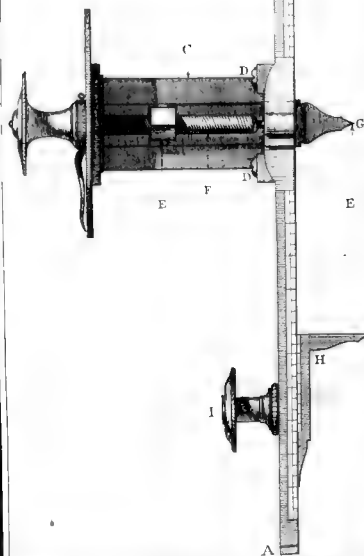


Fig 16.

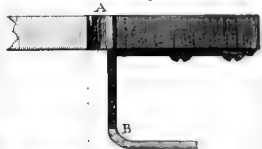


Fig 15.

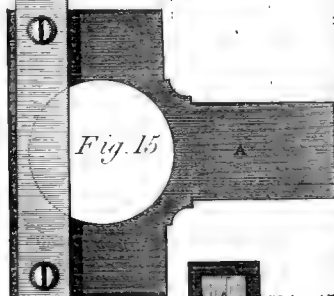
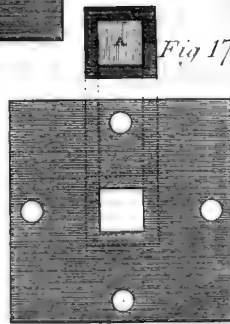
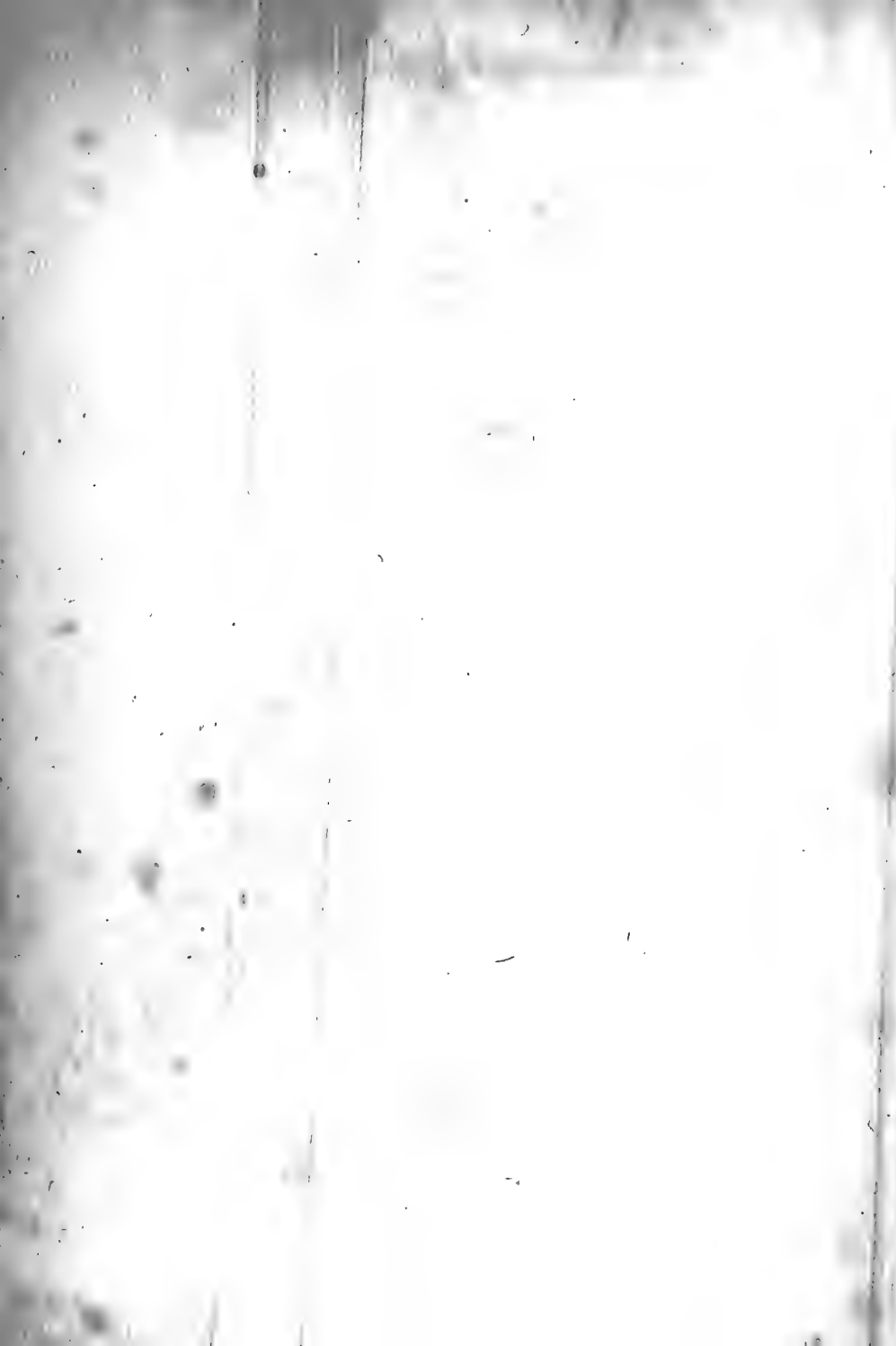


Fig 17.





Pla. VIII

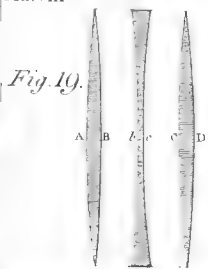


Fig. 21



Fig. 20.

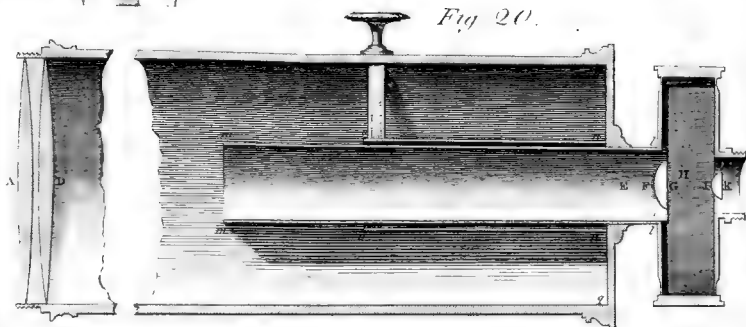


Fig. 22

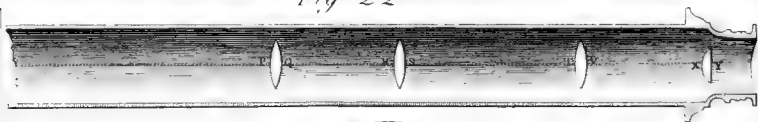
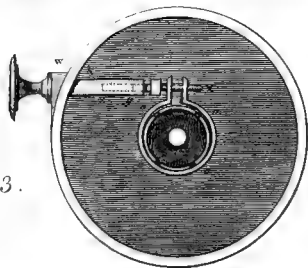


Fig. 23.



IX

.E

.F

..E

..D

.C

.B

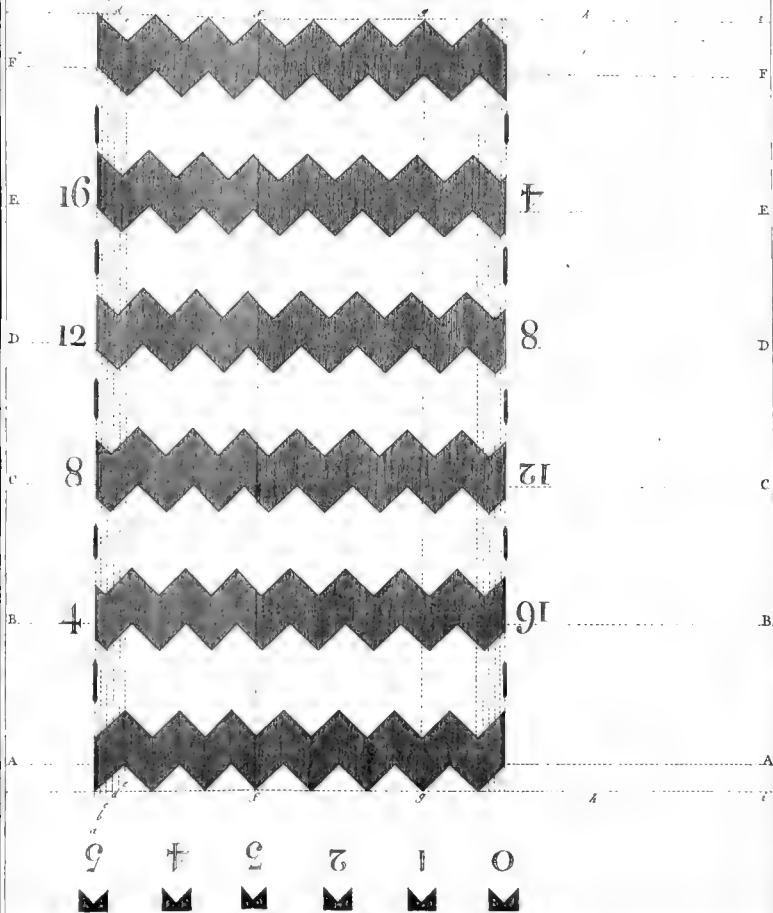
.A

.z

Pla IX

O 1 2 3 4 5

Fig 24.



P
P
A
Q

Pla X

Fig 25

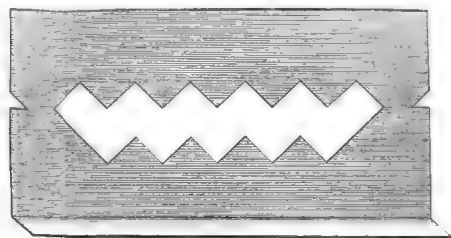


Fig 26

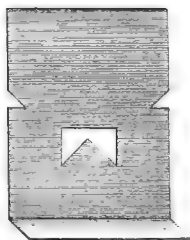
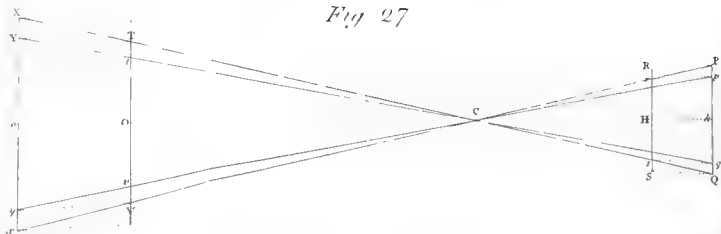


Fig 27



*EXPÉRIENCES CHIMIQUES**SUR LA**BILE DE L'HOMME ET DES ANIMAUX.*

Par M. CADET.

LA bile est une liqueur amère & savonneuse, composée de parties salines & huileuses & tenant beaucoup du principe aqueux : la plupart des Chimistes sont de ce sentiment ; son caractère savonneux lui donne la propriété d'enlever les taches de graisse sur les draps & les étoffes.

Un Médecin d'une très-grande réputation, fait prendre la bile du taureau, dans les cas d'obstruction & d'embaras dans les viscères ; ce Médecin considère ce savon animal comme un des meilleurs remèdes fondans ; employé extérieurement, c'est un très-bon résolutif. Feu M. Homberg avoit aussi remarqué que de la bile fermentée au soleil pendant deux ou trois mois, étoit un excellent remède pour enlever les taches qui paroissent à la peau.

M. Spielman donne la bile de bœuf, avec le plus grand succès, dans les affections vaporeuses & mélancoliques ; cet habile Chimiste a observé qu'étant mise en consistance d'extrait, elle acquiert sensiblement, après un certain temps, l'odeur de musc ; ce que j'ai également remarqué.

M. Bordenave lut l'année dernière à l'Académie, un Mémoire intéressant sur la bile de l'homme ; avant d'établir aucun point de Physique sur la vertu active & sur ses différentes altérations dans le corps humain, il avoit senti l'importance de s'assurer des principes qui la composent ; il crut ne pouvoir mieux faire que de s'adresser à M. Pia, dont les talens sont connus : comme dans ce même temps les travaux de M. Pia & les miens étoient communs, nous fîmes quelques expériences sur la bile humaine ; M. Bordenave nous en procura quatre ou cinq onces ; cette petite quantité ne nous permit pas d'étendre beaucoup notre travail ;

cette bile, sans avoir une odeur fétide, en avoit une fade & désagréable; renfermée dans la cornue, elle nous a paru contenir beaucoup d'air; exposée à un feu très-médiocre, elle s'élève rapidement en grosses bulles & passe entièrement dans le récipient; dégagée de cet air, par une lente évaporation, & distillée ensuite, elle fournit une très-grande quantité de flegme, peu d'alkali volatil & beaucoup d'huile animale : nous avons versé de l'acide marin sur la bile humaine, & mis ce mélange en digestion à la chaleur tempérée d'un bain de sable; il s'est fait un léger mouvement d'effervescence; après la cessation de ce mouvement nous avons ajouté un peu d'eau distillée au mélange que nous avons filtré, & qui nous a donné une liqueur transparente d'un beau vert : après l'avoir fait évaporer lentement, il s'est formé à la surface, une pellicule saline qui a été recueillie avec soin à mesure qu'elle paroïssoit; cette pellicule séchée & mise en poudre, a été mêlée avec de la chaux vive; ce nouveau mélange humecté avec un peu d'eau, a répandu aussitôt une odeur d'alkali volatil, très-pénétrante; cette expérience prouve que cette pellicule étoit un véritable sel ammoniac, formé de l'acide marin & de l'alkali volatil contenu dans la bile.

Les Commissaires nommés par l'Académie pour examiner le Mémoire de M. Bordenave, en approuvant les vues de l'Auteur, parurent desirer des expériences chimiques, capables de jeter un plus grand jour sur cet objet; pour satisfaire au desir de l'Académie, je résolus d'entreprendre un travail en grand sur la bile des animaux : aidé des lumières de ceux qui ont tenté avant moi les expériences que je me proposois de faire, je n'ai rien négligé pour reconnoître les véritables principes qui composent la bile, afin de mettre le Physicien en état de porter un jugement certain sur son origine, sur ses propriétés & sur les différentes altérations qu'elle subit & qu'elle produit dans le corps animal. Cet objet m'a paru intéressant pour l'humanité; d'ailleurs la part que j'avois aux premières expériences, m'a fait regarder ce travail comme un devoir à remplir.

Il étoit difficile de se procurer de la bile humaine fraîche, en assez grande quantité, j'ai préféré d'employer celle du bœuf.

Ceux

Ceux qui ont parlé de la bile en général ne sont pas d'accord sur les principes essentiels, & nous n'avons jusqu'ici que des conjectures sur cet objet; les uns y admettent de l'acide & de l'alkali; les autres la regardent comme un composé de parties salines & huileuses, sans rien déterminer de plus.

Verrheyen ayant desséché & calciné de la bile, il en tira une cendre dont la lessive lui donna un sel alkali; ce célèbre Anatomiste doutoit si ce sel étoit l'ouvrage du feu ou l'un des principes constituans de la bile; il chercha à s'en assurer par plusieurs expériences; ce qui le détermina principalement à regarder le principe salin comme préexistant dans la bile, fut la couleur verte qu'elle prend mêlée avec le sirop de violette; mais on peut objecter que toute liqueur jaune, sans être alcaline, produit toujours du vert avec la couleur bleue. Il n'en est pas moins vrai que cet Anatomiste retira du sel alkali de la bile; Baglivi, Burggrare & Gartman en ont aussi retiré, mais il n'est pas étonnant qu'aucun d'eux n'ait déterminé la nature de cette espèce de sel, qui étoit la base du sel marin; ce n'est que bien des années après eux, que M. du Hamel nous a démontré que cette base étoit un véritable alkali.

Verrheyen aperçut encore la saveur sucrée que l'on trouve dans la bile; lorsqu'après l'avoir épaissie par l'évaporation on la fait dissoudre dans l'eau; mais il ne connut point la raison de ce phénomène, qui paroît provenir d'un sel particulier dont je parlerai bientôt *.

Nos premières expériences nous avoient porté à croire que l'alkali volatil étoit un des principes naturels de la bile; mais nous avons reconnu ensuite qu'il n'étoit que le produit d'une fermentation putride spontanée, qui peut-être n'existe point telle dans le corps humain, comme j'espère le démontrer dans la suite de ce Mémoire.

M. Marbricd, dans son excellent ouvrage, intitulé, *Essai d'Expériences sur la nature & la propriété de l'air fixe*, dont M. Abbadie nous a donné la traduction, dit que la bile de bœuf

* Voy. son *Supplementum Anatomicum, sive Anatomix corporis humani, liber secundus.*

ne donne aucun signe d'alkali, & qu'elle ne fait point d'effervescence avec les acides. M. Marbricd a mis en distillation, au feu de lampe, de la bile qu'il avoit conservée dans une bouteille depuis deux ou trois mois; *il en a obtenu un esprit volatil, qui avoit l'odeur fétide & sur-tout un piquant considérable*; en versant de l'acide vitriolique affoibli sur elle, il en a détruit le piquant & la fétidité; il les a fait reparoître, en ajoutant à ce mélange de l'alkali fixe: il observe que l'alkali volatil qu'on tire des substances putrides n'est pas exactement semblable à celui qu'on obtient par un feu violent des substances animales non putrides; que son odeur est plus désagréable, mais moins piquante que celle de l'alkali volatil ordinaire.

L'auteur de l'Essai pour servir à l'histoire de la putréfaction, a fait aussi sur la bile de l'homme & sur celle des animaux, beaucoup d'expériences curieuses; il juge que les acides minéraux & végétaux agissent sur ces différentes biles à peu près de la même manière, & que les floccons ou grumeaux qui s'en séparent paroissent être une matière huileuse, séparée par l'intermède des acides: l'Auteur remarque aussi que les alkalis fixes & volatils, qui produisent des effets contraires à ceux des acides mêlés avec la bile, ont occasionné des grumeaux d'une couleur verdâtre, qui paroissent être de même nature que ceux qui sont produits par ces acides; il ajoute que ces grumeaux étoient moins abondans, plus divisés, moins verts & plus susceptibles de se dissoudre dans l'eau. De la décomposition qu'éprouvent les sels à base terreuse & métallique avec la bile, cet Auteur a judicieusement conclu, que cette humeur contient une substance alkaline qui a plus d'affinité avec les acides que n'en ont les substances terreuses & métalliques: c'est cette substance alkaline qu'il étoit essentiel de démontrer, ainsi que les autres principes salins qui ont donné lieu à la décomposition de la bile, par les alkalis fixes & volatils; c'est aussi ce que je me propose de mettre en évidence par les expériences suivantes.

*EXPÉRIENCES faites sur la bile du bœuf, par le moyen
de l'esprit de sel.*

J'ai versé sur six livres de bile de bœuf, quatre onces d'esprit de sel fumant; il s'est élevé dans l'instant du mélange une odeur d'*hcapar* très-sensible; la bile s'est coagulée aussi-tôt, mais ce coagulum, quelques heures après, est devenu si fluide qu'il a passé aisément par le papier gris: il est resté sur le filtre deux gros d'une matière blanche, gélatineuse, légèrement teinte en vert; cette teinte ne venoit que de la liqueur verte dont on l'avoit séparée avant d'être filtrée; j'ai observé qu'une partie de cette matière blanche nageoit dans le fluide, & qu'une autre partie s'étoit précipitée: cette matière blanche lavée & séchée étoit purement animale, elle donnoit sur les charbons une odeur de cornes brûlées. La liqueur qui a été séparée par le filtre étoit d'un beau vert-pré; on l'a mise à évaporer sur les cendres chaudes dans une cucurbite de verre; quelques heures après cette liqueur a donné un précipité; on l'a décantée, elle étoit claire, elle avoit perdu ce beau vert de pré, il ne lui restoit qu'une légère teinte de vert, le précipité qui s'est formé ressembloit à de la poix noire, il s'est fondu à la plus douce chaleur comme une résine, il se pétrit sous les doigts comme de la cire molle, & prend très-bien l'empreinte d'un cachet; ce précipité teint en vert le bois blanc & le papier blanc, la couleur noire & foncée de cette espèce de résine, ne vient que de ce que les principes colorans de la bile, dans cette expérience, se trouvent plus rapprochés, & qu'ils sont privés du principe fluide qui en diminueoit auparavant l'intensité; ce principe fluide entre pour beaucoup dans la composition de la bile: j'en ai séparé plus de 20 onces, non compris ce qui s'est perdu par l'évaporation. Cette liqueur mise à évaporer de nouveau, a précipité une autre portion résineuse, semblable à la première, & a perdu entièrement dans cette seconde évaporation la couleur verte, pour passer à une jaune de petite bière; elle avoit alors un goût très-acide; on y distinguoit parfaitement celui de l'esprit de sel marin qu'on y avoit employé; étant versée sur une pierre de liais elle y faisoit

une vive effervescence, ce qui m'a déterminé à repasser cette liqueur sur deux autres livres de nouvelle bile, qui s'étoit coagulée, & qui a passé ensuite dans un état de fluidité, semblable à celui de la première expérience faite avec l'esprit de sel; cette liqueur filtrée & évaporée a donné un semblable produit; elle avoit conservé, à peu de chose près, la même acidité: voulant particulièrement examiner cette liqueur acide, je l'ai évaporée dans une capsule de verre au bain de sable, elle m'a donné un sel blanc, qui, vu au microscope avec une lentille d'environ deux lignes de foyer, formoit un assemblage de cristaux en petites aiguilles; dont chacune paroissoit avoir trois ou quatre lignes de long; après avoir encore décanté la liqueur & porté l'évaporation plus loin, j'en ai retiré un sel brun par pellicules, qui avoit la saveur & le goût du sel marin; il décrépitoit comme lui sur les charbons; la couleur brune de ce sel vient d'une partie grasse dont il est difficile de le dépouiller: ces pellicules salines, qui d'abord m'avoient offert un assemblage de petites trémies, n'ont pas eu lieu dans les dernières évaporations, mais parmi les pellicules de sel marin, j'ai aperçu un autre sel qui avoit une légère saveur de sucre de lait, dont les cristaux formoient des trapèzes; j'ai continué d'évaporer la liqueur que j'en avois séparée, elle m'a constamment donné les deux mêmes sels; il m'est resté une petite quantité d'eau-mère, disposée à donner jusqu'à la fin les mêmes cristaux.

EXPÉRIENCES faites par l'acide nitreux.

J'ai pris quatre livres de bile pour examiner les effets de l'acide nitreux sur elle; comme elle a été employée le 12 Janvier de cette année 1767, & que le grand froid l'avoit entièrement gelée; j'ai coupé les vésicules pour l'en séparer; il étoit facile de reconnoître le *serum* de la bile d'avec la partie grasse; il formoit autant de glaçons divisés par lames transparentes, sans couleur, qui n'avoient point d'odeur ni de goût, en un mot qui ne participoient en rien de l'amertume ni de l'odeur fade de la bile; quant à la partie grasse, elle avoit acquis une consistance un peu plus épaisse que la bile ordinaire; j'ai mis trois livres de cette bile, ainsi

gelée, dans une cloche de verre ; j'ai versé dessus quatre onces d'esprit de nitre sans être fumant ; à mesure que j'agitois les glaçons j'ai vu l'esprit de nitre prendre un beau rouge tirant sur le violet : il est bon d'observer que la capsule étoit alors sur un bain de sable modérément chaud ; à mesure que les glaçons se fondonoient la couleur rouge se détruisoit insensiblement pour passer à une couleur verte qui n'a été que momentanée, car, peu de temps après, le mélange a pris une couleur grise.

J'ai pensé d'abord que cette couleur grise étoit accidentelle, & que la cause venoit de ce que la bile avoit été gelée & ensuite mise à chauffer ; pour m'en assurer j'ai pris un autre livre de bile gelée que j'ai tenue dans un endroit assez chaud pour la faire fondre d'elle-même ; lorsqu'elle a été parfaitement liquéfiée, je l'ai portée dans un endroit plus frais, je l'ai ajoutée peu de temps après au premier mélange refroidi, qui, de gris qu'il étoit, est devenu sur le champ d'un beau vert de pré ; j'ai filtré la liqueur, elle a conservé sa belle couleur verte ; il est resté sur le filtre une égale quantité de matière blanche gélatineuse animale, semblable à celle que j'avois eue par l'acide marin ; elle boursofle sur les charbons en répandant l'odeur fétide de cornes brûlés ; j'ai observé qu'en faisant le mélange de l'acide nitreux avec la bile, il s'en élevoit une odeur fade & très-désagréable, mais je n'ai point reconnu celle d'*hepar* qui m'avoit frappé dans mon premier mélange de la bile avec l'acide marin, ce qui peut bien venir de ce que cette bile fraîchement tirée, & dans une saison aussi froide, n'avoit pas été dans le cas d'éprouver, comme l'autre, un commencement de fermentation putride.

Le filtre qui m'avoit servi à cette dernière expérience, ayant été mis à sécher sur un bain de sable, quelques endroits du papier qui étoient teints en vert, qui avoient éprouvé plus de chaleur, avoient pris une nuance de jaune, qui à la lumière paroissoit rouge, de sorte que les différentes nuances de rouge & de vert formoient, à cette lumière, un effet assez singulier : j'ai procédé ensuite à l'évaporation de cette liqueur verte de la bile, par l'esprit de nitre, comme j'avois fait sur celle du mélange de la bile avec l'acide marin ; j'ai remarqué, après un certain temps, tout le contraire

de ce qui s'étoit passé dans la première évaporation, lors de mes expériences sur la bile par l'esprit de sel; au lieu d'un précipité il s'est formé une matière résineuse jaune, qui étoit parsemée de petits points blancs, & assez ressemblans à la partie couenneuse qui se forme à la superficie d'un sang fluxionnaire; cette substance étoit adhérente tout autour de la cucurbite; la partie du milieu flotloit à la surface de la liqueur; cette matière résineuse se malaxoit aisément dans les doigts, après avoir pris la précaution de les humecter d'eau, sans quoi elle s'y attachoit comme de la glu: cette espèce de résine se durcit à l'air, se boursofle & bouillonne long-temps à la flamme d'une bougie; & lorsqu'elle est privée d'une partie de son humidité, elle s'y enflamme & répand en brûlant une odeur qui approche de celle de l'ache; la liqueur que j'ai obtenue de cette dernière expérience étoit très-acide, claire & transparente; elle avoit une fort belle couleur jaune de citron; je fus d'abord surpris que le *serum* & la substance huileuse de la bile n'eussent rien conservé de cette belle couleur de vert-pré que lui avoit communiqué l'acide nitreux, & que tous les deux eussent passé à la couleur jaune; j'ai pensé devoir attribuer ce phénomène à un phlogistique très-subtil, faisant principe de la bile, & que l'acide nitreux lui a enlevé dans le commencement de l'évaporation: la liqueur dont je viens de faire mention, a été diminuée d'environ un tiers sur un feu de sable, dans une capsule de verre; mise à refroidir, elle m'a donné des cristaux quadrangulaires, je les ai séparés de la liqueur, j'ai continué de l'évaporer, j'ai été étonné de voir se former à la superficie une autre substance jaune, résineuse, semblable à celle que j'avois obtenue dans la première expérience, & dont je n'avois vu aucun indice dans la deuxième évaporation: je l'en ai séparée par le filtre; la liqueur mise de nouveau au frais, a continué de me donner des cristaux quadrangulaires, semblables aux premiers, & l'évaporation suivie, m'a donné les mêmes produits; la liqueur que j'en ai décantée a déposé dans les capsules une autre espèce de sel qui y étoit adhérent au point de ne pouvoir l'enlever qu'avec peine; ce sel, vu à la loupe, présentoit beaucoup de petites aiguilles.

L'eau-mère, tirée de cette cristallisation, avoit une belle couleur

jaune foncée; elle étoit fort épaisse; l'huile de tartre par défaillance, l'a troublée sur le champ; il s'en est précipité peu de temps après un sel, dont les cristaux formoient des trapèzes, que j'ai reconnus semblables à ceux que j'avois retirés de la bile par la voie de l'esprit de sel.

L'huile de vitriol a coagulé cette eau-mère, & en a chassé des vapeurs nitreuses qui étoient fort jaunes; ce mélange, étendu dans un peu d'eau, a donné un précipité blanc, comme l'eau-mère du nitre le donne par cet acide.

J'étois impatient d'examiner ce sel quadrangulaire; l'examen m'a fait connoître que c'étoit un véritable nitre qui fusoit entièrement sur les charbons, qui avoit pour base l'alkali du sel marin. La quantité de nitre quadrangulaire que j'ai retiré de cette expérience, m'a donné lieu de juger dans le moment, que la base du sel marin entroit pour beaucoup dans la composition naturelle de la bile, & que jointe avec sa partie grasse, elle avoit formé dans le corps animal un véritable savon, comme le sel de soude, ou autrement, la base alkalinale du sel marin en est produit, lorsque ces sels alkalis sont combinés avec une huile grasse quelconque.

Si on me demande d'où vient cette base du sel marin, je répondrai que tous les hommes & la plupart des animaux se nourrissent de substances qui contiennent du sel marin, mais si l'on ne retrouve pas dans la bile ce sel en entier, que devient donc son acide? M. Lémery a pensé avant moi, qu'une portion du sel marin se décompose dans le corps des animaux, & se change en sel ammoniac, ce qui me porte à croire qu'il se fait dans l'intérieur de l'animal une décomposition du sel marin, qui oblige l'acide de ce sel à quitter sa base pour se joindre à un sel alkali volatil, & qu'alors la base du sel marin devenue libre, s'unit à une partie huileuse, pour former un savon tel que celui de la bile; cette base du sel marin a été reconnue dans beaucoup de matières animales; M. du Hamel l'a retirée du sang de bœuf & de l'urine de l'homme; il me paroît que l'espèce de sel alkali que M. Lémery a tirée de l'urine de vache, est aussi de la nature de la base du sel marin.

Le sel marin & le nitre quadrangulaire que j'ai tirés de la bile

par l'acide de ces deux différens sels, ne me laissoient pas douter que l'alkali du sel marin ne fût vraiment une partie constituante de la bile: il m'étoit essentiel d'avoir ce sel alkali sans intermède; j'ai pris pour cet effet 10 livres de bile, produit de douze vésicules de fiel, je l'ai desséchée à un feu très-doux dans une terrine vernissée, en s'épaississant elle est devenue d'un brun tirant sur le noir; lorsqu'elle a été réduite en extrait sec, elle ne pesoit plus qu'une livre; elle avoit par conséquent perdu 9 livres de flegme: j'ai mis ensuite cette bile dans un creuset entouré de charbons ardens; la matière s'est boursouflée & enflammée, elle a répandu une fumée très-épaisse; la flamme ayant cessé, il m'est resté une matière charbonneuse qui avoit une odeur d'*hepar* que je lui ai enlevée par la calcination, dont j'ai eu une cendre grise exactement semblable à celle de la soude, tant pour le goût que pour la couleur: ces cendres pesoient 1 once 6 gros, ce qui fait 14 onces 2 gros de perte pour la partie huileuse; j'ai lessivé ces cendres avec une suffisante quantité d'eau, cette lessive filtrée m'a donné 3 onces d'un sel alkali, y compris l'eau nécessaire à la cristallisation, & dont les cristaux étoient parfaitement ressemblans à ceux du sel de soude: ils tombent en efflorescence comme ces derniers: la liqueur séparée de ces cristaux, mise à évaporer, m'en a donné d'autres semblables, parmi lesquels j'ai encore aperçu un sel de la nature du sucre de lait, & de plus, un véritable sel marin, dont les cristaux avoient exactement la forme cubique.

La cendre produite de ces expériences étant lessivée, étoit fort noire, à raison d'une portion de phlogistique qu'il est difficile de lui enlever par la calcination; quelques parties de cette cendre étoient attirées par l'aimant & donnoient par la calcination une cendre rougeâtre. Pour achever de constater la nature du sel que j'ai tiré de la première cristallisation, & que je regardois comme étant véritablement la base du sel marin, j'en ai saturé une partie avec de l'acide vitriolique, j'ai eu du sel de Glauber dont les cristaux étoient très-réguliers; j'en ai aussi obtenu par l'acide du vinaigre, un sel neutre, semblable à celui que M. Baron a retiré du borax, moyen de plus que ce Chimiste a employé pour prouver dans ce sel minéral l'existence de la base du sel marin.

En

En rassemblant toutes ces expériences, il en résulte, 1.^o que la bile qui a éprouvé une fermentation putride & spontanée, donne de l'alkali volatil, & fournit avec l'acide du sel marin une espèce de sel ammoniac, ainsi que M. Bordenave, M. Pia & moi, l'avons reconnu par les expériences dont j'ai parlé au commencement de ce Mémoire; mais cet alkali volatil existe-t-il dans le corps humain?

2.^o Que les acides minéraux coagulent d'abord la bile, mais peu de temps après ils la rendent fluide, au point de passer aisément à travers le papier gris, ce qui n'arrive pas naturellement : ce *coagulum* n'est produit dans le premier moment, que parce que l'alkali du sel marin, aujourd'hui si bien démontré dans la bile, a plus d'affinité avec les acides, qu'il n'en a avec la partie huileuse animale, avec laquelle il formoit une matière savonneuse, & c'est avec raison que l'auteur de l'histoire de la putréfaction, considère comme une matière huileuse les flocons qui s'en séparent dans cet instant.

3.^o Les sels en aiguilles que j'ai tirés de la bile par la voie des acides, sont le produit d'une terre calcaire qui s'y trouve en plus ou moins grande quantité; cette terre ayant plus d'affinité avec les acides que j'avois employés, qu'avec le principe huileux de la bile, s'y est unie & a donné lieu à cette espèce de sel, que je regarde comme un sel séléniteux, vu qu'il est insipide, & qu'il ne peut se dissoudre qu'en partie avec beaucoup de peine dans l'eau bouillante; c'est cette terre calcaire qui donne lieu, ainsi que l'ont pensé plusieurs Physiciens, à la formation des pierres biliaires & des pierres stercorales; on en jugera par l'analyse que j'ai donnée de ces dernières, à la suite d'une observation intéressante de M. Morand, qui est imprimée dans le troisième volume des Mémoires de l'Académie royale de Chirurgie.

Henckel me paroît avoir eu grande raison de dire, que ceux qui font usage d'absorbans terreux, sont souvent exposés aux concrétions pierreuses. Une Dame d'un très-grand nom sentit, il y a trois ou quatre ans, des douleurs de colique très-violentes; M. de Vernage & M. Lory furent appelés, ces Médecins employèrent les remèdes nécessaires pour soulager la malade, qui

fut enfin délivrée de ses douleurs en rendant une pierre par les selles à peu près de la grosseur d'un œuf de pigeon : ces Messieurs m'engagèrent à examiner cette pierre, que je trouvai composée d'une terre calcaire, & liée par un principe huileux de la nature de celui de la bile : si on doit s'en rapporter au sentiment de Henckel, on ne sera plus surpris de la production de cette pierre, en considérant que depuis plusieurs années la malade prenoit constamment tous les jours jusqu'à deux gros de Magnésie de Strasbourg, pour corriger les aigres de l'estomac.

4.^o Les cristaux qui ont la forme de trapèzes, séparés du *serum* de la bile, m'ont paru être un sel qui approchoit beaucoup du sucre de lait, & qui se dissout, comme lui, assez difficilement dans l'eau, il n'en a pas tout-à-fait la douceur ; ce sel a été retenu dans l'eau-mère, provenant du mélange de la bile avec l'acide du nitre, par une partie grasse à laquelle il étoit uni, comme le sel essentiel du lait est uni à sa partie butireuse ; l'alkali fixe du tartre que j'ai versé dans cette eau-mère ayant plus d'affinité avec l'acide du nitre & avec la partie grasse qu'elle contenoit, a obligé ce sel essentiel à se précipiter : je crois que ce sel, joint à la terre calcaire, peut aussi contribuer pour beaucoup à la formation des pierres biliaires ; c'est sans doute à ce même principe salin que sont dûes des pierres de fiel d'une espèce particulière que M. Morand a le premier observées ; elles sont très-rares, mais elles sont reconnoissables par le brillant de leur surface & par leur transparence. On peut voir dans les Mémoires de l'Académie de 1741, les détails intéressans dans lesquels M. Morand est entré, & qui le portent à croire que les parties qui sont principes de la bile, se décomposent quelquefois ; alors, dit M. Morand, on en conclura assez naturellement que du différent assemblage des parties décomposées, il doit résulter des concrétions différentes, & telles que l'espèce de pierre dont il s'agit. Toutes ces observations peuvent aussi nous éclairer beaucoup sur la nature des pierres de la vessie, où l'on distingue souvent nombre de petits cristaux transparens ; c'est aussi ce principe salin, & la terre calcaire de la bile, qui ont donné lieu à l'auteur de l'histoire de la putréfaction, d'observer que les alkalis fixes & les

alkalis volatils, qui ont coutume de produire des effets contraires à ceux des acides, ont fourni avec la bile, des grumeaux verts ou verdâtres, plus ou moins verts & plus susceptibles de se dissoudre dans l'eau.

L'auteur de l'histoire de la putréfaction a aussi remarqué que les sels à base terreuse & métallique se décomposent avec la bile; ces expériences lui ont fait penser, comme nous l'avons déjà rapporté, qu'il y avoit dans la bile une substance véritablement alcaline, & c'est ce que j'ai eu la satisfaction de démontrer par l'alkali du sel marin que j'ai tiré de la bile, & qui est la cause de la décomposition de ces sels à base terreuse & métallique.

Je puis donc enfin conclure que la bile est un véritable savon composé d'une graisse animale & de la base alcaline du sel marin, & du sel marin lui-même, d'un sel essentiel de la nature du sucre de lait & d'une terre calcaire qui participe un peu du fer : peut-être ces deux derniers principes, aussi-bien que la nature du principe huileux, sont-ils la cause de la couleur & de l'amertume de la bile, qui ne se rencontrent pas dans le savon ordinaire. Il m'a paru qu'il étoit important d'avoir une analyse circonstanciée d'une matière si essentielle à l'économie animale; je desirerois ardemment qu'elle puisse être de quelque utilité à ceux qui s'occupent de la conservation des hommes.



O B S E R V A T I O N DE LA HAUTEUR SOLSTICIALE,

Faite à l'Observatoire royal au mois de Juin 1767.

Par M. CASSINI DE THURY.

22 Juillet
1767.

Nous avons profité des beaux jours qui ont précédé & suivi le jour du Solstice, pour observer les hauteurs du Soleil & d'*Arcturus* avec les mêmes instrumens que j'avois employés les années précédentes, & particulièrement avec l'instrument de M. le Duc de Chaulnes; nous avons trouvé, par quatre observations réduites au temps du solstice, la distance d'*Arcturus* au bord solsticial de $3^{\text{d}} 19' 53''$.

La plus grande hauteur apparente du bord supérieur du Soleil, a été observée au quart-de-cercle mobile de $64^{\text{d}} 55' 15''$, & je me suis assuré que l'état de cet instrument étoit cette année le même qu'au solstice d'été de l'année dernière.

Cette même hauteur a été observée au quart-de-cercle mobile de $65^{\text{d}} 1' 58''$.



OBSERVATIONS ET CALCULS
DE L'OPPOSITION DE SATURNE

AVEC LE SOLEIL,

Du 22 Décembre 1767.

Par M. JEAURAT.

CETTE Opposition étoit d'autant plus importante à observer, que Saturne n'étoit éloigné de son périhélie que de $13' 3''$.

Car lors de l'opposition, qui est arrivée le 22 Décembre à $0^h 51' 33''$, l'anomalie moyenne de cette Planète étoit de $6^d 13' 3''$.

Cette opposition importante pour la théorie de Saturne, a été faite par un temps très-favorable; Saturne a été observé le jour même de l'opposition, & comparé avec trois Étoiles fort proches du parallèle de Saturne, Saturne étoit même si proche de l'une de ces trois Étoiles, qu'il n'en étoit éloigné le jour de l'opposition que d'environ 18 minutes en longitude, & de 5 minutes en latitude; d'ailleurs on trouvera dans ce Mémoire des observations de Saturne faites beaucoup avant son opposition, & dont on pourra faire usage pour les distances respectives de Saturne au Soleil & à la Terre.

Des observations qui suivent, il résulte, quant à ce qui concerne l'opposition de Saturne avec le Soleil,

Que l'opposition de Saturne est arrivée { $0^h 51' 33''$ Temps vrai.
le 22 Décembre 1767 à } $0. 50. 39$ Temps moyen.

Saturne avoit alors une long. { dans l'Écliptique, de $3^d 0' 32' 44''$
héliocentrique observée. . } dans son orbite, de $3. 0. 31. 38$

Et une latitude australe géocentrique observée de $1. 0. 20$

{ Enfin, dans le cas où l'anomalie moyenne de h est de $6. 0. 13. 3$ }
{ L'erreur des Tables d'Halley en longitude, est de $13. 12$ }

Position apparente des Étoiles auxquelles SATURNE a été comparé.

L'étoile α du BÉLIER avoit pour	{ Ascension droite appar. 28 ^d 32' 30"
	{ Déclinaison bor. appar. 22. 21. 37
L'étoile η de CASTOR avoit pour	{ Ascension droite. 90. 13. 40
	{ Déclinaison bor. appar. 22. 33. 14
L'étoile μ de CASTOR avoit pour	{ Ascension droite appar. 92. 14. 25
	{ Déclinaison bor. appar. 22. 36. 45.

Observations de SATURNE, faites à l'École Royale Militaire.

ANNÉE 1767.	TEMPS DE LA PENDULE POUR LES PASSAGES AU MÉRIDIEN.			
	α du BÉLIER.	η de CASTOR.	μ de CASTOR.	S A T U R N E.
27 Octobre..	11 ^h 52' 53"	15 ^h 58' 56"	16 ^h 6' 56"	16 ^h 14' 53" ^{$\frac{1}{2}$}
1 Novembre	11. 33. 6	15. 54. 33
18 Novembre	10. 24. 53	14. 30. 57	14. 38. 58	14. 43. 6
11 Décembre.	8. 55. 7	13. 1. 12	13. 9. 14	13. 6. 21
16 Décembre.	8. 35. 37	12. 41. 42	12. 49. 44	12. 45. 6
17 Décembre.	8. 31. 42	12. 37. 47	12. 45. 49	12. 40. 51
20 Décembre.	8. 19. 59	12. 26. 5	12. 34. 7	12. 28. 4
21 Décembre.	8. 16. 4	12. 22. 9	12. 30. 11	12. 23. 47
22 Décembre.	8. 12. 5	12. 18. 12	12. 26. 13	12. 19. 29

Calculs des Observations de SATURNE, faites à l'École Militaire.

T E M P S V R A I des Observations. ANNÉE 1767.		ASCENSION droite observée de SATURNE.	DÉCLINAISON observée de SATURNE.
27 Octobre.. à	16 ^h 7' 57"	94 ^d 13' 23"	B. 22 ^d 22' 4"
1 Novembre à	15. 47. 55	94. 5. 2	22. 22. 14
18 Novembre à	14. 36. 2	93. 16. 41	22. 23. 25
11 Décembre. à	12. 50. 15	91. 31. 5	22. 26. 13
16 Décembre. à	12. 26. 26	91. 4. 50	22. 27. 8
17 Décembre. à	12. 21. 42	90. 59. 46	22. 27. 15
20 Décembre. à	12. 7. 16	90. 43. 44	22. 27. 36
21 Décembre. à	12. 2. 32	90. 38. 13	22. 27. 46
22 Décembre. à	11. 57. 46	90. 33. 0	22. 27. 53

ANALYSE

DE LA SOUDE DE VARECH.

Par M. CADET.

LE Varech est une plante de mer, très-commue sur toutes nos côtes de Flandre, de Picardie & de Normandie, sous le nom de *goemon* ou *far*.

M. Fontanet, dans le Journal de l'Agriculture & du Commerce, dit que le goemon, que la mer arrache & jette sur ses bords, ne vaut rien pour faire de la soude, qu'il faut prendre en marée basse, le plus avant en mer qu'il est possible, celui qui est attaché aux rochers; & que c'est dans les mois de Mars & d'Avril qu'il convient de cueillir le goemon, attendu qu'il est garni de bourfes ou boutons, remplis, à ce qu'il croit, d'une matière plus capable de s'alcalifier par l'action du feu.

La soude de varech diffère beaucoup de celle que l'on tire du kali d'Alicante, auquel feu M. de Jussieu a donné le nom latin *kali Hispanicum supinum annuum sedi-foliis brevibus* *. Cet Académicien s'étoit proposé de donner l'histoire des autres plantes maritimes qui fournissent un sel semblable à celui du kali, d'examiner en particulier chacune de leurs soudes, & d'indiquer les Arts dans lesquels elles servent.

**Voy. les Mém.
de l'Académie,
année 1717.*

La soude de varech a un goût très-salé & une forte odeur d'*hepar sulphuris*, que n'a point la soude d'Alicante, qui au contraire a une saveur âcre, brûlante & un goût lixiviel; les différens caractères salins de ces soudes, en imposent souvent aux blanchisseuses, & les mettent la plupart du temps dans le cas d'employer, sans le savoir, des soudes d'Espagne mélangées de soudes de varech.

Quand notre soude est bien salée, disent-elles, & qu'elle sent la bourbe, (c'est ainsi qu'elles veulent exprimer l'odeur d'*hepar*) quand la poussière nous pique le nez, nous sommes sûres que

nous aurons une bonne lessive, malheureusement elles ne sont que trop souvent les victimes d'un semblable raisonnement.

Il seroit à désirer qu'il règnât plus de bonne foi parmi la plupart de ceux qui font commerce de soudes. L'objet de ce Mémoire étant de faire connoître les inconvéniens qui résultent de ces soudes falsifiées, j'ai cru que je ne pouvois mieux remplir mon but, qu'en examinant les principes de la soude de varech, & les différences qu'il y a entre elles & la soude d'Alcanta; j'ai en conséquence tenté les expériences suivantes.

J'ai versé d'abord douze pintes d'eau de rivière sur dix livres de cendre de varech que j'ai fait bouillir pendant une demi-heure; j'ai ensuite filtré la liqueur à travers le papier gris sur une toile neuve; j'ai aperçu à la superficie de la liqueur une pellicule saline, qui annonçoit un commencement de cristallisation; j'ai mis cette liqueur à la cave, pour voir si elle donneroit des cristaux; cette liqueur avoit un goût salé & une forte odeur d'*hepar*; j'ai fait bouillir la matière restante sur le filtre, dans douze autres pintes d'eau, j'ai filtré ensuite, ce que j'ai réitéré une troisième & quatrième fois; les trois dernières lessives ont été jointes ensemble pour être évaporées jusqu'à pellicule, ce qui fait en total quarante-huit pintes d'eau que j'ai employées pour enlever, par l'ébullition, la partie saline de la soude de varech.

La première lessive qui avoit été mise à la cave pour y cristalliser, a donné 4 gros de tartre vitriolé; les cristaux de ce sel, qui étoient très-petits, vus à la loupe, présentoient des polyèdres, c'est-à-dire des solides à plusieurs faces, plus ou moins grandes; la liqueur séparée de ces cristaux, a été jointe aux trois autres lessives pour être aussi évaporée jusqu'à pellicule.

J'ai observé, en trempant une spatule de fer dans les lessives concentrées & toutes bouillantes, que la liqueur déposoit sur la spatule, un précipité vert, qui après avoir perdu son humidité, passoit dans l'instant au rouge de mars: le changement de couleur de ce précipité, est dû à la chaleur concentrée que la lessive bouillante avoit communiquée à la spatule de fer, laquelle a enlevé à ce précipité le principe sulfureux auquel il devoit sa couleur verte, cette présence du fer dans la soude de varech, n'a rien de surprenant,

surprenant, elle a été reconnue nombre de fois dans la soude d'Alicante, par plusieurs Chimistes, qui en ont tiré un bleu semblable au bleu de Prusse : j'ai seulement été surpris de voir que le précipité qu'a fourni la lessive de soude de varech, fût d'une couleur verte; j'ai d'abord attribué la cause de cette couleur à une surabondance d'une terre jaune martiale, qui s'est mêlée avec la partie bleue que je m'attendois plutôt d'y rencontrer, & qui a occasionné la couleur verte, comme il arrive quelquefois dans la préparation du bleu de Prusse. J'ai versé quelques gouttes d'acide niureux sur une partie de la lessive de soude de varech, dans l'espérance de faire passer à la couleur bleue le précipité vert qu'elle fournit; cet acide au contraire, en s'emparant de la partie alcaline, a fait disparaître la partie ferrugineuse & a donné quantité de flocons jaunes, lesquels lavés & séchés, se sont trouvés de véritable soufre; l'acide vitriolique, employé dans cette lessive, en a également précipité du soufre.

Lorsque j'ai aperçu la pellicule se former sur la liqueur, je l'ai filtrée pour en séparer cette fécule verte, laquelle séchée pesoit près d'un gros : j'ai porté au frais la liqueur pour la faire cristalliser, en moins d'une heure de temps la terrine s'est trouvée garnie d'une quantité de petits cristaux alongés, lesquels étant détachés & examinés attentivement à la loupe, formoient autant de petits cubes; la configuration régulière de ces cristaux & leur saveur salée, m'ont persuadé aussitôt que ce sel étoit du sel marin, il en différoit pourtant par une forte odeur d'*hepar sulfuris* dont il étoit empreint : les cristaux lavés & séchés, ont pesé une livre deux onces, la liqueur qui en a été séparée paroissant alcaline par sa saveur âcre, je me suis déterminé à l'évaporer à siccité; pendant toute l'évaporation il s'en est élevé une odeur forte d'*hepar*, le sel qui en est résulté est d'un gris sale & foncé, mais poussé au feu plus vif, il est passé au rouge brun; ce sel pesoit cinq livres une once. Pour mieux déterminer la nature de ce sel, qui avoit une saveur alcaline & salée, j'en ai pesé deux livres, je les ai mises dans un grand pot à beurre de Bretagne avec quatre livres de crème de tartre; j'ai versé sur ce mélange cinq pintes d'eau bouillante, il s'est fait aussitôt un mouvement d'effervescence.

mais il étoit bien petit en comparaison de celui qui a lieu dans de semblable mélange, fait avec le vrai sel de soude d'Alicante & la crème de tartre, dont le mélange passe par-dessus le pot avec une rapidité singulière; le mouvement d'effervescence passé, j'ai aperçu que la plus grande partie de la crème de tartre ne s'étoit point dissoute; en conséquence j'ai ajouté à ce mélange les trois livres une once de sel de varech qui restoit de l'évaporation, avec deux autres pintes d'eau bouillante; malgré cette addition il s'est trouvé encore près d'une livre de crème de tartre au fond du pot, de sorte que les cinq livres une once de sel de soude de varech, n'ont absorbé au plus que trois livres de crème de tartre, tandis que le sel de soude d'Alicante, dans les mêmes proportions, en auroit absorbé plus de onze à douze livres.

Le mélange du sel de soude avec la crème de tartre, est celui dont on se sert en Chimie pour la préparation du sel de Seignette; dans ce cas on ne peut y employer le sel de varech, ainsi qu'il est aisé de le démontrer par cette expérience aussi-bien que par les produits suivans.

La liqueur ayant été décantée de dessus la crème de tartre restante, elle a été évaporée jusqu'à pellicule, & ensuite filtrée, quoiqu'encore très-chaude elle a commencé à donner des cristaux; après une heure de refroidissement, j'ai séparé les cristaux qui étoient de crème de tartre, ils étoient parsemés de quelques petits cristaux de sel marin, ces cristaux séchés pesoient huit onces un gros & demi; j'ai évalué le gros & demi pour le sel marin qui y étoit mêlé; j'ai continué d'évaporer la liqueur jusqu'à pellicule, cette seconde évaporation a fourni une belle cristallisation de sel marin, exempte de crème de tartre & sans odeur d'*hepar*; il est aisé de sentir que cette odeur forte & désagréable lui a été enlevée par la crème de tartre, qui en a décomposé le foie de soufre. Dans cette dernière cristallisation, j'ai aperçu cinq cristaux de sel de Seignette, bien figurés & fort éloignés les uns des autres, ce qui a fait d'abord juger que la liqueur restante pouvoit donner du sel de Seignette en place de sel marin. J'ai évaporé de nouveau, & la liqueur portée au frais, a donné des cristaux de sel de Seignette, j'ai continué de filtrer & d'évaporer jusqu'à

ce qu'elle cessât de cristalliser, les cristaux étoient tous de sel de Seignette & exempts de tout mélange d'autre sel; ils pesoient deux livres neuf onces; il en est résulté après, une eau-mère qui tenoit un milieu entre l'eau-mère du sel marin & celle du sel de Seignette.

Depuis ces dernières expériences, il est constant que la soude de varech diffère beaucoup de la soude d'Alicante.

1.^o Par son odeur pénétrante de soie de soufre, ce qui est prouvé, non-seulement par l'odeur, mais encore par le soufre qu'on en a retiré en employant la voie des acides.

2.^o Par le tartre vitriolé qu'on y a reconnu, qui est un sel neutre totalement étranger à la soude d'Alicante, qui vient sans doute de quelqu'autre plante que l'on a mêlé au varech, pendant sa calcination, lequel ne peut que nuire aux expériences dans lesquelles on feroit usage de soude qui en contiendrait.

3.^o La quantité de sel marin dont cette soude abonde, ainsi qu'on l'a démontré, & le peu d'alkali réel qu'elle contient, en doit interdire l'usage en France, du moins pour les fabriques de savon & pour le blanchissage.

Pour faire de bon savon, il faut que la soude soit bien alkaline, pour augmenter la force de l'alkali & la rendre plus caustique, on est forcé de l'aiguïser avec la chaux vive.

La soude de varech, qui n'est presque toute que sel marin, ne peut donc servir pour la préparation du savon.

Les Blanchisseuses, par la même raison, ne peuvent parvenir à bien dégraisser leur linge qu'autant que la soude d'Alicante est bien âcre, caustique & chargée de beaucoup d'alkali, qui en se joignant à la partie grasse de leur linge, fait une espèce de savon qui en décide plus ou moins la grande blancheur; si cette soude est falsifiée avec celle de varech, que l'on appelle dans le commerce, *petite soude*, elle est d'abord affoiblie & blanchit par conséquent moins bien le linge: autre inconvénient qui en résulte, c'est que le linge est exposé à être beaucoup plus taché, en ce que le varech contient évidemment plus de fer que la soude d'Alicante, ce qui fait un très-grand tort aux blanchisseuses, sur-tout lorsqu'il se rencontre dans leur cuvier des hardes de basin, les

taches de fer de la soude s'en vont très-difficilement sur cette espèce de toile. Lorsque les Blanchisseuses rencontrent de pareilles soutes, pour la rendre plus mordicante, c'est - à - dire, en terme de Chimie, plus alcaline, elles ajoutent à leur cuvier un boisseau ou deux de cendre de bois neuf, suivant la quantité plus ou moins grande de linge qu'elles ont à blanchir; elles reconnoissent que leur soude est pure & sans mélange, lorsqu'elle coule laiteuse & qu'elle forme une petite écume bleuâtre à la superficie du cuvier; elles disent alors que leur lessive est bien amoureuse, & dans ce cas, elles n'y ajoutent point de cendre, vu que leur lessive est assez alcalisée. D'après tous les faits qu'on vient d'exposer, on voit déjà que la soude de varech, telle qu'on la fait actuellement, ne peut nullement servir pour les fabriques de savon & encore moins pour le blanchissage; mais voici une preuve d'expérience qui la met hors de doute : j'ai donné à une Blanchisseuse douze livres de cendre de varech à employer en place de soude d'Alicante, en la goûtant, elle assura qu'elle étoit bien salée, qu'elle sentoît bien la bourbe & qu'il étoit sûr qu'elle donneroit une bonne lessive; j'étois persuadé du contraire, d'après les principes qui constituent les cendres de varech; après la lessive coulée, la liqueur est sortie du cuvier claire, salée, avec une très-forte odeur d'*hepar*; elle n'étoit ni laiteuse, ni savonneuse, ni lixivielle, ce qu'auroit été la lessive de pure soude d'Alicante; elle n'a eu aucune action sur le linge; s'il fût resté plus longtemps dans le cuvier, il auroit inmanquablement été tout taché, heureusement la Blanchisseuse s'y prit assez tôt pour y remédier, en mettant son linge dans un autre cuvier & y ajoutant une même quantité de pure soude d'Alicante.

Il résulte de cette analyse, que la soude de varech ne peut servir pour le blanchissage & pour les savonneries.

Les Verriers sont les seuls qui peuvent l'employer utilement, à raison de la quantité de sel marin qu'elle contient; ce sel aide à la fusion des terres, même les plus réfractaires; la violence du feu qu'elle éprouve d'ailleurs dans la préparation du verre, fait que le sel marin achève de s'y alcaliser.

Cette soude, ou autrement son sel, pourroit servir aussi à faire

de bon esprit de sel; il en résulteroit un second avantage, c'est que le résidu de la distillation fourniroit du sel de Glauber; mais de tous les avantages, le plus grand seroit celui de porter le varech au degré de l'utilité de la soude d'Alicante.

Le varech, je crois, ne pèche que parce qu'il abonde trop en sel marin; si cette plante étoit mêlée avec d'autres plantes maritimes cultivées & moins chargées de sel, les dernières contenant beaucoup plus de principe inflammable, produiroient, je pense, une meilleure calcination, & dans laquelle le varech subiroit une chaleur plus violente; le sel marin, qui fait principe de cette plante, s'en alkaliseroit beaucoup mieux, & les cendres qui en résulteroient, pourroient bien avoir toute la bonté & les propriétés de celle d'Alicante. On sait de quel secours sont les matières inflammables pour enlever les acides de leur base alkaline; aussi M. du Hamel a-t-il tenté de décomposer le sel marin par l'intermède du charbon: il y seroit peut-être parvenu s'il avoit porté ses expériences plus loin, mais ce n'étoit point le but qu'il se proposoit, ainsi qu'il l'observe dans un Mémoire qu'il a donné en 1736, sur la base du sel marin. Ce sont les expériences qu'il a tentées qui ont donné lieu à quelques travaux particuliers auxquels je me suis livré & d'après lesquels je pense qu'on peut porter la soude de varech au degré de bonté de celle d'Alicante: j'espère donner un jour ces travaux à l'Académie. Il seroit aisé de se procurer des plantes maritimes, en semant la graine de kali, ainsi que l'a pratiqué M. du Hamel, même dans des terrains abandonnés qu'on auroit cru jusqu'ici inhabiles à toutes productions, ainsi que l'a remarqué M. Fontanet, qui dit, & avec raison, que ce seroit une très-grande ressource pour les habitans de nos côtes & ceux du sexe le plus foible, qui trouveroient dans un âge où ils ne peuvent exécuter aucun travail de force, une ressource contre la misère; nos fabriquans auroient à leur portée une matière dont ils ne peuvent se passer; ils l'auroient à meilleur marché; enfin, il ajoute que nous conserverions environ deux millions qui passent en Espagne ou dans le Levant.

M. Fontanet parle de trois moyens qu'on emploie pour la calcination du kali, je crois que pour la conversion du varech en

soude, il seroit essentiel de s'arrêter au troisième, dont la calcination doit être plus parfaite, il dit que ce dernier moyen demande un peu plus de raffinement & de dépense dans la construction du four, mais aussi beaucoup moins d'habileté de la part des brûleurs & qu'elle procure une grande quantité de soude dans le même temps; elle consiste à tracer dans un terrain un peu élevé & point borné, c'est-à-dire exposé au vent, un fossé de 5 à 6 pieds de longueur, profond de 18 pouces & large par-tout de 15 pouces, on le mastique au fond & sur les côtés avec de la glaise mêlée d'un peu de sable pour qu'elle se puisse convertir par l'effet du feu, en espèce de brique, sur le fossé, dont l'embouchure est de niveau avec le terrain; on couche à deux pouces l'une de l'autre, des barres de fer qui le traversent dans sa largeur, on élève ensuite tout autour du fossé, un mur d'un pied ou 15 pouces au plus de hauteur, on allume le feu dans le fond de ce fossé, que nous appellerons actuellement *four*, & quand le feu est dans la plus grande force, on garnit de kali l'espèce de tuyau de cheminée, formé par le mur en maçonnerie; à mesure que le kali se consume & se précipite au fond du four en passant au travers des intervalles qu'on a laissés entre les barres de fer, à mesure, dis-je, que le kali se détruit on en remet d'autre, & ainsi de suite sans discontinuer, ni nuit ni jour, jusqu'à ce que l'on s'aperçoive que les cendres touchent les barres de fer, alors on laisse éteindre le feu de lui-même, & quand tout est entièrement refroidi, on détruit le four pour en retirer la soude.

Je pense qu'en rassemblant les moyens de M. Fontanet & ceux que je propose, il nous seroit aisé de préparer en France une aussi bonne soude que celle que l'on prépare en Espagne.

Je desiré que l'objet de ce Mémoire puisse remplir nos vues.

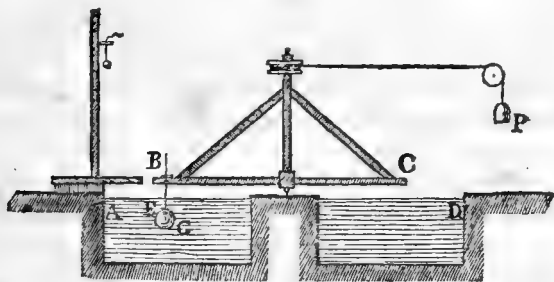


EXPÉRIENCES SUR LA RÉSISTANCE DES FLUIDES.

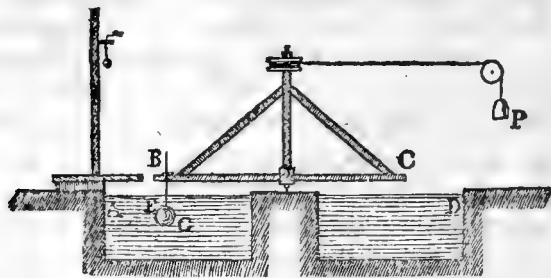
Par M. le Chevalier DE BORDA.

LORSQUE je rendis compte à l'Académie, en 1763, des expériences que j'avois faites pour connoître la résistance que les corps éprouvent en se mouvant dans l'air, je me proposai d'en faire de pareilles sur la résistance de l'eau ; j'indiquai même alors la manière d'exécuter ces expériences en se servant d'un bassin rond, dans lequel on feroit tourner horizontalement les différens corps dont on voudroit connoître les résistances : depuis ce temps-là j'ai eu occasion de suivre ce projet, mais j'ai été interrompu par d'autres occupations indispensables, presque dès le commencement de mon travail, & je n'ai pu remplir qu'une très-petite partie de ce que je m'étois proposé ; néanmoins les expériences que j'ai faites étant assez intéressantes, j'ai cru pouvoir les présenter à l'Académie en attendant que des circonstances plus favorables me donnent l'occasion de suivre ce travail que je regarde comme de la plus grande importance pour la construction des Vaisseaux & pour la Marine.

Je me suis servi pour mes expériences d'un bassin rond & d'une machine tels que je me les étois proposés dans mon Mémoire sur la résistance de l'air, & tels qu'ils sont dans la figure



ci-jointe : le diamètre *AB* du bassin avoit 12 pieds, celui du



volant, les corps dont on vouloit éprouver les résistances; pour cela on avoit une lame de fer bien tranchante *BE*, dont une extrémité étoit fixée au corps qu'on faisoit mouvoir, l'autre extrémité passoit au travers du bras du volant & y étoit assujétié par le moyen d'une vis qui servoit à tenir le corps *G* à la profondeur à laquelle on vouloit le faire mouvoir; de cette manière, tandis que l'action du poids *P* faisoit tourner le volant dans l'air, il n'y avoit que le corps *G* qui se mut dans l'eau avec une petite partie de la lame *BE*, & cette lame, étant mince & tranchante, n'éprouvoit qu'une résistance presque insensible.

Voici la manière dont je faisois chaque observation: après avoir fixé à l'extrémité du volant le corps que je voulois faire mouvoir, je passois plusieurs tours de cordon dans la gorge de la poulie, & lorsque l'eau du bassin étoit parfaitement tranquille, j'abandonnois le volant à l'action du poids *P*; j'attendois ensuite qu'il eût acquis, à très-peu de chose près, la plus grande vitesse à laquelle il pouvoit parvenir (ce qui arrivoit ordinairement après un quart de révolution), & je comptois alors avec un pendule à demi-seconde, le temps qu'il employoit à faire deux révolutions entières.

Les principales expériences que j'ai faites, regardent la résistance de la sphère; j'avois un globe qui étoit tourné fort exactement & qui avoit 59 lignes de diamètre; je l'avois fait couper en deux parties égales, qu'on pouvoit joindre ou séparer à volonté; je fixai d'abord une de ces moitiés à la lame de fer *BE*, de manière qu'en

qu'en faisant tourner le volant dans un sens, la demi-sphère présentoit la surface convexe au choc de l'eau, & en le faisant tourner dans l'autre sens, elle présentoit la surface du grand cercle; enfin j'éprouvois la résistance de la sphère entière en rejoignant les deux moitiés.

On peut voir dans la Table suivante les résultats qui déterminent ces trois différentes résistances : la première colonne marque les poids dont je me suis servi pour faire mouvoir le volant, les trois autres colonnes marquent le nombre de vibrations de mon pendule qui répondoient aux temps de deux révolutions entières.

Je remarquerai que j'ai toujours fait deux observations pour chaque expérience, & que je n'ai mis dans la Table que les nombres moyens de vibrations, quoiqu'au reste cela fut assez inutile, parce que les deux observations s'accordoient presque toujours parfaitement, & qu'il y avoit rarement entre elles une demi-vibration de différence.

Nombres de vibrations répondans à deux révolutions entières du volant.

Poids.	Côté du grand cercle.	Partie convexe de la demi-sphère.	Sphère entière.
Onces.	Vibrations.	Vibrations.	Vibrations.
4.....	389.....	241 $\frac{1}{2}$	242 $\frac{1}{2}$
8.....	269 $\frac{1}{2}$	170 $\frac{3}{4}$	171 $\frac{1}{2}$
12.....	188.....	118 $\frac{3}{4}$	119 $\frac{1}{4}$
2.....	132 $\frac{1}{2}$	83 $\frac{3}{4}$	84
4.....	92 $\frac{1}{2}$	59 $\frac{1}{4}$	59 $\frac{1}{2}$
8.....	66.....	41 $\frac{3}{4}$	42.

Mais il faut séparer de ces effets celui des frottemens & celui du choc de l'air contre le volant, afin de n'avoir que la seule résistance de l'eau contre le globe : pour cela, après avoir ôté le corps G, j'ai fait tourner le volant successivement avec différens petits poids; j'ai trouvé qu'un poids de 2 gros $\frac{1}{2}$ suffisoit pour faire faire deux révolutions dans le temps de 135 vibrations, qu'il fa'loit 3 gros pour 116 vibrations, 4 pour 88, 6 pour 66, & 8 pour 54. D'après ces données, j'ai cherché, par interpolation,

Mém. 1767.

. R r r

les différens poids qui convenoient aux temps marqués dans la Table, & ensuite j'ai déterminé les nombres de vibrations qu'on auroit trouvé s'il n'y avoit eu ni frottement ni résistance de l'air : voici la Table ainsi corrigée.

Nombre de Vibrations.

<i>Poids.</i>	<i>Côté du grand cercle.</i>	<i>Partie convexe de la demi-sphère.</i>	<i>Sphère entière.</i>
Onces.	Vibrations.	Vibrations.	Vibrations.
$\frac{1}{4}$	380	235	236
8'	266 $\frac{1}{2}$	168 $\frac{1}{4}$	168 $\frac{3}{4}$
1 ^{re}	186 $\frac{1}{2}$	117 $\frac{1}{4}$	117 $\frac{3}{4}$
2	132 $\frac{5}{7}$	83	83 $\frac{1}{2}$
4	92 $\frac{1}{6}$	58 $\frac{5}{6}$	59 $\frac{1}{12}$
8	65 $\frac{5}{6}$	41 $\frac{1}{2}$	41 $\frac{5}{8}$

Je remarque sur ces expériences, 1.^o que les résistances que le globe éprouvoit en se mouvant dans l'eau étoient, à très-peu de chose près, proportionnelles aux carrés des vitesses; l'inspection de la Table fera voir combien cette proposition est exacte. J'ai éprouvé d'ailleurs plusieurs autres corps dont les résistances suivoient encore les mêmes proportions; ainsi l'on peut dire généralement que tous les corps, en se mouvant dans l'eau, éprouvent des résistances proportionnelles aux carrés des vitesses, du moins lorsque ces vitesses ne s'éloignent pas beaucoup de celles que j'ai éprouvées.

2.^o Ces expériences font voir que la résistance de la partie convexe de la demi-sphère est, à peu de chose près, la même que celle de la sphère entière; ainsi on peut dire que dans ces petites vitesses la partie antérieure des corps est la seule qui cause la résistance.

Nous avons, outre cela, deux choses principales à déduire de cette Table, savoir la résistance absolue de la sphère, & ensuite les rapports des résistances de la sphère entière, du grand cercle, & de la partie convexe de la demi-sphère.

Pour connoître la résistance absolue de la sphère, il faut d'abord déterminer le rapport du diamètre de la poulie au diamètre du

cercle décrit par le centre de la sphère : or j'ai trouvé que tandis que le volant faisoit deux révolutions, le poids descendoit de la hauteur de 3 pieds 17 lignes, ce qui donne 5 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ pour le diamètre de la poulie ; & comme le cercle décrit par le centre de la sphère avoit 8 pieds de diamètre, on trouvera que les deux diamètres étoient entre eux comme 100 & 1611 ; il faut donc pour avoir les vraies résistances, diminuer les poids de la Table dans le rapport de 1611 à 100.

Cela posé, voyons si ces résistances s'accorderoient avec celle que Newton a trouvée par une théorie particulière que l'on voit dans le livre des Principes Mathématiques, *prop. 38, livre II* : je remarque que suivant cette théorie, la résistance d'un globe est égale aux poids d'une colonne de fluide qui auroit pour base le grand cercle de la sphère, & pour hauteur la moitié de celle qui est dûe à la vitesse de la sphère : prenons pour exemple l'expérience du quatrième rang de la troisième colonne de la Table ; dans cette expérience le globe a fait ses deux révolutions dans le temps de quatre-vingt-trois vibrations, ainsi d'après ce que nous

venons de dire, la vitesse étoit $= \frac{50^{\text{pi},28}}{41^{\text{''},5}} = \frac{1^{\text{pi},211}}{1^{\text{''}}}$, & par

conséquent la hauteur dûe à la vitesse étoit $= 0^{\text{pi},0244}$: donc le poids de la colonne de fluide qui, selon la théorie de Newton, exprimait le choc du fluide contre le globe

$= 70^{\text{z}} \left(\frac{59^{\text{z}}}{144^{\text{z}}} \right) \cdot \frac{11}{14} \cdot \frac{0,0244}{2} = 0,^{\text{z}}1127$: mais dans

notre expérience le volant étoit mis en mouvement par le poids de 2^z, & ce poids étant diminué dans le rapport de 1611 à 100, donne pour la vraie résistance du globe 0,^{\text{z}}124 ; ainsi le résultat de mon expérience est à celui que donne la théorie de Newton, comme 1240 est à 1127, ou comme 10 à 9, à peu près.

Venons à présent aux rapports des résistances du grand cercle & de la sphère ; il est facile de conclure, de ce que nous avons déjà trouvé, que ces résistances sont proportionnelles aux carrés des nombres correspondans de vibrations qui sont dans la Table ;

Rrr ij

ainfi elles font entre elles comme $(380)^2$ & $(236)^2$, ou comme $(266\frac{1}{2})^2$ & $(168\frac{3}{4})^2$ &c. Prenant le rapport moyen entre tous ceux-là, on trouvera que la réfiftance du grand cercle eft à celle de la fphère entière, comme 2508 eft à 1000; on trouvera auffi de la même manière que la réfiftance du grand cercle eft à celle de la partie convexe de la demi-fphère, comme 2525 eft à 1000; c'eft-à-dire que ces rapports font à peu de chofe près comme celui de 5 à 2, ainfi que nous l'avons trouvé pour la réfiftance de l'air (*voyez mon premier Mémoire, année 1763*).

Après avoir trouvé la relation qu'il y avoit entre les réfiftances & les vitesses en général; j'ai voulu voir fi ces réfiftances ne dépendoient pas auffi de la profondeur à laquelle fe mouvoient les corps au-deffous de la furface du fluide: pour cela, comme dans les expériences précédentes, la fphère fe mouvoit à 6 pouces au-deffous de cette furface, j'ai fait d'autres épreuves correfpondantes dans lefquelles la fphère n'étoit couverte que de deux ou trois lignes d'eau, & j'ai trouvé des réfultats affez différens des premiers, comme on peut le voir dans la Table fuivante:

Poids.	Sphère enfoncée à 6 pouces fous l'eau.	Sphère à la furface de l'eau.
Onces.	Vibrations.	Vibrations.
8	171 $\frac{1}{4}$	173 $\frac{1}{2}$
2 $\frac{1}{2}$	84	87 $\frac{1}{2}$
8 $\frac{1}{2}$	42	47 $\frac{1}{4}$

On voit dans ces expériences deux chofes remarquables:

1.^o La fphère éprouvoit moins de réfiftance lorsqu'elle étoit enfoncée fous l'eau, que lorsqu'elle fe mouvoit à la furface de l'eau:

2.^o Les réfiftances de la fphère qui fe mouvoit à la furface de l'eau, croiffoient en plus grand rapport que les carrés des vitesses.

Quoiqu'on n'ait encore que des connoiffances peu étendues fur la théorie de la réfiftance des fluides, il me fera cependant facile de donner la raifon des deux chofes que je viens de remarquer.

J'ai dit dans mon Mémoire sur la théorie des fluides, *art. 33*, qu'il falloit admettre une perte de forces vives dans le calcul de la résistance des fluides; j'ajoute ici que cette résistance est toujours égale à la somme des forces vives perdues à chaque instant; par conséquent, la résistance augmente lorsque la perte de forces vives augmente, ou bien, ce qui est la même chose, lorsque le corps qui est en mouvement, imprime une plus grande quantité de forces vives au fluide qu'elle fait resouler: or il est évident que lorsque le globe étoit à 6 pouces au-dessous de la surface, il n'imprimoit pas, aux parties environnantes, d'aussi grandes vîteses que lorsqu'il se mouvoit à la surface de l'eau, parce que dans le premier cas le fluide avoit la liberté de couler autour de toute la circonférence du globe, au lieu que dans le second il ne pouvoit s'échapper par la partie supérieure de ce globe; d'où il s'ensuit que dans le premier cas, le fluide n'acqueroit & ne perdoit pas une aussi grande quantité de forces vives que dans le second cas; la sphère devoit donc éprouver à la surface de l'eau plus de résistance qu'elle n'en éprouvoit à 6 pouces au-dessous de cette surface.

Venons à la seconde remarque; on sait que quand un corps se meut à la surface de l'eau avec beaucoup de vitesse, il se fait derrière ce corps un creux dans lequel le fluide se précipite, & alors les molécules du fluide qui, dans les vîteses médiocres décrivent des courbes extrêmement alongées, se replient presque subitement derrière le corps, & y forment différens remoux; il suit de-là qu'il y a à proportion de plus grandes vîteses imprimées aux molécules de fluide lorsque le corps se meut rapidement, que lorsqu'il se meut avec lenteur; il y a donc à proportion plus de forces vives imprimées & perdues, & par conséquent les résistances doivent croître en plus grand rapport que les carrés des vîteses.

Ce que nous disons des corps qui se meuvent à la surface de l'eau, doit s'entendre aussi de ceux qui se meuvent à une petite profondeur au-dessous de cette surface; & en général il faudroit qu'un fluide fût infini dans tous les sens, pour que (faisant tou-

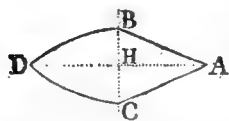
jours abstraction des frottemens) les résistances fussent exactement proportionnelles aux carrés des vitesses.

Voilà toutes les expériences que j'ai eu le temps de faire sur la résistance de la sphère; à la suite de celles-là, j'en avois entrepris de fort étendues sur les corps de différentes figures, mais j'ai été obligé de suspendre mon travail presque dès le commencement : comme cependant j'avois déjà obtenu quelques résultats intéressans qui regardent la théorie ordinaire, je vais finir ce Mémoire par ces résultats que je vais donner, sans entrer dans aucun détail d'expériences.

J'ai d'abord cherché à comparer les résistances qu'éprouvoient différens angles plans en se mouvant dans l'eau, & j'ai trouvé comme dans mes expériences sur l'air, qu'il s'en falloit beaucoup qu'elles fussent proportionnelles aux carrés des sinus des angles d'incidence; & même lorsque ces angles étoient fort aigus, j'ai trouvé que les résistances ne diminuoient pas autant que les simples sinus. On doit conclure de-là que la théorie ordinaire se trompe beaucoup sur les rapports des résistances qu'éprouvent les angles-plans.

Elle ne se trompe pas moins dans la comparaison des résistances des surfaces planes avec celle des surfaces courbes : en effet on a déjà vu que la résistance d'un grand cercle de la sphère est à celle de la sphère entière comme 5 à 2, tandis que la théorie ordinaire donne le rapport de 2 à 1; mais sans nous arrêter à cela, voici une expérience entièrement concluante.

J'ai fait faire un corps prismatique, dont la base $ABCD$ étoit composée d'un angle rectiligne BAC , & de deux arcs de cercle DB & DC , dont les centres étoient dans la ligne BC prolongée; la longueur de AH & HD



étoit de 6 pouces, BC avoit 4 pouces: j'ai éprouvé la résistance de ce corps en lui faisant présenter au choc du fluide, d'abord le côté A , & ensuite le côté D , & je n'ai trouvé qu'une différence presque insensible entre les deux résistances: cependant, par la

théorie ordinaire elles auroient dû être entre elles comme 28 & 15 : cette théorie donne donc encore ici des résultats entièrement faux.

Il résulte des expériences que je viens de citer, de celle du pied cube dont j'ai parlé dans mon Mémoire sur la résistance de l'air, & enfin des autres expériences que j'ai données sur la résistance de l'air, que la théorie ordinaire du choc des fluides ne donne que des rapports absolument faux, que ces rapports s'éloignent même beaucoup de la vérité, & que par conséquent il seroit inutile & même dangereux de vouloir appliquer cette théorie à l'art de la construction des Vaisseaux.



E X P O S É

De divers objets de la Géographie physique, concernant les Bassins terrestres des Fleuves & Rivières qui arrosent la France, dont on donne quelques détails, & en particulier celui de la Seine.

Par M. BUACHE.

SUR le desir que M. Bignon, Prevôt des Marchands, m'a témoigné de prendre connoissance de la collection géographique que j'ai sur les Rivières, & en particulier du cours de la Seine, avec les rivières qu'elle reçoit; j'ai cru devoir présenter les vues générales dont je me suis occupé depuis nombre d'années, & qui servent de base aux travaux particuliers que je me propose d'exécuter sur cet objet.

Un des premiers ouvrages que je prends la liberté d'exposer, & qui me paroît d'abord le plus essentiel, est une Carte géographique & physique du bassin terrestre de la Seine, c'est-à-dire de tout le terrain arrosé par ce fleuve & les rivières qu'il reçoit. Cette Carte représente avec assez de détail toutes les rivières qui se rendent dans la Seine, depuis sa source jusqu'à son embouchure, avec les différens objets relatifs aux vues de Messieurs les Prevôts des Marchands & Échevins de la ville de Paris: par exemple, les plus considérables villes par où passent ces rivières, tous les lieux en général qui peuvent contribuer en quelque chose à l'approvisionnement de Paris, ainsi que les cantons où il y a des bois un peu considérables, &c. on y doit marquer aussi les rivières qui sont flottables & navigables, les endroits où elles commencent à l'être, & enfin ceux où la navigation est dangereuse & difficile.

En appliquant sur cette Carte le système physique que j'ai établi sur la continuité des montagnes, j'ose me flatter qu'elle sera
de

de la plus grande utilité. Les hauteurs ou terrains élevés d'où viennent toutes les eaux des rivières, & qui se trouvent par conséquent toujours à leurs sources, communiquent les unes aux autres & forment par-là une espèce de chaîne qui termine & sépare les bassins de chaque rivière. On en a vu l'effet sur le projet de cette Carte géographique & physique que j'ai eu l'honneur de présenter à M. Bignon, & qui doit s'exécuter en sept grandes feuilles & demie.

D'abord le bassin général de la Seine y est séparé des bassins des autres fleuves de la France, par une principale chaîne de montagnes, où les grandes rivières prennent leurs sources, comme l'Oise, la Marne, l'Aube, l'Yonne, &c. En second lieu, ces mêmes rivières & d'autres qui se jettent immédiatement dans la Seine, ont encore leurs bassins particuliers séparés les uns des autres moins considérables, d'où viennent les petites rivières qu'elles reçoivent*.

En général, cette considération des chaînes de montagnes fait connoître au premier coup d'œil les terrains les plus élevés, ainsi que leurs différentes pentes vers la mer & vers chaque rivière principale; elle donne aussi une idée sensible des obstacles qu'on rencontre ordinairement pour la communication des rivières.

Le second travail qui a été présenté & qui s'exécute actuellement, suivant les ordres de M.^{rs} les Prevôt des Marchands & Échevins de la Ville, est un Tableau représentant, par une nouvelle disposition, les rivières qui arrosent le bassin de la Seine, dans lequel les différens contours de chaque rivière sont supposés développés en ligne droite.

L'objet principal de ce tableau est d'indiquer la longueur absolue des rivières, relativement à la route de la navigation; on l'a disposé, comme il paroît, conformément à cette considération de la Géographie physique selon laquelle j'ai comparé un fleuve à un arbre*.

La Seine, comme la branche principale de l'arbre, y est représentée sur une ligne en hauteur, c'est-à-dire dans la situation ordinaire du tronc de l'arbre; les autres rivières placées à droite & à gauche de ce fleuve, suivant leur ordre naturel, s'écartent, comme les branches ordinaires, dans différentes directions.

Mém. 1767.

. SSS

* Voy. *Mém. de l'Acad.* 1752, p. 416, planche XIV; pour avoir l'idée du nouveau projet.

* Voy. *Mém. de l'Acad.* 1753, page 586.

On a distingué par des doubles & simples lignes, la qualité des rivières ; la Seine & les autres branches principales qui viennent se réunir à elle, comme l'Oise, la Marne, l'Yonne, &c. sont marquées par une double ligne ; les autres qui sont comme des rameaux, sont représentées par une ligne simple.

Les rivières marquées par une double ligne, sont divisées en autant de parties qu'il y a de lieues dans leur cours développé ; ce qui sert d'échelle & fait connoître tout d'un coup la distance par eau entre les différentes embouchures des rivières qu'elles reçoivent & les villes qu'elles arrosent, on a marqué à la source de chaque rivière, sa longueur absolue en lieues de vingt-cinq au degré.

L'avantage qu'il y a dans cette représentation des rivières en ligne droite, est de pouvoir les comparer aisément, & connoître aussitôt celles qui ont un plus long cours, & fournissent par conséquent plus d'eau : au moyen de la longueur de chaque rivière marquée par des chiffres, à sa source, on peut encore savoir combien il y a de lieues d'eau courante dans chacun de leurs bassins, & ainsi combien il y en a dans le bassin général. Le bassin particulier de la Seine y compris ses ruisseaux, a 684 lieues d'eau courante, celui de l'Oise & de l'Aisne 348, celui de la Marne 287, celui de l'Aube 85, celui de l'Yonne 210, celui du Loir 81, & enfin celui de l'Eure 97 ; ce qui forme pour tout le bassin général de la Seine 1795 lieues d'eau courante.

Un autre avantage de cette méthode, c'est qu'elle paroît la plus simple pour profiter des connoissances qu'on peut tirer des Mariniers & autres personnes peu versées dans la pratique du dessin & de l'usage des Cartes géographiques. Qu'on demande, par exemple, à un Marinier combien il a rencontré de ruisseaux à droite ou à gauche dans le cours de sa navigation, il en indiquera le nombre sur le Tableau, & en dira les noms, il pourra même par un simple trait, ajouter ce qui peut être omis entre deux ruisseaux connus, & marquer par chiffres l'étendue du cours de navigation. Enfin le Marinier intelligent ajoutera par note, que telle rivière porte bateau à tel endroit, que telle ville est à droite ou à gauche de la rivière en montant ou en descendant ; il en fera de

même pour les bassiers & autres dangers dont la connoissance est importante pour la sûreté de la navigation.

Ces avantages joints à plusieurs autres qu'on a reconnus dans l'exécution de ce Tableau de la Seine, m'a engagé à faire le même travail pour les autres fleuves de la France, savoir la Loire, la Garonne & le Rhône. Afin de leur donner toute la perfection possible, j'ai fait dresser deux Tableaux pour chacun de ces fleuves, comme on le voit par rapport à la Seine. L'un de ces Tableaux est dressé sur les meilleures & les plus nouvelles Cartes détaillées des Provinces, & l'autre a été tiré d'après d'anciennes cartes manuscrites contenues dans un recueil en deux volumes in-folio, qui est à la Bibliothèque du Roi, traitant des fleuves & rivières de France, & composé par Pierre Boyer sieur du Parc.

Ayant ensuite comparé ces deux Tableaux, j'ai reconnu que celui tiré des cartes détaillées qui donne 1795 lieues d'eau courante, étoit très-supérieur à l'autre, qui n'en donne que 1134. On peut conclure de-là le progrès de la Géographie touchant les rivières de France, & l'avantage des détails.

Pour comparer encore ces rivières ainsi développées, avec leur état naturel, on a tracé à côté du premier Tableau, la Carte géographique du bassin qu'il représente; la Seine y est disposée comme dans le Tableau, sur une ligne en hauteur, & suivant la distance la plus courte de sa source à son embouchure, qui est de 70 lieues, ce qui donne une différence de 85 lieues entre le cours naturel de la Seine & son développement qui est de 155 lieues.

Cette figure naturelle du bassin de la Seine, qui est un abrégé de la grande Carte géographique & physique qu'on a proposé d'abord, est environné de la principale chaîne de montagnes qui le sépare des bassins des fleuves voisins; on y a indiqué les endroits où les chaînes qui entourent les autres bassins, viennent se réunir à elle; ce sont en général les lieux les plus élevés du pourtour du bassin de la Seine. Comme c'est de cette chaîne de montagnes que sortent les principales rivières, on a aussi marqué à la source de ces rivières, sur le Tableau, une représentation de montagnes qu'on a jointes ensemble pour en indiquer la suite ou la continuité.

Au sujet de cette division de la Terre par les chaînes de montagnes, j'ai cru devoir mettre sous les yeux de la Compagnie l'exemple d'une Province, en lui présentant une Carte du Languedoc divisée par cette méthode, & que je me propose d'envoyer en manuscrit avec un Mémoire aux États du mois de Décembre prochain, en y marquant les principaux lieux où ont été faites les opérations trigonométriques, tant de M.^{rs} de l'Académie des Sciences que de la Société Royale de Montpellier; voici le précis de ce que j'ai mis au bas de cette Carte.

- » Les suites de chaînes de montagnes représentées, indiquent
 » l'étendue & les bornes naturelles des terrains ou bassins terrestres
 » des fleuves & de leurs rivières par rapport au Languedoc : cette
 » considération géographique peut être utile, soit pour l'établissement
 » des routes & canaux, soit pour d'autres travaux particuliers qui
 » peuvent exiger la connoissance de l'inclinaison des terrains ou la
 » pente des eaux des rivières vers les différentes mers. (Les parties
 » de chaque bassin qui sont de la province du Languedoc, sont
 » distinguées par des teintes pleines relatives au bassin de chaque
 » fleuve). »

Je termine cet Exposé par trois autres considérations, la première est une explication abrégée d'une figure représentant la crûe & la diminution des eaux de la Seine à Paris pour chaque mois de l'année, depuis 1732 jusqu'à présent; l'inspection seule de cette figure * annonce assez son usage: les trente-cinq années qu'elle renferme y sont disposées à la suite l'une de l'autre sur quatre bandes de dix années chacune, & divisées par mois; l'eau monte & baisse vis-à-vis chaque mois, suivant la hauteur qu'elle avoit au commencement & à la fin de ces mois; l'échelle qui indique ces hauteurs & qui est figurée aux extrémités de chaque bande, représente celle de 24 pieds, gravée à la culée du pont de la Tournelle, dont le 1.^{er} pied a été marqué à la hauteur des basses eaux de l'année 1719. Toutes ces observations, comparées avec celles que je fais journellement à l'échelle du Pont-royal, serviront à former un Ouvrage particulier, que je soumettrai au jugement de la Compagnie.

On voit au premier coup-d'œil de ces profils distribués par

* On en trouvera
 ci-après un
 extrait.

mois, les temps où sont arrivés les plus grandes crûes, & de combien la rivière s'est augmentée ou diminuée : on a marqué par deux lignes horizontales en bleu la hauteur des eaux de 1740, qui est la plus grande inondation, & les basses eaux de 1712; la bande colorée en jaune, qui comprend depuis 6 pieds jusqu'à 12, indique la hauteur des eaux propre pour la navigation, & au-delà de laquelle elle n'est plus praticable, à cause des chemins du tirage inondés.

La seconde considération est le projet de deux Cartes géographiques, pour servir à la description des Mines de charbon de terre qui se trouvent en France; l'une est approuvée par l'Académie pour être jointe à la suite du recueil des Arts.

Cette première Carte manuscrite, qui a pour objet toute la France en général, est de la grandeur du format dudit recueil, & contient les rivières avec les chaînes de montagnes qui entourent les bassins des fleuves, & on y indique les lieux où sont les mines de charbon.

La deuxième Carte est le détail de quelques provinces, où ces mines, qui sont en très-grande quantité, exigent le plan géographique d'une échelle beaucoup plus grande, pour exprimer d'une manière sensible toutes ces mines qui sont près les unes des autres. Quoique les observations de M. Morand le fils, auteur de cette description, aient abrégé beaucoup les recherches géographiques, il a encore fallu faire des travaux particuliers, pour rendre cette partie de la Géographie claire & relative au sujet.

La troisième considération physique regarde particulièrement plusieurs rivières du bassin terrestre de la Loire, comprenant principalement le cours du Cher & de l'Oeil; dans le Bourbonnois & le Berry, pour servir à l'exploitation de vingt-huit mille arpens de bois, situés sur les frontières de ces provinces.

Ces bois, les plus beaux du royaume, connus sous le nom de *Gros-bois* & de *Tronçois*, ont été jusqu'à présent infructueux, faute de leur avoir procuré un débouché dans les provinces voisines; on se contente d'en couper pour le montant des gages des Particuliers de ces forêts, & on en fait des pèles & des sabots, quoiqu'il y ait-là des rivières aussi considérables que celles qui amènent chaque année pour huit millions de bois à Paris.

O B S E R V A T I O N S
BOTANICO - MÉTÉOROLOGIQUES,
*Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers
en Gâtinois, pendant l'année 1766.*

Par M. DU HAMEL.

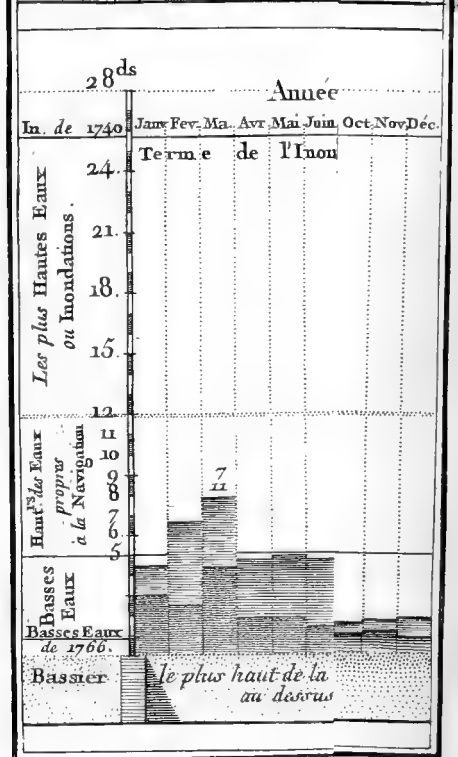
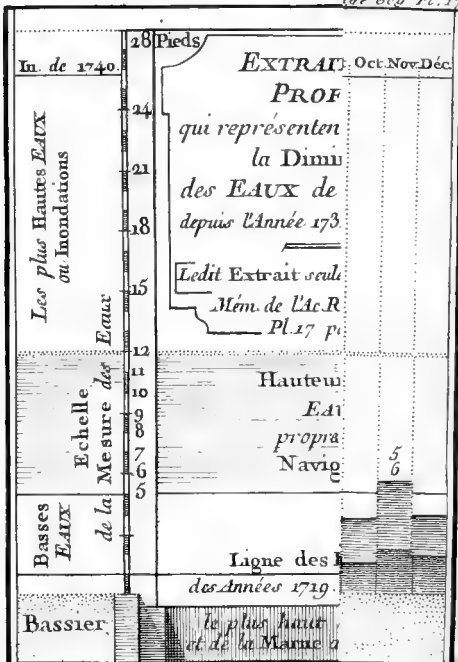
A V E R T I S S E M E N T.

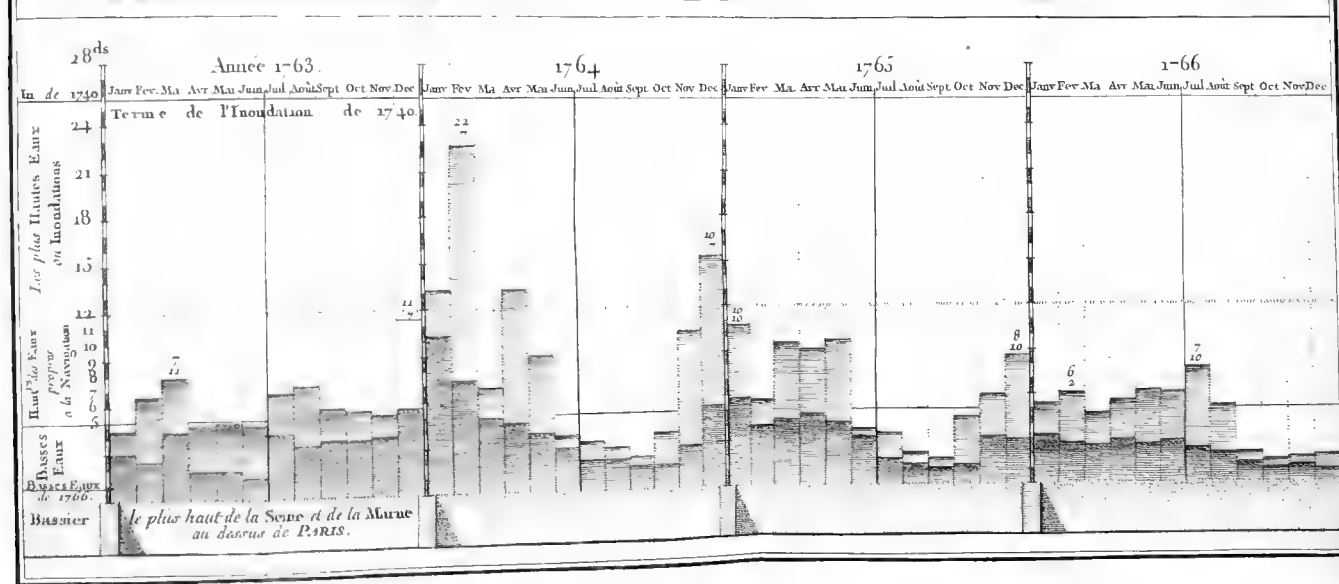
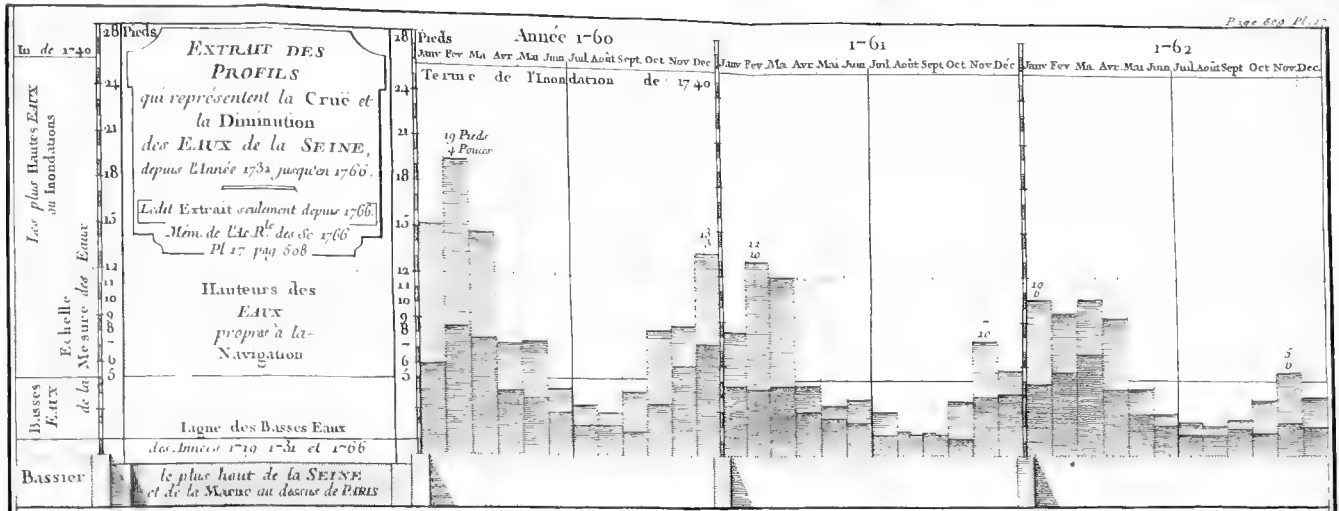
LES Observations météorologiques sont divisées en sept colonnes; de même que les années précédentes. On s'est toujours servi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-dessous de zéro; quand les degrés sont au-dessus, il n'y a point de barre; o désigne que la température de l'air étoit précisément au terme de la congélation.

Il est bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud plusieurs jours de suite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-dessus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conservé une certaine chaleur; c'est pourquoi on a mis dans la septième colonne, *Gelé*.

Les Observations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du soir.

Nota. Les Observations du baromètre, à commencer du premier de ce mois, ont été faites sur un baromètre calé sur celui de l'Observatoire, qui est 3 lignes plus haut que celui dont nous nous servions les années précédentes.





JANVIER 1766.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lin.	
1	N. E.	-7 $\frac{3}{4}$	-4 $\frac{3}{4}$	-7	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau fixe.
2	N. E.	-8	-3	-7	27.	8	<i>idem.</i>
3	N. E.	-8 $\frac{1}{2}$	-4	-6 $\frac{1}{2}$	27.	8	beau avec nuages, gelée blanche.
4	N.	-5	-2 $\frac{1}{2}$	-3 $\frac{1}{2}$	27.	11	couvert & nébuleux.
5	N. E.	-4 $\frac{1}{2}$	-3	-5	27.	10	<i>idem.</i>
6	N. E.	-6 $\frac{1}{2}$	-4	-6 $\frac{1}{2}$	27.	11	variable sans pluie.
7	N. E.	-8	-3 $\frac{1}{2}$	-8 $\frac{1}{2}$	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau fixe.
8	S. O.	-9	-2 $\frac{1}{2}$	-4 $\frac{1}{2}$	27.	10	couvert & nébuleux.
9	N.	-8	-6	-8 $\frac{1}{2}$	27.	11	beau fixe.
10	N.	-10 $\frac{1}{2}$	-5 $\frac{1}{2}$	-8	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau & venteux.
11	N.	-10	-5	-7	28.	1	beau fixe avec vent.
12	N.	-5	0	1 $\frac{1}{2}$	28.	2	brouillard & givre.
13	N. E.	-1 $\frac{1}{2}$	0	-3	28.	2	grand brouillard.
14	N. E.	-1 $\frac{1}{2}$	1	0	28.	1	couvert.
15	E.	-1 $\frac{1}{2}$	0	-1	28.	$\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
16	N. E.	-2 $\frac{1}{2}$	-2	-3 $\frac{1}{4}$	28.	2	brouillard & givre.
17	E.	-5	-3	-5	28.	1	<i>idem.</i>
18	E.	-7	-4 $\frac{1}{2}$	-6	28.		brouillard & givre avec neige.
19	E.	-6	-3	-2	28.	$\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
20	N. E.	-6	$\frac{1}{2}$	-3 $\frac{1}{4}$	28.	1	couvert.
21	N. E.	-5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	28.	2	grand brouillard.
22	N. E.	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	-1	28.	2 $\frac{1}{2}$	couvert.
23	N. O.	-1	1	0	28.	1 $\frac{1}{2}$	
24	N. E.	0	-2	0	28.	2	couvert & pluvieux.
25	N.	-1	1	1	28.	1 $\frac{1}{2}$	
26	N. E.	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{2}$	28.	1 $\frac{1}{2}$	couvert.
27	N. E.	-1	$\frac{1}{2}$	0	28.	1 $\frac{1}{2}$	couvert & grêle.
28	N. E.	$\frac{1}{2}$	2	2	28.	3 $\frac{1}{2}$	couvert.
29	N. E.	2	3 $\frac{1}{2}$	-1 $\frac{1}{2}$	28.	5 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
30	N. E.	-2	0	-2	28.	4	grand brouillard.
31	E.	-3	$\frac{1}{2}$	-3 $\frac{1}{2}$	28.		couvert.

Ce mois a été très-froid, & il a gelé tous les jours ; à la fin du mois la gelée avoit pénétré de 18, 20 & 24 pouces, suivant la nature de la terre ; lorsque les chemins ont été praticables on a fait des voitures à la forêt & ailleurs, & beaucoup d'essieux ont rompu ; il est tombé peu de neige, seulement assez pour couvrir la terre.

Les alouettes qui avoient été très-rares l'automne précédent ; & qui avoient valu jusqu'à 50 sous la douzaine, sont arrivées en grande quantité ce mois-ci, ce qui les a fait diminuer de prix, elles ne valoient plus que 15 à 20 sous la douzaine.

DES SCIENCES. 513
FÉVRIER.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. E.	-3	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	27.	$8\frac{1}{2}$	beau & variable sans pluie.
2	S. O.	$\frac{1}{2}$	5	$\frac{1}{2}$	27.	7	pluvieux.
3	N.	- $\frac{1}{2}$	- $\frac{1}{2}$	-1	27.	$6\frac{1}{2}$	couvert.
4	N. E.	-1 $\frac{1}{2}$	- $\frac{1}{2}$	-3	27.	$4\frac{1}{2}$	beau avec nuages & vent froid.
5	N. E.	-3	- $\frac{1}{2}$	-4 $\frac{1}{2}$	27.	$4\frac{1}{2}$	grand vent, le soir de la neige.
6	N.	-6 $\frac{1}{2}$	-3	-5 $\frac{1}{4}$	27.	6	beau avec nuages.
7	N. E.	-4 $\frac{1}{2}$	-1	-3 $\frac{1}{2}$	27.	$6\frac{1}{2}$	idem.
8	N. E.	-4 $\frac{1}{2}$	-1	-3 $\frac{1}{2}$	27.	6	couvert & nébuleux.
9	N. E.	-4	-1	-3	27.	8	couvert.
10	S.	-3	$\frac{1}{2}$	0	27.	$10\frac{1}{2}$	idem.
11	S.	1	5	2 $\frac{1}{2}$	27.	$10\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
12	S.	1	6 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	27.	8	idem.
13	S.	2 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	27.	9	beau avec nuages & vent.
14	E.	3 $\frac{1}{2}$	7	3 $\frac{1}{2}$	27.	8	pluie la nuit.
15	E.	2 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	4	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec bruine.
16	E.	2	8	5	28.		beau avec nuages.
17	E.	4	8	5 $\frac{1}{2}$	27.	5	grande pluie.
18	S. O.	6	8	2 $\frac{1}{2}$	27.	11	variable avec vent.
19	O le soir N	2 $\frac{1}{2}$	4	0	28.	4	petite gelée, vent & grêle.
20	O.	2	3	2 $\frac{1}{2}$	27.	4 $\frac{1}{2}$	beau temps, gelée blanche.
21	N. E.	2	5	3	27.	1 $\frac{1}{2}$	couvert.
22	N. E.	0	4	0	27.	1 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
23	N. E.	-2	4	-1 $\frac{1}{2}$	27.	1	beau temps, gelée blanche, vent froid.
24	N. E.	-1 $\frac{1}{2}$	2	- $\frac{1}{2}$	27.	11 $\frac{1}{2}$	couvert & gelée.
25	N. E.	0	3 $\frac{1}{2}$	2	27.	11 $\frac{1}{2}$	couvert, vent froid & bruine.
26	N. E.	2	3	1 $\frac{1}{2}$	28.	1	couvert.
27	N. E.	1	2	$\frac{1}{2}$	28.		beau & couvert.
28	E.	0	3 $\frac{1}{2}$	-1	27.	9	beau temps, gelée blanche.

Le temps pendant ce mois a été variable, froid & sec; la gelée a continué pendant les premiers jours du mois, & quoique le dégel ait commencé vers le 10, à la fin du mois il y avoit encore de la gelée en terre.

Comme l'été, l'automne & l'hiver précédens avoient été fort secs, les eaux étoient très-basses dans les puits & dans les rivières, ainsi que dans les étangs; le poisson s'étant trouvé pris dans la glace, qui avoit 17 pouces d'épaisseur, & dans la vase, a péri, ce qui a causé une perte considérable aux Marchands, qui n'ayant pu pêcher les étangs avant le carême, à cause de la gelée, ont trouvé au dégel une partie de leur poisson mort.

A la fin du mois, les blés étoient fort verts; les ouvrages de labour étoient fort retardés à cause de la gelée qui avoit été continuelle pendant deux mois; le 25 la perce-neige étoit en fleur.

MAR S.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pout. lign.	
1	S.	-2 $\frac{1}{2}$	9	- $\frac{1}{2}$	27. 6 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
2	S.	-4 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	5	27. 2	couvert, le soir il tonne.
3	S. O.	5 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	5	27. 3 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
4	S. O.	$\frac{1}{2}$	8	5	27. 7 $\frac{1}{2}$	variable avec petite gelée.
5	S. O.	4	8 $\frac{1}{2}$	5	27. 11	variable avec petite pluie.
6	S. O.	5	8	5 $\frac{1}{2}$	28. 1 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
7	S. O.	6	11	5 $\frac{1}{2}$	28. 1 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
8	N. E.	2 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	28.	beau temps, petite gelée.
9	N. E.	2 $\frac{1}{2}$	10	4 $\frac{1}{2}$	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau temps, gelée à glace.
10	E.	1 $\frac{1}{2}$	13	5	27. 11 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
11	E.	1 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau temps, gelée blanche.
12	E.	2 $\frac{1}{2}$	14	6	27. 10	beau temps petite gelée.
13	E.	2 $\frac{1}{2}$	13	5	27. 10	<i>idem.</i>
14	E.	3	14	6 $\frac{1}{2}$	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau temps.
15	S. E.	2 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	27. 9 $\frac{1}{2}$	
16	S. E.	3 $\frac{1}{2}$	13	6 $\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	
17	O.	3	14	6 $\frac{1}{2}$	27. 9	beau avec nuages.
18	N.	3 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau & venteux.
19	N.	1	$\frac{1}{2}$	0	27. 11	couvert avec gelée & neige.
20	N.	-1	1 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	28.	couvert & vent froid.
21	N.	-1 $\frac{1}{2}$	6	- $\frac{1}{2}$	27. 11	beau & vent froid.
22	S.	-3 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	3	27. 4 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
23	O.	0	3	-1 $\frac{1}{2}$	27. 6	variable avec vent & giboulées.
24	O.	-1	1	-1 $\frac{1}{2}$	27. 5 $\frac{1}{2}$	grand vent & neige.
25	S. O.	1	3	2 $\frac{1}{2}$	27. 4 $\frac{1}{2}$	variable avec grêle.
26	S.	3	6 $\frac{3}{4}$	3	26. 11 $\frac{1}{2}$	tempête avec pluie & grêle.
27	S.	2	5 $\frac{1}{2}$	1	27. 2 $\frac{1}{2}$	couvert & venteux.
28	S. O.	1	6	1	27. 5 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
29	S.	1	8	5	27. 5	couvert & bruine.
30	E.	5	9	8 $\frac{1}{2}$	27. 2	couvert avec pluie & tonnerre.
31	S.	5	7	5	27. 9	beau avec nuages.

Ce mois a été variable, vers le milieu il a fait assez chaud, & la fin a été très-froide; il est tombé peu d'eau; le 2 il éclaira & tonna au sud-ouest avec du vent & une petite averse. Le 4 on entendit chanter l'alouette; cependant il y avoit encore de la glace en terre sur la crête des fossés des prés bas.

Au commencement du mois on voyoit beaucoup de bécasses passagères, qui étoient en route pour quitter le pays.

Le 16, les abricotiers étoient en fleur; à la fin du mois les narcisses jaunes, ainsi que les Jacinthes & la violette, étoient en pleine fleur.

On a taillé la vigne & semé les mars; les blés étoient extrêmement verts & paroissent bien tallés. Le prix de ce grain s'est soutenu entre 17 & 18 livres le setier de Paris; la même mesure d'avoine valoit 7 livres 10 sous à 7 livres 15.

Il y a eu beaucoup de rhumes opiniâtres & de maux de gorge pendant ce mois.

AVRIL.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc. ligne.	
1	S. E.	3	12	9	27. 7 $\frac{1}{2}$	brouillard, vent & gelée blanche.
2	S.	9	8	7 $\frac{1}{2}$	27. 5 $\frac{1}{2}$	pluie & vent.
3	N. O.	6 $\frac{1}{2}$	10	7	27. 6 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
4	S.	7	11	7 $\frac{1}{2}$	27. 8	variable sans pluie.
5	N.	7	8	5 $\frac{1}{2}$	28.	couvert & bruine.
6	N.	6	9	6	27. 2 $\frac{1}{2}$	couvert.
7	N.	5	8 $\frac{1}{2}$	5	27. $\frac{1}{2}$	grand brouillard, beau après-midi.
8	N.	6 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	27. 11	couvert & venteux.
9	N. E.	3 $\frac{1}{2}$	10	5	27. 10	beau temps, gelée blanche.
10	N. E.	5 $\frac{1}{2}$	12	7	27. 10	beau & venteux.
11	N. E.	6	14 $\frac{1}{2}$	6	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
12	N. E.	6 $\frac{1}{2}$	15	9 $\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau temps.
13	S.	8	17 $\frac{1}{2}$	10	27. 6	beau avec nuages.
14	S. O.	9 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	7	27. 5 $\frac{1}{2}$	grande pluie le soir.
15	O.	4	9 $\frac{1}{2}$	6	27. 8	beau avec nuages.
16	N. O.	5	11 $\frac{1}{2}$	6	27. 7	<i>idem.</i>
17	S. O.	7	11 $\frac{1}{2}$	5	27. 7	variable avec vent, pluie & grêle.
18	S. O.	6	12 $\frac{1}{2}$	7	27. 7	variable avec bruine.
19	O.	6 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	5	27. 8 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
20	O.	7 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
21	S. E.	5	12 $\frac{1}{2}$	7	27. 7	beau temps, gelée blanche.
22	S. E.	8	15	10	27. 4	variable avec nuages.
23	E.	10	12	9 $\frac{1}{2}$	27. 3	variable avec grand vent & pluie.
24	E.	9	15	9 $\frac{1}{2}$	27. 4 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
25	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	14	9	27. 7 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
26	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	15	10 $\frac{1}{2}$	27. 9	beau avec nuages.
27	O.	10	14	10	27. 10	
28	O.	8	12	8	27. 10	
29	S.	9 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	11	27. 9	variable avec brouillard.
30	N. E.	11	17	12	27. 7	beau avec nuages & rosée.

Ce mois a été froid jusque vers le milieu, il a gelé presque tous les jours, mais ces gelées n'ont rien gâté; cependant il y a eu quelques jours chauds. Le 12 & le 13 le thermomètre à midi a monté à 15 & à 17 degrés & demi; il peut aussi passer pour sec, quoique le ciel ait presque toujours été couvert de nuages & qu'il y ait eu de temps en temps de petites pluies.

Le 1.^{er} les narcisses jaunes étoient encore en pleine fleur, les jacinthes commençoient à se passer, les ellébores à feuilles d'aconit étoient passées, les *fumaria* du bois entroient en fleur, les ormes étoient aussi en fleur, mais les autres arbres ne donnoient encore aucune verdure.

Le 12, les pins qui étoient en fleur, étoient couverts d'abeilles. Il commençoit à y avoir des petites feuilles sur les érables; les épines blanches étoient toutes vertes & les pêcheurs étoient depuis quelques jours en pleine fleur.

On a dit avoir vu des hirondelles à des abris, dès le 28 Mars & le 2 Avril, mais ce n'est que du 14 Avril à cinq heures du soir qu'on les a vu s'occuper à rétablir leurs nids. Le 25 & le 26, celles qui sont domiciliées dans la plaine, voloient le soir autour des maisons, mais pendant le jour elles étoient encore dans les vallées & le long des rivières, où apparemment elles trouvoient des moucheron.

Le 13, on apercevoit une petite pointe de verdure sur les arbres, & le 14 au soir, jour de grande pluie, tout étoit verd; il y avoit des tilleuls garnis de feuilles. Le 18 au soir, le rossignol chanta pour la première fois; le 20 on entendit le coucou.

Le 25, on vit les premiers hannetons, & les derniers jours du mois il en sortit beaucoup de terre; il y avoit sur les ormes, sur les épines blanches & les chênes, une prodigieuse quantité de chenilles. Les pêches étoient nouées, les poiriers défleurissoient, les pommiers étoient en pleine fleur.

Les avoines avoient bien levé & étoient très-belles, ainsi que les blés, dans les bonnes terres, mais dans les terres noires ils n'étoient pas beaux; il n'y avoit rien dans les terres légères, parce que les gelées ayant soulevé la terre, la racine du blé s'est trouvée sur terre, ce qui l'a fait périr; ceux qui ont fait rouler leurs blés s'en sont bien trouvés.

Il y a eu pendant ce mois beaucoup de rhumes opiniâtres & de fluxions de poitrine qui ont été fâcheuses.

M A I.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	10	12 $\frac{1}{2}$	9	27.	7	couvert & pluvieux.
2	S.	10	15	11	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages, il tonne au loin.
3	S.	12	17	12	27.	6	variable avec vent & tonnerre sans pluie.
4	S. E.	11	14 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27.	6	variable avec pluie.
5	S.	10	12 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27.	9	grand vent & pluie.
6	S. O.	10 $\frac{1}{2}$	14	11	27.	11 $\frac{1}{2}$	pluvieux.
7	S.	12	20	16	27.	9	beau temps.
8	S. O.	14 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$	12	27.	8 $\frac{1}{2}$	couvert.
9	S. O.	11	15	12	27.	6 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
10	S. O.	10	10	9 $\frac{1}{2}$	27.	6	variable avec pluie & grand vent.
11	S. O.	9	12	8 $\frac{1}{2}$	27.	7	variable sans pluie.
12	E.	9	10 $\frac{1}{2}$	7	27.	6 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
13	S. O.	7 $\frac{1}{2}$	11	6	27.	8 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
14	N.	7 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	9	28.	1	variable avec ondées.
15	N.	9	15	9 $\frac{1}{2}$	28.	1 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
16	N.	10 $\frac{1}{2}$	16	10 $\frac{1}{2}$	28.		
17	N.	11	18	11 $\frac{1}{2}$	27.	10	
18	N. E.	11 $\frac{1}{2}$	18 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27.	9	variable avec ondées & vent froid.
19	N. O.	13	11	7 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	
20	N.	7	12	9 $\frac{1}{2}$	27.	10	
21	N.	11	18	12	27.	10	variable avec pluie & tonnerre.
22	N. E.	11	18 $\frac{1}{2}$	14	27.	9	beau avec nuages.
23	E.	13	22	18	27.	8	
24	S. O.	13 $\frac{1}{2}$	18	12	27.	8 $\frac{1}{2}$	
25	E.	13 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	27.	8	variable avec pluie.
26	O.	11	14 $\frac{1}{2}$	11	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
27	E.	12 $\frac{1}{2}$	18	10 $\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
28	E.	12	17 $\frac{1}{2}$	11	27.	5	variable avec pluie & tonnerre.
29	S.	10	15	10	27.	4 $\frac{1}{2}$	variable avec ondées.
30	S. O.	11	13	19 $\frac{1}{2}$	27.	5	variable avec bruine.
31	S.	10	12 $\frac{1}{2}$	9	27.	6 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.

Quoiqu'il soit tombé peu d'eau pendant ce mois, comme les pluies sont venues par ondées & assez fréquemment, il peut passer pour humide; à quelques jours de chaleur près, tout le mois a été froid, & on a été obligé d'allumer du feu jusqu'à la fin.

Les hannetons ont commencé à s'accoupler le 20 ou le 25; les chenilles s'étant jointes aux hannetons, toute la verdure a été dévorée en plusieurs endroits, & les arbres étoient comme en hiver.

Les blés étoient généralement beaux & même trop forts, on a été obligé de les faire effeuiller; les avoines étoient aussi très-belles.

Le 31 on a servi les fraises écarlatte ou de Barbarie, ainsi que quelques fraises communes & des petits pois.

J U I N.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc. ligne	
1	N.	10	12 $\frac{1}{2}$	10	27. 11 $\frac{1}{2}$	variable avec bruine.
2	E.	11 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
3	S.	12	19	15 $\frac{1}{2}$	27. 9	beau avec nuages, temps lourd.
4	S.	15	20 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	variable avec petite pluie & tonnerre.
5	S.	14	17 $\frac{1}{2}$	14	27. 7 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
6	O.	14	10	10	27. 8	grande pluie continue à verse.
7	O.	9	10 $\frac{1}{2}$	10	27. 10	pluie fine & continue.
8	E.	12	14	12 $\frac{1}{2}$	27. 10	couvert.
9	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	18 $\frac{1}{2}$	15	27. 11	variable avec bruine.
10	N.	14 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	27. 11	couvert, il tonne au loin.
11	S. O.	13	20 $\frac{1}{2}$	12	27. 9	beau avec nuages.
12	S. O.	12	12	9	27. 9	variable avec pluie.
13	S. O.	10	15 $\frac{1}{2}$	12	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
14	O.	12 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27. 11 $\frac{1}{2}$	
15	S. O.	9 $\frac{1}{2}$	16	11 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	
16	S.	11 $\frac{1}{2}$	20	13	27. 7	variable avec pluie.
17	S. O.	13	13	10	27. 8 $\frac{1}{2}$	idem.
18	S. O.	12	14 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27. 9 $\frac{1}{2}$	pluie par averses & tonnerre.
19	S. O.	11	15	10 $\frac{1}{2}$	27. 11	pluie & vent froid.
20	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	12	28.	couvert & bruine.
21	N.	13	17	13	28.	couvert avec gros nuages & ondées.
22	N.	13 $\frac{1}{2}$	20	15	28. 1	
23	N. E.	15 $\frac{1}{2}$	22	15	28.	
24	N. E.	15	18 $\frac{1}{2}$	14	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
25	S. O.	14	22	15 $\frac{1}{2}$	27. 7 $\frac{1}{2}$	chargé de nuages & pluvieux.
26	S.	11 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	27. 9 $\frac{1}{2}$	variable avec ondées & vent froid.
27	E.	13	19	14	27. 9	variable avec petite pluie.
28	S.	13	16	14 $\frac{1}{2}$	27. 9	idem.
29	S.	15 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27. 6 $\frac{1}{2}$	variable avec ondées & vent froid.
30	S.	13	15	10 $\frac{1}{2}$	27. 6	pluie par ondées & tonnerre.

Ce mois peut passer pour humide parce qu'il a plu très-souvent, mais il n'est tombé beaucoup d'eau à la fois que le 6 & le 7 qu'il a plu continuellement jour & nuit; il peut aussi passer pour froid, les nuits sur-tout ont été si froides qu'il auroit gelé si les petites pluies avoient humecté la terre, qui avant les pluies du 6 & du 7 étoit extrêmement sèche, & on desiroit de l'eau pour les mars, mais ces pluies étant survenues très-abondamment, elles ont fait verser les blés les plus forts; & en général les blés étoient d'une grande beauté & très-verds, ce qui faisoit appréhender que s'il survenoit tout-à-coup de grandes chaleurs ils ne fussent échaudés: le grain d'éélite valoit au marché de Pithiviers 16 livres 10 sous à 17 livres 10 sous le setier pesant 240 livres. Les avoines étoient très-belles en Gâtinois & fort laides en Beauce où elles étoient mangées par les vers; elles se vendoient 6 livres le setier, même mesure que le froment.

On a encore vu quelques hannetons jusqu'à la fin du mois, mais dès le 9 il y en avoit beaucoup de morts, après avoir dépouillé toutes les feuilles & dévoré les fruits des noyers, qui n'étoient pas plus avancés que lorsqu'ils ont commencé à pousser leurs feuilles.

Le 11 on a commencé à cueillir la fleur d'orange en petite quantité, parce qu'il faisoit très-froid; par la même raison, la vigne qui avoit commencé à fleurir, n'avançoit point; on servoit depuis quelques jours des guignes qui étoient mûres, mais les cerises n'étoient bonnes qu'en compottes.

Les abeilles ont jeté leurs essaims à la fin de Mai & ont continué au commencement de celui-ci; les pluies les ont retardées pendant quelques jours, cependant elles ont beaucoup travaillé sur les sainfoins, les mélilots & les vesces.

Le 16 on leva toute la journée des sainfoins, mais il en restoit beaucoup aux champs, dont les uns ont été fauchés avant la pluie & d'autres depuis; en général ils étoient très-bas & fort clairs, sur-tout les vieux, parce que la gelée de l'hiver avoit fait périr beaucoup de pieds.

En vidant les granges on a trouvé fort peu de souris, parce que la longueur & la rigueur de l'hiver en avoit fait périr beaucoup, & pendant le fort de la gelée elles avoient quitté les granges & les greniers pour se réfugier dans les caves où elles ont apparemment péri de froid & de faim.

On peut dire que le 26 la vigne étoit en pleine fleur, quoiqu'il y eut encore beaucoup de grappes qui n'étoient point fleuries : on se plaignoit qu'elle n'avançoit point parce que les nuits étoient trop fraîches : le rossignol a donné encore quelques coups de gosier, mais à la fin du mois on ne l'entendoit plus.

On mangeoit encore des fraises; les cerises étoient rouges, mais elles n'étoient pas encore parfaitement mûres; on commençoit à manger des groseilles.

Il n'y a eu que peu de pigeonneaux à la première volée, & cet accident étoit général, car ils ont toujours été chers; les poulets étoient encore très-petits & fort chers au marché.

Le temps a été favorable pour les pois, les vesces & les autres légumes.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midie	Soir.			
		Degr.	Degrés.	Degrés.	pout.	lgn.	
1	S.	13 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{2}$	12	27.	7	pluie par ondées.
2	S. O.	12	15	11	27.	8 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
3	N.	11 $\frac{1}{2}$	17	12 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
4	N. O.	13	19 $\frac{1}{2}$	15	27.	11 $\frac{1}{2}$	
5	E.	15	20	16	27.	9 $\frac{1}{2}$	tonnerre & pluie par ondées.
6	S. E.	14	16 $\frac{1}{2}$	13	27.	8 $\frac{1}{2}$	
7	N. O.	13	16	14 $\frac{1}{2}$	27.	10	variable avec brouillard & pluies.
8	N.	14 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$	14	27.	10 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
9	N. E.	15	20 $\frac{1}{2}$	14	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages, lourd & pesant.
10	S.	15	20	15 $\frac{1}{2}$	27.	7	variable avec pluie & tonnerre.
11	S. O.	14	18 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	27.	6	variable avec ondées de pluie.
12	S. O.	12	12 $\frac{1}{2}$	12	27.	8 $\frac{1}{2}$	grand vent & grande pluie.
13	S. O.	13 $\frac{1}{2}$	17	12	27.	11	variable avec grandes averse.
14	S. O.	13	16	13 $\frac{1}{2}$	27.	10	<i>idem.</i>
15	S. O.	14	14 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
16	O.	13	15 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	couvert avec petites ondées & vent.
17	N. O.	12	17.	14	27.	10	variable sans pluie.
18	N. E.	14 $\frac{1}{2}$	20	13	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
19	N. E.	14	19 $\frac{1}{2}$	15	27.	11	
20	S. O.	15 $\frac{1}{2}$	18	20	27.	11	beau temps.
21	S. O.	17	24	18 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	
22	N.	15 $\frac{1}{2}$	16	12	27.	8 $\frac{1}{2}$	gr. brouil. le mat. tonn. & pluie l'apr.-m.
23	N. E.	12	15	12	27.	10 $\frac{1}{2}$	variable avec petites ondées.
24	S.	12	15	12	27.	9	pluie continue l'après-midi.
25	S.	14 $\frac{1}{2}$	19	15 $\frac{1}{2}$	27.	8	couvert avec gros nuages.
26	S.	15	17 $\frac{1}{2}$	13	27.	8	pluie & tonnerre au loin.
27	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	17	13	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec brouillard tout le jour.
28	S.	13	19	15	27.	10 $\frac{1}{2}$	variable avec bruine.
29	S.	15	21	15	27.	10	
30	S.	15	17 $\frac{1}{2}$	16	27.	10	variable avec bruine par petites ondées.
31	S. O.	16	20	16	27.	11	

Ce mois a été extrêmement pluvieux, depuis le 1.^{er} jusqu'au 17 il a plu tous les jours prodigieusement par de grandes averse, ou par des pluies continuelles qui ont duré plusieurs jours de suite, ou par de petites ondées qui ont tombé tous les jours; les chemins ont été aussi mauvais qu'en hiver & toutes les mares ont été remplies; il a fait aussi plusieurs jours de brouillard qui ont rouillé les blés en plusieurs endroits, & ces pluies continuelles donnoient de grandes inquiétudes pour la moisson, les blés approchant de leur maturité.

Le 17, on a servi l'avant-pêche blanche.

Le 18, les Fermiers ont commencé à faire couper les seigles; il y en a qui ont commencé la moisson des blés le 30 dans ceux qui avoient été couchés, mais ce grain n'étoit pas encore mûr, & une partie s'écrasoit encore sous le doigt; les avoines étoient belles en Gâtinois, mais elles réussissoient mal dans la Beauce & dans les terres noires; le blé de 1765. valoit 18 livres, le vieux 16 à 17 livres, l'avoine 8 livres.

Dans les vignes, beaucoup de grains étoient coulés; il y avoit des verjus de toute sorte de grosseur: comme les verjus faisoient assez mal à Orléans, le vin, qui valoit quinze jours auparavant 90 livres, étoit monté à 120 livres.

A la fin du mois, les cerises étoient passées, les avant-pêches blanches de même; on servoit l'avant-pêche de Troyes, ainfi que les abricots & les poires de Magdeleine.

A O U S T.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Mid.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc. lign.	
1	N. E.	16 $\frac{1}{2}$	22	16	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
2	S. E.	17	22	16	27. 9	couvert & venteux.
3	N. E.	15 $\frac{1}{2}$	18	14 $\frac{1}{2}$	27. 11	couvert.
4	N. E.	15	20	14	27. 11 $\frac{1}{2}$	variable avec brouillard.
5	N. E.	15	22	16 $\frac{1}{2}$	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau temps, éclipse de Soleil.
6	N. E.	16 $\frac{1}{2}$	22 $\frac{1}{2}$	17	28.	beau temps.
7	N. E.	17	22 $\frac{1}{2}$	17	28.	beau avec nuages.
8	N. E.	16 $\frac{1}{2}$	17	20	28.	beau temps.
9	N. E.	16 $\frac{1}{2}$	23	16	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
10	N.	13	17 $\frac{1}{2}$	12	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & vent froid.
11	N.	11 $\frac{1}{2}$	16	11	27. 10	<i>idem.</i>
12	N.	11 $\frac{1}{2}$	16	13	27. 11	couvert.
13	N. E.	12	17	11 $\frac{1}{2}$	28.	variable avec brouillard.
14	N. E.	10 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	12	27. 10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
15	O.	12 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	variable avec petite pluie & grand vent.
16	N. O.	12 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	11	27. 9	<i>idem.</i>
17	N.	12	16	12	27. 11	brouillard.
18	N. E.	13	18	14	28. 1	couvert avec bruine.
19	N.	13 $\frac{1}{2}$	20	14	28. $\frac{1}{2}$	couvert.
20	N. E.	13 $\frac{1}{2}$	19	14	28. $\frac{1}{2}$	beau temps, éclipse de Lune.
21	E.	13	22	15	27. 11	beau temps.
22	S. E.	13 $\frac{1}{2}$	24	16	27. 9	<i>idem.</i>
23	N. E.	16 $\frac{1}{2}$	20 $\frac{1}{2}$	13	27. 11	chaud lourd, vent, bruine & tonnerre.
24	S.	13	19	14	27. 9 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
25	N.	12 $\frac{1}{2}$	17	11	28. $\frac{1}{4}$	variable avec grande pluie.
26	N. E.	11 $\frac{1}{2}$	17	12	28. 1	beau avec nuages.
27	E.	12	19	12	28.	} beau temps.
28	S. E.	12	21 $\frac{1}{2}$	15	27. 10 $\frac{1}{2}$	
29	S. E.	13	22 $\frac{1}{4}$	15	27. 11	
30	S. E.	14	22	14	27. 11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
31	N.	13	19	14 $\frac{1}{2}$	28.	beau & couvert.

Heureusement pour la moisson, les pluies ont cessé le 5 de ce mois au renouvellement de la Lune; le temps a depuis été frais & souvent couvert, ce qui a été très-favorable pour les Moissonneurs & pour dessécher les blés, qui auroient été échaudés s'il étoit venu des chaleurs brûlantes; cependant les blés tardifs qui étoient verts, n'ont pas laissé que d'en être attaqués; les blés de ce pays n'ont point été versés comme dans d'autres Provinces, si ce n'est dans quelques pièces où ils étoient fort hauts; la moisson des fromens a été achevée le 25; il n'y avoit point de Fermier qui n'eût fait des meules de froment dehors & qui ne fût obligé d'y mettre toutes les avoines.

Nos avoines étoient belles, mais il n'y en avoit point en Beauce ni dans les terres noires; la récolte des orges, des pois & des vesces a été fort abondante.

Les foin ont aussi été fort beaux, mais les frais pour les fanner ont été doubles des autres années, à cause des pluies.

Il n'y a point eu cette année de noix, parce que les noyers ont été mangés par les hannetons.

Il y a eu peu de prunes, beaucoup d'abricots, un peu de pêches & de poires, mais davantage de pommes.

Les verjus faisoient assez bien sur les gouas, mais il n'y avoit presque rien sur le fromenté & sur le mélier, & en général sur le haut plan; à la fin du mois, à peine trouvoit-on un ou deux grains de tournés sur les grappes exposées au Soleil; & dans la souche, il n'y en avoit pas un seul.

Vers la fin de ce mois, il s'est déclaré beaucoup de fièvres intermittentes qui n'étoient pas dangereuses.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.			
		Degrés. 12 $\frac{1}{2}$	Degrés. 19	Degrés. 15	pouc. 28.	lign. $\frac{1}{2}$	
1	O.	12 $\frac{1}{2}$	19	15	28.	$\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
2	N.	13	23	13 $\frac{1}{2}$	28.		beau temps, (le mat. S.O. bar. 27.11)
3	N. E.	14	18	14 $\frac{1}{2}$	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
4	S. E.	12 $\frac{1}{2}$	22 $\frac{1}{4}$	17	27.	9	beau temps.
5	O.	14	23	13 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau & venteux.
6	N. O.	10	17	12	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau temps.
7	S. O.	11	18	14	27.	9	variable & couvert sans pluie.
8	S. O.	14	19	12	27.	8	pluie & tonnerre.
9	N.	9	12	8	28.	2	beau temps.
10	S. O.	12	14 $\frac{1}{2}$	11	28.	2	beau avec nuages.
11	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{2}$	13	27.	11	<i>idem.</i>
12	S.	12	18	12 $\frac{1}{2}$	27.	9	couvert & temps lourd.
13	S. O.	11	14	9	27.	9 $\frac{1}{2}$	venteux & pluvieux par ondées.
14	N. O.	7	10 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	28.	1	variable avec ondées & vent froid.
15	N. E.	4 $\frac{1}{2}$	13	6 $\frac{1}{2}$	28.	2	beau temps, gelée à glace.
16	N. E.	6	14 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	28.	2	beau temps.
17	N. O.	7 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	13	28.	2 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
18	N. E.	12	19 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	28.	1	beau avec brouillard.
19	E.	11 $\frac{1}{2}$	20	14	27.	11	beau temps.
20	E.	11 $\frac{1}{2}$	21	15 $\frac{1}{2}$	27.	11	beau avec brouillard.
21	E.	11 $\frac{1}{2}$	19	13	27.	11 $\frac{1}{2}$	} beau temps.
22	S.	10 $\frac{1}{2}$	20.	15	27.	11	
23	S. O.	13	21	13	28.		} beau avec brouillard.
24	N. E.	13 $\frac{1}{2}$	17	13 $\frac{1}{2}$	28.	$\frac{1}{2}$	
25	N. E.	12 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$	12	28.		<i>idem.</i>
26	N. E.	11 $\frac{1}{2}$	21	13	27.	10 $\frac{1}{2}$	grande rosée; beau.
27	E.	12 $\frac{1}{2}$	20	13 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau temps.
28	E.	11 $\frac{1}{2}$	20	13 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{4}$	<i>idem.</i>
29	S.	10	20	14	27.	9	beau avec nuages.
30	E.	12 $\frac{1}{2}$	17	12	27.	8 $\frac{1}{2}$	variable avec vent & ondées.

Ce mois a été fort sec & hâleux ; ainsi il a été très-favorable pour la vigne, dont il n'y avoit que peu de raisins tournés au commencement ; vers le milieu, il y avoit encore beaucoup de grains & de grappes qui n'étoient que rouges ; cependant on se dispoit à faire vendange.

Vers la fin du mois dernier, il a paru une grande quantité de papillons blancs qui font la chenille du chou ; & le 9, ils en étoient tout couverts ; on étoit obligé de les écheniller avec grand soin ; malgré cela, les choux ont été fort endommagés.

On servoit encore pendant ce mois la prune de vacance, plusieurs espèces de pêches, ainsi que quelques melons tardifs, qui étoient fort bons.

Les hirondelles ont commencé à se mettre en bandes pour partir vers le 15, & à la fin du mois, on n'en voyoit presque plus.

530 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
O C T O B R E.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre.		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. E.	9	16 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	couvert.
2	E.	11	17	11	27.	9	beau avec nuages.
3	E.	10	17 $\frac{1}{2}$	13	27.	8	variable avec petite pluie.
4	E.	13	19	15	27.	6 $\frac{1}{2}$	couvert avec nuages.
5	S.	13	16	13	27.	4 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
6	S.	12	16	10	27.	6	variable avec petite pluie & vent.
7	S.	10	17	11	27.	3 $\frac{1}{2}$	beau temps.
8	S.	12	15	11	27.	5	variable avec pluie & tonnerre au loin.
9	N. E.	7 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	7	27.	8	couvert & venteux.
10	N. E.	9 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	9	27.	5 $\frac{1}{2}$	couvert.
11	N. E.	4 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27.	10	<i>idem.</i>
12	N. E.	5	12 $\frac{1}{2}$	7	27.	10	variable & couvert sans pluie.
13	N. O.	7 $\frac{1}{2}$	15	11	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & brouillard.
14	N. O.	9 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	10	28.	1	beau avec nuages, il éclaire le soir.
15	N. O.	5	14	9	28.	1 $\frac{1}{2}$	beau temps avec brouillard le matin.
16	N. E.	8	12 $\frac{1}{2}$	10	28.	1 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
17	N. E.	5	8	3 $\frac{1}{2}$	28.	3	beau temps.
18	N. E.	2	10	2 $\frac{1}{2}$	28.	2	beau temps, gelée blanche.
19	S. E.	1 $\frac{1}{2}$	12	7	28.	2	<i>idem.</i>
20	S.	3	14 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	28.	1	brouillard & petite gelée blanche.
21	S. E.	4 $\frac{1}{2}$	16	9	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
22	N. E.	7	11	4 $\frac{1}{2}$	28.	1	variable avec vent & bruine.
23	S. E.	$\frac{1}{2}$	11	4	27.	11	variable avec gelée blanche & brouillard.
24	S. O.	6	11	4 $\frac{1}{2}$	27.	11	variable avec bruine.
25	S. E.	3 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	4	27.	10	beau avec nuages.
26	S. O.	2	13	5	27.	8	beau temps, gelée blanche.
27	S. E.	7	16	12 $\frac{1}{2}$	27.	5	beau avec nuages.
28	S.	11	15	11	27.	6	couvert & pluvieux.
29	S. O.	9	12 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27.	8	variable avec nuages.
30	S. O.	9	7 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27.	5 $\frac{1}{2}$	grand vent & pluvieux.
31	S. O.	6	9 $\frac{1}{2}$	3	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & vent.

On a commencé la vendange les derniers jours de Septembre, on l'a continuée les premiers jours d'Octobre; le vin s'est fait fort vite. Les raisins coupés avant la Saint-Denys, par le beau temps, ont bouilli très-promptement, les cuves n'ont jeté de l'écume que pendant une journée, elle étoit assez rouge; mais les raisins coupés depuis la Saint-Denys, n'ont point du tout jeté d'écume, cependant le vin a bien bouilli & le raisin n'a pas demeuré plus long-temps dans les cuves que les premières vendanges: comme les dernières vendanges ont été faites par un temps froid & pluvieux, le vin fait a un peu moins de couleur, mais en général le vin de cette année en a assez.

On a commencé les semences vers le 10 du mois, la terre étoit fort meuble & assez fraîche pour recevoir le grain. Le blé a toujours valu au marché 19 à 20 livres, & l'avoine 8 livres à 8 livres 10 sous le setier.

Il y a eu pendant ce mois plusieurs troupeaux où les agneaux ont été attaqués de dévoiemens qui en ont fait périr près d'un quart.

Il a régné aussi des dyssenteries dans beaucoup de villages; ceux qui ont négligé de se faire traiter dans les commencemens de la maladie, en sont morts; mais ceux qui ont été saignés d'abord ont guéri.

Il y a eu beaucoup de petites-véroles à Pithiviers, sur les enfans; quoiqu'elle n'ait pas eu de caractère de malignité, il en est mort un nombre assez considérable: plusieurs adultes qui l'ont gagnée, en sont morts aussi.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pous. lign.	
1	S. O.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	28. $\frac{1}{2}$	beau temps, gelée blanche.
2	E.	$\frac{1}{2}$	8	3	27. 11	<i>idem.</i>
3	E.	$2\frac{1}{2}$	8	$3\frac{1}{2}$	27. 10	beau avec nuages.
4	S. O.	3	11	$7\frac{1}{2}$	28. 1	beau temps, petite gelée blanche.
5	N. E.	7	9	4	28. $2\frac{1}{2}$	couvert & venteux.
6	N. E.	1	8	$1\frac{1}{2}$	28.	beau temps, gelée blanche.
7	E.	$1\frac{1}{2}$	6	1	27. $9\frac{1}{2}$	variable avec nuages sans pluie.
8	S. E.	$-2\frac{1}{2}$	3	— 1	27. $10\frac{1}{2}$	beau temps, gelée.
9	N. E.	— 3	5		28. 2	beau temps.
10	N. E.	— 2	$6\frac{1}{2}$	1	27. 11	<i>idem.</i>
11	S. O.	0	7	5	27. 11	beau temps, gelée blanche.
12	S.	$2\frac{1}{2}$	9	3	27. $9\frac{1}{2}$	beau temps.
13	S.	5	$8\frac{1}{2}$	6	27. 7	variable avec bruine.
14	S.	7	$9\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	27. $7\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
15	E.	$6\frac{1}{2}$	7	7	27. $6\frac{1}{2}$	grande pluie continuelle.
16	S.	$6\frac{1}{2}$	8	$7\frac{1}{2}$	27. $8\frac{1}{2}$	pluvieux.
17	S. E.	8	$12\frac{1}{2}$	11	27. $7\frac{1}{2}$	couvert.
18	S. E.	9	$13\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{2}$	27. 3	variable avec grand vent.
19	E.	10	13	$7\frac{1}{2}$	27. $3\frac{1}{2}$	couvert & vent forcé.
20	E.	8	$10\frac{1}{2}$	7	27. 5	couvert.
21	E.	7	10	8	27. 6	couvert & pluvieux.
22	N.	5	9	7	27. 11	variable avec nuages.
23	N.	4	8	4	28. 2	couvert.
24	E.	$3\frac{1}{2}$	8	4	28. 2	variable avec nuages & brouillard.
25	S. E.	4	$7\frac{1}{2}$	7	28. 1	couvert & bruine.
26	N.	$6\frac{1}{2}$	7	3	27. 11	variable & couvert sans pluie.
27	N.	1	4	0	28.	beau temps.
28	N.	2	$4\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	28.	beau & vent froid.
29	N. E.	— 1	$2\frac{1}{2}$	0	27. 11	beau temps.
30	E.	$-2\frac{1}{2}$	3	— $\frac{1}{2}$	28.	<i>idem.</i>

Ce mois a été très-favorable pour faire lever les blés , mais il n'a pas tombé assez d'eau pour labourer dans les terres noires, ce qui a beaucoup retardé les ouvrages.

Les dyssenteries ont continué pendant tout le mois , elles ont diminué vers la fin ; la petite vérole s'est étendue dans les villages.

Ceux qui ont négligé de se purger après que les grands accidens de la dyssenterie ont été calmés , ont eu des dépôts , principalement dans les articulations & ils ont été long-temps impotens.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin.	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pou. lign.	
1	N.	-2	3 $\frac{1}{2}$	-1	27. 11	beau temps avec brouillard.
2	N.	-2 $\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	27. 11	givre.
3	E.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-2	27. 10 $\frac{1}{2}$	couvert.
4	N. E.	-3 $\frac{1}{2}$	-1	-3	27. 10	beau temps.
5	N. E.	-5	$\frac{1}{2}$	-1	27. 11 $\frac{1}{2}$	
6	N. E.	-2 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	-1	27. 9 $\frac{1}{2}$	
7	N. E.	0	4 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	
8	E.	-2	4 $\frac{1}{2}$	0	27. 8	
9	N. E.	-3 $\frac{1}{2}$	-4	-1	27. 9	couvert avec ondées, barom. mat. 5 $\frac{1}{2}$.
10	S. E.	- $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	3	27. 6 $\frac{1}{2}$	
11	S.	5	8 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	27. 6 $\frac{1}{2}$	couvert avec ondées, barom. mat. 5 $\frac{1}{2}$.
12	S. O.	4	9	6	27. 4 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
13	N. E.	3	7 $\frac{1}{2}$	4	27. 8 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
14	N. E.	1	2 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	27. 10	couvert.
15	S. O.	1	3	4	27. 7	couvert, pluie & vent.
16	S. O.	2	4	2	27. 9	couvert & petite pluie.
17	S. O.	1	4	4	27. 7	couvert & brouillard.
18	S. O.	2 $\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{2}$	27. 4	variable avec pluie & vent.
19	N. O.	-1	2 $\frac{1}{2}$	-1	27. 5 $\frac{1}{2}$	beau temps.
20	S. O.	1	5	1	27. $\frac{1}{2}$	couvert & nébuleux.
21	S. O.	-1	2 $\frac{1}{2}$	0	27. 1 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
22	S. O.	0	6	-1 $\frac{1}{2}$	27. 7	couvert & brouillard.
23	N.	-1	0	$\frac{1}{2}$	27. 8	couvert.
24	N.	-1 $\frac{1}{2}$	0	-1	28. 1	<i>idem.</i>
25	N.	-2 $\frac{1}{2}$	-1	-1 $\frac{1}{2}$	28. 1	couvert & neige.
26	N.	-2	-1	-1 $\frac{1}{2}$	28. 1	couvert.
27	N. E.	-2 $\frac{1}{2}$	0	0	28. 1 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
28	N. E.	-3	$\frac{1}{2}$	-2 $\frac{1}{2}$	28. 1 $\frac{1}{2}$	beau temps.
29	N. E.	-3	1	-3 $\frac{1}{2}$	28. 1 $\frac{1}{2}$	
30	N. E.	-5	-1	-4	28.	beau & nébuleux.
31	N. E.	-6	0	-1 $\frac{1}{2}$	28. 1	

Ce mois a été fort sec & froid; les blés sont beaux & ont bien levé dans les terres de Beauce & de Gâtinois; mais dans les terres noires, où ils ont été faits tard à cause que la terre étoit trop sèche pour qu'on pût labourer, ils n'étoient pas encore levés.

Les dyssenteries ont cessé au commencement du mois, mais les petites-véroles ont continué.

*IDÉE GÉNÉRALE DES PRODUCTIONS DE LA TERRE,
pendant l'année 1766.*

F R O M E N S.

La paille du froment a été fort haute, c'est pourquoi il n'y a point eu de Fermiers du Gâtinois qui n'ait été obligé de faire des meules, il faut seize ou vingt gerbes pour faire une mine pesant 80 livres; il en falloit même bien davantage pour les blés qui avoient été versés ou échaudés; cet accident est arrivé aux blés venus dans les meilleures terres, car la paille étant fort haute & les tuyaux, ainsi que la feuille, encore verts lorsque les pluies sont survenues, ils ont été versés & le grain échaudé; c'est pourquoi il y a beaucoup de choix, & ce n'est pas dans les meilleures terres où l'on a récolté le plus beau blé & en plus grande quantité: le prix a été de 16 à 17 livres, le vieux 18 à 19 livres, il a même valu jusqu'à 20 livres au marché de Pithiviers.

A V O I N E S.

Les avoines ont été assez bonnes dans tout le Gâtinois, mais dans la Beauce elles n'ont rien valu, c'est pourquoi elles sont fort chères & valent 8 livres à 8 livres 10 sous le setier, même mesure que le froment.

P O I S E T V E S C E S, &c.

Les pois & les vesces ont très-bien réussi, & la récolte a été abondante, mais les pluies ont donné beaucoup de peine pour les ferrer; les haricots & les lentilles ont fourni une récolte avantageuse, tant pour la quantité que pour la bonne qualité.

FOINS ET SAINFOINS.

Les sainfoins ont été bas pour les raisons que nous avons rapportées au mois de Juin, la récolte ayant été faite avant les pluies, l'herbe est menue & de bonne qualité.

Les foins des prés hauts ayant été coupés pendant les pluies, ont donné beaucoup de travail pour les faner, & les frais ont été du double des années ordinaires; ceux qui ont apporté les foins nécessaires ont eu une récolte abondante & d'assez bonne qualité, mais il y en a eu en général beaucoup de mouillés & de qualité fort médiocre.

V I N S.

Il y a beaucoup de choix dans les vins de cette année, pour la qualité; celui des vignobles où les vignes ayant été gelées dans le mois de Septembre, se sont dépouillées & dont le fruit s'est fané sur la souche, ne vaut rien; entre les vignes qui n'ont point souffert de ces gelées, il faut encore distinguer les vins des vignes qui ont été vendangées avant les pluies, d'avec le vin de celles qui l'ont été depuis; la couleur & la qualité des premiers est beaucoup préférable: la quantité a été d'un quart moindre que l'année dernière.

S A F R A N S.

La gelée du dernier hiver a fait périr les cinq sixièmes des oignons de safran, & le sixième des oignons qui sont restés étoient si petits qu'ils ne donnoient point de fleurs, parce que les oignons se formant pendant l'hiver, ceux qui auroient dû parvenir à la grosseur d'une pomme d'api, n'étoient pas plus gros qu'une aveline; c'est pourquoi la récolte n'a été environ que d'une once au lieu d'une livre; cependant le prix n'a pas augmenté en proportion, car la livre n'a valu que 48 à 50 livres, ce qui a fait une perte prodigieuse pour la province.

C H A N V R E S.

Le chanvre a été assez bon dans le Gâtinois, mais dans plusieurs provinces d'où l'on en tire beaucoup, l'abondance des pluies l'a fait pourrir sur pied & la filasse n'en est pas bonne.

ABEILLES.

A B E I L L E S.

L'hiver dernier a fait périr les deux tiers des ruches ; le tiers restant a très-bien fait, tant pour les essaims que pour la récolte du miel, parce que le commencement de l'été ayant été humide, les fleurs ont duré long-temps, & en particulier celle de melilot, qui produit le meilleur miel.

M E L O N S.

Comme il n'y a point eu de chaleur pendant l'été, & que le commencement a été humide, les premiers melons ont été mauvais, mais la fin de l'été & le commencement de l'automne, qui ont été fort secs, leur ont donné de la qualité, & on en a mangé de très-bons à la fin de Septembre & au commencement d'Octobre.

F R U I T S.

Il y a eu assez abondamment de cerises & de prunes, peu de pêches; elles ont été très-petites, mais d'un très-bon goût; il n'y a pas eu beaucoup de poires, les pommes ont donné assez abondamment; tous les fruits ont été de bon goût, parce que l'automne a été sèche.

G L A N D E T N O I X.

Le gland & les noix ont totalement manqué cette année.

I N S E C T E S.

Il y a eu une grande quantité de hannetons, qui ont dépouillé les noyers dont le fruit est tombé; il y a eu aussi une prodigieuse quantité de chenilles communes; elles auroient tout dévoré si les pluies de l'été n'en avoient fait périr la plus grande partie: la chenille du chou a aussi été en assez grande quantité.

M A L A D I E S D E S H O M M E S.

Il y a eu toute l'année quelques fièvres malignes, mais en moindre quantité que les années précédentes.

Mém. 1767.

. Y y y

Vers la fin de l'été & pendant une partie de l'automne, il a régné des dyssenteries épidémiques qui ont fait périr beaucoup de monde dans les commencemens, mais depuis que le Gouvernement leur a fourni des secours, tant par la viande qu'on a fait distribuer, que par les Médecins qu'on a envoyés pour traiter les malades, il est mort fort peu de monde; mais il est bon d'observer que parmi ceux qui ont été guéris trop tôt & avant que les humeurs aient été consommées en partie par la maladie, la plupart ont eu des dépôts dans les jambes & dans les articulations des genoux, & que plusieurs n'avoient pas encore recouvré l'usage de leurs jambes trois mois après : l'usage de l'ypécacuanha a été le spécifique.

Il y a eu beaucoup de petites véroles à Pithiviers pendant tout l'été, dont tous les enfans & les jeunes gens ont été attaqués; dans les commencemens, elle étoit confluyente, mais point maligne; dans les mois de Novembre & de Décembre, la maladie s'est répandue dans la campagne; il y en a eu de bénignes & de confluentes; celles-ci ont fait périr beaucoup d'enfans.

G I B I E R E T P O I S S O N.

Il y a eu peu de perdreaux, plus de cailles que l'année dernière, beaucoup de grives pendant la vendange & assez de lièvres.

Depuis plusieurs années, il n'y avoit point de poisson dans la rivière d'Essonne, il a commencé à reparoître cet automne.

N I V E A U D E S E A U X.

Les eaux sont toujours très-basses; la plupart des sources ne poussent point; les eaux dans les puits ont aussi beaucoup baissé; un puits fouillé en 1764, où il y avoit un pied d'eau, s'est trouvé à sec pendant l'automne, & il a fallu le fouiller de nouveau pour lui donner de l'eau; les mares ont presque toujours été à sec, ce qui étoit très-à charge pour les Fermiers de la Beauce.



SUR LA THÉORIE DE MERCURE;

Où l'on détermine l'excentricité & le lieu moyen de cette Planète.

TROISIÈME MÉMOIRE.

Par M. DE LA LANDE.

APRÈS avoir établi dans les deux Mémoires précédens, le lieu 27 Juillet
de l'aphélie par mes propres observations, & le mouve- 1767.
ment de Mercure par l'examen des observations anciennes, il ne
reste, pour avoir la théorie entière de cette Planète, qu'à connoître
la plus grande équation de son orbite & l'époque de sa longitude
moyenne: cette partie est la dernière qu'on doit examiner, parce
qu'elle dépend des deux autres; il faut connoître le moyen mou-
vement de Mercure & celui de son aphélie, pour calculer son
excentricité par la méthode que j'ai été obligé d'employer.

Si nous avions de plus grandes digressions de Mercure, observées
précisément dans ses apsides, on auroit immédiatement la distance
aphélie & la distance périhélie, & par conséquent leur somme
& leur différence, qui sont le grand axe & l'excentricité de l'orbite;
mais on a rarement le moyen de faire de semblables observations;
je n'ai pu en trouver qu'une seule qui ait été faite près de son
aphélie: on verra ci-après l'usage que j'en ai fait, *page 547.*

Les plus grandes digressions de Mercure aphélie, sont toujours
difficiles à observer, parce que Mercure y étant, se trouve tou-
jours à une déclinaison fort méridionale: je suppose le lieu de
l'aphélie de Mercure à $8^{\circ} 13^d$, & la plus grande élongation de
27 degrés; le complément de 27 degrés, c'est-à-dire 63, est
l'angle de commutation ou l'angle au Soleil qui a lieu dans le
temps de la plus grande digression; si l'on ajoute cet angle avec
la longitude de Mercure $8^{\circ} 13^d$, & qu'on l'en retranche, on aura
 $10^{\circ} 16^d$ & $6^{\circ} 10^d$ pour les lieux de la Terre aux temps des

plus grandes digressions aphélie; ce qui prouve qu'elles arrivent toujours vers le 8 Août ou le 30 de Mars. Dans les digressions aphélie qui s'observent le 8 Août vers le couchant, Mercure est plus avancé de 27 degrés que le Soleil, & par conséquent il est beaucoup plus méridional que le Soleil; dans celles qui s'observent le 30 Mars au levant, Mercure est moins avancé que le Soleil, il est dans le signe des Poissons, & par conséquent il a encore une déclinaison plus méridionale: ainsi dans nos régions boréales, on ne peut guère observer ces digressions avant le lever ou après le coucher du Soleil, l'intervalle de temps est trop court; c'est pourquoi Tycho & Hévélius n'en ont observé aucune, & on ne peut le faire actuellement même qu'avec beaucoup de peine.

Les digressions de Mercure périhélie sont beaucoup plus faciles à observer: en supposant l'élongation de 18 degrés, son complément 72 degrés, qui est l'angle au Soleil ou l'angle de commutation, étant ajouté au lieu du périhélie $2^{\text{f}} 13^{\text{d}}$, & retranché de cette longitude, donne $0^{\text{f}} 1^{\text{d}}$ & $4^{\text{f}} 25^{\text{d}}$ pour les lieux de la Terre dans ces temps-là; c'est donc le 13 Février & le 24 Septembre, ou environ, que les digressions périhélie ont lieu; dans ces deux cas, Mercure est toujours plus au nord que le Soleil, par exemple, dans les digressions périhélie du 27 Septembre 1766 & du 19 Septembre 1773, Mercure étant alors moins avancé que le Soleil dans les signes descendans, sera aussi moins éloigné du pôle boréal & du tropique du Cancer ou du solstice d'été; quand elles arrivent vers le 13 Février au soir, Mercure, plus avancé que le Soleil dans les signes ascendans, est aussi plus boréal que lui.

Ne pouvant pas comparer des digressions aphélie avec des digressions périhélie, j'ai été obligé d'y suppléer par l'examen des passages de Mercure sur le Soleil; cette méthode est aussi très-bonne, elle est même la seule qu'on puisse employer pour trouver les longitudes moyennes; elle me servira tout-à-la fois pour l'excentricité & pour l'époque.

J'ai remarqué, dans mon premier Mémoire, que les passages sur le Soleil étoient insuffisans pour déterminer à la fois l'aphélie, l'excentricité & l'époque; mais quand on a déterminé le lieu de

l'aphélie, comme je l'ai fait dans mon premier Mémoire, les conjonctions inférieures sont suffisantes pour donner exactement les deux autres parties de cette théorie.

En général pour que Mercure, dans ses plus grandes digressions, soit facile à observer, le soir ou le matin, il faut que dans les digressions du matin le Soleil soit descendant, & que dans celles du soir le Soleil soit ascendant; plus Mercure, dans les digressions du matin, approchera de l'équinoxe d'automne, & dans celles du soir de l'équinoxe du printemps, plus elles seront faciles à observer dans le crépuscule; Mercure étant alors plus près du pôle boréal que le Soleil de 8 degrés, plus ou moins, son lever précède de 37 minutes celui du Soleil, ou son coucher suit d'environ autant le Soleil à Paris, par le seul effet de la déclinaison, sans compter la quantité de sa plus grande digression, qui fait au moins $1^h\ 8'$, quelquefois $1^h\ 48'$ de différence pour les couchers.

Nous ne savons pas précisément par quelles méthodes ni sur quelles observations Képler, Stréet, M. de la Hire, M. Cassini, M. Halley avoient établi l'équation du centre de Mercure, qui se trouve dans les Tables de ces différens auteurs; en voici une liste où l'on verra que ces équations sont toutes trop grandes, à en juger par le résultat que j'ai trouvé.

Bouillaud (<i>Astron. philol.</i>).....	24 ^d 17' 20"
M. de la Hire.....	24. 16. 52
Képler (<i>Tab. Rudolph.</i>).....	24. 11. 17
M. Cassini, dans ses Tables.....	24. 2. 58
Stréet (<i>Astron. carol.</i>).....	23. 54. 59
M. de Thury (<i>Mém. de l'Acad. 1753</i>).....	23. 50. 0
M. Halley, dans ses Tables.....	23. 42. 36
Suivant les résultats de ce Mémoire.....	23. 40. 49.

Quoique M. Halley ait approché beaucoup de la véritable équation, les longitudes moyennes qu'il donne à Mercure, étant trop petites de $2' 23''$ pour 1753, & le lieu de l'aphélie trop peu avancé de 10 minutes, produisoient dans ses Tables des erreurs

d'une demi-heure pour les passages de Mercure sur le Soleil dans le nœud descendant, tels que ceux de 1740 & de 1753, & des erreurs de $1\frac{1}{2}$ sur les elongations de Mercure.

Pour rectifier ces Tables, c'est-à-dire pour trouver l'équation de l'orbite de Mercure, j'ai supposé d'abord le lieu de l'aphélie à peu près tel qu'il résulte de mon premier Mémoire, & les moyens mouvemens de Mercure & de ses aphides, tels qu'ils résultent du second Mémoire; je choisis les passages de Mercure observés en 1743 & en 1753, dans les deux nœuds opposés, comme étant les plus exacts & les plus récents : voici les temps moyens des conjonctions observées, avec les lieux de Mercure déduits de l'observation, mais comptés sur l'orbite de la Planète & non pas sur l'écliptique comme ils le sont ordinairement dans les listes d'observations; j'en ai retranché le lieu de l'aphélie qui répond à chaque observation, corrigé d'après mes observations, afin d'avoir exactement l'anomalie vraie de Mercure dans chacune de ces observations.

TEMPS MOYEN DES OBSERVATIONS.	LONGITUDE de MERCURE observée.	L I E U DE L'APHÉLIE, corrigé par Observation.	ANOMALIE VRAIE donnée par Observation.
1743. 4 Novemb. 22 ^h 26' 10"	15 12 ^d 36' 21"	85 13 ^d 25' 51"	45 29 ^d 10' 30"
1753. 5 Mai. . . . 18. 29. 50	7. 15. 48. 10	8. 13. 36. 56	11. 2. 11. 14

Ces anomalies vraies qui sont exactes, puisqu'elles sont données par l'observation, doivent d'abord être converties en anomalies moyennes, ce qui est aisé par la règle que j'ai démontrée ailleurs. (*Mémoires de l'Académie, année 1755, page 209; Astronomie, page 439 de la première édition*). Si la différence entre les anomalies moyennes, ainsi conclues, se trouve exactement conforme à celle qui est connue & donnée par les moyens mouvemens de Mercure & de son aphélie; on est assuré que l'excentricité employée pour faire cette conversion, est exacte,

c'est-à-dire qu'elle satisfait aux deux observations choisies; en effet, si l'on prend une excentricité trop grande, on aura une trop forte équation, additive en 1743 & soustractive en 1753, c'est-à-dire qu'on aura une différence d'anomalie moyenne trop petite par les deux raisons; l'on ne pourra donc être d'accord avec la différence d'anomalie moyenne qui a véritablement lieu dans le Ciel, & que l'on suppose donnée.

Par exemple, suivant les Tables de M. Halley, on a la longitude moyenne en 1743 de $1^{\circ} 23^{\text{d}} 12' 4''$, & en 1753 de $7^{\circ} 3^{\text{d}} 4' 28''$, l'anomalie moyenne en 1743 de $5^{\circ} 9^{\text{d}} 50' 16''$, & en 1753 de $10^{\circ} 19^{\text{d}} 34' 21''$; la différence $5^{\circ} 9^{\text{d}} 44' 5''$ que l'on suppose donnée, est celle que l'on doit retrouver en convertissant les anomalies vraies en anomalies moyennes, si l'excentricité 7970, qui est employée dans les Tables, est exacte.

Mais à cause des corrections que j'ai faites aux moyens mouvemens, dans mon second Mémoire sur la théorie de Mercure, les anomalies moyennes doivent différer plus que dans M. Halley, j'ai ajouté 18 secondes au mouvement annuel de l'aphélie & j'ai ajouté 6 secondes au mouvement annuel de Mercure, c'est-à-dire que j'ai diminué de 12 secondes par année le mouvement d'anomalie, & l'on n'a plus que $5^{\circ} 9^{\text{d}} 42' 9''$ pour la différence des anomalies entre les observations de 1743 & de 1753.

Dans les premiers calculs que je fis sur cette matière, j'avois corrigé de 11 minutes le lieu de l'aphélie tiré des Tables de M. Halley, c'est-à-dire que j'avois supposé les anomalies vraies $4^{\circ} 29^{\text{d}} 9' 36''$ & $11^{\circ} 2^{\text{d}} 10' 14''$; si l'on convertit ces anomalies vraies en anomalies moyennes en supposant l'excentricité 7960, on trouve pour les anomalies moyennes $5^{\circ} 9^{\text{d}} 47' 3''$, & $10^{\circ} 19^{\text{d}} 28' 29''$; la différence $5^{\circ} 9^{\text{d}} 41' 26''$ est trop grande de 43 secondes, mais en diminuant l'excentricité de 4 parties & demie, on trouveroit une différence d'anomalie moyenne à peu près d'accord avec celle qui est donnée; de même qu'en diminuant de trois quarts de minute le lieu de l'aphélie, & employant l'excentricité 7960, on trouveroit cette même différence d'anomalie moyenne, $5^{\circ} 9^{\text{d}} 42' 9''$.

On peut remarquer ici que la diminution de l'excentricité & celle du lieu de l'aphélie, font également trouver une trop grande différence d'anomalie moyenne; une partie de plus dans l'excentricité ou 9 secondes de plus dans la longitude de l'aphélie, augmentent également de 10 secondes la différence des anomalies moyennes entre 1743 & 1753, ainsi ces deux passages ne font trouver l'excentricité que lorsque le lieu de l'aphélie est déterminé; s'il étoit donc prouvé d'ailleurs qu'il faut diminuer l'excentricité, il s'en suivroit qu'on doit augmenter le lieu de l'aphélie afin de satisfaire aux passages de 1743 & de 1753, mais j'ai cru devoir m'en tenir par préférence à la détermination du lieu de l'aphélie tirée de mes observations telle qu'elle est dans mon premier Mémoire.

J'ai supposé en nombres ronds qu'il falloit ajouter 10 minutes à l'aphélie des Tables de Halley, d'où il résulte qu'il faut employer l'excentricité 7960 pour trouver deux anomalies moyennes dont la différence soit $5^{\circ} 9^d 42' 9''$; avec cette excentricité l'on trouve qu'il faut ajouter $2' 22''$ à l'époque des Tables de Halley pour 1753, elle devient $1^{\circ} 28^d 24' 47''$, & l'époque pour 1764, $10^{\circ} 1^d 35' 54''$.

Cette excentricité déterminée par les passages de Mercure sur le Soleil, observés en 1743 & 1753, représentent également bien les autres passages, ainsi le 10 Novembre 1736 à 23 heures la longitude de Mercure en conjonction étoit de $1^{\circ} 19^d 23' 24''$, suivant l'observation; mes nouveaux élémens la donnent de $1^{\circ} 19^d 23' 44''$, trop grande seulement de 20 secondes: on ne fauroit espérer d'éviter une erreur de 20 à 30 secondes, puisque les lieux du Soleil qui nous servent pour déterminer ceux de Mercure, sont eux-mêmes sujets à de pareilles erreurs.

Cette excentricité s'accorde aussi avec les observations des plus grandes digressions faites aux environs des aphides, je vais en rapporter quelques-unes pour confirmer ma détermination; on trouve dans les Mémoires de l'Académie pour 1706, quelques observations de Mercure, par M. de la Hire, faites au méridien à son quart-de-cercle mural, je vais examiner celle du 21 Septembre 1701, la seule qu'il ait faite aux environs du périhélie &
de

de la plus grande digression; j'en ai recommencé le calcul pour être assuré de ma détermination, cela étoit d'autant plus nécessaire que M. de Thury avoit remarqué une erreur considérable dans le calcul de l'observation du 12 Avril 1707 (*Mémoires de l'Académie, année 1753, page 319*).

Le 20 Septembre 1701, à $22^{\text{h}} 57' 28''$, temps moyen; Mercure étoit au méridien, il étoit $55' 30'' \frac{1}{4}$ de temps vrai, avant midi, ainsi la différence d'ascension droite entre Mercure & le centre du Soleil, étoit de $13^{\text{d}} 52' 37''$, la hauteur méridienne vraie de Mercure étoit de $49^{\text{d}} 36' 40''$; je trouve pour ce moment-là que la longitude du Soleil étoit de $5^{\text{f}} 28^{\text{d}} 8' 19''$, & son ascension droite $5^{\text{f}} 28^{\text{d}} 17' 33''$; ainsi l'ascension droite de Mercure étoit $5^{\text{f}} 14^{\text{d}} 26' 56''$; supposant la hauteur de l'équateur à l'Observatoire royal de $41^{\text{d}} 9' 46''$, on a pour la déclinaison de Mercure $8^{\text{d}} 26' 54''$, de-là je conclus la longitude $5^{\text{f}} 12^{\text{d}} 23' 55''$, & son élongation $15^{\text{d}} 44' 24''$: cette longitude de Mercure est plus petite de 53 secondes que celle que M. de la Hire le fils avoit déduite de la même observation, parce que j'ai employé des Tables du Soleil, meilleures que celles de son père; mais l'élongation est la même à 5 secondes près, & c'est-là le plus essentiel.

Ayant calculé pour le même temps cette élongation par mes Tables, je la trouve de $15^{\text{d}} 43' 54''$, plus petite de 30 secondes que par l'observation, cela prouve la justesse de l'excentricité que j'ai employée, car si elle étoit défectueuse, toute l'erreur tomberoit sur la digression observée aux environs du périhélie; voilà pourquoi l'erreur des Tables de M. de la Hire est de $3' 51''$.

L'observation du 20 Septembre au matin, qui est aussi rapportée dans le même volume des Mémoires de l'Académie, & que j'ai calculée comme celle du 21, ne s'accorde point avec elle; M. de la Hire lui-même trouvoit l'erreur de ses Tables plus grande le 20 que le 21 de $1' 27''$, ce qui me paroît prouver qu'il y a eu 5 à 6 secondes d'erreur sur le temps vrai du passage de Mercure, observé le 20 Septembre au matin.

Dans cette observation du périhélie de 1701, on a la longitude moyenne de Mercure $3^{\text{f}} 2^{\text{d}} 2' 18''$, celle de l'aphélie $8^{\text{f}} 12^{\text{d}} 36' 12''$,

Mém. 1767.

. Z z z

l'équation de l'orbite $10^{\text{d}} 14' 59''$, la longitude héliocentrique $3^{\text{f}} 12^{\text{d}} 5' 38''$, & la longitude géocentrique $5^{\text{f}} 12^{\text{d}} 24' 25''$.

J'ai aussi calculé une semblable observation de Mercure dans son périhélie, faite par M. Messier en 1753 à l'hôtel de Clugny; le 26 Septembre 1753 au matin, Mercure passa au Méridien à $11^{\text{h}} 9' 3'' \frac{1}{4}$, temps d'une pendule réglée sur les Étoiles fixes, & le centre du Soleil passa à $12^{\text{h}} 12' 31'' \frac{1}{2}$; la distance de Mercure au pôle étoit de $83^{\text{d}} 0' + 306$ parties, & celle du bord supérieur du Soleil $91^{\text{d}} 20' - 776$. L'erreur de l'instrument des passages exige qu'on ajoute une seconde au passage du Soleil ou à la différence observée entre les deux passages, elle sera donc de $1^{\text{h}} 3' 29'' \frac{1}{8}$, ce qui donne $15^{\text{d}} 52' 17''$ pour la différence d'ascension droite; suivant les Tables de M. l'abbé de la Caille, l'ascension droite du Soleil à midi étoit de $183^{\text{d}} 12' 40''$, ainsi celle de Mercure étoit de $167^{\text{d}} 20' 23''$ au moment de son passage.

Les parties de ce micromètre se réduisent en secondes, en ajoutant un cinquième, ainsi 305 parties font $366''$; d'où il suit que la différence de déclinaison entre Mercure & le bord supérieur du Soleil étoit $7^{\text{d}} 58' 22''$: ajoutant $16' 1''$ pour le demi-diamètre du Soleil & 20 secondes pour la réfraction, & supposant la déclinaison du Soleil à midi $1^{\text{d}} 23' 16''$, on a la déclinaison de Mercure $6^{\text{d}} 57' 21''$ boréale; d'où je tire la longitude de Mercure $5^{\text{f}} 15^{\text{d}} 41' 14''$ le 25 Septembre 1753 à $22^{\text{h}} 47' 50''$. Ayant supposé pour la même heure le lieu du Soleil $6^{\text{f}} 3^{\text{d}} 27' 25''$, l'élongation observée est de $17^{\text{d}} 46' 11''$.

Ayant calculé le lieu de Mercure par mes Tables pour le même temps, je trouve la longitude moyenne de Mercure de $2^{\text{f}} 19^{\text{d}} 3' 43''$, celle de l'aphélie $8^{\text{f}} 13^{\text{d}} 41' 2''$, l'équation $2^{\text{d}} 56' 46''$, la longitude héliocentrique $2^{\text{f}} 21^{\text{d}} 48' 31''$, la longitude géocentrique $5^{\text{f}} 15^{\text{d}} 41' 13''$, plus petite seulement d'une seconde que par l'observation; cette observation, qui doit être naturellement plus exacte que celle de 1701, s'accorde aussi beaucoup mieux avec mes Tables, ce qui est une nouvelle preuve de la justesse de mon excentricité 7960.

Après avoir vu comment mes Tables représentent les observations faites dans le périhélie, voyons comment elles s'accordent avec les observations aphélie. Le 19 Août 1759 au soir, M. Messier observa Mercure au méridien, il étoit si foible de lumière & si difficile à observer, que sa déclinaison ne fut observée qu'à peu-près, mais l'ascension droite est la plus nécessaire pour nos recherches; le centre du Soleil passa au fil du milieu dans le télescope des passages lorsque l'horloge à pendule marquoit $9^h 48' 38'' \frac{1}{2}$, & Mercure y passa à $11^h 27' 11'' \frac{1}{2}$; la différence $1^h 28' 33''$ doit être augmentée d'une seconde, à cause de l'erreur de l'instrument, & l'on a $1^h 38' 34''$; la pendule retardoit de 5 secondes par jour; ainsi l'on a $24^d 38' 36''$ pour la différence d'ascension droite en degrés; le Soleil, suivant les Tables, avoit $148^d 20' 29''$ d'ascension droite à midi, ainsi celle de Mercure étoit de $172^d 59' 5''$ le 19 Août à $1^h 41' 37''$ de temps moyen: la différence de déclinaison entre Mercure & le bord supérieur du Soleil parut de $11^d 30' + 390$ parties ou $11^d 37' 48''$; si l'on ôte $15' 52''$ pour le demi-diamètre du Soleil, qu'on ajoute 21 secondes pour la réfraction, & qu'on suppose la déclinaison du Soleil à midi de $12^d 50' 26''$, on aura celle de Mercure $1^d 26' 9''$ boréale: par-là, je trouve sa longitude $7^f 22^d 58' 43''$, & sa latitude australe $1^d 26' 20''$ suivant l'observation.

Le lieu du Soleil, pour le moment de cette observation, étoit de $4^f 26^d 9' 19''$; ainsi l'élongation observée étoit de $26^d 49' 25''$.

Mes tables donnent, pour ce moment, la longitude moyenne de Mercure $8^f 10^d 26' 51''$, celle de l'aphélie $8^f 13^d 44' 19''$, l'équation de l'orbite $1^d 4' 40''$, la longitude héliocentrique $8^f 11^d 21' 25''$, la longitude géocentrique $5^f 22^d 59' 4''$, plus grande de 21 secondes seulement que par l'observation, ou l'élongation calculée $26^d 49' 46''$, plus grande de 21 secondes que l'élongation observée; cette erreur est aussi petite que je pouvois le desirer, & prouve que mes Tables satisfont aux observations aphélie, de même qu'à celles du périhélie.

La combinaison de cette excentricité 7960 avec la correction de l'aphélie établie dans mon premier Mémoire de 10 minutes, forme des Tables qui représentent aussi-bien les obser-

uations de Mercure, faites sur les moyennes distances, que celles des apfides.

Dans mon observation du 16 Avril 1750, $22^h 49' 52''$, temps moyen, la longitude moyenne de Mercure, tirée de mes Tables, est de $11^f 0^d 50' 58''$, l'anomalie moyenne $2^f 17^d 17' 7''$, l'équation $21^d 15' 33''$, la longitude héliocentrique $2^f 17^d 44' 1''$, & la longitude géocentrique $0^f 6^d 52' 55''$ plus petite de 6 secondes seulement que la longitude observée $0^f 6^d 53' 1''$.

La longitude moyenne le 9 Mai 1758 à $1^h 22' 54''$, temps moyen, suivant les mêmes Tables, est de $4^f 19^d 15' 10''$, celle de l'aphélie $8^f 13^d 42' 49''$, l'équation $23^d 19' 15''$, la longitude héliocentrique $5^f 12^d 44' 50''$, la longitude géocentrique $2^f 10^d 1' 51''$, plus grande de 5 secondes que la longitude observée $2^f 10^d 1' 46''$, ainsi cette position, quoiqu'à $3^f 1^d$ de l'aphélie, s'accorde aussi bien avec mes Tables que la précédente qui étoit à $1^f 26^d$ de l'aphélie.

L'observation que je fis le 17 Novembre 1763 à $18^h 30' 8''$, de temps moyen, s'accorde à peu près de même à $3^f 22^d$ de l'aphélie, avec mes Tables; la longitude moyenne de Mercure se trouve de $4^f 0^d 35' 47''$, celle de l'aphélie $8^f 13^d 49' 22''$, l'équation $20^d 21' 15''$, la longitude héliocentrique $4^f 20^d 59' 26''$, la longitude géocentrique $7^f 6^d 13' 25''$, plus petite de 9 secondes seulement que la longitude observée $7^f 6^d 13' 34''$.

Pour le 24 Mai 1764, je trouve l'erreur des Tables de 10 secondes; la longitude moyenne des Tables $5^f 22^d 17' 15''$, celle de l'aphélie $8^f 13^d 50' 0''$, l'anomalie $9^f 8^d 27' 15''$, l'équation $21^d 54' 53''$, la longitude héliocentrique $6^f 14^d 23' 30''$, la longitude géocentrique $2^f 26^d 50' 45''$, plus grande de 10 secondes que la longitude observée $2^f 26^d 50' 35''$.

L'erreur est de 17 secondes dans l'observation du 17 Juillet 1764, $15^h 58' 4''$ temps moyen: la longitude moyenne par mes Tables est pour ce moment-là de $1^f 4^d 36' 45''$ & celle de l'aphélie $8^f 13^d 50' 8''$, l'anomalie $4^f 20^d 46' 37''$, l'équation de l'orbite $18^d 14' 19''$, la longitude héliocentrique $0^f 16^d 33' 19''$, la longitude géocentrique $3^f 8^d 59' 23''$, au lieu de $3^f 8^d 59' 6''$, longitude observée; cette observation jointe aux

précédentes, donne les elongations de Mercure dans les points de son orbite, les plus différens qu'il soit possible d'avoir, 2^d , 30^d , 56^d , 91^d , 113^d , 122^d , 156^d , 172^d , en sorte que j'ai tout lieu de croire que toute autre observation sera également bien représentée par mes nouvelles Tables, en voici les principaux élémens, elles se trouvent avec tous les détails dans la Connoissance des mouvemens célestes de 1767.

Époque pour 1764.....	10 ^h	1 ^d	35'	54"
Aphélie pour 1764.....	8.	13.	49.	30
Nœud pour 1764.....	1.	15.	31.	45
Mouvement annuel.....	1.	23.	43.	8;2
Mouvement de l'aphélie.....		1.	10,5	
Mouvement du nœud.....			45,0	

Le demi-axe en parties dont la moyenne distance du Soleil contient 100000 est de 38710.

L'excentricité ou la distance du centre au foyer de l'ellipse 7960, le demi petit axe 37883.

La plus grande équation, qui soit possible dans cette orbite, ayant lieu nécessairement lorsque la distance de Mercure au Soleil est moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes, on trouve qu'elle a lieu lorsque l'anomalie vraie est de $92^d 59' 44'' 6$ (*Astronomie, page 452*); convertissant cette anomalie vraie en anomalie moyenne on trouve $104^d 45' 41''$, ainsi la plus grande équation est $23^d 40' 49''$, & elle a lieu à $104^d 45' \frac{2}{3}$ d'anomalie moyenne; dans les Tables de M. Cassini où l'excentricité est de 8083, c'est-à-dire plus grande de 123, l'on trouve que la plus grande équation est de $24^d 3' 5''$, & qu'elle a lieu à $104^d 59' 24''$ d'anomalie moyenne; cette différence de $22' 16''$ dans la plus grande équation, ne doit pas être répartie proportionnellement, c'est-à-dire qu'on ne sauroit construire une nouvelle Table d'équation en distribuant cette différence proportionnellement, cela paroît visiblement dans la double Table d'équation que j'ai donnée: entre l'excentricité 7970 & l'excentricité 7930, il y a $7' 12''$ de différence quand l'équation est de $23^d 42'$,

quand l'équation est réduite à moitié, ou qu'elle est de $11^d 51'$, la différence n'est plus que de $2' 55''$ entre les deux hypothèses, & quand l'équation est réduite au quart ou à $5^d 55'$ la différence est seulement $1' 25''$ entre les deux hypothèses d'excentricité; c'est pour cela que j'ai donné une Table particulière dans la Connoissance des mouvemens célestes, pour 1767, dans laquelle on voit l'équation & la distance de Mercure pour deux excentricités différentes. Je ne parlerai point ici des latitudes de Mercure, l'inclinaison $6^d 59' 20''$, qui est dans les Tables de M. Halley m'a paru représenter assez bien les latitudes observées; quand au mouvement du nœud, j'en ai parlé fort au long dans les Mémoires de 1754.

Pour terminer mon travail sur la théorie de Mercure, il ne me restera qu'à examiner les inégalités que l'attraction de Vénus & de la Terre doivent produire dans les longitudes & dans les distances au Soleil; peut-être que les différences que j'ai trouvées ci-dessus, entre mes Observations & mes Tables, seront produites en partie par ces inégalités; c'est ce que je me propose de discuter dans un autre Mémoire, en appliquant à Mercure les formules que j'ai détaillées à l'occasion des troubles de Mars & de Vénus. Cependant les Tables de Mercure, dont je viens de donner les élémens, représentent si bien toutes les observations, sans tenir compte des inégalités de l'attraction, que ce seroit mettre dans nos Tables une complication inutile, quant à présent, que d'y faire entrer ces inégalités; elles sont très-petites dans Mercure, à cause de la rapidité de son mouvement.



ÉCLAIRCISSEMENT

Sur les Méthodes de trouver les Courbes qui jouissent de quelque propriété du maximum ou du minimum.

Par M. le Chevalier DE BORDA.

LE premier Problème de ce genre que les Géomètres aient résolu, est celui du solide de la moindre résistance, donné par l'illustre Newton dans son livre des Principes Mathématiques: ce ne fut que dix ans après la publication de ce livre que M. Jean Bernoulli proposa aux Mathématiciens de l'Europe le problème de la ligne de la plus vite descente; ce problème & celui des isopérimètres, donné bientôt après par M. Jacques Bernoulli, tournèrent les vues des Géomètres du côté de ces sortes de recherches: on s'exerça sur plusieurs questions de même genre, & on inventa quelques méthodes pour les résoudre, mais ces méthodes ne s'étendoient encore qu'à des questions trop particulières lorsque M. Euler donna son livre intitulé: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*. Cet ouvrage plein d'invention & de science de calcul, répondit parfaitement à la grande célébrité de l'auteur, mais la méthode qu'il contenoit n'ayant pas paru assez simple à M. de la Grange, ce dernier auteur qui s'étoit déjà fait en Géométrie une réputation aussi brillante que rapide, reprit de nouveau toute la question & en donna, dans le second volume des Mémoires de l'Académie de Turin, une solution fondée sur les seuls principes du Calcul intégral qui s'appliquoit avec une facilité étonnante à tous les problèmes que M. Euler s'étoit proposé. Cette solution que je regarde comme une des plus belles productions analytiques de notre siècle, a été bientôt adoptée par M. Euler lui-même, qui en a donné une explication détaillée dans le volume de 1766 de l'Académie de Pétersbourg: cet illustre Savant a même eu la

générosité d'élever la méthode de M. de la Grange fort au-dessus de la sienne, en insistant particulièrement sur ce qu'elle fournit certaines équations déterminées qui servent à résoudre les problèmes d'une manière plus générale, mais il faut avouer que tous les Savans ne sont pas sur cela du sentiment de M. Euler; quelques-uns trouvent que l'usage de ces équations déterminées, n'est ni rigoureusement démontré, ni suffisamment indiqué dans la solution de M. de la Grange; & même un grand Géomètre qui vient de lire à notre Académie un Mémoire sur cette matière, va beaucoup plus loin, puisqu'il prétend que ces équations sont illusoires & n'appartiennent nullement à la question. Cette différence dans les jugemens qu'on a portés sur cette méthode, m'ayant donné la curiosité de l'examiner, j'ai voulu voir d'abord s'il ne seroit pas possible d'avoir une autre solution qui pût servir à décider la question, & enfin j'en ai trouvé une qui est simple & incontestable & qui renferme nécessairement toutes les équations qui peuvent avoir rapport au problème: j'ai vu par cette solution, qu'en effet, il y avoit dans la question générale dont il s'agit, d'autres questions particulières qui étoient résolues par les équations déterminées, données par M. de la Grange: mais j'ai trouvé en même temps, pour le premier & le dernier point de l'intégrale, des équations un peu différentes de celles de ce célèbre auteur, ainsi qu'on va le voir dans la suite de ce Mémoire.

Quoique ma solution soit indépendante de toute considération géométrique, je me servirai cependant de figures pour mieux fixer les idées.

P R O B L E M E.

Fig. 1. Soient deux courbes données PCQ , RMS , on demande de trouver une troisième courbe CKM terminée par les deux premières qui ait cette propriété, qu'une certaine fonction intégrale de ses coordonnées & de leurs différences, soit un maximum ou un minimum.

S O L U T I O N.

PREMIER CAS. Supposons d'abord que par la nature du problème

problème on prenne pour l'origine des abscisses un point fixe A hors de la courbe, & soit l'abscisse AB , qui répond au premier point $C = x$, $AD = x'$, $AF = x''$, $AH = x'''$, &c. & enfin $AL = x^w$, la première ordonnée $BC = y$, $DE = y'$, $FG = y''$, $HK = y'''$, &c. & enfin $LM = y^w$.

Soit à présent $\int Z$ la fonction intégrale qui doit être un *maximum*; cette fonction pourra être représentée par $Z + Z' + Z'' + Z''' + \&c.$ & il est clair qu'il faut, pour que tous les points soient arrangés convenablement pour le *maximum*, qu'en supposant fixes tous ces points à l'exception d'un seul quelconque, & faisant ensuite varier ce point, le changement que cette variation introduira dans la quantité $Z + Z' + Z'' + \&c.$ puisse être égalé à zéro; on aura donc la solution de ce problème si, après avoir différencié toute la somme $Z + Z' + Z'' + \&c.$ en faisant varier toutes les quantités, & après avoir distingué dans cette différenciation générale ce qui appartient séparément à la variation de chaque point C, E, G, K , &c. on fait chacune de ces variations égale à zéro; il est évident que, par-là, on aura autant d'équations qu'on aura supposé qu'il y a de points dans la courbe; il ne restera plus qu'à savoir si ces équations pourront être représentées par une équation générale entre des variables indéterminées.

Cela posé, si on différencie $Z + Z' + Z'' + \&c.$ en marquant la variation de chaque quantité par la caractéristique δ , on aura une différentielle de cette forme,

$$\begin{aligned} & n \delta x + p \delta(dx) + q \delta(ddx) + r \delta(d^3x) + \&c. + N \delta y + P \delta(dy) + \&c. \\ & + n' \delta x' + p' \delta(dx') + q' \delta(ddx') + r' \delta(d^3x') + \&c. + N' \delta y' + \&c. \\ & + n'' \delta x'' + p'' \delta(dx'') + \&c. + \&c. \\ & + n''' \delta x''' + p''' \delta(dx''') + \&c. + \&c. \\ & + \&c. + \&c. \end{aligned}$$

dans laquelle il est évident que n, p, q , &c. n', p', q' , &c. N, P, Q , &c. N', P', Q' , &c. &c. sont les mêmes que si on avoit différencié à l'ordinaire la fonction $Z + Z' + Z'' + \&c.$ par conséquent ces coefficients seront connus.

Maintenant je remarque que $dx = x' - x$, $ddx = x'' - 2x' + x$.

Méni. 1767.

. Aaaa

$d^3x = x''' - 3x'' + 3x' - x, \&c. dx' = x'' - x', \&c. \&c.$
 donc $\delta(dx) = \delta(x' - x) = \delta x' - \delta x, \delta(ddx)$
 $= \delta(x'' - 2x' + x) = \delta x'' - 2\delta x' + \delta x, \&c. \&c.$
 $\delta(dy) = \delta y' - \delta y, \&c. \&c.$ mettant ces valeurs dans la
 suite, & ordonnant l'équation par rapport à chaque δx & chaque
 δy , cette suite se changera en celle-ci :

$$\begin{aligned} & \delta x \cdot (n - p + q - r + \&c.) + \delta y \cdot (N - P + Q - R + \&c.) \\ & + \delta x' \cdot (n' - p' + q' - r' + \&c.) + \delta y' \cdot (N' - P' + \&c.) \\ & \quad + p - 2q + 3r + \&c. \quad \quad \quad + P - \&c. \\ & + \delta x'' \cdot (n'' - p'' + q'' - r'' + \&c.) + \&c. \\ & \quad + p' - 2q' + 3r' - \&c. \\ & \quad \quad + q - 3r + \&c. \\ & + \delta x''' \cdot (n''' - p''' + q''' - r''' + \&c.) + \&c. \\ & \quad + p'' - 2q'' + 3r'' - \&c. \\ & \quad \quad + q' - 3r' + \&c. \\ & \quad \quad \quad + r - \&c. \\ & + \&c. \&c. \\ & + \delta x^{\omega-2} \cdot (p^{\omega-2} - 2q^{\omega-3} + 3r^{\omega-4} - \&c.) + \&c. \\ & \quad \quad + q^{\omega-4} - 3r^{\omega-5} + \&c. \\ & \quad \quad \quad + r^{\omega-6} - \&c. \\ & + \delta x^{\omega-3} \cdot (q^{\omega-3} - 3r^{\omega-4} + \&c.) + \&c. \\ & \quad \quad + r^{\omega-5} - \&c. \\ & + \delta x^{\omega} \cdot (r^{\omega-3} - \&c.) + \delta y^{\omega} \cdot (R^{\omega-3} - \&c.) \end{aligned}$$

Distinguons à présent dans cette suite les quantités qui viennent de la variation de chaque point $C, E, G, K, \&c.$ & faisons chacune de ces quantités $= 0$; 1.^o la variation du point c donnera les quantités $\delta x \cdot (n - p + q - r + \&c.) + \delta y \cdot (N - P + Q - R + \&c.)$ dont la somme sera égale à 0 : 2.^o la variation du second point E pouvant se faire en prenant y' ou x' pour variables, les coefficients de $\delta x'$ & de $\delta y'$ seront chacun égaux à zéro; donc on aura $\left\{ \begin{array}{l} n' - p' + q' - r' + \&c. \\ + p - 2q + 3r + \&c. \end{array} \right\} = 0$,

& $\{N' - P' + Q' - R' + \&c.\} = 0$: 3.^o on pourra aussi éгалiser à zéro tous les coëfficiens des autres δx & δy , à l'exception cependant de ceux de δx^ω & δy^ω qui, appartenant par l'hypothèse à la même courbe $RM\mathcal{S}$, sont nécessairement liés l'un à l'autre; on aura donc, en réunissant toutes les équations trouvées,

$$\delta x \cdot (n - p + q - r + \&c.) + \delta y \cdot (N - P + Q - R + \&c.) = 0.$$

$$n' - dp + q' - r' + \&c. = 0, N' - \&c. = 0.$$

$$- 2q + 3r - \&c.$$

$$n'' - dp' + ddq - r'' + \&c. = 0, N'' - \&c. = 0.$$

$$+ 3r'$$

$$- 3r$$

$$n''' - dp'' + ddq' - d^3r + \&c. = 0, N''' - \&c. = 0.$$

$$+ \&c. + \&c.$$

$$+ p^{\omega-3} - 2q^{\omega-3} + 3r^{\omega-3} = 0, P^{\omega-3} - \&c. = 0.$$

$$+ q^{\omega-4} - 3r^{\omega-4}$$

$$+ r^{\omega-5}$$

$$q^{\omega-3} - 3r^{\omega-3} + \&c. = 0, Q^{\omega-3} - \&c. = 0.$$

$$+ r^{\omega-4}$$

$$\delta x^\omega \cdot (r^{\omega-3} - \&c.) + \delta y^\omega \cdot (R^{\omega-3} - \&c.) = 0.$$

Mais ces quantités doivent être réduites, parce qu'elles contiennent des quantités de différent ordre; pour faire cette réduction je mets dans les coëfficiens de δx & de δy de la première équation les valeurs de $q, r, \&c.$ & de $Q, R, \&c.$ prises dans les équations suivantes, & après avoir effacé les quantités infiniment petites des ordres inférieurs, j'ai pour le premier point de la courbe l'équation $\delta x(-p + dq - ddr + \&c.) + \delta y.(-P + dQ - ddR + \&c.) = 0$. Je mets de même dans les deux secondes équations les valeurs de $r, R, \&c.$ prises dans les suivantes, & j'ai pour le second point, en négligeant les quantités des ordres inférieurs $q - dr + \&c. = 0$, & $Q - dR + \&c. = 0$, on trouvera de même pour le troisième point $r - \&c. = 0$, $R - \&c. = 0$; & ainsi de suite: enfin on aura en général pour tous les autres points, à

l'exception des derniers, $n^m - dp^m - 1 + \&c. = 0$, & $N^m - dP^m - 1 + ddQ^m - 2 - \&c. = 0$; ou (m étant infini) $n^m - dp^m + ddq^m - \&c. = 0$. &c. &c. Quant aux équations des derniers points, on les trouvera absolument pareilles à celles qui déterminent les premiers points. *C. Q. F. 1.^o T. & D.*

SECOND CAS. Supposons que le premier point *C* de la courbe, soit lui-même l'origine des abscisses, il est évident qu'alors la variation de ce point *C* fera varier tous les *Z*, *Z'*, *Z''* &c. mais ce changement ne tombera que sur les valeurs de *x* & *y*, de *x'* & *y'* &c. & non sur celles de *dx* & *dy*, *dx'* & *dy'*, &c. & on verra en y faisant quelque attention que si la variation horizontale de *C* est δx , celle de *Z* sera $-n\delta x$, celle de *Z'* sera $-n'\delta x$, celle de *Z''* sera $-n''\delta x$ &c. par la même raison δy étant la variation verticale de *C*, celle de *Z* sera $-N\delta y$, celle de *Z'* sera $-N'\delta y$, celle de *Z''* sera $-N''\delta y$, &c. par conséquent la variation du point *C* introduira dans l'équation que nous avons trouvée ci-dessus pour le premier point, les quantités $\delta x (-n - n' - n'' - n''' - \&c.) + \delta y. (-N - N' - N'' - N''' - \&c.)$ qui sont les mêmes que celles-ci $\delta x f - n + \delta y f - N$; on aura donc pour ce premier point $\delta x. (-p + dq - ddr + \&c. + f - n) + \delta y. (-P + dQ - ddR + \&c. + f - N) = 0$. quant aux autres équations, elles seront les mêmes que pour le premier cas. *C. Q. F. 2.^o T. & D.*

Comparons à présent cette solution avec celle de M. de la Grange, ce célèbre auteur trouve d'abord par une méthode très-courte & très-belle cette équation.

$$f[(n - dp + ddq - d^3r + \&c.)\delta x + (N - dP + ddQ - d^3R + \&c.)\delta y] + (p - dq + ddr - \&c.)\delta x + (P - dQ + ddR - \&c.)\delta y + (q - dr + \&c.)\delta dx + (Q - dR + \&c.)\delta dy + (r - \&c.)\delta ddx + (R - \&c.)\delta ddy + \&c. \&c. = 0.$$

Mais voyons l'usage que lui & M. Euler font de cette équation générale.

M. de la Grange la sépare d'abord en deux parties, dont l'une

contient tous les termes qui sont sous le signe intégral, & l'autre est composé des termes qui sont hors du signe : selon cet auteur, la première partie détermine la courbe en général, & la seconde a rapport au dernier point de l'intégrale; je conviens facilement de la première proposition, mais il me semble que la seconde n'est pas entièrement exacte; en effet, si tous ces termes appartiennent au dernier point de l'intégrale, tous ces termes s'évanouiroient lorsque le dernier point de l'intégrale seroit donné : or cela n'est vrai, comme on le verra bientôt, que lorsque la fonction $\int Z$ ne contient que des différences premières. Je remarque encore que M. de la Grange, dans quelques applications qu'il fait de sa solution à des problèmes particuliers, détermine le dernier point de l'intégrale en égalant à zéro la quantité hors du signe qui multiplie δx ou δy , au lieu que j'ai fait voir que l'équation de ce dernier point étoit composée du terme affecté de δx , joint au terme affecté de δy ; quant aux termes $\delta x (f - n)$ & $\delta y (f - N)$ qui dans le second cas que nous avons examiné, entrent dans l'équation du premier point de la courbe, M. de la Grange n'en a pas fait mention.

Examinons à présent les équations de M. Euler, on verra (page 119 des *Mémoires de Pétersbourg*, année 1766) que ce grand Géomètre détermine les premiers points de la courbe par les équations $p - dq + \&c. = 0$, $Q - dR + \&c. = 0$, &c. &c. & les derniers points par des équations pareilles : si on compare ces équations avec celles de ma solution, on trouvera 1.^o que celles de M. Euler qui ont rapport au premier & au dernier point de la courbe, manquent des termes qui sont affectés de δx & δx^w , ce qui revient à la même chose que si on supposoit que x & x^w sont donnés, ou que la courbe cherchée dut être terminée par deux droites données perpendiculaires aux abscisses. 2.^o Que même dans ce cas limité, le premier point de la courbe n'est pas bien déterminé, parce que la quantité $\delta y f - N$ ne se trouve pas dans l'équation de ce premier point.

Après avoir montré les différences qui se trouvent entre la solution des deux grands Géomètres déjà cités & la mienne, je vais appliquer celle-ci à quelques problèmes particuliers, pour mieux faire entendre l'usage des équations déterminées.

E X E M P L E I.

Prenons celui auquel M. de la Grange a appliqué sa solution, on demande de trouver la ligne sur laquelle un corps doit se mouvoir pour descendre d'une courbe donnée à une autre courbe donnée dans le plus petit temps possible.

S O L U T I O N.

y étant l'ordonnée, x l'abscisse, & s l'arc de la courbe; l'élément du temps sera $\frac{ds}{\sqrt{y}}$ ou $\frac{\sqrt{(dx^2 + dy)^2}}{\sqrt{y}}$ dont il faudra que l'intégrale soit un *minimum*; différenciant & employant les dénominations de la solution générale, on aura $n = 0$, $p = \frac{dx}{ds\sqrt{y}}$, $N = \frac{-ds}{2y^{\frac{1}{2}}}$, $P = \frac{dy}{ds\sqrt{y}}$; & la solution donnera $\delta x \cdot (-p + \int -n) + \delta y \cdot (-P + \int -N) = 0$, pour le premier point de la courbe; $n^m - dp^m = 0$, ou $N^m - dP^m = 0$ pour la courbe en général; & $p^\omega \delta x^\omega + P^\omega \delta y^\omega = 0$, pour le dernier point: substituant dans ces équations les valeurs de n , N , p & P , & faisant les intégrations nécessaires, on trouvera pour les deux points extrêmes les deux équations $\frac{\delta x^\omega}{\delta y^\omega} = -\frac{dy^\omega}{dx^\omega}$, & $\frac{\delta x}{\delta y} = \frac{\delta x^\omega}{\delta y^\omega}$; *

il suit de la première équation que les lignes RMS & CKM doivent se couper à angles droits au point M , il suit de la seconde équation que la tangente menée par le point C à la ligne PCQ , doit être parallèle à la tangente menée par le point M à la ligne RMS : quant à la courbe CKM en général, on trouvera par l'équation $n^m - dp^m = 0$ que c'est un cycloïde.

J'ai déjà dit que M. de la Grange avoit appliqué sa solution à ce problème, mais ce célèbre Géomètre trouve que la courbe cherchée, doit couper à angles droits les deux courbes données, au lieu que ma solution ne donne cette condition que pour la

* On doit se rappeler que par ces expressions dy^ω , dx^ω , &c. nous n'entendons pas les puissances ω de dy ou dx , mais que nous désignons le dy qui répond à l'abscisse ωdx .

seconde courbe; pour faire voir qu'en effet cette condition ne peut convenir à la première courbe, je remarquerai que le premier côté de la brachystochrone doit toujours être vertical, ce qui exclut évidemment le résultat de M. de la Grange; outre cela quoiqu'il soit vrai que la brachystochrone doive couper la seconde courbe à angles droits, ainsi que M. de la Grange le dit & que M. Jean Bernoulli l'avoit trouvé autrefois, néanmoins cela n'est pas donné par les équations $p^\omega = 0$, ou $P^\omega = 0$, dont M. de la Grange s'est servi au lieu de la vraie équation $p^\omega \delta x^\omega + P^\omega \delta y^\omega = 0$.

EXEMPLE I I.

L'exemple précédent nous a montré l'usage de la solution dans le cas où la fonction donnée ne contient que des différences du premier ordre; supposons à présent que la fonction contienne des différences du second ordre, la solution générale donnera alors les équations suivantes $\delta x \cdot [-p + dq + f(-n)] + \delta y \cdot [-P + dQ + f(-N)] = 0$, pour le premier point; $q = 0$, $Q = 0$ pour le second point; $n''' - dp''' + ddq''' = 0$, ou $N''' - dP''' + ddQ''' = 0$ pour la courbe en général; $q^\omega = 0$, ou $Q^\omega = 0$ pour l'avant-dernier point; & enfin $(p^\omega - dq^\omega) \delta x^\omega + (P^\omega - dQ^\omega) \delta y^\omega = 0$, pour le dernier point; pour concevoir l'usage de ces équations, supposons d'abord qu'on se serve de la seule équation $n''' - dp''' + ddq''' = 0$: cette équation pouvant contenir des différences quatrièmes, il est clair qu'en intégrant on introduira quatre constantes dans l'intégration; supposons, pour simplifier, que le premier & le dernier point soient donnés, cette supposition servira à déterminer deux constantes, mais il en restera deux encore qui permettront de donner au premier & au dernier côté de la courbe, une position quelconque par rapport à l'axe des abscisses; par conséquent l'équation $n''' - dp''' + ddq''' = 0$, répondra seulement à cette question: parmi toutes les courbes qui aboutissent à deux points donnés, & dont le premier & le dernier côté ont des positions données, trouver celle dans laquelle $\int Z$ est un maximum: il est évident que par le seul énoncé de la question les deux

équations $q = 0$, $q'' = 0$ n'ont pas lieu, puisqu'elles supposent la variation du second & avant-dernier point de la courbe; mais on peut faire d'autres questions par rapport à la fonction $\int Z$, on peut demander, par exemple, que le premier & le dernier point étant donnés, ainsi que la position d'un des côtés extrêmes, on trouve la position que doit avoir l'autre côté extrême pour que la fonction soit un *maximum*, ou plutôt un *maximum maximorum*: il est clair qu'alors une des deux équations $q = 0$, $q'' = 0$, n'aura pas lieu, & que l'autre déterminera la position du côté variable: on pourra encore demander le *maximum* dans le cas où les positions des deux côtés extrêmes seroient variables, & alors les deux équations auront lieu en même temps; enfin on pourra supposer que le premier & le dernier point, sont variables & sont liés à des courbes données; & dans ce dernier cas les quatre équations détermineront les quatre constantes.

Voici une application très-simple de ce que nous venons d'exposer. Soit donnée la fonction $\int \frac{dy}{dx^3}$ qu'il faut rendre un *minimum*. On suppose qu'on a fait dx constant, on trouvera par la solution générale $y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$; pour déterminer les quatre constantes, supposons qu'au commencement de la courbe on ait $x = 0$, $y = 0$, $\frac{dx}{dy} = m$; & qu'à la fin de la courbe on ait $x = a$, $y = 0$, $\frac{dy}{dx} = \mu$; introduisant ces quantités à la place des constantes, on aura $y = \frac{m + \mu}{a^3} x^3 - \frac{2m + \mu}{a} x^2 + mx$ qui déterminera la courbe dans le cas où m , μ , & a , seront donnés; mais si l'on veut qu'il n'y ait qu'un seul côté extrême, par exemple le premier dont la position soit donnée (les deux points extrêmes étant toujours fixes) & qu'on veuille trouver la position que doit avoir le dernier côté pour le *minimum minimorum*; on fera $Q'' = 0$, c'est-à-dire $\frac{2 d^2 y}{dx^2} = 0$: or $\frac{2 d^2 y}{dx^2} = 2m + 4\mu$; donc

on aura $2m + 4\mu = 0$; mettant cette valeur dans l'équation générale, on aura $y = \frac{mx^3}{2a^2} - \frac{3mx^2}{2a} + mx$; enfin si on veut que m soit encore variable, les deux équations $Q = 0$ & $Q' = 0$ auront lieu en même temps, & on trouvera $m = 0$; par conséquent $y = 0$, ce qui indique que la ligne cherchée est une ligne droite.

J'ai donné, dans les deux exemples que je viens d'examiner, la manière de se servir des équations de la solution, lorsque la fonction $\int Z$ contient des différentielles du premier & du second ordre; la difficulté ne sera pas plus grande pour les différentielles d'un ordre plus élevé, ainsi je ne m'y arrêterai pas: on trouvera en général que chacune de ces équations sert à déterminer un ordre de *maximum*, & que toutes ensemble donnent le dernier *maximum maximorum*; au lieu que la première solution de M. Euler ne donnoit que le premier *maximum*, & laissoit plusieurs constantes indéterminées, sur lesquelles il falloit opérer de nouveau pour avoir les *maxima maximorum* subséquens.

Je vais finir ce Mémoire par l'application de ma méthode à un problème donné par M. de la Grange, problème qui est, par rapport aux surfaces, ce que le premier problème que nous avons traité est par rapport aux lignes. On demande parmi toutes les surfaces courbes qui sont terminées par le même périmètre, de déterminer celle qui est la plus petite possible; mais pour rendre le problème plus général, je supposerai qu'on veuille trouver la surface dans laquelle $\int Z = \text{maximum}$.

SOLUTION.

Soient AB & BC deux coordonnées horizontales de cette surface courbe, & CK l'ordonnée verticale; j'appelle AB x , BC y , CK u ; soit $DI = u'$, $EH = u''$, &c. $FL = u$, $GM = u$, &c. c'est-à-dire que les quantités $u' u'' u'''$, &c. désigneront les ordonnées qui croissent en supposant x constant; Fig. 2.

Mém. 1767. . B b b b .

& que les quantités $u, u'', \&c.$ désigneront celles qui croissent en supposant y constant; je marquerai les différences du premier cas par la caractéristique d , & celles du second par la caractéristique ∂ ; quant aux différences de x & y , que je supposerai toutes deux constantes, je les marquerai par \dot{x} & \dot{y} .

Cela posé, je remarque que la fonction $\int Z$ pourra être représentée par $Z + Z' + Z'' + Z''' + \&c. + Z' + Z'' + Z''' + \&c. + Z'' + Z''' + Z'''' + \&c. + Z'' + Z''' + Z'''' + \&c. + \&c.$

Or en suivant le raisonnement employé dans le premier problème, on verra facilement qu'il faut pour que la surface soit déterminée convenablement pour le *maximum*, que tous les points étant supposés fixes, à l'exception d'un seul quelconque qu'on fera varier, le changement que cette variation introduira dans la fonction $\int Z$ puisse être égalé à zéro. Supposons donc qu'on différencie $\int Z$ en marquant de la caractéristique δ la variation de chaque ordonnée; on aura une différentielle de cette forme :

$$M\delta x + M'\delta y + N\delta u + (P\delta du + P'\delta \partial u) + (Q\delta ddu + Q'\delta \partial du + Q''\delta \partial \partial u) + (R\delta dddu + R'\delta d\partial du + R''\delta \partial \partial du + R'''\delta \partial \partial \partial u) + \&c. \&c.$$

on opérera ensuite sur cette différentielle, comme on l'a fait pour le premier problème, en observant que la suite générale doit contenir toutes les variations de Z dans tous les sens, & enfin après avoir égalé à zéro le coefficient de la variation de chaque point, on trouvera en général pour la surface cherchée l'équation

$$N - (dP + \partial P') + (ddQ + d\partial Q' + \partial \partial Q'') - (dddR + dd\partial R' + d\partial \partial R'' + \partial \partial \partial R''') + \&c. = 0;$$

on pourroit aussi trouver les termes qui serviroient à déterminer les extrémités de cette surface, mais je n'en ai pas tenté le calcul à cause de sa longueur.

Appliquons cette solution générale au problème de M. de la Grange; il s'agit de trouver parmi toutes les surfaces isopérimétriques celle qui est la plus petite possible; pour cela, on cherchera

d'abord l'élément $IKLS$ de cette surface, & on trouvera qu'il est $= \dot{x}\dot{y} \sqrt{1 + \frac{du^2}{\dot{y}^2} + \frac{\partial u^2}{\dot{x}^2}}$; différenciant & employant les dénominations de la solution générale, on aura

$$N = 0, P = \frac{\dot{x} du}{\dot{y} \sqrt{1 + \frac{du^2}{\dot{y}^2} + \frac{\partial u^2}{\dot{x}^2}}},$$

$$\& P' = \frac{\dot{y} \partial u}{\dot{x} \sqrt{1 + \frac{du^2}{\dot{y}^2} + \frac{\partial u^2}{\dot{x}^2}}}, Q = 0, Q' = 0, \&c. \&c;$$

donc l'équation générale se réduira à celle-ci $-dP - \partial P' = 0$, ou

$$d\left(\frac{du}{\dot{y} \sqrt{1 + \frac{du^2}{\dot{y}^2} + \frac{\partial u^2}{\dot{x}^2}}}\right) + \partial\left(\frac{\partial u}{\dot{x} \sqrt{1 + \frac{du^2}{\dot{y}^2} + \frac{\partial u^2}{\dot{x}^2}}}\right) = 0;$$

ce qui est en d'autres termes le résultat de M. de la Grange.



M É M O I R E
SUR UN MOUVEMENT PARTICULIER
DÉCOUVERT DANS UNE PLANTE
APPELÉE TREMELLA.

Par M. ADANSON.

24 Mars
1767.

OCCUPÉ de plusieurs ouvrages & expériences utiles qui exigent toute mon attention, j'ai été comme forcé malgré moi de mettre de côté quelques découvertes dont je destinois à l'Académie la lecture que j'ai différée depuis l'année 1759 jusqu'à ce jour. Une de ces découvertes intéressantes pour l'Histoire naturelle & la Physique, & que l'on cherche depuis long-temps, étoit de trouver un mouvement spontané, un mouvement de vitalité non-équivoque, dans les Plantes reconnues pour telles.

On avoit cru trouver cette propriété dans les filets des étamines de la *marchantia*, de la prêle, de l'*opuntia* appelée figue-d'inde, dans ceux de l'élianteme & de quelques plantes de la famille des composées, & encore plus marquée dans les feuilles de la sensitive; & faute de mieux, on s'en étoit tenu à l'espèce de sensibilité de cette dernière plante, pour la regarder comme celle qui sert de passage naturel des végétaux aux animaux; mais on sentoît toujours combien ce mouvement, que quelques-uns ont confondu avec l'irritabilité ou la sensibilité, ainsi que celui de la famille des plantes légumineuses, dont les feuilles ont la propriété singulière de s'incliner la nuit & de se relever le jour, étoit différent d'un mouvement spontané, presque animal, intrinsèque & indépendant des causes externes, au moins sensibles.

Leuwenhoeck avoit découvert dans les infusions des matières animales & végétales, des espèces d'êtres qui avoient un mouvement progressif spontané & même très-varié: depuis Leuwenhoeck, Joblot, M.^{rs} de Buffon & Needham, avec des vues plus générales

Fig. 1.

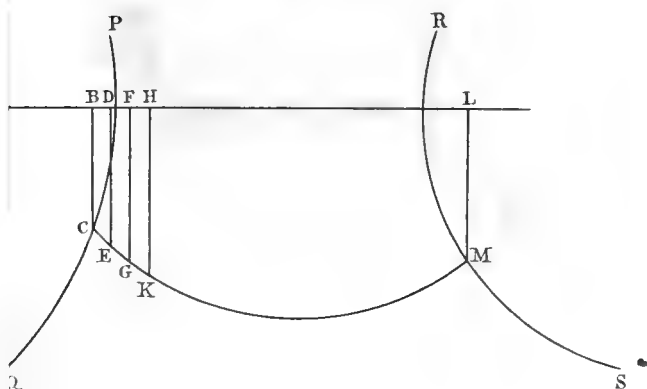


Fig. 2.

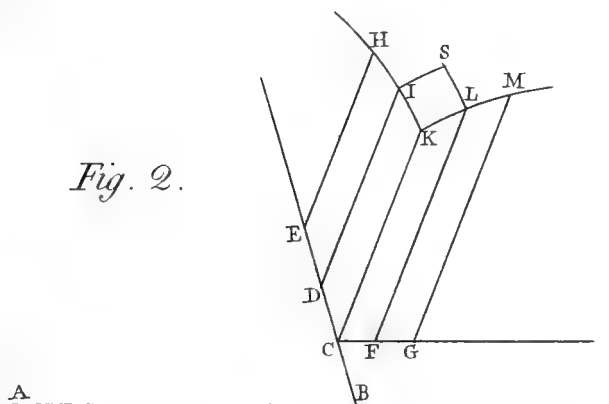


Fig. 1.

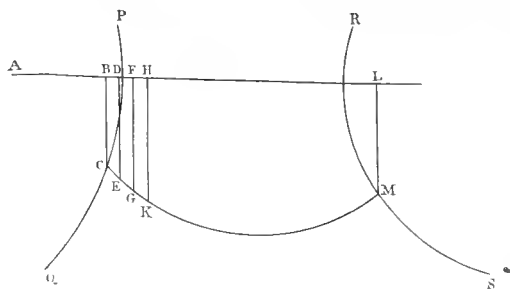
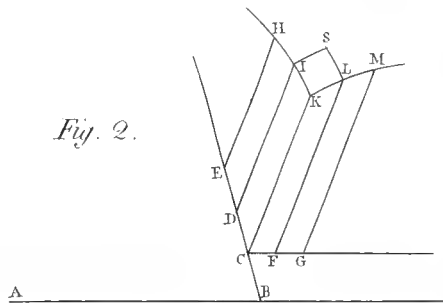


Fig. 2.



& beaucoup plus étendues, ont suivi cet objet & ont remarqué que, dans l'immense quantité de ces êtres microscopiques, dont l'apparition est d'autant plus prompte que les matières des infusions sont plus tenues, plus pénétrables à l'eau ou plus faciles à se dissoudre, les uns se multiplient par une sorte de génération analogue à celle des animaux, mais sans accouplement, les autres par division d'une manière analogue aux plantes; enfin que tous augmentent de volume à un certain point, c'est-à-dire jusqu'à ce que la matière des infusions, dans laquelle ils paroissent contenus, se soit dissoute ou développée entièrement, après quoi la fermentation cessant, comme il arrive dans les barriques d'eau douce qu'on transporte sur la mer, où l'exsiccation du liquide arrivant peu à peu, ils diminuent de volume & de mouvement par degrés, & entrent dans un parfait repos où ils restent jusqu'à ce que de nouvelle eau, ou l'humidité, ou seulement le changement d'air & de température leur rendent leur premier mouvement: j'ai remarqué que c'est par le seul changement de température que l'eau douce embarquée, se corrompt, c'est-à-dire, donne naissance jusqu'à six ou sept fois à ces êtres que M. de Buffon appelle des *molécules organiques vivantes*. Le mouvement de ces êtres organiques est seulement local & oscillatoire dans les uns, & translatif ou progressif & très-varié dans d'autres. M. Needham, en me donnant connoissance de ses expériences dès l'année 1747, m'engagea à les suivre avec attention; je m'y livrai dès-lors entièrement & les variaï de mille manières; mais parmi le nombre presque infini d'espèces de ces êtres dont j'occasionnai la production dans les infusions & fermentations, soit au moyen des eaux douces de pluies, d'étang ou de rivière, soit dans l'eau de mer, je n'en ai remarqué aucun qui pût être annoncé comme participant de la plante & de l'animal en même-temps.

Le hasard m'a fait découvrir ce mouvement spontané, & pour ainsi dire animal, dans une plante nullement douteuse, de la famille des *biffus*, appelée *tremella* par les Botanistes; & je dois dire ici que c'est à l'occasion d'une conversation à ce sujet avec M. Needham, qui m'en a demandé la communication pour donner lieu à M. Spalanzani, Professeur au collège royal.

de Modène, de suivre cet objet plus amplement, que j'ai cru ne devoir pas différer plus long-temps à en donner connoissance à l'Académie.

J'observai pour la première fois, en 1759, ce mouvement que je ne fis alors qu'indiquer dans mes familles des Plantes *; en 1761 je réitérai ces observations dont voici les résultats que je diviserai en autant d'articles.

Nom. L'espèce de *tremella*, dans laquelle je remarquai ce mouvement spontané, est celle que Dillen appelle *conserva gelatinosa omnium tenerima & minima, aquarum limo innascens*. Dillen, hist. musc. page 15, & dont il ne donne pas de figure.

Lieu. Elle se trouve communément au printemps & en automne dans les mois de Mars, Avril ou Novembre & Décembre, après de longues pluies, & par une température de 6 à 10 degrés, sur le limon gras, au fond des eaux qui séjournent dans les ornières, dans les fossés, & quelquefois sur la terre humide, entre les pavés, enfin sur l'écorce du pied de certains arbres, dans les lieux exposés à l'ombre du côté du nord; celle-ci a été trouvée dans la Saussaie qui est entre le Jardin du Roi & la Salpêtrière.

Substance. Au premier abord, cette végétation paroît sous la forme d'une lame ou croûte, d'un beau vert foncé (*figure A*) glaireuse, qui fait corps avec le limon qu'elle tapisse, & qui lui donne une épaisseur d'un quart de ligne à une ligne (*figure B*). Sa substance est glissante, lubrique, tendre comme une gelée, & les lames qu'elle forme ont depuis 2 pouces jusqu'à un pied de diamètre en tout sens. Voilà tout ce qu'on en voit à l'œil nu.

Grandeur. Mais lorsqu'on examine ces lames glaireuses avec une lentille simple de 2 à 3 lignes de foyer, on voit assez clairement qu'elles sont entièrement composées de filets cylindriques obtus aux deux bouts, croisés & entrelacés les uns dans les autres à peu près comme les poils d'un feutre (*figure C*).

Figure. Ces filets, exposés au microscope du sieur George, armé d'une forte lentille du N.° 9, d'un dixième de ligne de foyer, qui donne 16 lignes de champ ou de jour, & qui grossit au moins de quatre cents fois le diamètre, parurent alors avoir une ligne de

* Familles des Plantes, 2.^e partie, page 2.

diamètre ou treize fois plus fin qu'un de mes plus fins cheveux, que je plaçai à côté pour objet de comparaison ; ils sembloient entièrement composés d'articulations séparées par des diaphragmes, & dont la longueur étoit égale à leur diamètre (*figure D*) ; ces articulations ne se distinguoient plus avec un objectif moins fort, même avec celui du N.^o 9 ; & avec l'objectif du N.^o 10, elles ne se monroient que comme des cercles ou anneaux superficiels, & qu'en certaines situations ou expositions de lumière plus favorables ; mais j'ai trouvé le moyen de les voir & de les rendre sensibles en toutes circonstances, avec des objectifs parfaitement sphériques, d'un effet double ou même triple de l'objectif N.^o 10 que j'avois eu autrefois l'art de fondre avec le cristal le plus dur auquel je conservois toute la transparence.

Ces filets, dont la longueur réelle est d'une à trois lignes au plus, sont constamment droits & assez roides ; malgré cette roideur apparente ils ont un mouvement spontané latéral, par lequel ils se rapprochent & s'écartent successivement les uns des autres, tantôt à droite, tantôt à gauche ; ce mouvement qui n'est bien sensible que dans les filets du bord du tissu, ne s'exerce pas dans tous les filets en même temps, ni de la même manière ; il y en a qui paroissent se raccourcir, c'est-à-dire reculer en arrière sans aucune contraction sensible, & s'entrelasser pour ferrer le tissu, mais le plus grand nombre paroît s'avancer, je me suis assuré que ce mouvement progressif est d'une ligne en une minute, sous l'objectif du N.^o 10, c'est-à-dire de $\frac{1}{400}$ ^e de ligne, & que tous les divers mouvemens que se donnent ces filets, se compensent les uns les autres, de sorte qu'ils ne changent pas sensiblement de place.

Outre le mouvement latéral, le progressif & celui de recul, qui sont tous des mouvemens spontanés, les filets du *tremella* dont il s'agit, en ont aussi un qu'on pourroit appeler *mouvement d'accroissement*, par lequel ils s'allongent jusqu'à près de 3 lignes en une nuit. Pour m'assurer bien positivement de la quantité de cet accroissement, j'avois mis à part quelques-uns de ces filets dans divers bocaux remplis d'eau bien limpide, & il m'a été facile de remarquer que cet accroissement étoit accéléré d'autant plus

que la chaleur de l'air approchoit de la température de 9 degrés, & qu'il étoit au contraire retardé à proportion que la chaleur étoit au-dessus ou au-dessous de ce terme; c'est ainsi que la nuit du 3 au 4 Novembre 1761, où le thermomètre se soutint à 9 degrés, l'accroissement fut de près de 3 lignes, tandis que la nuit du 5 au 6 suivant, où la chaleur ne fut que de 4 degrés, le même accroissement ne fut que de deux lignes; cette expérience variée de plusieurs autres manières, m'a appris encore qu'un filet du *tremella*, long de 2 lignes, mis seul dans un bocal exposé au dehors à 3 degrés de chaleur ne s'étoit accru que d'une ligne, comme celui qui avoit été exposé à 15 degrés sur ma cheminée, & qu'au-dessus de 20 degrés la végétation n'avoit plus lieu, ces filets tombant en dissolution; c'est sans doute pour cette raison que cette plante ne se trouve point dans les climats très-chauds: cependant la lame gélatineuse qui croît au fond des bassins des eaux chaudes de Plombières, dont la température se soutient entre 36 & 39 degrés, suivant les observations communiquées à l'Académie par M. Morand fils, en 1755, paroît avoir avec notre *tremella*, au moins à l'extérieur, un certain rapport que l'observation microscopique, faite sur les lieux, peut seule détruire ou confirmer.

Propagation. En observant ainsi ces filets du *tremella*, mis seuls à seuls dans des bocaux, j'ai eu lieu de remarquer la manière dont se fait leur propagation; lorsqu'ils sont parvenus à leur dernier période de grandeur, qui ne passe pas 3 lignes (*figure E*), ils se séparent en deux portions inégales (*figures F & G*), de manière que la plus petite *F* n'a guère qu'une demi-ligne de longueur, celle-ci s'allonge ensuite par les deux bouts qui s'arrondissent, & parvenue à la longueur de 3 lignes, elle se divise de même, pendant que la plus grande portion *G* répare aussi la pointe.

Je n'ai pu m'assurer si un filet qui s'est partagé une fois se partage une seconde fois ou davantage, ni si toutes les articulations se séparent successivement pour former chacune une nouvelle plante, comme je l'ai vu arriver très-souvent dans le *conferva*; mais ce que j'ai bien vu, & cela en réitérant mes observations pendant plusieurs mois & en différentes années; c'est

c'est que ces filets ainsi engendrés ou multipliés, s'approchoient les uns des autres pour se croiser & s'entrelasser, inclinés sous des angles différens (*figure I*). Ce mouvement est, comme l'on voit, fort différent de celui des aiguilles cristallines qui se rapprochent les unes des autres pour former des cristaux toujours uniformes & semblables, puisque ces aiguilles une fois fixées, restent immobiles, au lieu que le mouvement des filets du *tremella*, persiste & continue même après qu'ils se sont entrelassés pour former le tissu serré de la lame gélatineuse qu'ils composent.

Les lames du *tremella* vivent assez long temps lorsque la température de l'air se soutient à 9 degrés; mais lorsqu'elle descend à la congélation de l'eau, comme il arrive à la fin de l'automne, ou qu'elle monte à 20 degrés & au-dessus, comme au printemps, alors celles qui sont sans eau dépérissent en se séchant, & celles qui sont recouvertes d'eau s'élèvent du fond à la surface où elles flottent, en enlevant avec elles une couche du limon qu'elles tapissoient, & qui leur donne, comme il a déjà été dit, une épaisseur d'un quart de ligne à une ligne (*figure B*): ces lambeaux de lames qui s'élèvent ainsi, n'ont guère que 1 à 3 pouces de diamètre (*figure I*); leur surface est peu unie, comme ondée, d'un vert cendré, & toute couverte de bulles d'air hémisphériques, bombées, d'une demi-ligne à 1 ligne de diamètre, contiguës pour la plupart, qui venant à crever, laissent une petite cavité en entonnoir, vert noirâtre, composée de la glaire assez pure des filets du *tremella*; ces bulles imitent assez la figure des écussions de certains lichens: j'ai observé beaucoup de lambeaux de *tremella* dans cet état le 3 Novembre de l'année 1761.

Le *tremella* venant à périr & à être détruit entièrement, au moins en apparence, deux fois l'année, savoir par les fortes gelées de l'hiver & par les grandes chaleurs de l'été, & reparoissant néanmoins deux fois l'année, au printemps & en automne, dans les mêmes endroits ou à peu près, il se présente naturellement la question suivante; savoir si la reproduction de cette végétation est dûe à une nouvelle création spontanée, dont la puissance tiendrait à l'humidité tempérée de la terre, ou bien si elle ne provient que de ce que malgré les intempéries de l'air, il se

Mém. 1767.

. Cccc

conserve quelque part des portions comme insensibles de ses filets qui fussent pour la peupler de nouveau, ce qui rentreroit dans l'ordre naturel des plantes parfaites, qui se multiplient la plupart au moyen de leurs graines. Pour m'assurer de ce dernier point, qui me paroissoit tendre à la découverte d'un fait assez important pour l'Histoire naturelle, j'avois gardé dans des cornets de papier, non-seulement des lambeaux de *tremella*, mais même de ceux du *conferva Plinii* & de quelques autres végétations analogues de la famille des *bissus*, dans le dessein de les semer dans les saisons & les lieux les plus convenables, afin de savoir si elles auroient la vertu reproductive à la façon des graines, si cette vertu se conserveroit après plusieurs années d'exsiccation de ces plantes, enfin à quel nombre d'années s'arrêteroit cette faculté reproductive; mais les circonstances ne se sont pas montrées assez favorables pour suivre rigoureusement cet objet, d'où dépend la solution d'un problème d'Histoire naturelle qui n'a point encore été appuyé de preuves solides, & qui consiste à trouver des plantes bien reconnues telles, qui reparoissent par l'effet d'une nouvelle création, c'est-à-dire dont la reproduction se fasse naturellement sans le secours d'aucunes graines ou d'aucunes parties qui leur soient analogues. Le *tremella* & le *conferva* de Pline me paroissent deux plantes très-capables de résoudre cette fameuse question qui doit éclaircir bien des difficultés & lever bien des doutes qui nous restent sur les facultés des végétaux; & ne prévoyant pas pouvoir me livrer de long-temps à des expériences délicates & si décisives à ce sujet, je profite avec plaisir de l'occasion que me présente un Naturaliste aussi éclairé que M. Needham de communiquer mes idées à M. Spalanzani, qui est plus à portée que personne de les répéter & de les étendre, faisant aujourd'hui son occupation principale des observations microscopiques, que l'affoiblissement de ma vue & le dérangement de ma santé ne me permettent guère de suivre actuellement.

Il suit des expériences rapportées précédemment, que le mouvement latéral, ainsi que le mouvement progressif & de recul du *tremella*, qui n'est qu'un mouvement oscillatoire en tout sens, diffère essentiellement par sa continuité de celui des aiguilles

cristallines qui forment les sels ou des végétations minérales, & que sa structure, sa substance, son défaut de sensibilité & autres qualités qui le différencie des animaux, le placent nécessairement dans la classe des végétaux, de sorte que s'il y a quelque plante qui participe réellement du végétal & de l'animal en même temps, & qui semble faire la liaison intime de ces deux règnes, c'est, sans contredit, le *tremella*; c'est aussi cette conséquence qui me parut naturelle en 1759, qui me détermina à placer ce genre de plante à la tête des familles des plantes que je publiai alors, après en avoir lû le plan à l'Académie & obtenu son approbation: au reste, par le terme *spontané*, je n'entends pas désigner un mouvement volontaire; il y a encore loin du mouvement volontaire des animaux à celui de la plante en question.

Parmi les filets du *tremella*, j'ai observé des molécules organiques, sphériques, vertes, aussi fines que les filets, c'est-à-dire de $\frac{1}{400}$.^c de ligne, & d'autres une fois plus petites, très-vives, allant en avant & reculant en arrière comme un trait, circulant & pirouettant ensuite sur elles-mêmes; j'ai rencontré aussi d'autres êtres organiques plus gros, assez semblables à des anguilles ou plutôt à des ascarides, pleins de molécules ovoïdes sans mouvement; mais mon objet n'est pas de parler ici de ces êtres microscopiques, dont le nombre presque immense que j'ai observé depuis l'année 1747, peut faire la matière d'un Traité particulier.

EXPLICATION DES FIGURES.

Figure A. Lame ou plaque de *Tremella*, semblable à une glaïre vert noirâtre, appliquée sur le limon au fond des eaux des ornières & des fossés.

Figure B. La même lame vue de côté pour faire voir son épaisseur, qui est d'un quart de ligne au plus, & qui enlève avec elle une couche de limon qui lui donne une ligne d'épaisseur.

Figure C. Portion de lame du *tremella*, vue à travers une lentille de 2 à 3 lignes de foyer, au moyen de laquelle son tissu paroît comme un feutre composé de filets qui se croisent.

Figure D. Un de ces filets grossi de quatre cents fois par le moyen d'un fort microscope qui montre les articulations dont il est formé.

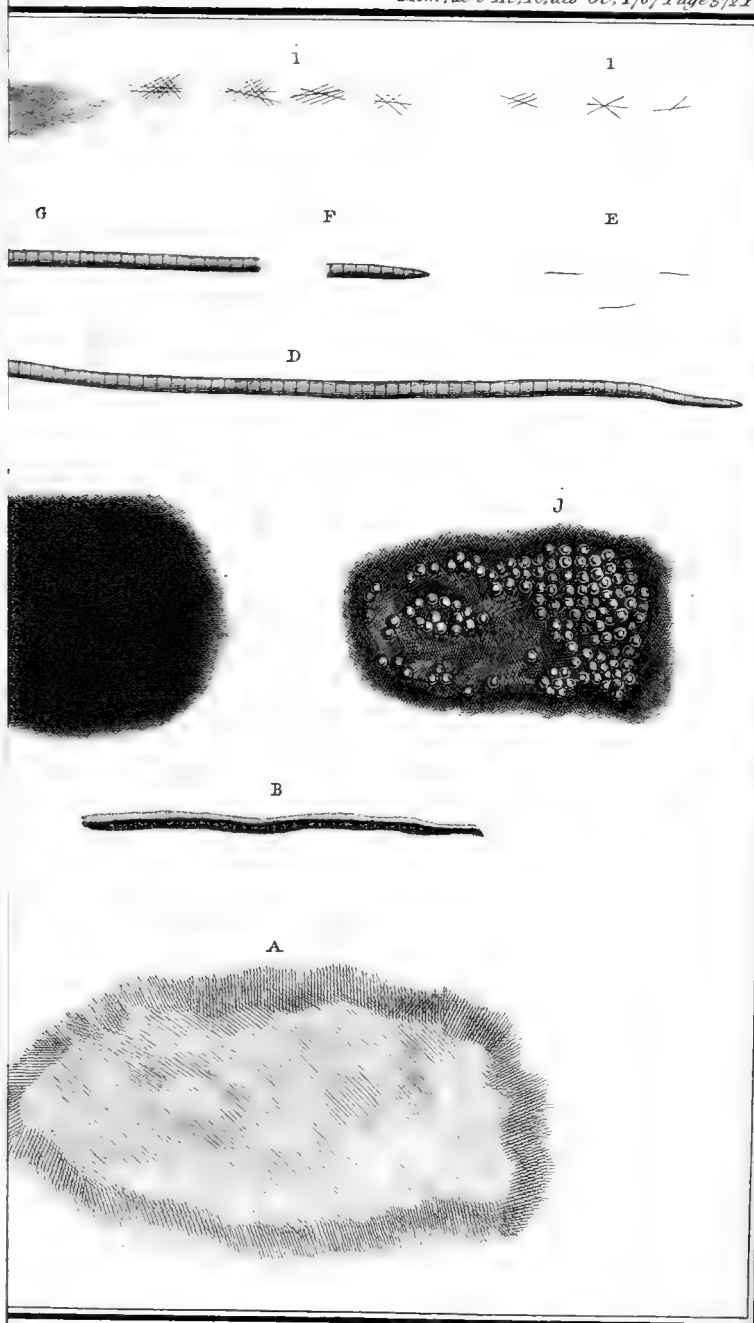
Figure E. Un de ces filets dans sa longueur naturelle de 3 lignes, mais grossi pour le rendre sensible à la vue, son diamètre n'étant naturellement que de $\frac{1}{400}$ ^e de ligne.

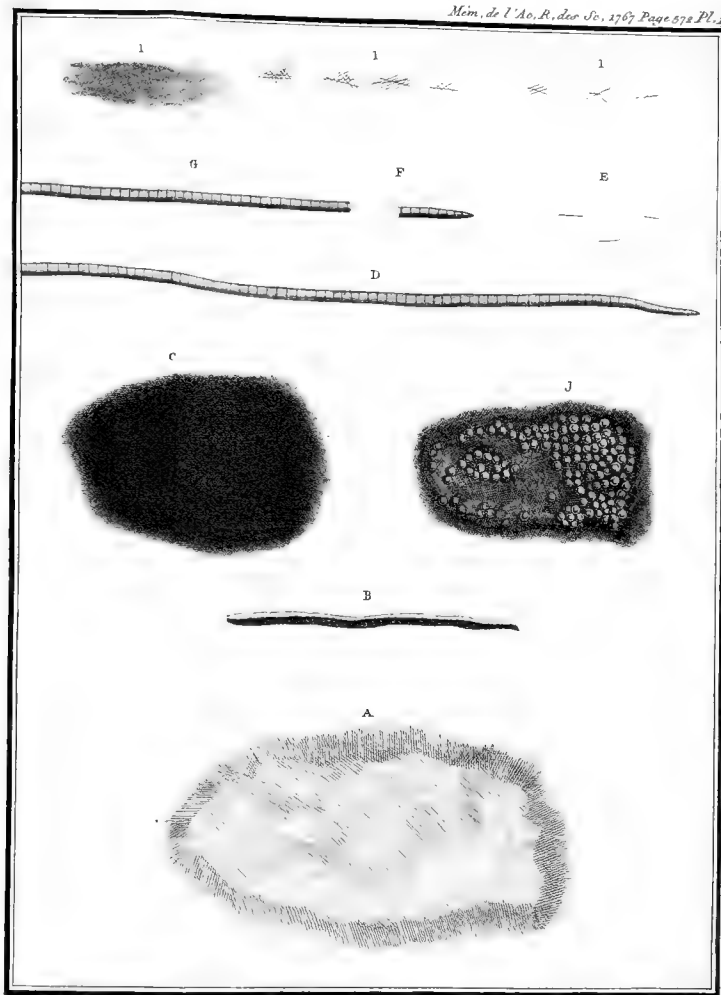
Figures F & G. Portions d'un filet grossi qui s'est divisé naturellement pour se multiplier & propager son espèce.

Figure I. Filets représentés à peu près dans leur grandeur naturelle, & rassemblés en divers faisceaux pour faire voir les diverses inclinaisons avec lesquelles ils se croisent réciproquement pour former le feutre ou la lame *C*, qui ne paroît que comme une glaire *A*.

Figure J. Lame ou glaire de *tremella*, qui après avoir vieilli sous les eaux, s'élève & flotte à leur surface, en formant des bulles hémisphériques dont quelques-unes se crevent & lui donnent l'apparence de certains lichens.







RECHERCHES SUR LE CALCUL INTÉGRAL.

Par M. D'ALEMBERT.

JE me contente de donner, pour le présent, l'énoncé des Propositions suivantes, dont je réserve la démonstration pour un autre Mémoire.

(1.) Soit v un angle variable, & Vdv une différentielle dans laquelle V soit une fonction rationnelle de sinus & de cosinus de tant d'angles qu'on voudra, $pv + a$, $qv + b$, $rv + c$, &c. a , b , c , &c. étant des constantes quelconques, & p , q , r , &c. des coefficients entiers ou rompus, positifs ou négatifs, & même incommensurables, mais dont le rapport soit rationnel; je dis que cette différentielle s'intégrera toujours par la méthode des fractions rationnelles.

(2.) Toute quantité de cette forme Vdv , dans laquelle V est une fonction rationnelle de tant de quantités qu'on voudra, $a^{pv} + \alpha$, $a^{qv} + \epsilon$, $a^{rv} + \delta$, peut être intégrée de même par les fractions rationnelles, &c. α , ϵ , δ , &c. étant des constantes, & p , q , r , &c. des coefficients quelconques entiers ou rompus, positifs ou négatifs, & même incommensurables ou imaginaires, pourvu que leur rapport soit rationnel.

(3.) On peut intégrer, par les méthodes connues pour l'intégration des quantités exponentielles, toute quantité de cette forme Vdv , V étant une fonction rationnelle & sans dénominateur, de v & de tant d'exponentielles différentes qu'on voudra, $a^{pv} + \alpha$, $b^{qv} + \epsilon$, $c^{rv} + \delta$, &c. p , q , r , &c. ayant les mêmes conditions que dans l'article précédent, & a , b , c , &c. ainsi que α , ϵ , δ , &c. étant des constantes quelconques.

(4.) On pourra donc intégrer par cette méthode toute quantité

Cccc iij.

Vdv , dans laquelle V est une fonction rationnelle sans dénominateur, formée de v & des sinus & cosinus de tant d'angles $pv + a$, $qv + b$, $rv + d$, &c. qu'on voudra, p , q , &c. ayant un rapport rationnel.

(5.) Soit $Vdv \times a^{g(v^m)} + b$ une quantité dans laquelle V soit une fonction rationnelle de v , g & b des constantes quelconques, & m l'unité ou une fraction dont le numérateur soit l'unité; je dis que l'intégration de cette différentielle se réduira à celle d'une quantité de cette forme $\frac{dz}{\log. z}$: il en est de même de toute quantité de cette forme $\frac{A c^{g(v^m)} dv}{v}$, m étant un nombre quelconque.

(6.) J'ai donné dans les Mémoires de Berlin de 1746 & 1748, la forme d'une grande quantité de différentielles, réducibles ou aux fractions rationnelles ou aux arcs de sections coniques; il n'est pas difficile de trouver, d'après ces formes, une quantité très-considérable de différentielles Vdv (v étant un angle variable, & V une fonction dépendante de v) qui s'intègrent par des fractions rationnelles ou des arcs de sections coniques. Pour cela, il suffit de se souvenir que si on nomme x le sinus de v , on aura $dv = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$, & $\cos. v = \sqrt{1-x^2}$; que $\sin. pv$ & $\cos. pv$, p étant un nombre entier pair ou impair, s'expriment par une fonction sans dénominateur qui ne peut jamais contenir d'autre radical que $\sqrt{1-x^2}$; que $\sin. 2pv = xX\sqrt{1-x^2}$, X étant une fonction de x , dans laquelle il n'entre que des puissances paires sans radical; que $\cos. 2pv = X'$, X' étant une quantité de même espèce que X ; que $\sin. qv = xX$, si q est un nombre entier impair, & $\cos. qv = X'\sqrt{1-x^2}$; d'où il est clair que $dv \sin. 2pv$ & $dv \cos. qv$ ne contiennent point de radical, non plus que $\sin. (2p+1)v$, & $\cos. (q+1)v$.

(7.) On peut donc réduire à l'intégration des fractions rationnelles toutes les différentielles suivantes :

$$1.^{\circ} \frac{U dv (a + b \sin. v^2)^{\frac{m}{2}}}{U'(c + f \sin. v^2)^{\frac{n}{2}} + U''(g + h \sin. v^2)^{\frac{l}{2}}}, m, n, l$$

étant des nombres entiers positifs, U ne renfermant que des sinus de multiples pairs de v , & U' , U'' des cosinus de multiples pairs de v , avec un terme constant, si l'on veut.

2. $^{\circ}$ U ne renfermant que des sinus de multiples impairs de v , & U' , U'' des cosinus de multiples impairs, sans terme constant.

3. $^{\circ}$ U ne renfermant que des cosinus de multiples pairs de v , avec un terme tout constant, si l'on veut, & U' , U'' des sinus de multiples pairs, sans terme constant.

4. $^{\circ}$ U ne renfermant que des cosinus de multiples impairs de v , & U' , U'' des sinus de multiples impairs, sans terme constant.

(8.) On peut intégrer de même la différentielle

$$\frac{U dv}{U'(a + b \sin. v + c \sin. v^2)^{\frac{n}{2}} + U''(e + f \sin. v + g \sin. v^2)^{\frac{l}{2}}}.$$

1. $^{\circ}$ U ne contenant que des sinus de multiples pairs, & des cosinus de multiples impairs, & U' , U'' des cosinus de multiples pairs, & des sinus de multiples impairs, avec des termes constants, si on le veut.

2. $^{\circ}$ U ne contenant que des sinus de multiples impairs, & des cosinus de multiples pairs, avec un terme constant si l'on veut, & U' , U'' des cosinus de multiples impairs, & des sinus de multiples pairs, sans terme constant.

3. $^{\circ}$ b & f étant égaux à zéro, & U ne contenant que des sinus de multiples de v , tous pairs ou impairs, & U' , U'' des cosinus de multiples de v , tous pairs ou impairs dans le premier cas & dans le second.

4. $^{\circ}$ b & f étant encore égaux à zéro, & U ne contenant que des cosinus de multiples de v , tous pairs avec un terme constant, si l'on veut, ou impairs sans terme constant, & U' , U'' des sinus de multiples de v , tous pairs ou impairs dans le premier cas

& dans le second, ou bien des cosinus de multiples impairs de v dans le premier cas, & des cosinus de multiples pairs dans le second.

(9.) On peut intégrer de même la différentielle

$$\frac{U dv}{U' + U''(a + b \sin. v) \frac{n}{2} + U'''(c + f \sin. v) \frac{l}{2}}.$$

1.° U ne contenant que des sinus de multiples pairs de v , & des cosinus de multiples impairs, & U' , U'' , U''' des cosinus de multiples pairs, & des sinus de multiples impairs, avec des termes tout constans, si on le juge à propos.

2.° U ne contenant que des sinus de multiples impairs, & des cosinus de multiples pairs, avec un terme constant, si l'on veut, & U' , U'' , U''' des cosinus de multiples impairs, & des sinus de multiples pairs, sans terme constant.

(10.) On peut toujours intégrer *par logarithmes seulement*, toute différentielle de cette forme $\frac{dv}{[B + A \cos.(rv + \alpha)]^m}$, ou bien $\frac{dv}{[B + A \sin.(rv + \alpha)]^m}$, r étant un nombre rationnel quelconque, & m un nombre entier positif, pourvu que A^2 soit $=$ ou $< B^2$. La même méthode peut s'étendre à beaucoup d'autres différentielles de cette forme $\frac{U dv}{[B + A \frac{\sin.}{\cos.}(rv + \alpha)]^m}$, pourvu que U soit assujéti à de certaines conditions qu'il est aisé de déterminer.

(11.) On peut intégrer par des arcs de sections coniques toute différentielle de cette forme $U dv [A + B \sin.(a + v) + G \cos.(c + v) + D \sin.(g + v) + F \cos.(l + u) \&c.]^{\frac{n}{2}}$, n étant un nombre entier quelconque, positif ou négatif, & U une fonction rationnelle sans diviseur, dans laquelle il n'entre que des sinus & cosinus d'angles multiples de v , augmentés, si l'on veut, d'angles constans.

(12.)

(12.) On peut intégrer de même $Udv (A + B \sin. v)^{\frac{m}{2}} \times (C + D \sin. v + E \sin. v^2)^{\frac{n}{2}}$, m & n étant des nombres entiers positifs ou négatifs, & U une fonction rationnelle sans dénominateur, qui ne contienne que des sinus de multiples pairs de v , ou des cosinus de multiples impairs.

(13.) On peut intégrer de même $Udv (a + b \sin. v^2)^{\frac{m}{2}} \times (g + h \sin. v^2)^{\frac{n}{2}}$, m & n étant des nombres entiers positifs ou négatifs, & U une fonction rationnelle sans diviseur, qui contienne des cosinus de multiples impairs de v , ou des sinus de multiples impairs.

(14.) Il en est de même de $Udv [(a + b \sin. v^2)^{\frac{m}{2}} \times (g + h \sin. v^2)^{\frac{n}{2}} (e + f \sin. v^2)^{\frac{r}{2}}]$, U étant une fonction rationnelle sans diviseur, qui ne contienne que des sinus de multiples pairs de v .

(15.) Il en est de même de $Udv (a + b \sin. v + g \sin. v^2)^{\frac{n}{2}}$, n étant un nombre entier positif, & U une fonction rationnelle sans diviseur qui ne contienne que des sinus de multiples pairs de v , ou des cosinus de multiples impairs.

Il en est de même encore de $Udv (a + bv + g \sin. v^2)^{\frac{n}{2}}$, n étant un nombre entier positif ou négatif, & U étant de la même forme que dans le cas précédent.

(16.) Toute différentielle de cette forme.....

$$\frac{z^{\theta} dz}{(f + gzz)^{\frac{1}{2}} (p + qzz)^{\frac{1}{2}} (l + rzz)^{\frac{1}{2}}}, f, g, p, q, l, r,$$

étant des constantes, ω, λ, σ des nombres entiers positifs, & θ un nombre entier quelconque, positif ou négatif, peut se réduire à

Mém 1767.

. D d d d

la rectification des sections coniques, si $-\frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\omega}{2} + \frac{\sigma}{2}$ est $= 0$, ou un nombre entier > 0 .

De-là il est aisé de voir dans quels cas une différentielle de cette forme $z^{\theta} dz \times (f + gzz)^{\frac{n}{2}} \times (p + qzz)^{\frac{m}{2}} \times (1 + rzz)^{\frac{s}{2}}$, n, m, s étant des nombres entiers positifs ou négatifs, sera réductible à des arcs de sections coniques; puisqu'on peut la partager en différens termes, tous de la forme de l'article précédent, & qu'il est aisé de s'assurer si chacun de ces termes a la condition exprimée dans cet article.

(17.) Par-là on trouvera aisément encore les cas dans lesquels la différentielle $Udv (a + b \sin. v^2)^{\frac{m}{2}} (c + f \sin. v^2)^{\frac{n}{2}} \times (g + h \sin. v^2)^{\frac{s}{2}}$ peut se réduire à des arcs de sections coniques, U étant une fonction rationnelle sans diviseur, qui contienne des cosinus de multiples impairs de v .

(18.) 1.^o Toute quantité de cette forme,

$$\frac{x^m dx}{(1 - xx)^{\frac{s}{2}} (a + bx)^{\frac{q}{2}} (c + fx)^{\frac{p}{2}}}$$
, s, q, p étant positifs, entiers & impairs, & m un entier quelconque, peut se réduire à la rectification des sections coniques, si $-m - 2 + s + \frac{q+p}{2}$ est $= 0$ ou > 0 .

2.^o De-là il est encore aisé de déterminer dans quels cas on pourra réduire aux arcs de sections coniques une quantité de cette forme, $Udv (a + b \sin. v)^{\frac{n}{2}} (c + f \sin. v)^{\frac{l}{2}}$, l & n étant des nombres entiers quelconques, & U une fonction de sinus & de cosinus de multiples de v , dont les différens termes aient, si l'on veut, pour dénominateur $A(\sin. v)^k$ ou $B(\cos. v)^k$,

k étant un nombre entier; car on peut toujours réduire cette quantité en différens termes, tous de la forme précédente.

(19.) Si les coordonnées x, y d'une courbe, sont telles qu'on ait $\Delta(x, y) = \varphi(x, y)$, $\Delta(x, y)$ & $\varphi(x, y)$ étant deux fonctions homogènes sans dénominateur, dont la première surpasse la seconde d'une ou de deux dimensions; φ, x, y contenant d'ailleurs tant de quantités radicales qu'on voudra de cette forme, $\sqrt{ax + Cy}$, où a & C sont des constantes quelconques, différentes, si l'on veut, pour chaque radical, & $\Delta(x, y)$ contenant aussi, si l'on veut, un seul radical de cette forme $\sqrt{ex + dy}$, où d & e sont des constantes quelconques; je dis que la quadrature de cette courbe se réduira à l'intégration d'une fraction rationnelle.

La même chose aura lieu si $\Delta(x, y)$ ne contient aucun radical, $\varphi(x, y)$ contenant tant de quantités radicales qu'on voudra de la forme $\sqrt{axx + Cxy + ey^2}$.

(20.) On peut réduire à la rectification des sections coniques la quadrature d'une courbe dont l'équation est $x^p y^q (ax^2 + Cy^2)^{\frac{m}{2}} = \varphi(x, y)$, $\varphi(x, y)$ étant une fonction homogène de x & de y , sans dénominateur, dont la dimension soit $p + q + m = 2$, & qui contienne tant de radicaux qu'on voudra de la forme $\sqrt{dx^2 + ey^2}$, d & e étant des constantes; dans cette équation, p ou q peuvent être tels qu'on voudra, pourvu que l'un des deux soit un nombre entier positif ou négatif; & m est un nombre entier quelconque positif ou négatif impair.

Il en seroit de même si l'équation étoit $x^p y^q (ax^2 + Cy^2)^{\frac{m}{2}} = \varphi(x, y)$, cette dernière quantité étant de la dimension $p + q + \frac{m}{2} = 2$, & ne contenant point de radical; dans ce dernier cas, l'un des deux nombres p, q doit aussi être un entier positif ou négatif.

Il en seroit de même si l'on avoit $x^p y^q (ax + Cy)^{\frac{m}{2}} = \varphi(x, y)$,
D d d d ij

p ou q étant égal à $\frac{n}{2}$, n un nombre entier impair positif ou négatif, & $\phi(x, y)$ une fonction homogène de dimension $p + q + \frac{m}{2} = 2$, laquelle renfermât tant de radicaux qu'on voudroit de cette forme $\sqrt{(\delta x + \gamma y)}$.

(21.) Soit une equation dans laquelle les trois variables x, y, z & leurs différences dx, dy, dz , entrent de la manière qu'on voudra; soit supposé $dx = 0$ & $dz = \omega dy$, on aura une equation finie & algébrique entre ω, x, y, z , que j'appelle (A); soit ensuite supposé $dy = 0$ & $dz = p dx$, on aura de même une equation finie entre p, x, y, z , que je nomme (B); soit différenciée l'équation A, en prenant y constant & en mettant $p dx$ pour dz , & σdx pour $d\omega$, on aura une equation entre $\sigma, \omega, p, x, y, z$, que je nomme (C); soit différenciée de même l'équation (B) en faisant x constant, & mettant ωdy pour dz , & θdy pour dp , on aura une equation (D) entre $\theta, p, \omega, x, y, z$. Qu'on fasse évanouir ω & p par le moyen de ces quatre equations, je dis que l'équation entre θ, x, y, z & l'équation entre σ, x, y, z , doivent être absolument les mêmes pour que l'équation différentielle proposée ait une intégrale générale possible.

(22.) Soit N une fonction quelconque de x & de y , M une autre fonction quelconque des mêmes quantités; soit fait $\frac{M dN}{dx} + \frac{dN}{dy} = z$, ce qui donnera une equation entre x, y, z ; soit fait de même $N = u$, ce qui donnera une equation entre x, y, u ; qu'on fasse ensuite évanouir à volonté une des deux variables x, y , je dis que si l'équation qui en résultera entre x, z, u ou y, z, u , est telle qu'en faisant $z = 0$ on ait $u = 0$, on aura $N = 0$ pour une des intégrales de l'équation $dx - M dy = 0$.

Si $z = 0$ donnoit $u = a$, l'intégrale particulière seroit $N = a$.

(23.) Soient M, N, P, Q des fonctions de x & de y ;

$$\text{soit } \frac{NdP}{dx} + \frac{MdP}{dy} + \frac{NdQ}{dx} + \frac{MdQ}{dy} = z, \&$$

$P + Q = u$; je dis que si après avoir fait les mêmes opérations que dans l'article précédent, $z = 0$ donne $u = 0$ ou $= a$, on aura $P + Q = 0$ ou $= a$ pour une des intégrales de l'équation $Mdx - Ndy = 0$.

(24.) Soit une équation différentielle quelconque entre t, u, dt, du , équation dans laquelle on peut toujours supposer (au moyen d'une transformation très-simple, s'il est nécessaire) que $t = 0$ donne $u = 0$. Qu'on fasse évanouir par les méthodes connues les radicaux & les fractions de ces équations; je dis que si dans tous les termes du coefficient de la plus haute puissance de du , l'exposant de t est égal ou plus grand que la somme des exposans de t & de dt dans chacun de tous les autres termes de l'équation, la supposition de $t = 0$ donnera pour u telle valeur qu'on voudra. Cette méthode est facilement applicable aux équations différentielles d'un ordre & d'un degré quelconques; & elle donne le moyen de découvrir souvent l'intégrale finie & algébrique d'une équation différentielle par la seule inspection de ses termes.

(25.) On peut intégrer toute équation différentielle de cette forme $y^2 d^3y + a dy^3 + b y dy ddy = 0$, ou $d(y^2 ddy) + a dy^3 + b y dy ddy = 0$, ou $y^p ddy + b y^{p-1} dy^2 + a dx^2 = 0$, ou enfin $d(y^p dy) + b y^{p-1} dy^2 + a dx^2 = 0$ *.

(26.) Soit une équation formée de tant de termes qu'on voudra de cette forme $Ay^n dy^k ddy^p dx^q$, dans lesquels A, n, k, p, q , sont constans, & $k + 2p + q$ constant, je dis que si $n + k + p$ est aussi constant, l'équation sera intégrable.

(27.) Toute équation dont le premier terme est ddp , & dont les autres sont de la forme $+ Bp^q dp^r dx^s - r$, en tel nombre qu'on voudra, dx étant supposé constant, & B, q, r ,

* Dans ces équations & toutes les suivantes, on suppose dx constant.

des constantes quelconques, est intégrable si $\frac{q+3-r}{2-r}$ est une quantité constante dans chaque terme.

(28.) Toute équation de cette forme $d^3 y (A + \frac{B dy^p}{y^p dx^p} + \frac{C dy^r}{y^r dx^r}, \&c.) + d^2 y (D + \frac{E dy^k}{y^k dx^{k-1}} + \frac{F dy^l}{y^l dx^{l-1}}, \&c.) + dy (H + \frac{G dy^\omega}{y^\omega dx^{\omega-2}} + \frac{M dy^v}{y^v dx^{v-2}}, + \&c.) + y (N + \frac{L dy^\mu}{y^\mu dx^{\mu-2}} + \frac{K dy^\pi}{y^\pi dx^{\pi-3}},) = 0$, dans laquelle $p, r, k, \&c.$ font des exposans quelconques, sera intégrable si les coefficients & les exposans sont tels, qu'en prenant une indéterminée quelconque q , on puisse avoir l'une des deux équations suivantes $3q(A + Bq^p + Cq^r + \&c.) + D(Eq^k + Fq^l, \&c.) = 0$; ou $q^3(A + Bq^p + Cq^r, \&c.) + q^2(D + Eq^k + Fq^l, \&c.) + q(H + Gq^\omega + Mq^v, \&c.) + N + Lq^\mu + Kq^\pi, \&c. = 0$. L'une ou l'autre de ces deux équations doit avoir lieu quelle que soit q . De-là il est facile de tirer les cas d'intégration.

(29.) Toute équation de cette forme $ddy + \frac{ady^2}{y} + \frac{bdy dx}{x} + \frac{cdy x^2}{x^2} + \frac{edy^{m-1} x^{m-2}}{y^{m-1} dx^{m-2}} + \frac{fdy^{k-1} x^{k-2}}{y^{k-1} dx^{k-2}} + \frac{gdy^\omega x^{\omega-1}}{y^{\omega-1} dx^{\omega-2}}, \&c. = 0$ est intégrable, $a, b, c, d, \&c.$ étant des constantes quelconques ainsi que les exposans $m, k, \omega, \&c.$

(30.) Toute équation de cette forme $ddy + \frac{ady^2}{y} + (Gx^n dx + \frac{Hdx}{x}) dy + Byx^{2n} dx^2 = 0$ est intégrable.

(31.) Toute équation de cette forme $\frac{ddu}{u} + \frac{adu^2}{u^2}$

$$+ \frac{\xi d u d x}{u} + \frac{X u^{\omega} d u^{\rho}}{d x^{\rho-2}} = 0$$
, dans laquelle a est supposée constante ainsi que $d x$, & ξ , X des fonctions quelconques de x , est intégrable pourvu que $a = \frac{\omega + 1}{\rho - 1}$.

(32.) Si l'équation $d d y + y X d x^2 = 0$ est intégrable, X étant une fonction quelconque de x , l'équation $y^3 d d y + y^4 X d x^2 + E d x^2 = 0$ le sera aussi, X étant la même fonction de x , & E une constante quelconque.

(33.) En général, si y est une fonction connue de x , on pourra intégrer toute équation de cette forme $y d d z + A d y d z + E y^{-2A+1} z^q d x^2 = 0$, A & E étant des constantes.

(34.) Il en est de même de l'équation $y z d d z + C y d z^2 + A z d y d z + E y^{-2A+1} z^q d x^2 = 0$, y étant une fonction connue de x , & C , A , E des constantes.

(35.) Si l'équation $d d y + X y d x^2 = 0$ est intégrable, l'équation $\frac{d d y}{y} + \frac{a d y^2}{y^2} + D y^{-4a-4} d x^2 + X d x^2 = 0$, le sera aussi, D étant une constante quelconque ainsi que a .

(36.) Toute équation de cette forme $d d y + \zeta d y^2 + \frac{\sigma d x^k}{d y^{k-2}} = 0$, est intégrable, ζ , σ étant des fonctions quelconques de y , $d x$ constante, & k un nombre quelconque.

(37.) Toute équation de cette forme $d d y + \frac{\rho d x d y}{x} + \zeta d y^2 + \frac{\sigma x^{\omega} d^k}{d y^{k-2}} = 0$, est intégrable, ρ & ω étant des constantes, si $\rho k = -\omega$.

(38.) On peut trouver aisément des équations différentielles du second ordre qui soient intégrables, en prenant une équation différentielle du premier ordre qui le soit en général, & dont les

variables soient p & x , & en substituant dans cette équation $\frac{dy}{x^m dx}$ à la place de p & $d(\frac{dy}{x^m dx})$ à la place de dp , dx ou dy étant supposée constante. Par exemple, on trouvera par cette méthode que toute équation réductible à cette forme $ddy + dx^2 \times \varphi(\frac{dy}{x dx}) = 0$ est intégrable, ou $ddx + \frac{dx^3}{dy} \varphi(\frac{dy}{x dx}) = 0$, dy étant supposé constant; on peut même généraliser encore ces formules, en prenant $p = X dx^m \times Y dy^{-m}$, X & Y étant des fonctions, l'une de x , & l'autre de y , & m étant un nombre quelconque; par-là on trouvera que toute équation de cette forme $ddy + \frac{dx^{m+1}}{dy^{m+1}} \varphi(\frac{dy}{x dx^m}) = 0$, ou $ddx + \frac{dx^{m+2}}{dy^m} \varphi(\frac{dy}{x dx^m}) = 0$ est intégrable, m étant un nombre quelconque entier ou rompu, positif ou négatif.

(39.) Si l'équation $t ddt + \xi t dt dx + \zeta dt^2 + X t^2 dx^2 = 0$, dans laquelle ζ est constant, & ξ , X des fonctions quelconques de x , est telle qu'on ait une valeur particulière de t qui y satisfasse, on pourra avoir en général l'intégrale de la même équation, augmentée d'un terme de cette forme $X' t + \zeta dx^2$, X' étant une fonction quelconque de x .

(40.) Si on a n valeurs de θ qui satisfassent à l'équation $d^n \theta + Z d^{n-2} \theta dz + \zeta d^{n-2} \theta dz^2 + \dots \dots \dots \xi dz^n = 0$, Z , ζ , &c. & ξ étant des fonctions quelconques de z , on pourra toujours trouver l'intégrale complète de la même équation en mettant pour ξ telle autre fonction de z qu'on voudra*.

(41.) Si on a l'intégrale complète de l'équation précédente; ξ étant une certaine fonction de z , on aura l'intégrale complète de la même équation en mettant au lieu de ξ telle autre fonction de z qu'on voudra.

(42.) Le théorème que M. de la Grange & moi avons

* Dans cette équation & dans les suivantes dz est supposé constant.
démontré

démontré dans les Mémoires de Turin, tome III, pages 179 & 381, a besoin de cette restriction, que les valeurs de θ qui satisfont à l'équation précédente, privée de son terme $\xi d\zeta^n$, ne soient pas en raison constante entre elles, c'est-à-dire que ces valeurs particulières ne soient pas $A\theta'$, $B\theta'$, $C\theta'$, &c. comme elles le peuvent être, mais qu'elles soient exprimées par des variables différentes, représentées par différentes fonctions de ζ .

(43.) Si on a n valeurs de θ qui satisfassent à l'équation précédente, privée de son dernier terme $\xi d\zeta^n$, & que ces valeurs soient θ' , θ'' , θ''' , &c. l'intégrale générale & complète de cette même équation sera $\theta = A\theta' + B\theta'' + C\theta'''$, &c. A , B , C , &c. étant des constantes quelconques.

(44.) Si en rétablissant le terme $\xi d\zeta^n$, on a $n + 1$ valeurs qui satisfassent à l'équation, savoir ϑ , θ' , θ'' , θ''' , &c. l'intégrale générale & complète sera $\theta = \vartheta + A(\vartheta - \theta') + B(\vartheta - \theta'') + C(\vartheta - \theta''')$, &c. A , B , C , &c. étant aussi des constantes quelconques.

(45.) Si on a m valeurs de θ qui satisfassent à l'équation précédente privée de son dernier terme $\xi d\zeta^n$, p valeurs de θ qui satisfassent à la même équation en donnant à ξ une certaine valeur, q valeurs de θ qui satisfassent à la même équation en donnant à ξ une autre valeur, l'équation sera intégrable quelle que soit ξ , pourvu que $p + m + q = n + 2$.

S'il y avoit encore r valeurs de θ qui satisfassent à l'équation pour une valeur particulière de ξ , l'équation seroit intégrable quelle que fût ξ , pourvu que $p + q + m + r = n + 3$, & ainsi de suite.

(46.) Si on a n ou $n - 1$ valeurs de θ dans l'équation $d^n \theta + \text{&c.} = 0$ privée de son dernier terme $\xi d\zeta^n$, l'intégration générale & complète de l'équation, en rétablissant le terme $\xi d\zeta^n$, & supposant ξ une fonction quelconque de ζ , dépend d'une équation de cette forme $du + uZd\zeta + \xi Z'd\zeta = 0$, Z & Z' étant des fonctions connues de ζ . Or si le nombre des valeurs de θ est n , on aura aisément la valeur

générale de u dans l'équation $du + u Z dz = 0$. Soit \mathfrak{S} cette valeur de u , je dis que la valeur générale de u dans l'équation $du + u Z dz + \xi \cdot Z' dz = 0$ sera donnée par l'équation $\frac{uA}{\mathfrak{S}} + \int \frac{A\xi \cdot Z' dz}{\mathfrak{S}} = B$, ou simplement $\frac{x}{\mathfrak{S}} + \int \frac{Z' \cdot \xi dz}{\mathfrak{S}} = D$, D étant une constante quelconque.

(47.) La méthode précédente peut servir à trouver d'une manière fort simple la valeur générale de θ dans l'équation $dd\theta + Z d\theta dz + \zeta \theta dz + \xi dz^2 = 0$, en supposant qu'on ait deux valeurs qui satisfassent à cette équation privée de son dernier terme; & cette méthode peut s'étendre facilement à l'équation $d^n\theta + Z d^{n-1}\theta dz + \dots + \xi dz^n = 0$; en supposant qu'on ait n intégrales de l'équation privée de son dernier terme. Il suffit pour cela de considérer, 1.° que si on a n valeurs de θ , savoir $\theta', \theta'', \theta'''$, &c. & qu'on fasse $\theta = \theta' u$, les valeurs générales de u , dans l'équation privée de son dernier terme, seront $A, \frac{B\theta''}{\theta'}, \frac{C\theta'''}{\theta'}$, &c. 2.° que la valeur générale & complete de θ , dans l'équation privée de son dernier terme, sera $A\theta' + B\theta'' + C\theta''' + \dots$. Par cette considération, & en employant une méthode semblable à celle de l'article précédent, on trouvera d'abord la valeur générale de θ dans une équation différentielle du second ordre du genre supposé, de-là dans une du troisième, & ainsi de suite.

(48.) Toute équation de cette forme

$$\frac{ddy}{dx^2} + \frac{bx^q dy}{dx} + \frac{ady}{xdx} + eyx^{q-1} = 0,$$

est intégrable si $\frac{-e}{b(q+1)}$ ou $\frac{-e-b+ba}{b(q+1)}$ est égal à un nombre entier positif.

(49.) Soit $d^n t + A d^{n-1} t dz + B d^{n-2} t dz^2 + \dots + \alpha T dz^n = 0$, α étant une quantité très-petite, & T une fonction composée de puissances de t & d'une quantité ω qui soit donnée par l'équation $d^p \omega + A' d^{p-1} \omega dz$

$+ B' d^{p-2} \omega d\zeta^2 \dots + D' d\zeta^p = 0$; qu'on différencie deux, trois, &c. fois la première équation, & qu'on mette dans les termes affectés de α , au lieu de $d'' t$ sa valeur tirée de cette première équation, & au lieu de $d^p \omega$ sa valeur tirée de la seconde, je dis qu'on parviendra par ces différentiations & substitutions successives à une équation de cette forme

$$d^k t + A'' d^{k-1} t d\zeta + B'' d^{k-2} t d\zeta^2 \dots + \alpha^p T' d\zeta^k = 0;$$

g étant un nombre entier aussi grand qu'on voudra, & I' une fonction de t & de ω . Cette méthode qui a une très-grande étendue, peut être fort utile en une infinité de cas pour intégrer par approximation bien des équations différentielles; je ne dois point oublier de dire que A, B , &c. A', B' , &c. A'', B'' , &c. & α sont supposés constans.

Les démonstrations de ces Théorèmes, avec un grand nombre de conséquences qui en résultent, ont été lues à l'Académie dans le courant du mois de Juillet 1769; on les trouvera dans le volume de cette année-là.



A D D I T I O N

*À la Méthode pour la solution des Problèmes de
Maximis & Minimis.*

Par M. FONTAINE.

LORQUE je trouvai la méthode de rendre l'intégrale d'un élément donné, la plus grande ou la moindre possible, qui se trouve dans le Recueil des Mémoires lus à l'Académie, que j'ai donné au Public, j'étois bien loin de penser à l'appliquer à tous les cas que M. Euler a imaginés depuis, il y a même grande apparence que je ne m'en ferois jamais avisé sans un ouvrage de M. de la Grange sur le même sujet, qui est dans le second volume de l'Académie de Turin, lequel me donna la curiosité de voir celui de M. Euler qui y est beaucoup cité, & de reprendre de nouveau toute cette matière.

Le succès du premier essai que je fis de la méthode dont je viens de parler, m'engagea à en tenter un second, celui-ci un troisième, & de cette manière je résolus par cette méthode, l'un après l'autre, tous les problèmes de M. Euler, comme on le verra; ensuite je me mis à examiner le Mémoire de M. de la Grange, je trouvai qu'il s'étoit égaré dans la route nouvelle qu'il avoit prise, pour n'en avoir pas connu la vraie théorie; ayant découvert cette théorie, il en résulta une méthode nouvelle très-simple & très-élégante pour la solution de tous les problèmes que je venois de résoudre par l'ancienne; le Lecteur qui a le goût de ces choses verra avec plaisir l'accord des résultats des deux méthodes qui sont tout-à-fait différentes l'une de l'autre.

A V E R T I S S E M E N T.

Dans les calculs que nous allons faire, les mêmes quantités variant de deux manières différentes, nous désignerons leurs variations différemment, les unes à la manière des Géomètres

Anglois, par des fluxions, les autres à notre manière par des différences; ainsi \dot{x} , \ddot{x} , \dddot{x} , &c. ne seront pas la même chose que dx , ddx , $ddd x$, &c. on aura,

$\dot{x} = x' - x$, $dx = 'x - x$, & $'x$ ne sera pas le même que x' .

Quelquefois nous désignerons une fluxion par la caractéristique f ; ainsi fx sera la même chose que \dot{x} , $f\dot{x}$, ou ffx la même chose que \ddot{x} , &c.

Lorsque nous mettrons une quantité sous le signe FL , cela signifiera que cette quantité est une fluxion, & que nous en désignons la Fluente; lorsque nous la mettrons sous le signe f , cela signifiera que c'est une différence, & que nous en désignons l'intégrale.

Au reste, $\frac{fA}{f^*}$ exprimera la même chose que ce que les Géomètres, depuis qu'ils ont commencé à avoir connoissance de nos méthodes, entendent par $\frac{dA}{dx}$;

$\frac{ffA}{f^*f^*}$ la même chose que ce qu'ils entendent par $\frac{ddA}{dx dx}$;

$\frac{ffA}{f^*fy}$ la même chose que $\frac{ddA}{dx dy}$, &c.

LEMM E.

Si Z est une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. Z', Z'', Z''' , &c. seront des fonctions pareilles de $x', y', z'; \dot{x}', \dot{y}', \dot{z}'; \ddot{x}', \ddot{y}', \ddot{z}'$, &c. de $x'', y'', z''; \dot{x}'', \dot{y}'', \dot{z}''; \ddot{x}'', \ddot{y}'', \ddot{z}''$, &c. de $x''', y''', z'''; \dot{x}''', \dot{y}''', \dot{z}'''; \ddot{x}''', \ddot{y}''', \ddot{z}'''$, &c.

" Z , " Z , ' Z seront des fonctions pareilles de ' $x, 'y, 'z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, &c. de " $x, "y, "z; \dot{x}', \dot{y}', \dot{z}'; \ddot{x}', \ddot{y}', \ddot{z}'$, &c. de "' $x, "'y, "'z; \dot{x}'', \dot{y}'', \dot{z}''; \ddot{x}'', \ddot{y}'', \ddot{z}''$, &c.

On aura

$${}^{\text{iv}}x = {}^{\text{iii}}x - {}^{\text{iv}}x.$$

$${}^{\text{iv}}x = {}^{\text{ii}}x - 2{}^{\text{iii}}x + {}^{\text{iv}}x.$$

$${}^{\text{iv}}x = {}^{\text{i}}x - 3{}^{\text{ii}}x + 3{}^{\text{iii}}x - {}^{\text{iv}}x.$$

$${}^{\text{iv}}x = x - 4{}^{\text{i}}x + 6{}^{\text{ii}}x - 4{}^{\text{iii}}x - {}^{\text{iv}}x.$$

$${}^{\text{iv}}x = x^{\text{i}} - 5x + 10{}^{\text{i}}x - 10{}^{\text{ii}}x + 5{}^{\text{iii}}x - {}^{\text{iv}}x.$$

$$\&c. \qquad \&c.$$

$${}^{\text{iii}}x = {}^{\text{ii}}x - {}^{\text{iii}}x.$$

$${}^{\text{iii}}x = {}^{\text{i}}x - 2{}^{\text{ii}}x + {}^{\text{iii}}x.$$

$${}^{\text{iii}}x = x - 3{}^{\text{i}}x + 3{}^{\text{ii}}x - {}^{\text{iii}}x.$$

$${}^{\text{iii}}x = x^{\text{i}} - 4x + 6{}^{\text{i}}x - 4{}^{\text{ii}}x + {}^{\text{iii}}x.$$

$${}^{\text{iii}}x = x^{\text{ii}} - 5x^{\text{i}} + 10x - 10{}^{\text{ii}}x + 5{}^{\text{iii}}x - {}^{\text{iii}}x.$$

$$\&c. \qquad \&c.$$

$${}^{\text{ii}}x = {}^{\text{i}}x - {}^{\text{ii}}x.$$

$${}^{\text{ii}}x = x - 2{}^{\text{i}}x + {}^{\text{ii}}x.$$

$${}^{\text{ii}}x = x^{\text{i}} - 3x + 3{}^{\text{i}}x - {}^{\text{ii}}x.$$

$${}^{\text{ii}}x = x^{\text{ii}} - 4x^{\text{i}} + 6x - 4{}^{\text{i}}x + {}^{\text{ii}}x.$$

$${}^{\text{ii}}x = x^{\text{iii}} - 5x^{\text{ii}} + 10x^{\text{i}} - 10x + 5{}^{\text{i}}x - {}^{\text{ii}}x.$$

$$\&c. \qquad \&c.$$

$${}^{\text{i}}x = x - {}^{\text{i}}x.$$

$${}^{\text{i}}x = x^{\text{i}} - 2x + {}^{\text{i}}x.$$

$${}^{\text{i}}x = x^{\text{ii}} - 3x^{\text{i}} + 3x - {}^{\text{i}}x.$$

$${}^{\text{i}}x = x^{\text{iii}} - 4x^{\text{ii}} + 6x^{\text{i}} - 4x + {}^{\text{i}}x.$$

$${}^{\text{i}}x = x^{\text{iv}} - 5x^{\text{iii}} + 10x^{\text{ii}} - 10x^{\text{i}} + 5x - {}^{\text{i}}x.$$

$$\&c. \qquad \&c.$$

$$\ddot{x} = x' - x.$$

$$\ddot{\dot{x}} = x'' - 2x' + x.$$

$$\ddot{\ddot{x}} = x''' - 3x'' + 3x' - x.$$

$$\ddot{\ddot{\dot{x}}} = x^{iv} - 4x''' + 6x'' - 4x' + x.$$

$$\ddot{\ddot{\ddot{x}}} = x^v - 5x^{iv} + 10x''' - 10x'' + 5x' - x.$$

&c.

&c.

$$\dot{\ddot{x}} = x'' - x'.$$

$$\dot{\ddot{\dot{x}}} = x''' - 2x'' + x'.$$

$$\dot{\ddot{\ddot{x}}} = x^{iv} - 3x''' + 3x'' - x'.$$

$$\dot{\ddot{\ddot{\dot{x}}}} = x^v - 4x^{iv} + 6x''' - 4x'' + x'.$$

$$\dot{\ddot{\ddot{\ddot{x}}}} = x^{vi} - 5x^{v} + 10x^{iv} - 10x''' + 5x'' - x'.$$

&c.

&c.

$$\ddot{\ddot{x}} = x''' - x''.$$

$$\ddot{\ddot{\dot{x}}} = x^{iv} - 2x''' + x''.$$

$$\ddot{\ddot{\ddot{x}}} = x^v - 3x^{iv} + 3x''' - x''.$$

$$\ddot{\ddot{\ddot{\dot{x}}}} = x^{vi} - 4x^{v} + 6x^{iv} - 4x''' + x''.$$

$$\ddot{\ddot{\ddot{\ddot{x}}}} = x^{vii} - 5x^{vi} + 10x^{v} - 10x^{iv} + 5x''' - x''.$$

&c.

&c.

$$\ddot{\ddot{\dot{\dot{x}}}} = x^{iv} - x'''.$$

$$\ddot{\ddot{\ddot{\dot{x}}}} = x^v - 2x^{iv} + x'''.$$

$$\ddot{\ddot{\ddot{\ddot{x}}}} = x^{vi} - 3x^{v} + 3x^{iv} - x'''.$$

$$\ddot{\ddot{\ddot{\ddot{\dot{x}}}}} = x^{vii} - 4x^{vi} + 6x^{v} - 4x^{iv} + x'''.$$

$$\ddot{\ddot{\ddot{\ddot{\ddot{x}}}}} = x^{viii} - 5x^{vii} + 10x^{vi} - 10x^{v} + 5x^{iv} - x'''.$$

&c.

&c.

&c.

P R O B L E M E I.

Soit Z une fonction de $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{\dot{x}}, \ddot{\dot{y}}, \ddot{\dot{z}}, \&c.$ infiniment petite du premier ordre.

Trouver une équation entre x, y, z , telle que FLZ soit plus grande ou moindre qu'avec toute autre équation entre ces quantités.

Puisque $FLZ =$ un *plus grand*, ou un *moindre*, cette suite-ci, $\&c. + Z^{iv} + Z''' + Z'' + Z'$ qui lui est égale sera aussi $=$ un *plus grand*, ou un *moindre*, & parce que chaque terme de cette suite-ci $FLZ', FLZ'', FLZ''', FLZ^{iv}$, est également un *plus grand* ou un *moindre*, on aura en général la suite infinie des deux sens,

$$\&c. + {}^{iv}Z + {}'''Z + {}''Z + {}'Z + Z + Z' + Z'' + Z''' + Z^{iv} + Z^v, \&c. \\ = \text{un plus grand ou un moindre.}$$

$$\text{Donc, } \&c. + d^v Z + d''' Z + d'' Z + d' Z + dZ + dZ' + dZ'' \\ + dZ''' + dZ^{iv} + \&c. = 0.$$

Maintenant, au moyen du lemme, l'on pourroit réduire chaque Z de la suite générale, à n'être fonction que de quantités finies.

Par exemple, dans la fonction Z l'on y substituerait $x' - x$; $y' - y$, $z' - z$, au lieu de $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$; l'on y substituerait $x'' - 2x' + x$, $y'' - 2y' + y$, $z'' - 2z' + z$ au lieu de $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$; l'on y substituerait $x''' - 3x'' + 3x' - x$, $y''' - 3y'' + 3y' - y$, $z''' - 3z'' + 3z' - z$ au lieu de $\ddot{\dot{x}}, \ddot{\dot{y}}, \ddot{\dot{z}}$; l'on y substituerait $x^{iv} - 4x''' + 6x'' - 4x' + x$, $y^{iv} - 4y''' + 6y'' - 4y' + y$, $z^{iv} - 4z''' + 6z'' - 4z' + z$, au lieu de $\ddot{\dot{\dot{x}}}, \ddot{\dot{\dot{y}}}, \ddot{\dot{\dot{z}}}$, &c. & ainsi des autres fonctions qui précèdent & qui suivent Z .

1.^o S'il n'entre que des premières fluxions dans Z , en faisant varier x', y', z' , on aura $dZ' + dZ = 0$; car x', y', z' , ne se trouvant que dans Z' & dans Z , tous les dZ qui précèdent dZ' & qui suivent dZ' seront $= 0$.

On

On aura donc

$$\frac{dZ'}{dx'} dx' + \frac{dZ'}{dx''} \cdot -dx'' + \frac{dZ'}{dy} dy' + \frac{dZ'}{dy} \cdot -dy + \frac{dZ'}{dz} dz' + \frac{dZ'}{dz} \cdot -dz = 0,$$

$$+ \frac{dZ}{dx} dx' + \frac{dZ}{dy} dy + \frac{dZ}{dz} dz$$

$$\text{ou } \left[\frac{dZ'}{dx'} - \left(\frac{dZ'}{dx''} - \frac{dZ}{dx} \right) \right] \cdot dx' + \&c. = 0, \text{ ou } \left(\frac{dZ'}{dx'} - f \frac{dZ}{dx} \right) dx' + \&c. = 0,$$

$$\text{ou enfin } \left(\frac{dZ}{dx} - f \frac{dZ}{dx} \right) dx' + \left(\frac{dZ}{dy} - f \frac{dZ}{dy} \right) dy + \left(\frac{dZ}{dz} - f \frac{dZ}{dz} \right) dz = 0.$$

2.° S'il n'entre dans Z que des premières & des secondes fluxions, en faisant varier x'' , y'' , z'' , on aura $dZ'' + dZ' + dZ = 0$,

$$\text{ou } \frac{dZ''}{dx''} dx'' + \frac{dZ''}{dx''} \cdot -dx'' + \frac{dZ''}{dx''} dx'' + \&c. = 0,$$

$$+ \frac{dZ'}{dx'} dx'' + \frac{dZ'}{dx''} \cdot -2 dx'',$$

$$+ \frac{dZ}{dx} dx'',$$

$$\text{ou } \frac{dZ''}{dx''} dx'' - \left(\frac{dZ''}{dx''} - \frac{dZ'}{dx'} \right) dx'' + \left(\frac{dZ''}{dx''} - 2 \frac{dZ'}{dx'} + \frac{dZ}{dx} \right) dx'' + \&c. = 0,$$

$$\text{ou } \left(\frac{dZ''}{dx''} - f \frac{dZ'}{dx'} + ff \frac{dZ}{dx} \right) dx'' + \&c. = 0,$$

$$\text{ou enfin } \left(\frac{dZ}{dx} - f \frac{dZ}{dx} + ff \frac{dZ}{dx} \right) dx + \left(\frac{dZ}{dy} - f \frac{dZ}{dy} + ff \frac{dZ}{dy} \right) dy$$

$$+ \left(\frac{dZ}{dz} - f \frac{dZ}{dz} + ff \frac{dZ}{dz} \right) dz = 0.$$

3.° S'il n'entre que des premières, des secondes & des troisièmes fluxions dans Z en faisant varier x''' , y''' , z''' , on aura $dZ''' + dZ'' + dZ' + dZ = 0$,

$$\text{ou } \frac{dZ'''}{dx'''} dx''' + \frac{dZ'''}{dx'''} \cdot -dx''' + \frac{dZ'''}{dx'''} dx''' + \frac{dZ'''}{dx'''} \cdot -dx''' + \&c. = 0,$$

$$+ \frac{dZ''}{dx''} dx''' + \frac{dZ''}{dx'''} \cdot -2 dx''' + \frac{dZ''}{dx''} \cdot 3 dx''',$$

$$+ \frac{dZ'}{dx'} dx''' + \frac{dZ'}{dx''} \cdot -3 dx''',$$

$$+ \frac{dZ}{dx} dx''',$$

$$\text{ou } \left(\frac{dZ'''}{dx'''} - f \frac{dZ''}{dx''} + ff \frac{dZ'}{dx'} - fff \frac{dZ}{dx} \right) dx''' + \&c. = 0,$$

$$\text{ou enfin } \left(\begin{aligned} &\frac{dZ}{dx} - f \frac{dZ}{dx} + ff \frac{dZ}{dx} - fff \frac{dZ}{dx} \Big) dx \\ &+ \left(\frac{dZ}{dy} - f \frac{dZ}{dy} + ff \frac{dZ}{dy} - fff \frac{dZ}{dy} \Big) dy \\ &+ \left(\frac{dZ}{dz} - f \frac{dZ}{dz} + ff \frac{dZ}{dz} - fff \frac{dZ}{dz} \Big) dz \right) = 0. \end{aligned}$$

Il y aura des problèmes où Z ne fera fonction que de deux quantités x, y , & où il ne faudra faire varier que l'une de ces deux quantités; d'autres où il les faudra faire varier toutes les deux en même temps. Il y aura des problèmes où Z fera fonction de trois quantités x, y, z , & où il ne faudra faire varier que deux des trois; & pour que notre solution convint à tous les cas, nous avons supposé Z fonction de trois quantités; & nous les avons fait varier toutes les trois.

R E M A R Q U E.

Si Z étoit une fluxion exacte, chaque terme du premier membre de l'équation que nous venons de trouver pour que FLZ soit un plus grand ou un moindre, s'annéantiroit de lui-même; & on n'auroit par conséquent dans ce cas pour équation, que $0 = 0$.

Pour le démontrer,
soit A une fonction de $x \dot{x} \ddot{x}$, &c. $y \dot{y} \ddot{y}$, &c. $z \dot{z} \ddot{z}$, &c.
Et soit $FLA = B$, B étant elle-même une fonction de x, \dot{x}, \ddot{x} , &c. y, \dot{y}, \ddot{y} , &c. z, \dot{z}, \ddot{z} , &c.

$$\text{On aura } A = \frac{fB}{f_x} \dot{x} + \frac{fB}{f_{\dot{x}}} \ddot{x} + \frac{fB}{f_{\ddot{x}}} \ddot{\dot{x}} + \frac{fB}{f_y} \dot{y} \\ + \frac{fB}{f_{\dot{y}}} \ddot{y} + \frac{fB}{f_{\ddot{y}}} \ddot{\dot{y}} + \frac{fB}{f_z} \dot{z} + \frac{fB}{f_{\dot{z}}} \ddot{z} + \frac{fB}{f_{\ddot{z}}} \ddot{\dot{z}}$$

$$\text{Donc } \frac{fA}{f_x} = \frac{ffB}{f_x f_x} \dot{x} + \frac{ffB}{f_x f_x} \ddot{x} + \frac{ffB}{f_x f_x} \ddot{x} + \frac{ffB}{f_x f_y} \dot{y} + \frac{ffB}{f_x f_y} \ddot{y} \\ + \frac{ffB}{f_x f_y} \ddot{y} + \frac{ffB}{f_x f_z} \dot{z} + \frac{ffB}{f_x f_z} \ddot{z} + \frac{ffB}{f_x f_z} \ddot{z} = f \frac{fB}{f_x}.$$

$$\text{Par conséquent on aura } \frac{fA}{f_x} = f \frac{fB}{f_x},$$

$$\frac{fA}{f_x} = f \frac{fB}{f_x} + \frac{fB}{f_x},$$

$$\frac{fA}{f_x} = f \frac{fB}{f_x} + \frac{fB}{f_x},$$

$$\frac{fA}{f_x} = \frac{fB}{f_x}.$$

Je prends la fluxion de la dernière de ces équations pour avoir à substituer $f \frac{fA}{f_x}$ au lieu de $f \frac{fB}{f_x}$ dans celle qui la précède, j'aurai $\frac{fA}{f_x} = f \frac{fA}{f_x} + \frac{fB}{f_x}$; je prends la fluxion de celle-ci pour avoir à substituer $f \frac{fA}{f_x} - ff \frac{fA}{f_x}$ à la place de $f \frac{fB}{f_x}$; dans celle qui la précède, j'aurai $\frac{fA}{f_x} = f \frac{fA}{f_x} - ff \frac{fA}{f_x} + \frac{fB}{f_x}$; enfin je prends la fluxion de cette équation pour avoir à substituer $f \frac{fA}{f_x} - ff \frac{fA}{f_x} + fff \frac{fA}{f_x}$ à la place de $f \frac{fB}{f_x}$ dans la première, j'aurai,

$$\frac{fA}{f_x} - f \frac{fA}{f_x} + ff \frac{fA}{f_x} - fff \frac{fA}{f_x} = 0.$$

Et par un calcul tout pareil, j'aurai,

$$\frac{fA}{f_y} - f \frac{fA}{f_y} + ff \frac{fA}{f_y} - fff \frac{fA}{f_y} = 0.$$

$$\frac{fA}{f_z} - f \frac{fA}{f_z} + ff \frac{fA}{f_z} - fff \frac{fA}{f_z} = 0.$$

Ce théorème est de M. Euler, & comme il vient de le communiquer aux Géomètres sans aucune démonstration; voici comment je crois qu'il l'a trouvé.

Il avoit démontré autrefois dans son livre de *Maximis & Minimis*, que si Z étoit une fluxion exacte, alors il n'y auroit point d'équation entre x, y, z , pour que $F L Z$ fût un plus grand ou un moindre; cependant il trouvoit cette équation généralement & indépendamment de la nature de Z , il falloit donc pour qu'il n'y eût pas de contradiction, que le premier membre de son équation fut 0 par lui-même, lorsque Z se trouvoit être une fluxion exacte.

L'analyse que nous venons d'en donner est d'après celle de M. le Marquis de Condorcet, qui la trouva presque aussitôt qu'il en eut connoissance.

Ensuite M. de Condorcet se proposa ce problème-ci, *étant donnée l'équation* $V = 0$, *et* V *étant une fonction de* $x, y, \dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\ddot{x}}, \ddot{\ddot{y}}, \text{etc.}$ *trouver si cette équation a une intégrale.*

Mais M. de Condorcet n'a qu'à se proposer celui-ci; V *étant une fonction de* $x, y, \dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\ddot{x}}, \ddot{\ddot{y}}, \text{etc.}$ *dans laquelle les plus hautes fluxions, par exemple* $\ddot{\ddot{x}}, \ddot{\ddot{y}}$, *sont à la première dimension, et où l'une de ces deux fluxions, par exemple* $\ddot{\ddot{x}}$, *a l'unité pour coefficient; trouver si en multipliant la fonction* V *par quelque fonction* A *des mêmes variables et de leurs fluxions, on pourroit la rendre la fluxion exacte de quelque fonction* B , *qui est précisément le même que le sien, pour voir que la solution dans laquelle il fait usage de l'équation* $V = 0$, *ne peut pas être bonne.*

L'on peut voir dans la première méthode du calcul intégral la manière dont je le résous.

SOLUTION du même Problème par une autre Méthode.

La méthode dont il s'agit ici, est fondée sur ce que si Z est une fluxion exacte, alors il n'y aura pas de problème, & l'équation qui l'exprimera deviendra $0 = 0$; & sur ce que par conséquent, si Z est la somme de deux élémens dont l'un soit

une fluxion inexacte & l'autre une fluxion exacte, le résultat fera le même que si l'on ne substituoit dans l'équation à la place de Z que la seule fluxion inexacte.

Maintenant, puisque $FLZ =$ un *plus grand* ou un *moindre*, on aura $dFL.Z = 0$, ou, ce qui est la même chose, $FLdZ = 0$ ^{n. 1.}, d'où il semble que l'on pourroit conclure tout de suite que $dZ = 0$, mais l'on se tromperoit beaucoup; il faut auparavant savoir quel est ce dZ qu'il faut faire $= 0$, il faut que le signe FL , sous lequel il est engagé, ait eu son effet: car si Z étoit, par exemple $= Y + fX$, on auroit $FLdZ = FL(dY + dfX) = FL(dY + fdX)$ ^{n. 2.}, & fdX , par ce que nous venons de dire, ne devroit pas se trouver dans l'équation que nous cherchons.

Il faudra donc avant de pouvoir conclure que $dZ = 0$, en retrancher tous les termes qui pourront se dégager de dessous le signe FL , & ne laisser sous ce signe qu'une expression qui ne puisse plus se changer; cette expression sera le dZ , qui étant fait $= 0$ résoudra le problème, on entendra ceci dans l'application que nous allons en faire.

En supposant que les plus hautes fluxions qui soient dans la fonction Z sont $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$, on aura,

$$\begin{aligned} FL \left(\frac{dZ}{dx} dx + \frac{dZ}{d\dot{x}} d\dot{x} + \frac{dZ}{d\ddot{x}} d\ddot{x} + \frac{dZ}{d\ddot{\dot{x}}} d\ddot{\dot{x}} \right. \\ + \frac{dZ}{dy} dy + \frac{dZ}{d\dot{y}} d\dot{y} + \frac{dZ}{d\ddot{y}} d\ddot{y} + \frac{dZ}{d\ddot{\dot{y}}} d\ddot{\dot{y}} \\ + \frac{dZ}{dz} dz + \frac{dZ}{d\dot{z}} d\dot{z} + \frac{dZ}{d\ddot{z}} d\ddot{z} + \left. \frac{dZ}{d\ddot{\dot{z}}} d\ddot{\dot{z}} \right) \\ = 0. \end{aligned}$$

^{n. 1.} Ce théorème se trouve dans les calculs de la solution du problème des courbes tautochrones, que je donnai en 1734. Voici comment je l'ai démontré:

$$dFLZ = FLZ' - FLZ = FL(Z' - Z) = FLdZ.$$

^{n. 2.} Ce second théorème se trouve au même endroit que le précédent, & je l'ai démontré de même,

$$\begin{aligned} dfx &= fx' - fx = f(x' - x) = fdx, \\ dffx &= fdfx = ffdx, \quad dfffx = ffdfx = fffdx, \text{ \&c.} \end{aligned}$$

Ffff iij

Et en vertu du théorème que nous avons déjà rappelé, on aura

$$\begin{aligned}
 FL \left(\frac{dZ}{dx} dx + \frac{dZ}{dy} dy + \frac{dZ}{dz} dz + \frac{dZ}{dx} f dx + \frac{dZ}{dy} ff dy + \frac{dZ}{dz} fff dz \right. \\
 \left. + \frac{dZ}{dx} d^2x + \frac{dZ}{dy} d^2y + \frac{dZ}{dz} d^2z + \frac{dZ}{dx} f d^2x + \frac{dZ}{dy} ff d^2y + \frac{dZ}{dz} fff d^2z \right) \\
 = 0.
 \end{aligned}$$

Mais $\frac{dZ}{dx} dx - FL(f \frac{dZ}{dx} \times dx)$ étant la même chose que $FL \frac{dZ}{dx} f dx$,

$\frac{dZ}{dy} dy - f \frac{dZ}{dy} \times dx + FL(ff \frac{dZ}{dy} \times dx)$ la même chose que $FL \frac{dZ}{dy} fff dx$,

$\frac{dZ}{dz} dz - f \frac{dZ}{dz} \times f dx + ff \frac{dZ}{dz} \times dx - FL(fff \frac{dZ}{dz} \times dx)$

la même chose que $FL \frac{dZ}{dz} fff dx$ n.º 3,

$$\begin{aligned}
 \text{on aura } FL \left[\left(\frac{dZ}{dx} - f \frac{dZ}{dx} + ff \frac{dZ}{dx} - fff \frac{dZ}{dx} \right) \times dx \right. \\
 \left. + \left(\frac{dZ}{dy} - f \frac{dZ}{dy} + ff \frac{dZ}{dy} - fff \frac{dZ}{dy} \right) \times dy \right. \\
 \left. + \left(\frac{dZ}{dz} - f \frac{dZ}{dz} + ff \frac{dZ}{dz} - fff \frac{dZ}{dz} \right) \times dz \right. \\
 \left. + f \left(\left(\frac{dZ}{dx} - f \frac{dZ}{dx} + ff \frac{dZ}{dx} \right) \times dx + \left(\frac{dZ}{dy} \right. \right. \right. \\
 \left. \left. - f \frac{dZ}{dy} + ff \frac{dZ}{dy} \right) \times dy + \left(\frac{dZ}{dz} - f \frac{dZ}{dz} \right. \right. \\
 \left. \left. + ff \frac{dZ}{dz} \right) \times dz + \left(\frac{dZ}{dx} - f \frac{dZ}{dx} \right) \times d^2x \right. \\
 \left. + \left(\frac{dZ}{dy} - f \frac{dZ}{dy} \right) \times d^2y + \left(\frac{dZ}{dz} - f \frac{dZ}{dz} \right) \times d^2z \right. \\
 \left. + \left(\frac{dZ}{dx} d^2x + \frac{dZ}{dy} d^2y + \frac{dZ}{dz} d^2z \right) \right] = 0;
 \end{aligned}$$

n.º 3. Ce théorème est de M.^{rs} Jean Bernoulli & Taylor, & se démontre par le fait en prenant les fluxions.

& en retranchant tout ce qui est sous le signe f , que nous avons vu ne devoir pas entrer dans l'expression du dZ que nous cherchons, on aura,

$$FL \left[\left(\frac{dZ}{dx} - f \frac{dZ}{d\dot{x}} + ff \frac{dZ}{d\ddot{x}} - fff \frac{dZ}{d\ddot{\dot{x}}} \right) \times dx \right. \\ \left. + \left(\frac{dZ}{dy} - f \frac{dZ}{d\dot{y}} + ff \frac{dZ}{d\ddot{y}} - fff \frac{dZ}{d\ddot{\dot{y}}} \right) \times dy \right. \\ \left. + \left(\frac{dZ}{dz} - f \frac{dZ}{d\dot{z}} + ff \frac{dZ}{d\ddot{z}} - fff \frac{dZ}{d\ddot{\dot{z}}} \right) \times dz \right] = 0.$$

Et parce que cette expression qui est restée sous le signe FL ne peut plus se changer, elle sera celle du dZ qui étant fait $= 0$ résoudra le problème.

On aura donc enfin,

$$\left(\frac{dZ}{dx} - f \frac{dZ}{d\dot{x}} + ff \frac{dZ}{d\ddot{x}} - fff \frac{dZ}{d\ddot{\dot{x}}} \right) dx \\ + \left(\frac{dZ}{dy} - f \frac{dZ}{d\dot{y}} + ff \frac{dZ}{d\ddot{y}} - fff \frac{dZ}{d\ddot{\dot{y}}} \right) dy \\ + \left(\frac{dZ}{dz} - f \frac{dZ}{d\dot{z}} + ff \frac{dZ}{d\ddot{z}} - fff \frac{dZ}{d\ddot{\dot{z}}} \right) dz = 0,$$

Si à la place de Z l'on substitue dans cette dernière équation une fluxion exacte, les coefficients de dx , de dy , de dz , s'annuleront, & on aura $0 = 0$, comme M. Euler a démontré que le problème l'exige; mais pour que cela arrivât, il falloit auparavant avoir retranché en entier l'expression générale de $FLdZ$ dans ce cas, & c'est précisément ce que nous avons fait en supprimant tous les termes qui se sont trouvés sous le signe f .

PROBLEME II.

Si Z est une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}; \ddot{\dot{x}}, \ddot{\dot{y}}, \ddot{\dot{z}}, \&c.$ & de FLY , Y étant elle-même une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$ & qu'il faille faire en sorte que FLZ soit un *plus grand* ou un *moindre*.

1.° J'écrirai Π , au lieu de FLY , quant cela me sera plus commode.

2.° Je désignerai la différence de Z en faisant Π constant par $\bar{d}Z$; on aura

$$\begin{aligned} dZ &= \bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi} dFLY, \\ dZ' &= \bar{d}Z' + \frac{dZ'}{d\Pi'} dFLY', \\ dZ'' &= \bar{d}Z'' + \frac{dZ''}{d\Pi''} dFLY'', \\ dZ''' &= \bar{d}Z''' + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} dFLY''', \\ &\&c. \\ dZ^{iv} &= \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} dFLY^{iv}, \\ dZ^v &= \frac{dZ^v}{d\Pi^v} dFLY^v, \\ &\&c. \end{aligned}$$

Ensuite, parce que $FLY = FL'Y + 'Y$, & que nous supposons que les quantités que l'on fera varier seront toujours prises de manière que leur variation n'influera pas au-delà de Z & de Y , comme nous avons fait dans le *problème I*, on aura

$$\begin{aligned} dFLY &= 0, \\ dFLY' &= dY, \\ dFLY'' &= dY + dY', \\ dFLY''' &= dY + dY' + dY'', \\ &\&c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \bar{d}Z''' + \&c. + \frac{dZ'}{d\Pi'} dY + \frac{dZ''}{d\Pi''} dY' + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} dY'' + \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} dY''' + \&c. &= 0 \\ + \frac{dZ''}{d\Pi''} + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} + \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} &\&c. \\ + \frac{dZ''}{d\Pi''} + \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} &\&c. \\ + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} &\&c. \\ + \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} &\&c. \end{aligned}$$

Donc

$$\text{Donc } \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \bar{d}Z''' + \&c. = FL \frac{dZ}{d\Pi} \\ \times dY + FL \frac{dZ'}{d\Pi'} \times dY' + FL \frac{dZ''}{d\Pi''} \times dY'' + FL \frac{dZ'''}{d\Pi'''} \times dY''' + \&c.$$

SOLUTION par la seconde Méthode.

On aura $FL dZ = 0$, ou $FL (\bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi} FL dY) = 0$;
mais

$$FL \frac{dZ}{d\Pi} FL dY \text{ étant } = FL \frac{dZ}{d\Pi} \times FL dY - FL (FL \frac{dZ}{d\Pi} \times dY),$$

en supprimant le terme hors du signe, on aura l'équation

$$FL (\bar{d}Z - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times dY) = 0,$$

qui est dans le cas de celle du *I.^{er} problème.*

PROBLEME III.

Z fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$ & de FLY .

Y fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$ & de FLX .

X fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$ seulement.

Faire en sorte que FLZ soit un plus grand ou un moindre.

En écrivant Π au lieu de FLY , & μ pour FLX , d'après la solution du *problème précédent*, on aura

$$\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. = FL \frac{dZ}{d\Pi} \times dY + FL \frac{dZ'}{d\Pi'} \\ \times dY' + FL \frac{dZ''}{d\Pi''} \times dY'' + FL \frac{dZ'''}{d\Pi'''} \times dY''' + \&c.$$

Ensuite, parce que $dY = \bar{d}Y + \frac{dY}{d\mu} dFLX$, & que $dFLX = 0$, on aura,

$$dY = \bar{d}Y,$$

$$dY' = \bar{d}Y' + \frac{dY'}{d\mu'} dX,$$

$$dY'' = \bar{d}Y'' + \frac{dY''}{d\mu''} dX + \frac{dY''}{d\mu''} dX',$$

$$dY''' = \frac{dY'''}{d\mu'''} dX + \frac{dY'''}{d\mu'''} dX' + \frac{dY'''}{d\mu'''} dX''.$$

&c.

&c.

& notre équation fera

$$\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. = FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \bar{d}Y + FL \frac{dZ'}{d\Pi'} \times \bar{d}Y' + FL \frac{dZ''}{d\Pi''} \times \bar{d}Y'' + \&c.$$

$$+ \frac{dY'}{d\mu'} FL \frac{dZ'}{d\Pi'} \times dX + \frac{dY''}{d\mu''} FL \frac{dZ''}{d\Pi''} \times dX' + \frac{dY'''}{d\mu'''} FL \frac{dZ'''}{d\Pi'''} \times dX'' + \&c.$$

$$+ \frac{dY''}{d\mu''} FL \frac{dZ''}{d\Pi''} + \frac{dY'''}{d\mu'''} FL \frac{dZ'''}{d\Pi'''} \quad \&c.$$

$$+ \frac{dY'''}{d\mu'''} FL \frac{dZ'''}{d\Pi'''} \quad \&c.$$

&c.

$$\text{ou } \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. = FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \bar{d}Y + FL \frac{dZ'}{d\Pi'} \times \bar{d}Y' + FL \frac{dZ''}{d\Pi''} \times \bar{d}Y'' + \&c.$$

$$- FL \frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi} \times dX - FL \frac{dY'}{d\mu'} FL \frac{dZ'}{d\Pi'} \times dX' - FL \frac{dY''}{d\mu''} FL \frac{dZ''}{d\Pi''} \times dX'' - \&c.$$

ou enfin

$$\left. \begin{aligned} & \left[\left(\frac{dZ}{d\pi} - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \frac{dY}{d\pi} + FL \frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \frac{dX}{d\pi} \right) \right. \\ & - f \left(\frac{dZ}{d\pi} - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \frac{dY}{d\pi} + FL \frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \frac{dX}{d\pi} \right) \\ & + ff \left(\frac{dZ}{d\pi} - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \frac{dY}{d\pi} + FL \frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \frac{dX}{d\pi} \right) \\ & \left. + \&c. \right] d\pi + \&c. \end{aligned} \right\} = 0.$$

III.° SOLUTION.

On a toujours $FLdZ = 0$, par conséquent ici on aura

$$FL \left(\bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi} FLdY \right) = 0;$$

mais $FL \frac{dZ}{d\Pi} FL dY$ étant $= FL \frac{dZ}{d\Pi} FL dY - FL (FL \frac{dZ}{d\Pi} \cdot dY)$,
 en supprimant le terme hors du signe, on aura l'équation

$$FL (\bar{d}Z - FL \frac{dZ}{d\Pi} \cdot dY) = 0,$$

qui se changera en celle-ci,

$$FL (\bar{d}Z - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \bar{d}Y - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \frac{dY}{d\mu} FL dX) = 0.$$

Mais $FL (\frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi} \times FL dX)$ étant $= FL \frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi}$
 $\times FL dX - FL (FL \frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi} \times dX),$

en supprimant le terme hors du signe, on aura enfin

$$FL (\bar{d}Z - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times \bar{d}Y + FL \frac{dY}{d\mu} FL \frac{dZ}{d\Pi} \times dX) = 0.$$

PROBLEME IV.

Z est une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$ & de Π .

Et Π n'est donnée que par une équation entre $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$ Π & $\dot{\Pi}$.

Il faut rendre FLZ un *plus grand* ou un *moindre*.

A la place de Π , je mets FLY , $\dot{\Pi}$ sera $= Y$, & Y se trouvera être une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$ & de FLY ; on aura

$$dZ = \bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi} dFLY = \bar{d}Z,$$

$$dZ' = \bar{d}Z' + \frac{dZ'}{d\Pi'} dY,$$

$$dZ'' = \bar{d}Z'' + \frac{dZ''}{d\Pi''} dY + \frac{dZ''}{d\Pi''} dY',$$

$$dZ''' = \&c. + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} dY + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} dY' + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} dY'',$$

$$dZ^{iv} = + \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} dY + \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} dY' + \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} dY'' + \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} dY''',$$

&c.

G g g g ij

& notre équation fera

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times dY - FL \frac{dZ'}{d\Pi'} \times dY' - FL \frac{dZ''}{d\Pi''} \times dY'' - \&c. \end{aligned} \right\} = 0.$$

Soit $— FL \frac{dZ}{d\Pi} = \alpha$, on aura

$$\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha dY + \alpha' dY' + \alpha'' dY'' + \alpha''' dY''' + \&c. = 0;$$

mais dY étant $= \bar{d}Y + \frac{dY}{d\Pi} dFLY = \bar{d}Y$,

$$dY' = \bar{d}Y' + \frac{dY'}{d\Pi'} dY,$$

$$dY'' = \bar{d}Y'' + \frac{dY''}{d\Pi''} dY + \frac{dY''}{d\Pi''} dY',$$

&c.

&c.

on aura

$$\begin{aligned} &\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha \bar{d}Y + \alpha' \bar{d}Y' + \alpha'' \bar{d}Y'' + \&c. \\ &+ \alpha' \frac{dY'}{d\Pi'} \times dY + \alpha'' \frac{dY''}{d\Pi''} \times dY' + \alpha''' \frac{dY'''}{d\Pi'''} \times dY'' + \&c. = 0, \\ &+ \alpha'' \frac{dY''}{d\Pi''} + \alpha''' \frac{dY'''}{d\Pi'''} \quad \&c. \\ &+ \alpha''' \frac{dY'''}{d\Pi'''} \quad \&c. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ou } \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha \bar{d}Y + \alpha' \bar{d}Y' + \alpha'' \bar{d}Y'' + \&c. \\ - FL\alpha \frac{dY}{d\Pi} \times dY - FL\alpha' \frac{dY'}{d\Pi'} \times dY' - FL\alpha'' \frac{dY''}{d\Pi''} \times dY'' - \&c. \end{aligned} \right\} = 0.$$

$$\text{Soit } \beta = — FL\alpha \frac{dY}{d\Pi},$$

on aura

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha \bar{d}Y + \alpha' \bar{d}Y' + \alpha'' \bar{d}Y'' + \&c. \\ + \beta dY + \beta' dY' + \beta'' dY'' + \beta''' dY''' + \&c. \end{aligned} \right\} = 0;$$

&, par une opération pareille à la précédente, on aura

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + (\alpha + \beta) \bar{d}Y + (\alpha' + \beta') \bar{d}Y' \\ + (\alpha'' + \beta'') \bar{d}Y'' + \&c. + \gamma dY + \gamma' dY' + \gamma'' dY'' + \&c. \end{aligned} \right\} = 0,$$

$$\text{ \& } \gamma \text{ fera } = - FL \beta \frac{dY}{d\Pi};$$

en supposant $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon + \&c. = s$; on aura donc enfin
 $\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + s\bar{d}Y + s'\bar{d}Y' + s''\bar{d}Y'' + \&c. = 0.$

$$\text{On aura de plus } \alpha = - FL \frac{dZ}{d\Pi},$$

$$\beta = - FL \alpha \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\gamma = - FL \beta \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\delta = - FL \gamma \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\varepsilon = - FL \delta \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\&c. \quad \&c.$$

$$\text{donc } s = - FL \frac{dZ}{d\Pi} - FL s \frac{dY}{d\Pi},$$

$$\text{ou } s = - \frac{dZ}{d\Pi} - s \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\text{d'où l'on tirera } s = \frac{- FL \frac{dZ}{d\Pi} \text{ \& } FL \frac{dY}{d\Pi}}{\text{ \& } FL \frac{dY}{d\Pi}}.$$

SOLUTION par la seconde Méthode.

Z fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c. \&$ de FLY .

Et Y aussi fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$
 \& de FLY .

Rendre FLZ un *plus grand* ou un *moindre*.

J'écrirai Π à la place de FLY .

On aura $FLdZ = 0$, ou $FL(\bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi} FLdY) = 0$,

Gggg iij

Mais $FL \frac{dZ}{d\Pi} FL dY$ étant $= FL \frac{dZ}{d\Pi} \times FL dY - FL (FL \frac{dZ}{d\Pi} \cdot dY)$,
 en supprimant le terme hors du signe, on aura

$$FL (\bar{d}Z - FL \frac{dZ}{d\Pi} \cdot dY) = 0; \text{ soit } \alpha = - FL \frac{dZ}{d\Pi},$$

on aura $FL (\bar{d}Z + \alpha dY) = 0$: mais $dY = \bar{d}Y + \frac{dY}{d\Pi} FL dY$,

on aura donc $FL (\bar{d}Z + \alpha dY + \alpha \frac{dY}{d\Pi} FL dY) = 0$.

Mais $F\alpha \frac{dY}{d\Pi} FL dY$ étant $= FL\alpha \frac{dY}{d\Pi} \times FL dY - FL (FL\alpha \frac{dY}{d\Pi} \times dY)$,

en supprimant le terme hors du signe, on aura

$$FL (\bar{d}Z + \alpha \bar{d}Y - FL\alpha \frac{dY}{d\Pi} \times dY) = 0; \text{ je fais } \beta = - FL\alpha \frac{dY}{d\Pi};$$

j'aurai $FL (\bar{d}Z + \alpha \bar{d}Y + \beta dY) = 0$, &, par la même opération que celle que nous venons de faire, j'aurai

$$FL [\bar{d}Z + (\alpha + \beta) \cdot \bar{d}Y + \gamma dY] = 0;$$

$$\& \gamma \text{ fera } = - FL\beta \frac{dY}{d\Pi};$$

en supposant $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \epsilon + \&c. = s$,

on aura donc enfin $FL (\bar{d}Z + s \bar{d}Y) = 0$.

On aura de plus $\alpha = - FL \frac{dZ}{d\Pi}$,

$$\beta = - FL\alpha \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\gamma = - FL\beta \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\delta = - FL\gamma \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\&c. \qquad \&c.$$

$$\text{donc } s = - FL \frac{dZ}{d\Pi} - FLs \frac{dY}{d\Pi};$$

$$\text{ou } s = - \frac{dZ}{d\Pi} - s \frac{dY}{d\Pi}.$$

PROBLÈME V.

Z est une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$ & de Π .

Et Π n'est donnée que par une équation entre $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$ $\Pi, \dot{\Pi}, \ddot{\Pi}$.

Il faut rendre FLZ un *plus grand* ou un *moindre*.

A la place de Π , je mets $FLFLY$, $\dot{\Pi}$ sera $= FLY$ & $\ddot{\Pi} = Y$.

Et Y se trouvera être une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$ de FLY & de $FLFLY$.

Pour la facilité des calculs dans lesquels nous allons entrer, il fera bon d'avoir sous les yeux ces deux Tables-ci :

	$dFLFLY = 0,$
$dFLY = 0,$	$dFLFLY' = 0,$
$dFLY' = dY,$	$dFLFLY'' = dY,$
$dFLY'' = dY + dY',$	$dFLFLY''' = 2dY + dY',$
$dFLY''' = dY + dY' + dY'',$	$dFLFLY^{iv} = 3dY + 2dY' + dY'',$
&c.	$dFLFLY^v = 4dY + 3dY' + 2dY'' + dY''',$
&c.	&c.

Nous aurons

$$\begin{aligned}
 dZ &= \bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi} dFLFLY = \bar{d}Z; \\
 dZ' &= \bar{d}Z' + \frac{dZ'}{d\Pi'} dFLFLY' = \bar{d}Z', \\
 dZ'' &= \bar{d}Z'' + \frac{dZ''}{d\Pi''} dY, \\
 dZ''' &= \bar{d}Z''' + 2 \frac{dZ'''}{d\Pi'''} dY + \frac{dZ'''}{d\Pi'''} dY', \\
 dZ^{iv} &= 3 \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} dY + 2 \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} dY' + \frac{dZ^{iv}}{d\Pi^{iv}} dY'', \\
 &\&c. \qquad \qquad \qquad \&c.
 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \left. \begin{aligned}
 &\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \bar{d}Z''' + \&c. + FLFL \frac{dZ}{d\Pi} \times dY \Big\} = 0. \\
 &+ FLFL \frac{dZ'}{d\Pi'} \times dY' + FLFL \frac{dZ''}{d\Pi''} \times dY'' + \&c. \Big\}
 \end{aligned} \right.$$

Je fais $FLFL \frac{dZ}{d\Pi} = \alpha$,

on aura $\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha dY + \alpha' dY' + \alpha'' dY'' + \&c. = 0$;
mais

$$dY = \bar{d}Y + \frac{dY}{d\Pi} dFLY + \frac{dY}{d\Pi} dFLFLY = \bar{d}Y,$$

$$dY' = \bar{d}Y' + \frac{dY'}{d\Pi'} dY + \frac{dY'}{d\Pi'} dFLFLY' = \bar{d}Y' + \frac{dY'}{d\Pi'} dY,$$

$$dY'' = \bar{d}Y'' + \frac{dY''}{d\Pi''} dY + \frac{dY''}{d\Pi''} dY' + \frac{dY''}{d\Pi''} dY,$$

$$dY''' = \frac{dY'''}{d\Pi'''} dY + \frac{dY'''}{d\Pi'''} dY' + \frac{dY'''}{d\Pi'''} dY'' + 2 \frac{dY'''}{d\Pi'''} dY + \frac{dY'''}{d\Pi'''} dY',$$

$$dY^{IV} = \frac{dY^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY + \frac{dY^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY' + \frac{dY^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY'' + \frac{dY^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY''' + 3 \frac{dY^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY''$$

$$+ 2 \frac{dY^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY' + \frac{dY^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY'',$$

&c.

&c.

donc $\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha \bar{d}Y + \alpha' \bar{d}Y' + \alpha'' \bar{d}Y'' + \&c.$

$$+ \alpha' \frac{dY'}{d\Pi'} dY + \alpha'' \frac{dY''}{d\Pi''} dY' + \alpha''' \frac{dY'''}{d\Pi'''} dY'' + \&c.$$

$$+ \alpha'' \frac{dY''}{d\Pi''} + \alpha''' \frac{dY'''}{d\Pi'''} \quad \&c.$$

$$+ \alpha''' \frac{dY'''}{d\Pi'''} \quad \&c.$$

&c.

$$+ \alpha'' \frac{dY''}{d\Pi''} dY + \alpha''' \frac{dY'''}{d\Pi'''} dY' + \alpha^{IV} \frac{dY^{IV}}{d\Pi^{IV}} dY'' + \&c. = 0;$$

$$+ 2 \alpha''' \frac{dY'''}{d\Pi'''} + 2 \alpha^{IV} \frac{dY^{IV}}{d\Pi^{IV}} \quad \&c.$$

$$+ 3 \alpha^{IV} \frac{dY^{IV}}{d\Pi^{IV}} \quad \&c.$$

&c.

$$\left. \begin{aligned} &\text{ou } \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha \bar{d}Y + \alpha' \bar{d}Y' + \alpha'' \bar{d}Y'' + \&c. \\ &\quad + (FLFL\alpha \frac{dY}{d\Pi} - FL\alpha \frac{dY}{d\dot{\Pi}}) dY + (FLFL\alpha' \frac{dY'}{d\Pi'} - FL\alpha' \frac{dY'}{d\dot{\Pi}'}) dY' \\ &\quad - FL\alpha' \frac{dY'}{d\dot{\Pi}'} dY' + (FLFL\alpha'' \frac{dY''}{d\Pi''} - FL\alpha'' \frac{dY''}{d\dot{\Pi}''}) dY'' + \&c. \end{aligned} \right\} = 0.$$

$$\text{Je fais } FLFL\alpha \frac{dY}{d\Pi} - FL\alpha \frac{dY}{d\dot{\Pi}} = \beta,$$

$$\left. \begin{aligned} &\text{on aura } \bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + \alpha \bar{d}Y + \alpha' \bar{d}Y' + \alpha'' \bar{d}Y'' + \&c. \\ &\quad + \beta dY + \beta' dY' + \beta'' dY'' + \beta''' dY''' + \&c. \end{aligned} \right\} = 0;$$

$$\text{soit } \alpha + \beta + \gamma + \delta + \epsilon + \&c. = s,$$

notre équation fera

$$\bar{d}Z + \bar{d}Z' + \bar{d}Z'' + \&c. + s \bar{d}Y + s' \bar{d}Y' + s'' \bar{d}Y'' + \&c. = 0,$$

$$\& \text{ on aura } \alpha = FLFL \frac{dZ}{d\Pi},$$

$$\beta = FLFL\alpha \frac{dY}{d\Pi} - FL\alpha \frac{dY}{d\dot{\Pi}},$$

$$\gamma = FLFL\beta \frac{dY}{d\Pi} - FL\beta \frac{dY}{d\dot{\Pi}},$$

$$\delta = FLFL\gamma \frac{dY}{d\Pi} - FL\gamma \frac{dY}{d\dot{\Pi}},$$

$$\epsilon = FLFL\delta \frac{dY}{d\Pi} - FL\delta \frac{dY}{d\dot{\Pi}},$$

&c.

&c.

$$\text{donc } s = FLFL \frac{dZ}{d\Pi} + FLFLs \frac{dY}{d\Pi} - FLs \frac{dY}{d\dot{\Pi}},$$

$$s = FL \frac{dZ}{d\Pi} + FLs \frac{dY}{d\Pi} - s \frac{dY}{d\dot{\Pi}},$$

$$\& s = \frac{dZ}{d\Pi} + \left(\frac{dY}{d\Pi} - f \frac{dY}{d\dot{\Pi}} \right) s - \frac{dY}{d\dot{\Pi}} \bar{s},$$

SOLUTION par la seconde Méthode.

Z étant une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c. \&$ de Π .

Et Π n'étant donnée que par une équation entre $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c. \Pi, \dot{\Pi}, \ddot{\Pi}$.

Rendre FLZ un *plus grand* ou un *moindre*.

Je fais $\Pi = FLFLY$, $\dot{\Pi}$ sera $= FLY$ & $\ddot{\Pi} = Y$.

Et Y se trouvera être une fonction de $x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \&c.$ de FLY & de $FLFLY$.

On aura $FLdZ = 0$, donc $FL(\bar{d}Z + \frac{dZ}{d\Pi} FLFLdY) = 0$;
mais

$$FL \frac{dZ}{d\Pi} FLFLdY \text{ étant } = FL \frac{dZ}{d\Pi} \times FLFLdY - FL \left(FL \frac{dZ}{d\Pi} \times FLdY \right);$$

en supprimant le terme hors du signe, on aura

$$FL(\bar{d}Z - FL \frac{dZ}{d\Pi} \times FLdY) = 0,$$

$$\& FL \left(FL \frac{dZ}{d\Pi} \times FLdY \right) \text{ étant } = FLFL \frac{dZ}{d\Pi} \times FLdY - FL \left(FLFL \frac{dZ}{d\Pi} \times dY \right),$$

en supprimant le terme hors du signe, on aura

$$FL(\bar{d}Z + FLFL \frac{dZ}{d\Pi} \times dY) = 0.$$

Soit $FLFL \frac{dZ}{d\Pi} = \alpha$, on aura $FL(\bar{d}Z + \alpha dY) = 0$;

& en mettant pour dY la valeur, on aura

$$FL(\bar{d}Z + \alpha \bar{d}Y + \alpha \frac{dY}{d\Pi} FLFLdY + \alpha \frac{dY}{d\Pi} FLdY) = 0.$$

$$\text{Mais } FL \left(\alpha \frac{dY}{d\Pi} FLFLdY \right) \text{ étant } = FL\alpha \frac{dY}{d\Pi} \times FLFLdY - FL \left(FL\alpha \frac{dY}{d\Pi} \times FLdY \right),$$

en supprimant le terme hors du signe, on aura

$$FL(\bar{d}Z + \alpha \bar{d}Y - FL\alpha \frac{dY}{d\Pi} \times FLdY + \alpha \frac{dY}{d\Pi} \times FLdY) = 0;$$

$$\& FL \left[\left(\alpha \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} - FL\alpha \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} \right) . FL dY \right] \text{ étant } = FL \left(\alpha \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} - FL\alpha \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} \right) \times FL dY - FL \left[FL \left(\alpha \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} - FL\alpha \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} \right) . dY \right].$$

en supprimant le terme hors du signe, on aura

$$FL [\bar{d}Z + \alpha dY - FL\alpha \left(\frac{dY}{d\ddot{\Pi}} - FL\alpha \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} \right) . dY] = 0.$$

$$\text{Soit } - FL \left(\alpha \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} - FL\alpha \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} \right) = \beta,$$

$$\text{on aura } FL(\bar{d}Z + \alpha dY + \beta dY) = 0.$$

Si l'on fait sur cette équation les mêmes opérations que celles que l'on vient de faire sur l'équation $FL(\bar{d}Z + \alpha dY) = 0$,

On aura $FL[\bar{d}Z + (\alpha + \beta) . dY + \gamma dY] = 0$,
 & Y fera même fonction de β que β de α ; par conséquent

$$\gamma \text{ fera } = - FL \left(\beta \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} - FL\beta \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} \right).$$

Soit $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \epsilon + \&c.$ à l'infini $= s$,

$$\text{on aura } FL(\bar{d}Z + s dY) = 0,$$

$$\& \alpha = FL FL \frac{dZ}{d\ddot{\Pi}};$$

$$\beta = - FL \left(\alpha \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} - FL\alpha \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} \right),$$

$$\gamma = - FL \left(\beta \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} - FL\beta \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} \right),$$

$$\delta = - FL \left(\gamma \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} - FL\gamma \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} \right),$$

$$\&c. \quad \&c.$$

$$\text{donc } s = FL FL \frac{dZ}{d\ddot{\Pi}} - FL \left(s \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} - FL s \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} \right),$$

$$\dot{s} = FL \frac{dZ}{d\ddot{\Pi}} - s \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} + FL s \frac{dY}{d\ddot{\Pi}},$$

$$\& \ddot{s} = \frac{dZ}{d\ddot{\Pi}} + \left(\frac{dY}{d\ddot{\Pi}} - f \frac{dY}{d\ddot{\Pi}} \right) s - \dot{s} \frac{dY}{d\ddot{\Pi}}.$$

Hhhh ij

612 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
PROBLÈME GÉNÉRAL.

1.^o L'on veut que $FLZ \times FLY$ soit un *plus grand* ou un *moindre*.

L'on aura $(\&c. + {}'''Z + {}''Z + 'Z + Z + Z' + Z'' + Z''' + \&c.) \times (\&c. + {}'''Y + {}''Y + 'Y + Y + Y' + Y'' + Y''' + \&c.) =$ un *plus grand* ou un *moindre*.

C'est-à-dire $(\&c. + {}'''Z + {}''Z + 'Z + Z + Z' + Z'' + Z''' + \&c.) \times d(\&c. + {}'''Y + {}''Y + 'Y + Y + Y' + Y'' + Y''' + \&c.) + (\&c. + {}'''Y + {}''Y + 'Y + Y + Y' + Y'' + Y''' + \&c.) \times d(\&c. + {}'''Z + {}''Z + 'Z + Z + Z' + Z'' + Z''' + \&c.) = 0$.

Si lorsque x fera $= c$ & $y = c$, ceci $(\&c. + 'Z + Z + Z' + \&c.)$ est $= A$, ceci $(\&c. + 'Y + Y + Y' + \&c.)$ est $= B$, Z est $= a$, Y est $= b$, notre équation (en supposant, par exemple, que Z & Y ne sont fonctions que de $x, y; \dot{x}, \dot{y}; \ddot{x}, \ddot{y}, \&c.$ comme dans le *problème I.^{er}*) sera

$$A \left(\frac{d''b}{d''c} - f \frac{d''b}{d''c} + ff \frac{d''b}{d''c} \right) dc + B \left(\frac{d''a}{d''c} - f \frac{d''a}{d''c} + ff \frac{d''a}{d''c} \right) de = 0.$$

Or si l'équation que nous cherchons est

$$A \left(\frac{dY}{dy} - f \frac{dY}{dy} + ff \frac{dY}{dy} \right) dy'' + B \left(\frac{dZ}{dy} - f \frac{dZ}{dy} + ff \frac{dZ}{dy} \right) dy'' = 0;$$

elle renfermera la précédente, & elle résoudra par conséquent le problème proposé.

2.^o si c'est $\frac{FLZ}{FLY}$ qui doit être un *plus grand* ou un *moindre*.

On aura $(\&c. + 'Y + Y + Y' + \&c.) \cdot d(\&c. + 'Z + Z + Z' + \&c.) - (\&c. + 'Z + Z + Z' + \&c.) \cdot d(\&c. + 'Y + Y + Y' + \&c.) = 0$.

C'est-à-dire

$$B \left(\frac{dZ}{dy} - f \frac{dZ}{dy} + ff \frac{dZ}{dy} \right) - A \left(\frac{dY}{dy} - f \frac{dY}{dy} + ff \frac{dY}{dy} \right) = 0.$$

3.^o Si w est une fonction de $x, y; \dot{x}, \dot{y}; \ddot{x}, \ddot{y},$ &c. de FLZ , de FLY , de FLX , &c. & qu'il faille que cette fonction soit un *plus grand* ou un *moindre*.

L'on commencera par la rendre une fonction de $c, e; \dot{c}, \dot{e}; \ddot{c}, \ddot{e},$ &c. de A , de B , de C , &c. ensuite l'on en prendra la différence en ne faisant varier que A, B, C , &c. qu'on fera $= 0$, l'on substituera dans cette équation pour dA, dB, dC , &c. c'est à-dire pour $d(\&c. + 'Z + Z + Z' + \&c.)$, pour $d(\&c. + 'Y + Y + Y' + \&c.)$, pour $d(\&c. + 'X + X + X' + \&c.)$ &c. leurs valeurs générales prises d'après les problèmes précédens, & le problème sera résolu.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ

*Royale des Sciences établie à Montpellier, ont
envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour
entretenir l'union intime qui doit être entre
elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux
termes des Statuts accordés par le Roi au mois
de Février 1706.*

M É M O I R E S U R L E S C O N T R E - C O U P S.

Par M. LAFOSSE.

L'EXISTENCE des contre-coups, si long-temps contestée par des auteurs, d'ailleurs pleins de mérite, n'est plus révoquée en doute de nos jours; le grand nombre d'observations qui l'appuyent & que tant d'auteurs ont rassemblées, suffiroit pour la démontrer, si nous n'avions encore le témoignage de tant d'auteurs célèbres, parmi lesquels on peut nommer Hippocrate, Celse, Paré & les plus illustres d'entre les modernes: ces maîtres de l'art ont établi cette vérité par les preuves les plus authentiques contre les partisans de la doctrine contraire, à la tête desquels on voit Paul d'Égine, Gui de Chauliac & Diemerbroëck; ceux-ci donnoient pour grande raison de l'impossibilité des contre-coups, l'interposition des sutures qui devoient empêcher la communication du mouvement entre les différens os du crâne, & ils se

récrioient fort sur la disparité qu'il y avoit entre le crâne & les différens vaisseaux de verre & autres matières dont on se servoit pour faire les expériences. Les bornes & l'objet de ce Mémoire ne me permettent point de répondre à ces différentes objections avec détail, il me suffit de citer l'observation constamment répétée & faisie par des yeux incapables de rien donner au préjugé; telles sont les observations de Tulpus, d'Amatus, de Valsalva, de M.^{rs} Garangeot, le Dran, & la plupart de celles que M. Quesnay a recueillies dans les Mémoires de l'Académie de Chirurgie.

On entend par contre-coup (*resonitus oppositio*) la lésion qui résulte du choc d'une cause mécanique quelconque contre le crâne, lésion qui se manifeste dans un endroit différent de celui où s'est fait le choc.

Le contre-coup est une expression générique, comme je le dirai ci-dessous, & il est en cela très-distinct de la commotion, qui n'est qu'une secousse du cerveau dans la cavité du crâne, d'où s'ensuit la dépravation ou l'abolition des fonctions qui en dépendent; la commotion est conséquemment une affection du cerveau lui seul, & elle est souvent l'effet du contre-coup.

Les contre-coups proprement dits, peuvent avoir lieu dans toute l'étendue du crâne, à sa partie supérieure ou à sa base, aux parties latérales, à la partie antérieure ou postérieure; ils ont lieu d'une tempe à l'autre, & ces exemples sont même les plus fréquens, du front vers l'occiput, &c.^a

En considérant l'inégale épaisseur des différentes régions du crâne, & sur-tout la ferme connexion des os qui le composent dans l'adulte; on sent que le crâne étant frappé dans un point, il est possible qu'il se casse dans un autre endroit, non-seulement par la raison de la plus forte résistance du point frappé & de la moindre des parties circonvoisines ou des parties opposées, mais encore par la raison de la direction du mouvement communiqué: on sait que les parties foibles cèdent, & que les fortes résistent (comme l'avance M. Grima)^b; mais on sait aussi que cette règle n'est pas constante dans tous les cas de contre-coups. Pourquoi,

^a Voy. Paré, Tulpus, Mémoires de l'Académie de Chirurgie.

^b Voyez Mém. couronné par l'Académie de Chirurgie.

dans ces violentes fractures où l'apophyse cunéiforme de l'os occipital, le corps de l'os sphénoïde, l'apophyse pierreuse du temporal sont fracturées, ne remarque-t-on pas des fractures aux parties les plus minces des autres os du crâne, puisqu'elles ont nécessairement dû résister beaucoup moins? C'est, sans doute, parce que dans l'instant du choc, le mouvement imprimé aux parties du crâne, s'est dirigé vers les parties fracturées.

Mille expériences communes, sans invoquer à notre secours les expériences physiques faites à dessein, nous démontrent que le mouvement imprimé à un corps dur qui résiste, ne se communique point de la même façon que celui qu'on imprime aux liquides; on voit le mouvement suivre dans la communication certaines directions de préférence à d'autres & se porter constamment, soit directement, soit par des directions combinées, vers le lieu opposé à la puissance qui frappe (a). Cette règle ou cet axiome général qui appartient aux corps parfaitement élastiques, souffre quelques modifications lorsqu'on l'applique aux corps physiques qui nous environnent, & ces modifications sont celles de la résistance du milieu & du différent degré de ténacité des parties de ces corps.

Je m'écarterois de mon objet si j'entreprendois de prouver plus au long cette restriction avec laquelle il faut entendre le principe de M. Grima; lorsque le coup portera avec violence sur un endroit qui présentera une résistance supérieure à la force de cette percussion (le plus souvent parce qu'il sera appuyé par les parties environnantes), il n'arrivera rien dans l'endroit frappé, mais toutes les parties continues en seront nécessairement ébranlées; celles dont les principes d'union seront plus foibles que la portion de secousse & d'ébranlement qu'elles ont reçu, & sur lesquelles l'effort du coup se dirigera, se sépareront comme si un coup de pareille intensité les avoit frappées immédiatement. J'ajoute à cette explication de M. Grima, ces mots, *sur lesquelles l'effort du coup se*

(a) Les effets de la percussion diffèrent entièrement de ceux de la pression continuée: cette distinction sensible par le seul exposé, donne la solution du faux principe de M. Grima.

dirigera;

Arigera; car l'observation démontre bien que toutes les parties continues étant ébranlées, ce ne sont pas toujours les plus foibles qui se fracturent, ce qui devoit pourtant arriver si le principe posé par cet auteur étoit effectivement fondé.

La direction plus ou moins oblique du corps qui heurte, donne la solution de cette difficulté; on sent bien que les parties frappées se trouvant plus ou moins rapprochées du centre du mouvement de ce corps, il y aura inégalité de distribution dans le mouvement imprimé.

Il est vrai qu'à cause des différentes variétés qu'on observe dans les os du crâne, il n'est pas possible d'établir aucune règle sûre à cet égard, ainsi il ne peut y avoir d'autre moyen exact de connoître le contre-coup que par ses effets; m'étant néanmoins proposé d'établir la théorie des contre-coups, je crois utile de tracer quelques idées qui tendent à expliquer la manière dont se communique ce mouvement imprimé, pour ne pas laisser une lacune aussi sensible dans l'exposé de cette théorie.

En considérant le crâne dans l'état adulte, on le peut concevoir divisé en différens cercles osseux & élastiques, soit verticaux, soit obliques, soit horizontaux, lesquels se coupent en différens sens. Supposons encore qu'un corps solide quelconque vienne heurter sur un point de la circonférence d'un de ces cercles, qu'arrivera-t-il? Ce point souffrira une dépression, ou pour mieux dire, en cédant au choc il se rapprochera du centre, mais il ne peut s'en rapprocher qu'en écartant les points circonvoisins qui l'assujétissent, & ainsi successivement jusqu'aux autres points de la circonférence qui sont distans d'un quart de cercle, lesquels seront au contraire écartés du centre; c'est-à-dire que le cercle cessera d'être cercle dans cet instant & deviendra ellipse; il suit donc de-là que le point de cette section circulaire diamétralement opposé à celui du coup, se rapprochera de même du centre; c'est ce qui est démontré par une infinité d'expériences que nous avons sous les yeux. En effet, tous les corps sonores qui ont une forme cylindrique ou circulaire, sont dans ce cas; telles sont les cloches, les cylindres, les cônes creux, &c. On conçoit également ces corps divisés en portions annulaires, lesquelles étant frappées dans un de leurs

points, se vibrent alternativement en changeant sensiblement de figure (b).

Il suffira de citer ici une expérience de Léibnitz, faite à dessein de prouver le changement de figure des corps solides & circulaires, conséquemment à la percussion; cet homme fameux à tant de titres, suspendoit horizontalement à un point fixe, un anneau de fer d'environ 4 pieds de diamètre, par le moyen de trois cordons qui interceptoient entre eux un arc de 120 degrés: il attachoit ensuite avec un fil une petite boule de métal, qu'il plaçoit dans la partie intérieure de l'anneau, de façon qu'elle fût en contact avec lui, il frappoit ensuite l'anneau extérieurement à la partie diamétralement opposée à celle que touchoit la boule, & cette boule étoit aussitôt renvoyée vers l'endroit de la percussion; preuve évidente que la partie opposée à celle qui avoit été frappée, avoit souffert une dépression semblable, c'est-à-dire vers le centre, ou bien que cet anneau, de circulaire qu'il étoit avant la percussion, étoit devenu elliptique dans l'instant indivisible de la percussion.

Il suit de cette notion, que si la force qui comprime l'anneau étoit plus considérable que l'adhésion de ses parties entre elles, alors l'anneau se romproit précisément dans l'endroit de sa circonférence opposé à celui du coup, par les raisons que j'exposerai ci-dessous, à moins qu'il ne se trouvât quelque partie de l'anneau plus foible que la partie opposée.

Tout ce qui a été dit sur cet anneau, est applicable au crâne lui-même, en y joignant quelques modifications qui rendent la parité plus exacte: le crâne est un composé de parties dures & qui, à raison de leur forte connexion entre elles, ne doivent être regardées que comme un même corps continu, qui varie en solidité & épaisseur dans différens endroits déterminés: outre cela, les différentes sections qu'on peut faire du crâne sont très-variées entre elles, tant par rapport à leur totalité que par rapport à leur

Figures 2,
3 & 4.

(b) Du reste, tout ce que je dis ici des propriétés d'une section circulaire du crâne, doit s'appliquer aux sections elliptiques; si ces ellipses sont frappées au point qui répond à leur

diamètre le plus court, elles deviennent encore plus elliptiques; si au contraire la percussion s'est faite sur le diamètre le plus long, elles se rapprochent de la forme circulaire.

parties. Les sections horizontales qui séparent la calotte du crâne d'avec la base, sont oviformes, les verticales & les transversales sont presque circulaires, les verticales d'avant en arrière sont oviformes comme les horizontales, & ainsi du reste à mesure qu'elles ont différens degrés d'obliquité & qu'elles passent sur tel ou tel os. On conçoit encore des sections circulaires ou cercles particuliers qui peuvent avoir un centre différent du centre commun du crâne. Il est encore à remarquer que dans certaines sections comme les horizontales, la partie de ces sections qui passe par l'os coronal & les temporaux, fait une portion de cercle ou d'ellipse plus petite & plus mince que la postérieure qui correspond à l'occipital.

Qu'un corps étranger quelconque vienne heurter sur un endroit déterminé du crâne, la tempe droite, par exemple, il se fera une dépression sur cette portion des sections circulaires ou oviformes qui y correspondent, la portion diamétralement opposée, ou la tempe gauche, sera aussi déprimée dans un sens diamétralement opposé, comme il a été dit ci-dessus, ou bien ces sections du crâne représenteront une ellipse plus allongée qu'auparavant ; donc le principal effort se fera sur les deux tempes : il ne reste à présent qu'à démontrer comment la fracture ou fente se manifeste souvent à l'endroit opposé préférablement à celui du coup.

C'est ce qu'il me paroît aisé de déduire, si l'on fait attention que l'effort du corps qui choque la tempe droite (pour me servir du même exemple) se transmet tout de suite aux parties collatérales, & ainsi successivement jusqu'à la tempe opposée où le mouvement est non-seulement aussi considérable, mais encore accompagné d'une circonstance qui ne se trouve pas au choc reçu par la tempe droite : cette différence est en effet évidente, car la tempe gauche reçoit l'impression du coup par deux routes contraires, qui se rencontrent précisément au point diamétralement opposé à celui sur lequel il a porté ; le choc y fera donc d'autant plus violent qu'il ne peut être transmis par succession à d'autres parties, comme il arrive à la tempe opposée : il doit donc s'y faire un coup sec, qui n'est diminué par aucune cause concourante.

Le principe général que j'ai admis avec M. Grima, & les

modifications que j'y ai jointes, font assez entendre qu'il ne faut pas conclure de ce que je viens de dire, que les endroits du crâne opposés à ceux qui reçoivent le coup, doivent toujours être lésés, tandis que les autres ne le seroient point : les observations les plus communes démentiroient cette conséquence qui ne suit point de la théorie que je viens d'établir ; il est évident qu'il doit y avoir proportion entre la force du corps qui frappe & la ténacité ou l'adhésion mutuelle des parties du crâne : si la force du corps qui est lancé contre le crâne est de beaucoup supérieure à cette ténacité, il se fera dès ce premier instant une dépression trop considérable des parties frappées, la force par laquelle elles adhèrent entre elles étant inférieure à celle du corps qui tend à les désunir, l'adhésion doit être rompue ; si la force du corps qui heurte est égale ou presque égale à cette ténacité, la partie du crâne frappée résistera, tandis que l'opposée cédera par les raisons ci-dessus énoncées, & c'est dans ce cas que le contre-coup produira fente ou fracture à l'os : si enfin cette force du corps qui heurte est beaucoup inférieure à cette adhérence des parties, il n'y aura ni fente ni fracture ou autre accident pareil dans aucun endroit du crâne, mais comme il se fait toujours un aplatissement ou complanation des os du crâne à la partie frappée & à celle qui est diamétralement opposée, il pourra y avoir une contusion ou rupture des vaisseaux, ou même un dérangement dans la substance diploïque, à l'endroit opposé à celui du coup, ou en d'autres endroits où cette substance aura moins résisté (c)*.

* Voy. *Tulpius*
Observ. liv. 1,
chap. 2.

(c) Que le coup porte sur le diamètre le plus long de l'ellipse, cet aplatissement se fera de même, c'est ce qui est démontré par l'observation que rapporte Ambroïse Paré, au sujet de Henri II, Roi de France, qui ayant reçu un coup de lance au-dessus de l'œil droit, mourut le onzième jour de sa blessure ; on trouva des morceaux de bois dans la substance de l'œil, sans qu'il y eût fracture des os, mais ayant ouvert le crâne, on trouva au côté opposé, c'est-à-dire vers l'occipital, beaucoup de sang répandu entre la

dure & la pie-mère, on vit même une partie du cerveau d'environ un pouce d'étendue, qui étoit devenue jaunâtre & qui avoit acquis un commencement de putréfaction.

Une femme en tombant à la renverse sur l'os occipital, eut un contre-coup si violent que l'œil fut entièrement déplacé, elle mourut le jour de sa chute. Ces observations si péremptoires pour prouver ce que je viens de dire, prouvent encore que l'épaisseur des os ne les met point à l'abri d'une pareille modification.

J'ai dit que le contre-coup pouvoit être suivi d'épanchement au côté opposé, ou même d'une forte contusion au cerveau, qui peut dégénérer en abcès, en gangrène, &c. L'explication de ces accidens connus de tout le monde, découle encore de la théorie que j'ai établie; en effet, on sent qu'un coup violent porté sur une partie déterminée du crâne, déprime cette partie, & par conséquent le cerveau qui lui répond; ce viscère est donc mû fortement vers la partie opposée du crâne, mais cette même partie opposée, se meut dans un sens directement contraire à celui du cerveau (ainsi qu'il a été prouvé ci-dessus); il doit donc se faire un nouveau choc entre le cerveau & cette partie, dont les mouvemens sont diamétralement opposés; il y aura donc contusion ou ébranlement du cerveau, puisqu'il est moins capable de résistance que le crâne. Il paroît au premier abord que le cerveau qui remplit la cavité du crâne, ne peut point être ainsi balotté d'un côté du crâne au côté opposé: mais indépendamment des observations qui ôtent tout lieu de doute sur cette matière, l'Anatomie & l'analogie indiquent un espace entre le cerveau & la dure-mère, on le voit sensiblement dans le canal médullaire des vertèbres; & le mouvement particulier dont jouit le cerveau dans tous les animaux qui respirent, fait le complément de la démonstration: il me paroît inutile de s'appuyer sur des autorités dans une chose démontrable.

Qu'un corps solide quelconque soit lancé avec force contre la tête, ou que la tête heurte contre un pareil corps solide qui lui résiste, les effets seront toujours les mêmes; c'est-à-dire qu'il s'en suivra une lésion de la tête plus ou moins considérable: je ne m'arrête qu'au seul contre-coup qui peut être l'effet de l'un & de l'autre cas.

Le contre-coup, comme je l'ai dit ci-dessus, est différent de la commotion dont il est la cause la plus ordinaire; d'où il arrive que se trouvant le plus souvent réunis, il en résulte une complication de symptômes capable de dérouter l'observateur le plus exact & le plus attentif; M. Petit croit que la perte de connoissance & l'assoupissement, ne sont que l'effet de la commotion du cerveau quand ils surviennent à l'instant même du coup, & que

lorsqu'ils arrivent ensuite, ils sont au contraire causés par un épanchement qui s'est fait sous le crâne depuis le coup; d'où il divise les symptômes des coups à la tête en primitifs ou qui attaquent subitement le blessé dans l'instant du coup, & en symptômes consécutifs ou qui surviennent quelque temps après.

Il faut remarquer là-dessus que la perte de connoissance causée par commotion, peut être suivie d'une autre qui dépende d'un épanchement & qu'il arrive quelquefois qu'il n'y a aucun intervalle qui les sépare; d'où l'on doit conclure que ces épanchemens sont encore à craindre lorsque ces symptômes saisissent promptement le malade, & qu'il ne faut jamais précipiter une décision sur des signes qui ne sont pas plus positifs.

*Voyez Ledran,
Oùl. de Chir.*

La plupart des conjectures proposées par les auteurs, comme des indices très-positifs, se réduisent à peu de chose lorsqu'on les soumet à un examen rigoureux; les observations prouvent que le détachement du péricrâne n'indique pas plus les lésions du crâne, que son adhérence n'en indique l'intégrité; la direction, la masse & la rapidité du corps qui choque, n'offrent rien de plus satisfaisant, considérés seuls, puisqu'un coup de poing ou un soufflet (*d*), causent des épanchemens mortels, tandis que des corps très-pesans tombent avec force sur la tête, sans qu'il arrive d'accident fâcheux.

Il est certain que, soit que la tête soit lésée du côté droit ou du côté gauche, devant ou derrière, soit qu'il y ait fracture simple ou compliquée, épanchement ou simple commotion, ou même affaïssement du cerveau, les symptômes qui s'ensuivent ne diffèrent pour la plupart entre eux que par leur prompte ou tardive apparition, ou par leur intensité, qui est toujours relative à la violence du coup & à la disposition du sujet; on voit dans ces différens cas des vertiges, des convulsions, la paralysie, l'assoupissement, le délire, la dépravation des sens ou leur abolition, la perte de la voix, le vomissement bilieux, les hémorragies par le nez, la bouche, les oreilles, &c. quelquefois on ne voit que quelques-uns

(*d*) Voyez l'observation d'Hippocrate dans ses Épidémies, & celle de M. Garengeot.

de ces symptômes, d'autres fois plusieurs ensemble; il est néanmoins avéré qu'on n'en peut assigner presque aucun qui ne puisse appartenir ou être la suite des différentes lésions de la tête, pourvu qu'il y ait proportion entre la violence du coup & la disposition du sujet, avec le degré de lésion qu'exige tel ou tel symptôme.

Il est inutile d'avertir qu'il faut commencer, lorsque la chose est praticable, par s'assurer de la situation du malade lorsqu'il a reçu le coup, de la grosseur, de la figure & de la dureté du corps lancé, de sa vitesse & de sa direction; ces circonstances quoique étrangères en apparence, peuvent concourir à augmenter ou à diminuer l'effet du choc. Si dans tous les coups à la tête il n'y a pas de contre-coup, c'est le plus souvent aux vêtemens, aux tégumens, aux cheveux qu'on en a l'obligation; ces corps mous cèdent à l'action, & alors le crâne n'est plus censé former un sphéroïde élastique; mais si le coup est violent, l'amortissement des tégumens ou autres corps, sera peu considérable, & il restera assez de mouvement ou de force au corps lancé pour faire une forte impression sur le crâne lui-même.

L'examen de la direction du corps qui frappe, peut être d'une grande utilité dans le diagnostic des contre-coups, pour en indiquer le siège ^a.

Le son de pot cassé, remarqué par le Chirurgien en frappant sur l'os mis à nu, ou par le malade dans l'instant du coup, peut être un signe qui indique le contre-coup avec fracture, si ce n'est aux deux tables, du moins à l'interne, & l'on peut y avoir recours, lorsqu'après avoir mis à nu l'os à l'endroit du coup, on n'aperçoit point de fracture : M. de la Mothe se détermina dans un cas semblable à faire l'opération du trépan, & il trouva effectivement une fracture à la table interne du crâne, & un épanchement considérable sur la dure-mère ^b.

^a *Obs. de M. Fiste, Mém. de l'Acad. de Chir.*

^b *Obs. de Chir. tome II.*

Les tumeurs qui se forment sur le trajet des contrefractures, sont quelquefois très-promptes à se former, & cette circonstance est très-heureuse pour les malades, puisqu'alors le Chirurgien a un signe des plus positifs, qui lui annonce l'existence du contre-coup.

& le genre de lésion qui en résulte; mais ces tumeurs sont en général trop tardives. Quelques auteurs ont proposé différens cataplasmes, soit à dessein de favoriser la formation de quelques points d'œdématie ou d'empâtement, soit à dessein de reconnoître sur ces cataplasmes desséchés, l'empreinte de la contrefissure: l'observation rapportée par M. Louis, dans son discours prononcé à l'Académie de Chirurgie, (*observation tirée de Borel*) fait voir que cette manœuvre peut quelquefois suppléer aux autres moyens que l'on n'a pas; il convient cependant d'ajouter qu'un Chirurgien exercé & attentif, n'a pas besoin d'une tumeur qui frappe des yeux vulgaires par une élévation sensible; il discerne souvent par le tact, le vice de l'os à travers les tégumens sains & entiers; c'est en vain que je tâcherois d'exprimer cette sensation qu'il éprouve, par l'interruption de l'uniformité de la partie qu'il tâte, par une plus grande mobilité des tégumens en cet endroit, je ne rendrais jamais une chose qu'on sent, mais qu'il est impossible de bien peindre. Borel propose un cataplasme de farine de fèves, qu'on applique après avoir fait raser la tête; Paré & quelques autres proposent un emplâtre composé d'encens, de labdanum, de térébenthine, de farine de fèves, de cire & de vinaigre: ceux-ci prétendent que la plus grande sécheresse de l'emplâtre, découvrira le lieu de la fracture, & Borel prétend au contraire, que son cataplasme est plus humide à l'endroit de la division de l'os; cette diversité; comme l'observe M. Louis, devient absolument indifférente, si le tact d'un homme exercé peut suppléer à ces moyens & même l'emporter sur eux en certitude.

Il est utile de faire attention que dans des cas où il y a tumeur aux tégumens, & qu'on tâte avec les doigts les bords de la tumeur, en pressant un peu sur la partie saine, le crâne paroît souvent enfoncé dans ces endroits, quoiqu'il n'ait effectivement souffert aucune dépression; cette remarque que ma propre expérience m'a quelquefois rappelée, n'a rien d'intéressant pour ceux dont le tact est exercé, & devient utile pour quelques autres. Ruysch rapporte dans sa soixantième observation que le défaut de cette connoissance en avoit imposé à un homme peu expert, dans un coup à la tête,

Les expériences de M. Du Petit & une foule d'observations éparſes dans les auteurs, établiffent la vérité de cette propoſition, ſavoir que *lorsqu'il ſurvient des paralyſies après des coups à la tête, ſi cette paralyſie attaque le côté droit du corps, la cauſe en réſide dans le côté gauche de la tête, & réciproquement.* Dulaurens avoit déjà cité dans ſon Anatomie une propoſition de Salicet, ſemblable à celle que je viens d'énoncer : Hippocrate avoit avancé dans le 7.^e livre de ſes Épidémies, que *ceux qui étoient bleſſés à la tête devenoient paralytiques du côté gauche ſi la bleſſure étoit du côté droit, & qu'ils le devenoient du côté droit ſi elle étoit du côté gauche.* Le titre ſeul que Baillou a mis à ſon Traité des convulſions, prouve combien cette réflexion l'avoit frappé; enfin ſans multiplier les autorités qui, dans des temps plus voiſins deviennent plus nombreuses & plus déciſives, je crois pouvoir aſſurer qu'il n'eſt preſque point d'observations de coup à la tête, ſuivi de paralyſie, où ce ſymptôme ne ſe ſoit maniſté au côté du corps oppoſé à celui du coup; & ſi l'on a des observations où la paralyſie ſoit ſurvenue du même côté que le coup, je crois avec M. Morgagni qu'elles ne ſervent qu'à démontrer le peu d'attention des auteurs qui les ont recueillies ou des Obſervateurs qui les ont faites; en effet, ces Obſervateurs trouvant au côté du coup, des fractures & des épanchemens dans le crâne, & ſe perſuadant que ces lésions ſuffiſoient pour expliquer tous les ſymptômes qui s'étoient préſentés après le coup & durant le traitement, ſe ſont diſpenſés le plus ſouvent de faire des recherches ultérieures & d'ouvrir le côté oppoſé du crâne, dans lequel ils auroient infailliblement trouvé une cauſe bien plus ſatisfaiſante & plus conforme à la bonne obſervation. Eſt-on en droit de dire, lorsqu'après un coup à la tête, du côté droit, la paralyſie eſt ſurvenue du même côté du corps, que c'eſt la lésion du côté droit du cerveau qui en eſt la cauſe? & ne pourroit-on pas penſer avec plus de fondement que dans ces cas il y a toujours contre-coup, & qu'en léſant le côté gauche du cerveau il eſt ſeul la cauſe de cette variété qui n'eſt qu'apparente.

Ce point une fois admis, il en reſte un autre à décider; la plupart des observations de Vallaſſa que M. Morgagni a

recueillies, celles que nous ont transmises Hildan, Diemerbroëck; Dodonée & autres, prouvent qu'à la suite des coups à la tête, il survient quelquefois la paralysie d'un seul côté, tandis que l'autre reste sain, quelquefois encore la paralysie d'un côté & les mouvemens convulsifs de l'autre^a. Il paroît alors intéressant de savoir si c'est la paralysie ou les convulsions qui surviennent au côté du corps opposé à celui du coup.

La plupart des auteurs qui ont traité cette question, ont non-seulement confondu indistinctement la paralysie & les convulsions, mais quelques-uns même ont soutenu que les convulsions avoient lieu du côté opposé, ainsi que Baillou le fait entendre par le titre qu'il donne à son Traité sur les convulsions: *Cur sauciatis dexterâ capitis parte, convulsio sanæ partis contingat*. Si l'on prend soin néanmoins de confronter les observations, on verra qu'elles s'accordent toutes à prouver que la paralysie ou résolution des parties a eu lieu du côté opposé, & que les convulsions survenoient du même côté du corps que celui du coup à la tête^b; il me semble d'ailleurs que la parfaite paralysie d'un membre, exige dans les nerfs une lésion plus considérable que les simples mouvemens convulsifs.

Ce seroit sans doute une entreprise bien hardie, d'essayer d'expliquer les différens symptômes qui surviennent en conséquence des coups portés sur toutes les parties de la tête: l'art n'a pu encore découvrir aucune liaison entre les causes & les effets de ce genre, faute d'avoir pu saisir les nuances particulières qui font varier les causes de ces lésions; les uns deviennent paralytiques de différentes parties, d'autres sont sujets à des accidens épileptiques, quelques-uns perdent la raison, d'autres la mémoire; en un mot, il semble que la Nature se joue dans ces occasions, & l'on peut à peine en confrontant les observations, en trouver de parfaitement semblables qui puissent fournir des règles pour l'avenir. Les travaux des plus illustres Anatomistes, tels que M.^{rs} Petit, Winslow, Morgagni, Santorini, ont démontré que les nerfs se croisent à leur origine, de façon que ceux qui présidoient aux mouvemens du corps du côté gauche, prenoient leur origine du côté droit de la tête;

^a Voy. Morgagni, de caus. & sed. morb.

^b Voy. Obs. de Morgagni, loco cit. Hoffmann.

& réciproquement (e). Cette observation anatomique paroît donner l'explication des paralyties du côté du corps opposé à celui du coup, quoiqu'elle n'ajoute rien pour le présent à la certitude ni à l'importance du phénomène.

L'écartement des sutures à la suite d'un coup, ne peut se faire en considérant la cause, sans une commotion du cerveau, & si l'on a égard à l'effet, il est clair qu'il ne peut avoir lieu sans une violente lésion des fibres de la dure-mère, qu'on fait être très-adhérente dans tout le trajet des sutures. Cet écartement peut encore donner occasion à des accidens particuliers, lorsqu'il s'étend au loin, ou qu'il a lieu dans des sutures qui donnent attache aux différentes productions de la dure-mère, telle que la faux ou la tente du cervelet; on fait que la dure-mère enveloppe le cerveau & toutes ses dépendances, & que par le moyen de ses différens prolongemens, elle en soutient les parties qu'elle sépare, & dont elle prévient les affaïssemens.

Cette membrane mérite encore des attentions particulières à cause des effets qui peuvent suivre ses lésions: on connoît beaucoup d'observations de plaies portées sur les bords des orbites, dans l'intérieur des oreilles, par où la dure-mère s'échappe après avoir tapissé le crâne, & l'on y voit les symptômes atroces qui ont suivi ces blessures; il est vrai qu'il y a dans ces endroits une grande quantité de nerfs, mais il ne paroît pas, en comparant ces observations aux expériences que l'on fait à dessein, que ce soit aux seuls nerfs que sont dûs ces funestes accidens; les observations les plus claires & les plus ordinaires font voir que la dure-mère s'enflamme, s'absçède, se gangrène conséquemment à l'irritation produite, soit par des esquilles des os du crâne lorsqu'ils sont fracturés, soit par de violentes secousses ou de fortes contusions, ou même des épanchemens de matières âcres, purulentes,

*Voy. Expér.
& Observ. de
M. Du Petit.
Recueil d'Observ.*

(e) J'ai vu plusieurs fois ce croisement des nerfs d'une manière très-sensible, en emportant par couches toute la substance du cerveau, & ne conservant que la protubérance annulaire & une portion des quatre péduncules qui la forment; alors je déchirais avec les doigts cette partie médullaire par le

milieu, à peu près dans le même sens qu'on ouvre une grenade; & à mesure que je tiraillis par secousses, je voyois les filets nerveux un peu tendus, passer les uns au-dessus des autres pour se porter vers le côté opposé à celui d'où ils partoient.

corrosives. L'idée la plus simple qu'on se forme de l'inflammation annonce avec elle une tension contre nature dans la partie enflammée, une pulsation ou un battement local & douloureux; si à cette considération on ajoute l'analogie du tissu de la dure-mère avec celui de la partie tendineuse du diaphragme, il sera difficile de ne pas convenir avec M. Morgagni, contre l'affertion de M. Louis, que cette membrane est susceptible de convulsion dans l'état de maladie, ou si l'on veut, d'une augmentation de ton.

Le terme de convulsion n'offre qu'une expression générique dont les différentes espèces peuvent varier; on sait que le ris sardonien, que la rétraction d'une paupière ou d'une narine, sont bien différens du mouvement convulsif des bras ou des jambes: les uns & les autres sont cependant susceptibles de convulsion; on trouve quelquefois le méésentère froncé, même déchiré dans certaines femmes hystériques, d'autres fois la plèvre dans le même état par de violentes pleurésies; j'en ai vu plusieurs exemples en ouvrant des cadavres.

Revenons au détail des symptômes qui constituent le diagnostic des contre-coups & des effets qui en résultent.

On remarque sur certains malades un penchant automatique ou machinal, à porter la main vers la partie lésée; il est fâcheux que ce signe si univoque n'existe pas dans tous les cas, & sur-tout ceux où il n'y a point de lésion extérieure; il pourroit être regardé comme un signe démonstratif, mais malheureusement il faut pour qu'il existe, que le malade n'ait ses fonctions animales lésées qu'à un certain degré; si l'assoupissement est violent, s'il y a apoplexie, si le malade a de violens mouvemens convulsifs, il est impossible d'avoir recours à ce signe; lorsqu'au contraire il a lieu, il suffira au Chirurgien de remarquer si le malade porte la main à une partie différente du coup, & pour lors il soupçonnera avec raison qu'il y a eu contre-coup & qu'il s'en est ensuivi une lésion vers l'endroit désigné: il faut cependant bien distinguer ce mouvement involontaire d'avec tout autre mouvement ou volontaire ou fortuit; un observateur intelligent saura bien-tôt les distinguer l'un de l'autre en s'assurant en premier lieu de l'état du malade & en lui laissant réitérer ce mouvement plusieurs fois s'il le juge à propos.

Des observations sans nombre, témoignent qu'il existe une sympathie, peut-être inexplicable, entre différentes parties du corps humain : on peut encore tirer de là quelques inductions, foibles à la vérité, mais qu'on peut rendre importantes en les multipliant. Si, par exemple, le coup est porté au côté gauche, & qu'il y ait eu contre-coup, il aura pu s'ensuivre fracture de l'os au côté opposé, ou même épanchement de sang par la rupture des vaisseaux ; si ce dernier cas est arrivé, on pourra le soupçonner en examinant scrupuleusement les deux côtés du visage : si l'un des deux yeux est rouge, enflammé, on peut en conclure qu'il y a fracture vers cette partie, ou épanchement de matières qui irritent ; s'il est morne, paralysé même, on peut en déduire qu'il y a compression ou stagnation des fluides qui y circulent.

On tire des inductions de l'écoulement du sang par les oreilles, & cet écoulement indique pour l'ordinaire une lésion dans la cavité du crâne, du même côté que l'oreille par où se fait l'écoulement. Les nouveaux trous découverts par Valsalva, qui vont de l'intérieur du crâne dans la cavité du tambour, rendent raison des écoulemens sanguins purulens ou sereux, qui se font par les oreilles, le nez & la bouche ; puisqu'en effet si l'on suppose que ces liquides parviennent, par le moyen de ces trous, dans la cavité du tambour, ils peuvent de-là être portés par la trompe d'Eustache, vers les arrières-narines, où ils s'écouleront ou par le nez ou par la bouche ; ces différens flux pourront avoir lieu dans ces fractures terribles qui s'étendent vers la base du crâne & passent sur les os pierreux.

Ne pourroit-on pas s'aider par des conjectures tirées de l'observation de M. Du Petit & de celle de M. de la Peyronie, qui remarquèrent une vivacité de sentiment tout-à-fait singulière dans une plaie du cervelet ? . . . On peut par des pas successifs parvenir à reconnoître le siège des lésions qui suivent le contre-coup, car il est clair qu'il ne suffit point d'établir son existence, il faut encore, autant qu'il est possible, en déterminer le siège. Deux observations de Tulpius me fournissent une réflexion à peu près pareille ; cet auteur remarqua que les fractures de l'os occipital, étoient suivies de perte de mémoire, les Anciens eux-mêmes, pour

cette raison, appeloient l'os occipital, *os de mémoire*, fondés sur les observations qui leur avoient démontré que c'étoit un des signes des lésions de cet os : M. Morgagni rapporte encore une observation d'un jeune homme qui avoit reçu deux blessures à la tête, l'une au front & l'autre à l'occiput, & sur lequel on ne put jamais exciter le vomissement : seroit-il probable que dans ce jeune homme les nerfs qui portent la sensibilité à l'estomac, eussent été interrompus dans leurs fonctions ? . . . Je ne prétends point rappeler l'idée de Willis, qui vouloit que les nerfs qui président aux mouvemens vitaux, vinssent du cervelet, & que ceux qui exécutent les mouvemens volontaires, vinssent du cerveau (idée d'ailleurs démentie par l'Anatomie), mais ce point prête infiniment à la sagacité des Observateurs ; plusieurs phénomènes de l'économie animale, nous indiquent que tous les nerfs n'ont pas les mêmes propriétés, qu'il y en a de choisis pour telle ou telle fonction, & qu'ils ne se suppléent point les uns par les autres ; on auroit beau déterminer un rayon de lumière sur le nerf acoustique, on n'éprouveroit point la sensation de la vue, ainsi que le son qui frapperoit le nerf optique ne nous seroit point entendre.

Il est possible, en mettant à profit les observations éparfes & pesant les circonstances qui les accompagnent, d'en tirer des conséquences lumineuses qui, réunies ensemble, peuvent mériter l'autorité de précepte ; mais si nous n'avons pas encore assez observé à cet égard pour avancer le diagnostic des contre-coups, il est utile d'offrir un but aux Observateurs. Plusieurs circonstances utiles s'omettent assez souvent faute d'être annoncées comme telles, & l'on voit tous les jours qu'en se proposant un but dans des recherches, les moyens de l'atteindre se présentent en foule aux gens instruits.

On sait qu'il se fait très-rarement des fractures au crâne ; conséquemment à un contre-coup dans les jeunes sujets, leurs sutures, qui ne sont pas bien formées, n'affermissent pas assez ces os entre eux pour les faire considérer comme une seule & même pièce ; ils ne peuvent donc pas être regardés comme des cercles élastiques, ils ne seront donc pas susceptibles des mêmes

modifications, mais il peut s'ensuivre des contusions du cerveau, d'autant plus fâcheuses que la substance en est plus délicate ; il peut se faire des épanchemens ou subitement, ou à la longue, des abcès, des déchiremens des membranes, des commotions, &c. Il faudra donc s'attendre à ne pas trouver des fractures aussi fréquentes sur ces sujets, & il ne faut pas, lorsqu'on sera convaincu qu'il n'en existe point, que cette considération empêche de faire des recherches ultérieures ; on sait combien plus facilement il aura pu se faire quelque enfoncement du crâne, quelque contusion du cerveau ou déchirement de quelques vaisseaux.

Il paroît même par les observations, que les vieillards sont très-sujets aux contre-coups, soit à cause de la dureté de leurs os, qui résistent beaucoup & ne peuvent céder qu'en se fracturant, soit parce que leurs sutures, qui sont très-souvent ossifiées, facilitent beaucoup plus la transmission du mouvement d'une partie de la tête à la partie opposée.

Qu'on me permette de rappeler ici l'idée que j'ai proposée sur le mécanisme du contre-coup, pour en déduire une vue qui porte sur le diagnostic de cette maladie ; il me paroît, conséquemment à cette idée, que les fractures ou fentes des os qui se font à la partie opposée à celle du coup, doivent se faire plus souvent & préférablement à la table interne, & qu'au contraire la table externe doit se fracturer ou se fendre de préférence à l'interne dans les endroits intermédiaires, c'est-à-dire aux points des sections circulaires ou elliptiques, distans d'un quart-de-cercle ou d'ellipse du point contre lequel s'est fait le choc ; on sent la raison de ceci en ce que la distension des lames osseuses de ces tables, s'exécute en sens opposés dans ces différentes parties ; je vais éclaircir cet article.

En concevant toujours le crâne divisé en sections circulaires ou elliptiques, la partie du cercle ou anneau osseux, diamétralement opposée à celle du coup, se rapproche du centre ; donc les deux tables s'applatiront en cet endroit, ou bien leurs parties disposées en forme de voute, tendront à former un plan ; il y aura donc distension de ces parties, & cette distension sera d'autant plus grande qu'elles s'écarteront davantage de leur forme

primitive; au contraire les deux points intermédiaires, ou qui sont éloignés d'un quart-de-cercle ou d'ellipse du point qui a été frappé, ces points, dis-je, sont éloignés du centre, comme il a été dit ci-dessus, ou bien ils terminent l'axe le plus long de l'ellipse instantanée qui se forme dans l'instant du coup; ces parties tendront donc à s'arrondir davantage, la distension se fera donc dans un sens opposé à celui du cas précédent, elle sera donc d'autant plus grande que ces parties s'écarteront davantage de leur forme primitive.

Ceci peut être prouvé par une expérience familière; qu'on fléchisse un arc, en rapprochant avec force ses extrémités l'une de l'autre, jusqu'à ce qu'il commence à se rompre; on voit la fracture commencer par la partie de l'axe qui fait la convexité, & se continuer successivement jusqu'à celle qui en fait la concavité, si au contraire on s'efforce d'étendre cet arc pour le dresser en ligne droite, on le voit commencer à se rompre par sa partie concave, & de-là successivement jusqu'à la partie convexe.

J'avoue que ce que je viens de dire n'a pour le présent d'autre fondement que la théorie que j'ai établie; si l'un est vrai, l'autre doit nécessairement s'ensuivre, & c'est à l'observation la plus scrupuleuse & la plus multipliée, à faire le complément de la démonstration: j'oserois même avancer que la plupart des observations de fractures au crâne, qui me sont connues, prouvent que les fractures de la table interne, se font constamment faites ou à l'endroit du coup, ou à la partie diamétralement opposée; peut-être d'autres observations prouveront-elles davantage, mais il m'est impossible d'anticiper sur les temps.

Les désordres produits par les coups à la tête, ne se bornent point à la cavité du crâne, on les voit souvent s'étendre bien au-delà & affecter tous les viscères de la poitrine ou du bas-ventre; il est très-ordinaire de voir des épanchemens dans l'intérieur du crâne, produire dans la suite du temps différentes affections des viscères situés dans les cavités inférieures, ou même différentes maladies des extrémités*: ces observations prouvent la possibilité du flux d'une humeur viciée, d'une partie vers une autre: ce transport de matières si connu sous le nom de *métastase*, peut

* Voy. Bohnus,
de remota. vuln.

peut fournir des indices très-intéressans pour des yeux exercés aux phénomènes de l'économie animale, sur-tout si la partie primitivement affectée se trouvoit hors de la portée de l'Observateur, telle est la cavité du crâne, & qu'au contraire celle qui l'est en second lieu ne se dérobat pas aux recherches facilitées par les moyens connus.

Mais on peut dire que dans ces cas, on voit toujours se montrer en premier lieu les symptômes qui annoncent les lésions de la tête, d'où l'on doit nécessairement conclure que l'autre maladie n'a été que secondaire? Cette conséquence n'a rien de contraire à l'utilité de ma remarque; d'ailleurs il est très-ordinaire de voir le vomissement bilieux, la difficulté de respirer, la suppression des urines, le dévoiement suivre immédiatement les coups à la tête, sans observer néanmoins aucun des autres symptômes qui dépendent immédiatement des maladies de la tête, & qui sont essentiellement liés au dérangement de son organisation.

Voy. *Bohnus*,
Smet. miscell.
lib. 10, page
561.

Les pustules qui s'élèvent sur la langue avec stupeur de cet organe, ou même perte de la voix, annoncent bien souvent la gangrène ou le sphacèle du cerveau.

L'examen des viscères du bas-ventre à la suite des chutes ou des fractures à la tête, a quelque chose d'intéressant, sur-tout s'il s'est écoulé quelques jours depuis l'accident; les intestins, la rate, le foie, &c. se ressentent assez souvent des lésions du cerveau; la compression de ce dernier viscère entraîne un état d'inaction dans la plupart des viscères des fonctions naturelles, lors même que cette compression est légère*.

* *Morgagni*,
de caus. & sed.
pachioni,
Deraux.

Quelques auteurs ont écrit que dans toutes les plaies de la tête, le foie se trouvoit constamment affecté par sympathie, & qu'on y remarquoit le plus souvent des inflammations & des suppurations qui avoient leur siège dans ce viscère, préférablement à tous les autres: plusieurs observations ont paru favoriser cette opinion, mais M. Molinelli, dans les Commentaires de l'Institut de Bologne, & M. Morgagni dans son Ouvrage de *Caus. & sed. morb. per Anat. indag.* ont assuré que ces auteurs avoient été beaucoup plus empressés à expliquer qu'à observer; les faits qu'ils rapportent l'un & l'autre, annoncent des lésions à la plupart des

autres viscères & démontrent presque toujours l'intégrité du foie; je n'ose rien décider sur cela, faute d'avoir assez observé par moi-même; il me suffit de dire que le témoignage de M.^{rs} Molinelli & Morgagni me paroît revêtu de tout ce qui peut le rendre authentique, puisqu'ils ont eu cet examen pour objet dans leurs observations, & qu'ils étoient incapables de s'en laisser imposer par des apparences.

Je suis autorisé par l'objet de ce Mémoire à essayer de développer les causes des symptômes qui ont rapport à mon sujet; cette discussion exigeant de moi un détail scrupuleux dans l'examen, peut fixer mon attention sur des circonstances omises ou négligées par les autres.

Sans rappeler ici tout ce qu'Hippocrate nous a laissé d'intéressant au sujet des fluxions & du transport des matières d'une partie vers une autre, je me borne à ce que l'histoire du tissu cellulaire nous offre d'utile; la marche rapide des érysipèles d'une partie à l'autre, marche qu'on suit pour ainsi-dire avec les yeux, la rentrée prompte des *efflorescences cutanées*, des éruptions ou *exanthèmes*, la suppression des différens écoulemens, n'ont rien de satisfaisant lorsqu'elles sont expliquées par les voies de la circulation ordinaire; on aperçoit un vide considérable entre la nature du fait & l'explication qu'en donne l'Art, quoiqu'étayé en cela de tout ce que la Physique moderne a de plus apparent: ce vide semble disparaître lorsqu'on admet le tissu cellulaire comme l'organe qui facilite ce flux & ce reflux; la vapeur abondante qui a coutume de s'évacuer par la partie chevelue de la tête, par les narines & la bouche, retenue en divers recoins par les causes extérieures, forme des dépôts sereux qui roulent d'un lieu dans un autre, qui font quelquefois le tour de la tête pour aller aboutir aux yeux, au nez, au tissu cellulaire du cou: cette matière dont la marche a été si bien décrite par M. de Bordeu dans ses excellentes recherches sur l'organe cellulaire, engorge les glandes, pénètre l'intérieur des parties charnues & ne trouve d'autre obstacle dans le corps que les parties osseuses dont elle altère quelquefois le tissu avec le temps.

Je connois les objections faites contre la doctrine des Anciens

sur les catharres par *Van-helmont* & *Schneider*, mais je fais aussi qu'en écartant tout ce qu'il peut y avoir de précaire dans leur opinion, elle se trouve appuyée par le témoignage des plus grands hommes d'entre les modernes; la connoissance de l'économie animale & l'observation anatomique en établissent la possibilité, peut-être même l'absolue nécessité. *Kaw-Boerhaave* a démontré l'énorme quantité des liqueurs qui s'évaporent par les ventricules du cerveau & la surface des membranes qui l'enveloppent, *Diemerbroëck* vouloit que quelques-uns des trous de l'os cribléux donnassent passage aux matières du cerveau pour tomber dans les narines (*f*). *Valsalva* a trouvé, dans la base de l'apophyse pierreuse de l'os des tempes, des trous qui conduisent de l'intérieur du crâne dans l'oreille, de-là à la gorge par la trompe d'Eustache. *Dominique Cotunni*, Anatomiste Italien, vient de démontrer l'existence d'un liquide qui remplit les cavités de l'oreille interne, & qui est repompé par deux aqueducs dont il a donné la plus exacte description; enfin les os de la base du crâne sont mous, spongieux, la dure-mère communique dans plusieurs endroits de la face avec le tissu cellulaire extérieur, & ce tissu cellulaire accompagnant les nerfs, les vaisseaux & les fibres charnues, jusque dans les plus petits recoins du corps humain, forme une chaîne non interrompue de cavités & de cellules qui vont de l'extérieur à l'intérieur du corps & établissent cette communication & cette réaction des différentes parties les unes sur les autres.

L'observation me paroît mettre le dernier sceau à cette idée que je viens de proposer: *Pierre Marchettis* assure qu'après des coups à la tête, s'il survient une douleur au cou, & notamment à la partie antérieure & un peu latérale, c'est un signe infailible que la matière purulente ou viciée de toute autre manière, descend vers les parties inférieures; ce symptôme dont l'existence est

(*f*) J'ai vu sur deux crânes différens, un trou considérable qui, perçant directement le milieu du corps de l'os sphénoïde dans le centre de la fosse pituitaire, établissoit une communication immédiate entre la cavité du crâne. & celle des arrières-narines:

j'ai fait voir l'un de ces crânes à la Société royale: ce trou me parut plus propre à servir d'égoût qu'à tout autre usage, car je n'aperçus point de nerf ou de vaisseau sanguin sensible dans tout son trajet.

prouvée par le fait, fournit une réflexion bien utile dans le traitement des coups à la tête ou des contre-coups : en effet, si la disette des symptômes univoques & démonstratifs, laisse un Observateur irrésolu dans le commencement du traitement d'un contre-coup, si l'épanchement ne s'annonce par aucun signe qui décide le Chirurgien à user des moyens connus, on n'emploie pour l'ordinaire que des remèdes généraux, & l'on attend l'effort de la Nature en silence, ou même, ce qu'il y a de plus triste, on annonce une mort prochaine qu'une inévitable nécessité fait attendre dans l'inaction ; mais si dans ces extrémités, ou même à la veille d'employer les opérations majeures dans les cas qu'on dit désespérés, cette douleur du cou survient, on est alors assuré de l'existence de l'épanchement, ou tout au moins de l'affection des parties intérieures : l'amélioration ou la détérioration des autres symptômes donne lieu de faire un pronostic certain, & l'on peut dès-lors annoncer la réussite ou le mauvais succès d'une opération qu'on se préparoit à mettre en œuvre ; un exemple va rendre cette réflexion-sensible :

*Comment. in
Eph.*

M. Van-Swieten rapporte qu'un Prince étant tombé d'un peu haut, heurta si rudement contre des degrés, qu'il resta presque tout un jour privé du sentiment, du mouvement & de la parole : il revint un peu à lui après une saignée, mais il éprouva bientôt une cruelle douleur de tête qui le tourmentoît jour & nuit, & le tenoit dans une insomnie continuelle. Cet illustre malade ayant été examiné par des personnes expérimentées, il fut décidé d'un avis unanime, qu'il falloit employer le trépan ; l'opération alloit se commencer, lorsqu'il se fit un écoulement séreux par l'oreille gauche, & cet écoulement persista au point de donner issue à huit livres de matière. Nous voyons dans cette observation que l'intervalle qui s'écoula entre la chute du malade & l'écoulement de ce liquide, suffit à la Nature pour se ménager cette évacuation, & les circonstances qui retardèrent la consultation & l'opération elle-même, sauvèrent à ce Prince le désagrément d'en subir une qui eût été du moins inutile, pour ne pas dire plus. Cette observation nous fournit encore un exemple bien frappant de ces salutaires efforts de la Nature,

dont les ressources sont infinies, & qu'il seroit très-dangereux de déranger.

Il est clair qu'il n'y eut que l'écoulement lui-même, qui tourna de ce côté l'attention des personnes consultées; que si par hasard cet écoulement se fut un peu retardé, & qu'il eût permis de faire l'opération proposée, comme on n'avoit aucun signe antécédent qui annonçât une crise de cette espèce, on n'auroit point balancé à l'entreprendre, & le malade eût été vexé en pure perte. On auroit encore plus d'obligation à M. Van-Swieten, s'il avoit noté minutieusement les plus petits accidens qui précédèrent & accompagnèrent cette évacuation; on auroit peut-être vu quelque signe précieux qui, comparé avec d'autres observations du même genre, auroit avancé la solution d'un problème si difficile & si important: mais qui ignore que les progrès de l'art sont successifs?

Si cet écoulement, au lieu de se faire par l'oreille, se fut porté vers les parties inférieures, ou du moins au-dessous du cou *, la douleur à la partie antérieure & latérale du cou qui eût précédé, auroit pu fixer l'attention des consultants, & les porter à suspendre l'opération qui dès-lors dirigée par des vues positives, n'auroit pas été soumise aux inconvéniens du hasard.

* Voy. Baillou,
Binet,
Marchetti.

Le mouvement critique de la Nature qui dirige ces humeurs à travers le cou, peut être salutaire ou pernicieux; dans ces deux cas l'utilité de cette connoissance est toujours la même; s'il est salutaire, on a le plaisir de prévoir le bien avant même qu'il arrive, on le seconde & l'on n'emploie à cet effet que des secours indifférens ou favorables qui ne peuvent point le troubler: s'il est pernicieux, l'on se hâte de le prévenir autant qu'il est possible, ou du moins en annonçant ce qui va arriver, on a la satisfaction de le prévoir & de sauver l'honneur de l'art sans vexer le malade. Plusieurs signes accessoires, connus de tout le monde, peuvent aider à faire soupçonner la crise ou à distinguer si elle est salutaire ou pernicieuse: ainsi l'on peut la prévoir lorsqu'après quelque temps & peu d'accidens primitifs, il survient des frissons, une légère fièvre, une douleur fixe & aiguë qui paroît profonde, un léger assoupissement. On peut en prévoir l'effet, ou salutaire ou funeste, par le changement dans les signes antérieurs; les

symptômes augmentent ou diminuent, les fonctions se développent ou s'affaiblissent, en un mot l'état du malade se manifeste assez sensiblement pour laisser apercevoir les effets ou les préludes de cette révolution.

Il est vrai que de pareilles crises ne se font pas tout de suite, & qu'elles exigent un intervalle plus ou moins long après le coup, mais il n'est malheureusement que trop ordinaire de voir des coups ou des contre-coups, ne produire leurs funestes effets, qu'après un long espace de temps; d'ailleurs l'apparition des symptômes, fût-elle subite, n'exclut point l'utilité de cette considération: il me suffit qu'il y ait des coups à la tête dont le traitement soit assez long pour permettre de pareilles crises: c'est ce que personne ne sauroit contester*.

* Voy. *Hidam*
Observ.

Sennert nous fournit une idée assez lumineuse, & qui peut devenir bien intéressante pour le pronostic. « Les différens symptômes qu'on observe, dit-il, dans les lésions du cerveau, peuvent être de deux sortes; ou ils portent atteinte aux fonctions animales, telles que sont les sens internes & externes, le jugement, &c. ou aux vitales, telles que le pouls (entendons la circulation), la respiration, &c. » Ces derniers symptômes sont très-fâcheux & annoncent le danger le plus éminent, le plus souvent même une mort inévitable; les autres au contraire, quoique multipliés, ne doivent point inspirer le découragement; ainsi la perte de la vue, de l'ouïe, de la parole, l'assoupissement, n'ont rien d'aussi alarmant que le pouls abattu ou inégal, la respiration difficile ou essoufflée, &c.

J'ai déjà dit que le contre-coup pouvoit se borner au dérangement de la substance diploïque du côté opposé, ce vice dans le tissu, se manifeste quelquefois sensiblement aux yeux, par la tumeur qui s'y élève en conséquence; mais cette tumeur est, pour l'ordinaire, tardive, & quelquefois même la disposition du dérangement dans ce tissu est telle que l'épanchement des humeurs viciées se fait en dedans. Si les effets du contre-coup se bornent à ce dérangement du diploé, les symptômes qui le suivent ne sont point graves peu après, ou s'ils le sont dans le moment, ils cèdent bientôt aux saignées; alors il est possible de savoir du

malade s'il sent une douleur fixe au lieu où l'on soupçonne le dérangement; le tact même peut quelquefois l'indiquer, sur-tout si en pressant diversement & en interrogeant soigneusement le malade, à mesure qu'on parcourt différentes parties du crâne avec les doigts, on parvient à lui faire éprouver quelque légère sensation qui diffère de la sensation générale qu'il éprouve lorsqu'on tâte les parties exactement saines; c'est sans doute dans des cas de cette espèce qu'on doit avoir égard au précepte de Celse, qui recommande d'ouvrir le côté opposé, lorsque le lieu du coup ne présente point la cause des symptômes; une incision n'a rien de si redoutable.

Les contre-coups qui sont suivis d'épanchement intérieur, offrent une complication plus embarrassante encore : en supposant ce que j'ai dit là-dessus, l'observation nous démontre qu'il est des extravasations qui sont repompées par des voies naturelles, & il est bien essentiel de s'assurer par toutes sortes de moyens si la Nature travaille à cette résorption; ce n'est plus le cas d'employer des remèdes artificiels & majeurs pour la suppléer : ne savons-nous pas qu'elle est prodigieuse dans ses ressources, & qu'il n'appartient pas à tout le monde de juger si elle est épuisée ou si elle ne l'est pas ? il n'est aucun Praticien, pour peu qu'il soit versé dans la Médecine, qui ne sache qu'il existe des mouvemens inespérés qui étonnent & raniment une vie prête à s'éteindre ?

Observons cependant qu'on ne peut espérer de résorption complète dans les extravasations qui se font à l'intérieur du corps, que dans les sujets dont les forces sont encore en vigueur, car il faut une force vitale pour faciliter cette résorption, même dans les cas où l'on fait usage des aromatiques & autres médicamens appropriés : c'est une vérité prouvée par une expérience bien commune, puisqu'on voit tous les jours des purgatifs doux & d'autres remèdes très-foibles, produire leur effet dans des sujets qui ont encore des forces, tandis que les plus énergiques n'excitent pas la sensation la plus légère dans les sujets agonisans ou épuisés : cette réflexion admise, il s'ensuit qu'il est toujours prudent d'employer le trépan & les secours de ce genre, lorsqu'on s'est assuré de l'existence d'une extravasation ou d'une lésion

intérieure aussi grave, pourvu néanmoins que les signes ci-dessus ne donnent point de contre-indication positive qui oblige à s'en abstenir.

La fièvre n'a rien d'alarmant lorsqu'elle est légère & qu'elle a lieu dans des coups ou des fractures qui ne sont pas considérables : on sait que la circulation est très-lente dans l'intérieur de la tête & sur-tout dans le cerveau, ainsi la fièvre qui succède aux plaies contuses ou aux extravasations, est souvent nécessaire, & son absence embarrasse quelquefois le Chirurgien, qui ne sauroit la réparer par aucun moyen sans courir des dangers ; une légère augmentation dans les mouvemens de la circulation, démontre dans des cas compliqués, que la Nature a assez de ressources pour faire des efforts utiles, & que son épuisement n'est pas complet ; c'est à cette fièvre salutaire qu'on doit ces cures surprenantes, où des extravasations énormes, se sont peu à peu dissipées, où des corps étrangers ont été entraînés au-dehors par des suppurations intérieures qui paroissent à la suite du temps.

Le coup d'œil le plus rapide sur l'histoire des maladies, suffit pour convaincre que la fièvre est l'agent dont se sert la Nature pour *atténuer*, pour *résoudre*, pour *évacuer*, & d'ailleurs les plaies contuses exigent de toute nécessité, une fièvre ou locale ou générale, pour être guéries.

Je pourrois encore m'étendre, si le sujet me le permettoit, sur le nombre des saignées prodiguées mal-à-propos vers le milieu ou à la fin du traitement d'une plaie contuse à la tête ou à toute autre partie : les observations ne me manqueroient pas pour démontrer que le peu d'attention aux crises, a fait prendre à des Chirurgiens un mouvement intérieur & salutaire pour un commencement d'inflammation dont il falloit promptement arrêter les progrès : cette attention aux mouvemens critiques seroit-elle moins utile aux Chirurgiens qu'aux Médecins eux-mêmes ?

Il arrive assez souvent que le sang extravasé sur la dure-mère ou sur le cerveau, par la dissipation de sa partie la plus fluide, devient visqueux, ou même se caille sur ces parties par la longueur

* Voy. *Valisava*. du temps ou par d'autres causes * ; dans ces circonstances on voit qu'il ne sauroit céder au trépan seul, puisque intimement adhérent à la

à la dure ou à la pie-mère, il ne coule point vers le lieu le plus déclive où l'on a ménagé l'ouverture par cette opération. Doit-on cependant s'en tenir à cette opération dans ce cas & attendre que la suppuration détache ces parties qu'on peut regarder comme étrangères? . . . Les inconvéniens qui résultent du séjour de ces caillots, prouvent bien qu'on a tort de les négliger vulgairement: outre le poids qui, s'il est considérable, suffit pour exciter les symptômes les plus fâcheux; il est sûr que ce sang en se desséchant, fronce la dure-mère ou la pie-mère à laquelle il adhère, d'où doit résulter une irritation quelquefois inflammatoire, d'autres fois capable de se transmettre, par communication, aux prolongemens de ces membranes qui vont revêtir les nerfs à leur naissance de la base du crâne; que si par le continuel mélange des humeurs qui s'exhalent du cerveau ou de l'intérieur du crâne, ce sang vient à se dissoudre, il est évident que les parties, avec lesquelles il est en contact pourront contracter les mêmes altérations: la chaleur & l'humidité continuelle qu'on observe dans la cavité du crâne, annoncent combien elle est propre à favoriser la putréfaction.

Si le sang est extravasé vers la base du crâne, l'Art ne fournit encore aucune ressource pour l'en tirer, mais s'il se trouve répandu sur la dure-mère ou la pie-mère, vers la région des pariétaux, ou les régions supérieures du coronal, des temporaux, de l'occipital, & qu'il paroisse exiger d'être rendu plus fluide pour sortir avec plus de facilité, je ne crois pas qu'on doive hésiter à employer les injections *; le miel rosat dont on se sert quelquefois à cet effet, est rejeté par quelques-uns comme trop chaud & trop âcre pour une partie aussi délicate que le cerveau, mais c'est un préjugé bien combattu par l'expérience.

* Voy. *Paré*,
la Peyronnie,
Mém. de l'Acad.

Lorsqu'on est dans la nécessité de faire des incisions à la dure-mère, il paroît important de les faire considérables; on sait que les parties tendineuses & membraneuses jouissent d'une sensibilité exquise, quoique les expériences de M.^{rs} Haller, Zimmermann & autres, paroissent contraires à cette assertion; j'ai assez souvent répété ces expériences sur différens animaux, & j'ai constamment trouvé que ces parties, lorsqu'elles étoient saines,

^a Voy. Gerard l'emportoient en sensibilité sur toutes les autres parties du corps ^a.
 de Villars, fils,
 Sav. Evang.
 vol. II.

Je croirois même utile de ne pas se borner à une seule incision sur cette membrane si sensible; nous voyons en effet des fractures du crâne avec fracas, dans lesquelles la dure-mère se trouve déchirée en plusieurs sens, & dont la guérison s'opère avec facilité, sans qu'il survienne d'accident considérable, tandis qu'au contraire, des petites déchirures ou des irritations de cette membrane, excitent des convulsions énormes qui sont bientôt suivies de la mort, si l'on n'y remédie promptement ^b.

^b Voyez ma
 Dissertation sur
 les contre-coups
 en général.

Il seroit superflu d'étendre ce Mémoire par le détail circonstancié de la curation des contre-coups & de leurs suites différentes; on a là-dessus plusieurs excellens auteurs, & d'ailleurs tout ce qui pourroit s'ajouter aux connoissances qu'ils nous ont transmises, se trouve encore trop hors de notre portée; contentons-nous de faire quelques pas qui nous rapprochent successivement du comble où l'Art peut un jour parvenir; cette marche lente, mais sûre, est annexée à tous les Arts, & spécialement à celui qui a pour objet la conservation de la vie.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE 1.^{re} Expérience de M. Lébnitz.

A, centre de l'anneau vers lequel la petite boule de métal *B*, est renvoyée dans le moment de la percussion.

C, point contre lequel se fait la percussion.

Figure 2. Coupe horizontale du crâne, qui sépare la calotte du crâne d'avec sa base.

Figure 3. Coupe verticale & transversale, qui passe par le sommet de la tête, les deux tempes & le milieu de la base du crâne.

Figure 4. Coupe verticale & longitudinale qui, passant par le trajet de la suture sagittale, divise par le milieu tous les os impairs de la cavité du crâne.

Figure 5. Arc dont on rapproche les extrémités.

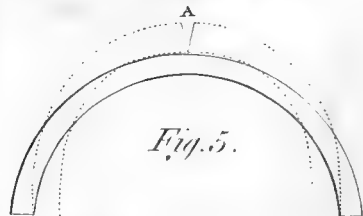
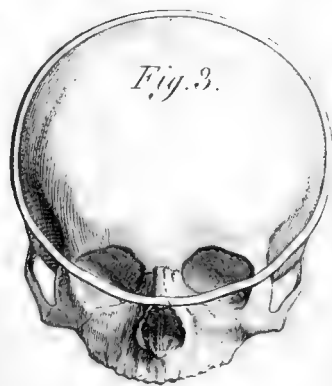
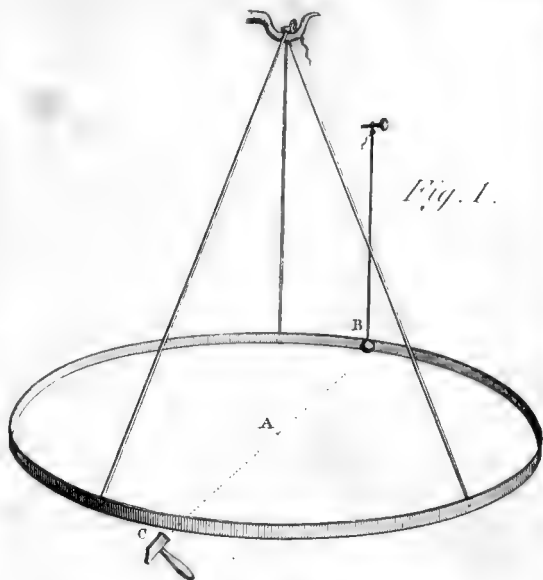
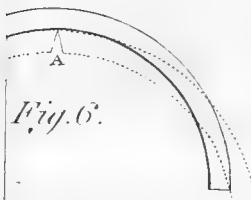
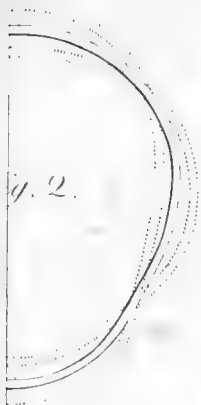
A, point par où commence la fracture.

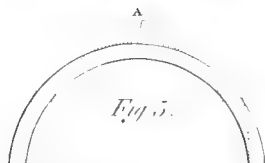
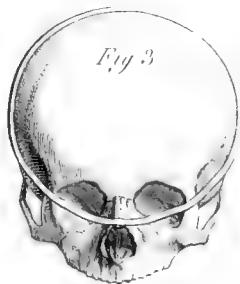
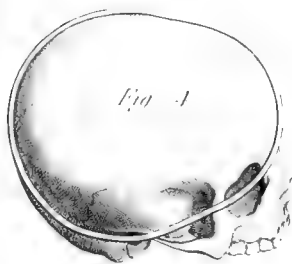
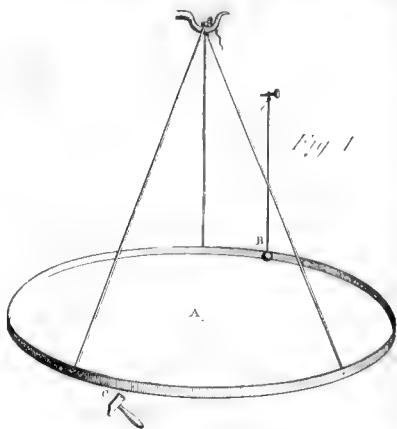
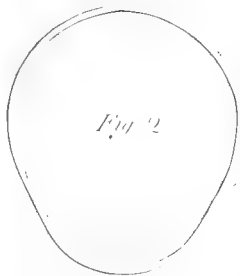
Figure 6. Arc dont on écarte les extrémités.

A, point par où l'arc commence à se rompre.

F I N.







OBSERVATIONS

DU

PASSAGE DE VÉNUS SUR LE SOLEIL,

Du 3 Juin 1769;

Faites par M.^{rs} les Astronomes de l'Académie Royale
des Sciences.

	LIEUX où ont été faites les OBSERVATIONS.	NOMS des ASTRONOMES.	Premier CONTACT.	Second CONTACT.
			H. M. S.	H. M. S.
		M. DE THURY...	7. 38. 53
48 ^d 50' 14" latit.	} à l'Observatoire royal.	M. le Duc DE CHAULNES...	7. 38. 58
		M. MARALDI...	7. 38. 50
1' 56 ¹ / ₂ " à l'ouest. 48 ^d 43' 20" latit.	} à S. ^t -Hubert.	M. LE MONNIER.	7. 34. 56 ¹ / ₂
		M. DE CHABERT.	7. 35. 32 ¹ / ₂
0' 0", 1 à l'est. 48 ^d 51' 29" latit.	} Au Collège Mazarin.	M. DE LA LANDE.	7. 35. 55
		M. DE BORY...	7. 38. 31
0' 14 ¹ / ₂ " à l'ouest. 48 ^d 51' 30" latit.	} à la Muette.	M. BAILLY....	7. 21. 6	
		M. DE FOUCHY..	7. 38. 31
4 ^h 56' 40" à l'ouest 19 ^d 50' latitude.	} Au Cap François de S. ^t -Domingue	M. PINGRÉ....	2. 26. 12	2. 44. 44

Les différences de longitude à l'est & à l'ouest, sont comptées du méridien de l'Observatoire; & toutes les latitudes sont septentrionales.



FAUTES à corriger dans les Mémoires de 1754.

- Page 420, ligne 22, au lieu de $(1 - yy)$, lisez $\sqrt{1 - yy}$.
 ligne 23, au lieu de $\sqrt{1 - yy}$, lisez $1 - yy$.
 Page 424, ligne 24, au lieu de $- 3 S$, lisez $+ 3 S$.
 ligne 25, au lieu de $- 3 L$, lisez $+ 3 L$.

FAUTES à corriger dans les Mémoires de 1764.

- Page 131, lignes 14 & 15, au lieu de 4^r, lisez 40^r.
 Page 132, ligne 21, au lieu de $\frac{1}{60}$, lisez $\frac{1}{6}$.

FAUTES à corriger dans les Mémoires de cette année.

Page 138, ligne 7. Je dois avertir que j'ai appelé *fil horaire* ce que l'on appelle ordinairement *fil parallèle* ou *fil équatorial*.

Page 211, après le §. 84, ajoutez :

Des équations $\sqrt{m^2 + n^2} = B + m$, $mP = 2n^2$, on tire $n^2P - B^2P - 4n^2B = 0$, mais (§. 81) $P = 4H$; donc $n^2H - B^2H - n^2B = 0$; $n = \frac{B\sqrt{H}}{\sqrt{H} - B}$, $m = \frac{B^2}{2(H - B)}$, $\frac{n}{m} = 2 \frac{\sqrt{H^2 - BH}}{B}$. Comme des calculs préliminaires m'avoient appris que dans le cas que je considérois, B étoit infiniment petit, relativement à H , j'ai supposé tout de suite $\frac{n}{m} = \frac{2H}{B}$.

Page 271, ligne 18, par secondes, lisez par seconde.

Page 274, ligne 5, $(B = V)^2$, lisez $(B - V)^2$.

ligne 12, vitesses des fluides, lisez vitesses du fluide.

Page 281, ligne 24, mettant u pour sa valeur, lisez mettant pour sa valeur.

Page 284, ligne 2, $\frac{E}{1''} \times H$, lisez $\frac{E \times H}{1''}$.

Page 285, ligne 24, & en sortant, lisez & en sortent.

Page 286, ibidem, $\frac{11 \text{ pieds}}{1}$, &c. lisez $\frac{11 \text{ pieds}}{2}$, &c.

ligne 33, par secondes, lisez par seconde.





